

# Акустооптический метод фильтрации пространственных частот, основанный на дифракции двух собственных мод кристалла

В.М.Котов, С.В.Аверин, П.И.Кузнецов, Е.В.Котов

*Предложен метод двумерной фильтрации пространственных частот, основанный на акустооптической (АО) дифракции двух собственных мод кристалла на одной звуковой волне. Показано, что АО фильтры, основанные на использовании такой дифракции, обеспечивают выделение двумерного контура изображения в процессе его оптической фурье-обработки. Основные теоретические выводы экспериментально подтверждены с использованием АО фильтра из парателлурита.*

**Ключевые слова:** акустооптическая дифракция, брэгговский режим, собственные оптические моды кристалла, выделение контура оптического изображения.

## 1. Введение

Выделение контура оптического изображения является одной из важных задач обработки оптической информации (см., напр., [1]). Такая операция, прежде всего, существенно уменьшает массивы обрабатываемой информации, сохраняя при этом такие важные для распознавания объекта характеристики, как его форма и размеры.

Для решения этой задачи широко применяются акустооптические (АО) элементы. Впервые АО ячейка в качестве фильтра пространственных частот исследована в [2]. В работах [3, 4] продемонстрировано использование этой ячейки для одномерного выделения контура в нулевом брэгговском порядке, в [5] исследовано оконтуривание объекта с помощью двухкаскадной дифракции, а в [6] показана возможность получения двумерного контура на основе тангенциальной геометрии АО взаимодействия. В работе [7] проведены исследования коллинеарной дифракции для применения в задачах обработки информации, получены передаточные функции. Описаны варианты двумерной обработки оптических изображений. В работе [8] проанализированы все варианты АО однократной брэгговской дифракции, которые можно использовать для выделения контура изображения, описан новый метод визуализации фазовых объектов, основанный на выделении контура изображения. В работе [9] рассмотрен метод оконтуривания изображений с использованием адаптивной АО фильтрации. В [10] проведено полное исследование однократного АО взаимодействия для обработки оптического изображения, получаемого в когерентном свете. Получены передаточные функции, проанализирован их характер при малой и большой эффективностях дифракции.

В.М.Котов, С.В.Аверин, П.И.Кузнецов, Е.В.Котов. Фрязинский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А.Котельникова РАН, Россия, Московская обл., 141190 Фрязино, пл. Акад. Введенского, 1; e-mail: vmk277@ire216.msk.su

Поступила в редакцию 15 марта 2017 г., после доработки – 23 апреля 2017 г.

В работах [11–17] предложен новый подход к формированию передаточных функций – наложение нескольких АО полей от разных дифракционных порядков, сдвинутых относительно друг друга в угловом пространстве. Выполнен комплекс исследований по АО фильтрации изображений с использованием двух- и трехкратной брэгговской дифракции, когда передаточная функция каждого порядка является суперпозицией полей соседних дифракционных порядков. Как было показано, при этом передаточные функции несимметричны и в общем случае имеют достаточно сложный характер. Разработана методика выделения тех участков поля, которые можно использовать для двумерной обработки изображений.

В настоящей работе рассматривается еще один режим АО дифракции для решения такой задачи. Это АО дифракция двух собственных мод кристалла на одной акустической волне, причем амплитуды мод связаны между собой АО взаимодействием. Излагается теория такой дифракции, рассчитываются передаточные функции, приводятся результаты «быстрой» фурье-обработки (FFT-обработка) изображений и результаты экспериментов.

## 2. Теория

На рис.1 представлены векторные диаграммы предлагаемого вида дифракции. Падающее излучение с волновым вектором  $\mathbf{K}$  направляется на грань кристалла  $X$  под углом  $\alpha$ . Внутри кристалла излучение распадается на две

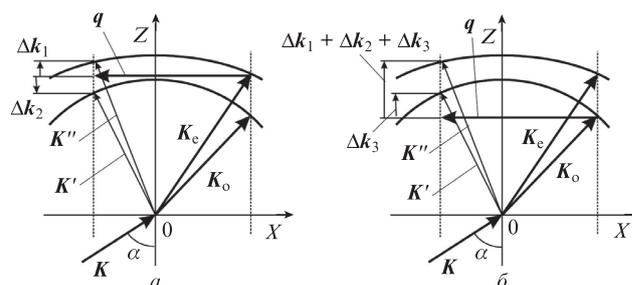


Рис.1. Векторные диаграммы АО дифракции собственных мод кристалла.

собственные моды,  $K_o$  и  $K_e$ . Полагается, что кристалл одноосный, направление оптической оси  $Z$  ортогонально оптической грани  $X$ . На рис.1,*a* показана дифракция собственной моды  $K_e$ , на рис.1,*б* – моды  $K_o$ , дифрагирующих на одной и той же звуковой волне с волновым вектором  $q$ . На рис.1,*a* дифракция луча  $K_e$  в луч  $K'$  анизотропная, лучи принадлежат разным волновым поверхностям; дифракция  $K_e \rightarrow K''$  изотропная, оба луча принадлежат одной волновой поверхности. Аналогично на рис.1,*б* дифракция  $K_o \rightarrow K'$  изотропная,  $K_o \rightarrow K''$  – анизотропная. Во всех случаях акты дифракции происходят с расстройкой брэгговского синхронизма. Условия дифракции выбираются таким образом, чтобы дифрагировавшие лучи  $K''$  и  $K'''$  были одними и теми же. В нашем случае акустическая волна  $q$  направлена параллельно грани  $X$ . Полагается, что снос акустической волны отсутствует, поэтому вышеуказанное требование выполняется. Векторы расстроек для первого случая –  $\Delta k_1$  и  $\Delta k_2$ , для второго –  $\Delta k_3$  и  $(\Delta k_1 + \Delta k_2 + \Delta k_3)$ . Мы отдельно привели акты взаимодействия, чтобы не перегружать общий рисунок.

Как видно из рис.1, возможны как изотропный, так и анизотропный виды дифракции, поэтому предполагается, что обе геометрии дифракции существуют. В частности, при использовании монокристалла  $TeO_2$  в качестве АО среды это выполняется, если свет распространяется вблизи оптической оси кристалла, что позволяет, например, реализовать трехкратное взаимодействие в  $TeO_2$ . Как было показано в [18, 19], соответствующие эффективные фотоупругие константы в  $TeO_2$  различаются всего в два раза. Это и будет использоваться нами при проведении расчетов.

Лучи  $K_o$  и  $K_e$  образуют нулевой брэгговский порядок, лучи  $K'$  и  $K''$  – первый. Амплитуды полей дифракционных порядков определяются из системы дифференциальных уравнений, которую нетрудно получить согласно методике, развитой в [18]. В нашем случае система уравнений имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{dc_{01}}{dz} &= -\frac{w_i}{2}c_{11}\exp(-i\Delta k_1 z) - \frac{w_a}{2}c_{12}\exp(-i\Delta k_2 z), \\ \frac{dc_{02}}{dz} &= -\frac{w_i}{2}c_{12}\exp(-i\Delta k_3 z) \\ &\quad - \frac{w_a}{2}c_{11}\exp[-i(\Delta k_1 + \Delta k_2 + \Delta k_3)z], \\ \frac{dc_{11}}{dz} &= \frac{w_i}{2}c_{01}\exp(i\Delta k_1 z) \\ &\quad + \frac{w_a}{2}c_{02}\exp[i(\Delta k_1 + \Delta k_2 + \Delta k_3)z], \\ \frac{dc_{12}}{dz} &= \frac{w_i}{2}c_{02}\exp(i\Delta k_3 z) + \frac{w_a}{2}c_{01}\exp(i\Delta k_2 z), \end{aligned} \quad (1)$$

где  $c_{01}$ ,  $c_{02}$ ,  $c_{11}$  и  $c_{12}$  – амплитуды полей, соответствующих лучам  $K_e$ ,  $K_o$ ,  $K''$  и  $K'''$ ;  $z$  – направление, вдоль которого развивается АО взаимодействие;  $w_i$  и  $w_a$  – параметры, описывающие зависимость изотропного и анизотропного актов дифракции от акустической мощности. Они определяются [18, 20] как

$$w_{i,a} = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{1}{\cos\theta} \sqrt{\frac{M_{2(i,a)}}{2HL}} P_a. \quad (2)$$

Здесь  $\lambda$  – длина волны света;  $\theta$  – угол между направлением распространения света в кристалле и фронтом акустической волны;  $H$  – высота акустического столба;  $L$  – длина АО взаимодействия;  $P_a$  – мощность акустической волны. Коэффициент АО качества материала

$$M_{2(i,a)} = \frac{n_1^3 n_2^3 p_{\text{eff}(i,a)}^2}{\rho V^3}, \quad (3)$$

где  $n_1$  и  $n_2$  – показатели преломления падающего и дифрагировавшего лучей соответственно;  $p_{\text{eff}(i)}$  и  $p_{\text{eff}(a)}$  – эффективные фотоупругие константы для изотропного и анизотропного актов дифракции;  $\rho$  и  $V$  – плотность кристалла и скорость звуковой волны.

Полагается, что амплитуды для лучей  $K_o$  и  $K_e$  до входа в область АО взаимодействия равны между собой, поэтому при решении системы (1) используем граничные условия

$$c_{01} = c_{02} = 1/\sqrt{2}, \quad c_{11} = c_{12} = 0 \quad \text{при } z = 0. \quad (4)$$

Методика решений системы дифференциальных уравнений первого порядка – стандартная, ее можно найти, например, в [21].

Будем рассматривать дифракцию в кристалле  $TeO_2$ . Поскольку кристалл обладает гиротропией, его собственные волны эллиптически поляризованы. При распространении света вблизи оптической оси кристалла, что подразумевается в нашем случае, поляризации волн близки к круговым. Электрические поля собственных волн  $K_e$  и  $K_o$  будем брать в виде [22]

$$E_e = \frac{c_{01}}{\sqrt{2}} [e_1 \sin(\omega t) + e_2 \cos(\omega t)], \quad (5)$$

$$E_o = \frac{c_{02}}{\sqrt{2}} [-e_1 \sin(\omega t + \varphi_0) + e_2 \cos(\omega t + \varphi_0)],$$

где  $e_1$ ,  $e_2$  – орты вдоль направлений, ортогональных  $K_e$  и  $K_o$  (в расчетах полагалось, что  $e_1$  направлен ортогонально плоскости дифракции, содержащей направления  $X$  и  $Z$  (рис.1),  $e_2$  ортогонален  $e_1$  и  $K_e$ ,  $K_o$ );  $\omega$  – частота света;  $t$  – время;  $\varphi_0$  – разность фаз лучей, возникающая на выходе кристалла из-за различия скоростей распространения лучей  $K_e$  и  $K_o$  в анизотропной среде. Показатели преломления лучей одноосного гиротропного кристалла определялись [23] как

$$\begin{aligned} n_{1,2}^2 &= 1 + \tan^2 \Theta \\ &\times \left[ \frac{1}{n_0^2} + \frac{\tan^2 \Theta}{2} \left( \frac{1}{n_0^2} + \frac{1}{n_e^2} \right) \pm \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\tan^4 \Theta}{2} \left( \frac{1}{n_0^2} - \frac{1}{n_e^2} \right)^2 + 4G_{33}^2} \right]^{-1}, \end{aligned} \quad (6)$$

где  $\Theta$  – угол между оптической осью  $Z$  кристалла и направлением волнового вектора света;  $n_0$  и  $n_e$  – главные показатели преломления кристалла;  $G_{33}$  – компонента псевдотензора гирации. Для расчетов брались:  $\lambda = 0.63$  мкм,  $n_0 = 2.26$ ,  $n_e = 2.41$ ,  $G_{33} = 2.62 \times 10^{-5}$ ,  $L = 0.6$  см,  $H = 0.4$  см,  $\theta \approx 0$ . Длина кристалла вдоль оси  $Z$  была равна 1.0 см.

Известно [24], что при сложении двух циркулярно поляризованных волн, вращающихся в противоположные стороны и имеющих одинаковые амплитуды, образуется линейно поляризованная волна. Если скорости волн раз-

лично, то угол поворота суммарной поляризации меняется в зависимости от длины кристалла. Кроме того, если амплитуды волн не равны друг другу (т.е.  $c_{01} \neq c_{02}$  в (5)), то суммарная волна будет не линейно, а эллиптически поляризованной. В расчетах полагалось, что на выходе кристалла установлен поляризатор, выделяющий линейно поляризованную составляющую суммарного излучения при той или иной ориентации поляризатора. Ориентация поляризатора задавалась углом  $\alpha$ , отсчитываемым от направления распространения звуковой волны. Как показывает анализ, использование поляризатора существенно улучшает характеристики АО фильтра.

На рис.2 в качестве примера приведена передаточная функция (распределение поля АО взаимодействия) нулевого брэгговского порядка, рассчитанная путем решения системы (1) с учетом (2)–(6) при  $\alpha = 100^\circ$  и  $P_a = 1.5$  Вт. Предполагалось, что дифракция происходит на «медленной» звуковой волне с частотой 26 МГц, распространяющейся в  $\text{TeO}_2$  со скоростью  $0.617 \times 10^5$  см/с. Угловой размер приведенного поля  $15^\circ \times 15^\circ$ . Поле представляет собой семейство окружностей с единым центром и отдельными неоднородными участками, обусловленными АО взаимодействием. Квадратами выделены два участка  $2^\circ \times 2^\circ$ , пригодные, согласно нашему анализу, для получения двумерного контура изображения. Участки расположены симметрично относительно оси симметрии  $O-O'$  распределения поля. Необходимо добавить, что в данном случае передаточная функция нулевого порядка формируется двумя разными физическими механизмами – эффектом коноскопии и акустооптическим взаимодействием.

На рис.3 в качестве примера приведено прямоугольное изображение до и после фурье-обработки. Фильтром служил один из выделенных участков рис.2. Видно, что изображение на рис.3,б представляет собой достаточно

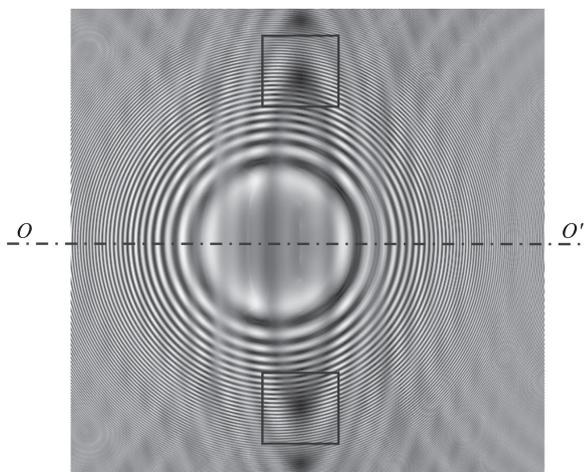


Рис.2. Передаточная функция нулевого дифракционного порядка. Квадратами выделены участки, позволяющие формировать двумерный контур изображения.



Рис.3. Исходное изображение (а) и его вид после фурье-обработки (б) с использованием выделенного участка на рис.2 в качестве фильтра пространственных частот.

четко выраженный двумерный контур. Внутри контура поле не совсем «подавлено», есть некоторый серый фон. Это мы связываем с неоднородностью передаточной функции, которая в одних направлениях достаточно хорошо подавляет пространственные частоты, в других – нет. Средний уровень остаточного фона мы оцениваем в  $\sim 20\%$ . Таким образом, ошибка метода составляет 20%.

### 3. Эксперимент и обсуждение его результатов

Оптическая схема экспериментальной установки изображена на рис.4.

В качестве обрабатываемого изображения, расположенного во входной плоскости ВП, было выбрано прямоугольное отверстие, представляющее собой щель с размерами  $1 \times 1.5$  мм, которая освещалась с одной стороны расширенным пучком излучения He-Ne-лазера ( $\lambda = 0.63$  мкм). Изображение направлялось на систему из двух линз, Л1 и Л2, работающую по схеме  $4F$ , где  $F$  – фокусное расстояние линз (в наших экспериментах  $F = 16$  см). Расстояние между линзами было равно  $2F$ . Прямоугольное отверстие находилось перед первой линзой на расстоянии  $F$  от нее. Между линзами помещалась АО ячейка, выполняющая функцию фильтра пространственных частот. За второй линзой, на расстоянии  $F$  от нее, располагался экран Э, на котором наблюдались выходные изображения в нулевом (0) и первом (1) дифракционных порядках. Между линзой Л2 и выходным экраном находился поляризатор П. В экспериментах использовалась стандартная АО ячейка, выполненная из монокристалла  $\text{TeO}_2$ . Вдоль направления  $[110]$  кристалла распространялась поперечная акустическая волна, возбуждаемая пьезопреобразователем из  $\text{LiNbO}_3$ , к которому подводился СВЧ сигнал с частотой  $f$ . Длина АО взаимодействия составляла 0.6 см, размеры преобразователя были равны  $0.6 \times 0.4$  см. В кристалле распространялась «медленная» волна (скорость 617 м/с), оптическое излучение было направлено под небольшим углом к оптической оси  $[001]$  кристалла. При этом в кристалле осуществлялись изотропная и анизотропная дифракция света на звуке. При подборе напряжения высокочастотного сигнала, подводимого к преобразователю (в нашем случае оптимальное напряжение равнялось 7.8 В), угловой ориентации АО ячейки, частоте звука 26.6 МГц и угле наклона поляризатора  $\alpha \approx 45^\circ$  на экране отчетливо наблюдался двумерный контур изображения в нулевом порядке дифракции.

На рис.5 приведены фотографии прямоугольного изображения в нулевом и первом брэгговских порядках, полученные в результате дифракции. Видно, что в нулевом

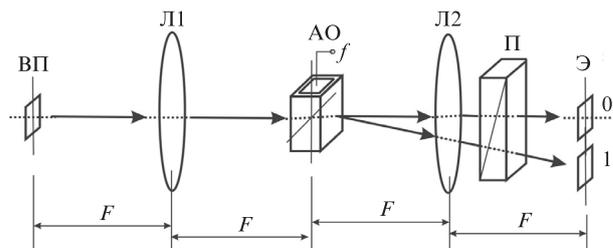


Рис.4. Оптическая схема экспериментальной установки: ВП – входная плоскость; Л1 и Л2 – линзы с фокусным расстоянием  $F$ ; АО – акустооптическая ячейка, к которой подводится сигнал с частотой  $f$ ; П – поляризатор; Э – экран с изображениями в нулевом (0) и первом (1) дифракционных порядках.



Рис.5. Фотографии наблюдаемого на экране изображения после его фурье-обработки. Справа – в нулевом дифракционном порядке, слева – в первом.

порядке наблюдается хорошо выраженный контур прямоугольного изображения. Контур сформирован достаточно качественно как в вертикальном, так и в горизонтальном направлении. Внутри контура присутствует фон, что указывает на недостаточную фильтрацию пространственных частот. Это может быть вызвано как ошибкой метода, так и неоднородностью материала АО ячейки, приводящими к искажениям оптических и акустических полей внутри кристалла. В любом случае контур достаточно четко выражен, что подтверждает возможность использования предлагаемого механизма формирования передаточной функции для задач двумерной обработки оптических изображений.

На основании полученных результатов можно сделать вывод о хорошем согласии между теоретическими и экспериментальными данными. Некоторое несовпадение между ними (небольшое различие частот звука, угловой ориентации выходного поляризатора и т. д.) может быть обусловлено рядом факторов (неточностью модели, описывающей гиротропный кристалл, расходимостью звука или неточностью ориентации граней кристалла, неоднородностью АО среды и т. п.).

#### 4. Заключение

На основании полученных результатов можно сделать следующие выводы.

1. Для выделения двумерного контура изображения с использованием АО ячейки в качестве фильтра пространственных частот предложено использовать режим двухмодовой АО дифракции, когда в АО взаимодействие вовлечены две моды падающего излучения и две моды дифрагировавшего в первый порядок луча.

2. Выполнены расчеты на основе теории связанных мод. Получены передаточные функции. Найдены участки передаточных функций, обеспечивающие выделение двумерного контура оптического изображения. На основании результатов FFT-обработки оптических изображений выявлено, что неоднородность рабочих участков передаточных функций не обеспечивает полной фильтрации центральной части изображений. Средний уровень фона внутри контура составляет  $\sim 20\%$ .

3. Экспериментально продемонстрировано выделение контура в нулевом дифракционном порядке при использовании фурье-обработки оптического изображения, где фильтром пространственных частот служит АО ячейка, выполненная из монокристалла  $\text{TeO}_2$ .

Неравномерность контура, получаемого в результате оптической фурье-обработки изображения, обусловлена особенностями сформированной передаточной функции, а именно ее неравномерностью, недостаточной симметричностью. К определенным недостаткам предложенного механизма можно отнести и его меньшую адаптивность при селекции высших пространственных гармоник, поскольку величины векторов расстроек для двух типов дифракции имеют разную зависимость от частоты. Наблюдаемый фон внутри контура может быть обусловлен как недостаточной точностью использованного метода, так и неоднородностью материала АО ячейки.

К достоинствам метода можно отнести достаточную простоту реализации, т.е. возможность его применения на базе АО ячеек из  $\text{TeO}_2$  на частотах 20–80 МГц в геометриях, исключающих снос акустической волны.

Полученные результаты существенно расширяют возможности использования АО ячеек для задач обработки оптических изображений, в частности выделения их контура.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (гранты № 15-07-0231, 16-07-00064).

1. *Handbook of Pattern Recognition and Image Processing*. Ed. by T.Y.Young and K-S.Fu. (NewYork: Acad. Press, Inc., 1986).
2. Балакший В.И. *Радиотехника и электроника*, **29**, 1610 (1984).
3. Banerjee P.P., D. Cao D., Poon T.-C. *Appl. Opt.*, **36**, 3086 (1997).
4. Котов В.М., Шкердин Г.Н., Шкердин Д.Г., Котов Е.В. *Радиотехника и электроника*, **54**, 747 (2009).
5. Cao D., Banerjee P.P., Poon T.-C. *Appl. Opt.*, **37**, 3007 (1998).
6. Balakshy V.I., Voloshinov V.B., Babkina T.M., Kostyuk D.E. *J. Modern Opt.*, **52**, 1 (2005).
7. Балакший В.И., Манцевич С.Н. *Оптика и спектроскопия*, **103**, 831 (2007).
8. Balakshy V.I., Kostyuk D.E. *Appl. Opt.*, **48**, C24 (2009).
9. Yushkov K.B., Molchanov V.Ya., Belousov P.V., Abrosimov A. Yu. *J. Biomed. Opt.*, **21**, 016003 (2016).
10. Костюк Д.Е. Канд. дис. (Москва, МГУ, 2008).
11. Котов В.М., Аверин С.В., Шкердин Г.Н., Воронко А.И. *Квантовая электроника*, **40**, 368 (2010) [*Quantum Electron.*, **40**, 368 (2010)].
12. Котов В.М., Шкердин Г.Н., Булюк А.Н. *Квантовая электроника*, **41**, 1109 (2010) [*Quantum Electron.*, **41**, 1109 (2010)].
13. Котов В.М., Шкердин Г.Н., Аверин С.В., Котов Е.В. *Прикладная физика*, **3**, 5 (2012).
14. Котов В.М., Шкердин Г.Н., Аверин С.В. *Радиотехника*, **12**, 57 (2012).
15. Котов В.М., Шкердин Г.Н., Григорьевский В.И. *Радиотехника и электроника*, **58**, 226 (2013).
16. Котов В.М., Шкердин Г.Н. *Радиотехника и электроника*, **58**, 1040 (2013).
17. Котов В.М., Шкердин Г.Н., Аверин С.В. *Радиотехника и электроника*, **61**, 1090 (2016).
18. Балакший В.И., Парыгин В.Н., Чирков Л.Е. *Физические основы акустооптики* (М.: Радио и связь, 1985).
19. Волошинов В.Б., Парыгин В.Н., Чирков Л.Е. *Вестник Моск. ун-та. Сер. Физика. Астрономия*, **17** (3), 305 (1976).
20. Магдич Л.Н., Молчанов В.Я. *Акустооптические устройства и их применение* (М.: Сов. радио, 1978).
21. Пискунов Н.С. *Дифференциальное и интегральное исчисления. Т.2* (М.: Наука, 1970).
22. Ярив А., Юх П. *Оптические волны в кристаллах* (М.: Мир, 1987).
23. Котов В.М. *Акустооптика. Брэгговская дифракция многоцветного излучения* (М.: Янус-К, 2016).
24. Борн М., Вольф Э. *Основы оптики* (М.: Наука, 1973).