

МЕТАМАТЕРИАЛЫ**Встречное взаимодействие оптических волн в метаматериалах при низкочастотной накачке****Р.Дж.Касумова, Ш.Ш.Амиров, Ш.А.Шамилова**

Изучено влияние фазовых эффектов при трехволновом параметрическом взаимодействии и низкочастотной накачке в метаматериалах в случае отрицательного показателя преломления на частоте сигнальной волны. Выявлено, что эффективность усиления обратной сигнальной волны тем выше, чем больше отношение интенсивностей холостой и сигнальной волн на входе в метаматериал. Рост интенсивности холостой волны на входе по сравнению с интенсивностью сигнальной волны в пять раз ведет к нелинейному росту усиления сигнальной волны почти в 20 раз. Согласно полученным в работе аналитическим выражениям в приближении заданной интенсивности, выбор оптимальных параметров интенсивности накачки, полной длины метаматериала и фазовой расстройки облегчит осуществление режимов эффективного усиления и генерации сигнальной волны. Проведено сравнение с результатами, полученными в приближении заданного поля, а также дана численная оценка ожидаемой эффективности частотного преобразования. Регулируя частоту и мощность накачки, можно реализовать плавную перестройку частоты параметрического преобразователя. Разработанный метод может быть востребован при разработке частотных преобразователей на базе нелинейных метаматериалов.

Ключевые слова: параметрическое взаимодействие, фазовые эффекты, метаматериал, отрицательная рефракция.

1. Введение

Развитие фотоники связано, в частности, с разработкой метаматериалов. В оптических системах обработки информации в качестве носителя информации используются фотоны. Однако здесь возникает проблема управления таким носителем информации. Открытие метаматериалов способствовало появлению возможности управления световым излучением путем изменения оптических свойств подобных искусственных структур. Как известно, метаматериал можно создать из композитного материала, образующего диэлектрическую матрицу, с включениями, обеспечивающими его резонансные свойства. Аналогичный подход был применен при разработке твердотельных лазеров, когда в матрицу, например, кристалла внедряли ионы активатора, которые в конечном счете определяли физические свойства лазерной среды. В подобной неоднородной среде из метаматериала наблюдаются скачкообразные изменения материальных параметров среды (диэлектрической (ϵ) и магнитной (μ) проницаемостей) и отрицательное значение показателя преломления в определенном частотном диапазоне (отрицательная рефракция). Как следствие, в такой среде электромагнитная волна в этом частотном диапазоне распространяется с разнонаправленными фазовой и групповой скоростями, и падающая электромагнитная волна претерпева-

ет необычные изменения, что приводит к новым нетрадиционным эффектам.

Резонансные взаимодействия, существование обратных волн, отрицательная рефракция были рассмотрены в работах Г.Лэмба [1], Л.И.Мандельштама [2], Д.В.Сивухина [3], В.Н.Аграновича и В.Л.Гинзбурга [4], В.Г.Веселаго [5], а также в [6].

Основной проблемой при разработке метаматериалов было и остается наличие больших потерь. В метаматериале основные эффекты проявляются вблизи частотного резонанса, где ϵ и μ одновременно отрицательны. В классической электродинамике, согласно дисперсионным соотношениям Крамерса–Кронига, определяющим зависимость поведения оптической постоянной среды – действительной (показатель преломления) и мнимой (коэффициент поглощения) частей диэлектрической проницаемости – от частоты, коэффициент поглощения на резонансной частоте резко возрастает, что ведет к значительным потерям энергии электромагнитной волны. Таким образом, в метаматериалах существуют неизбежные потери, которые ослабляют электромагнитную волну. Метаматериалы, содержащие металлические конструктивные элементы (проволочки, колечки), поглощают световую энергию и рассеивают ее в виде тепла.

В настоящее время ведется интенсивные исследования с целью компенсации потерь в метаматериалах. Предлагается внедрить в метаматериал полупроводник, в котором происходит усиление ослабленного из-за потерь сигнала. Разработан метаматериал, который в ИК диапазоне спектра в зависимости от поляризации падающего излучения поглощает или переизлучает свет [7]. Кроме того, ведутся исследования электромагнитного поля локализованных плазмонов [8], которые аккумулируют большие электрические поля, что позволяет уменьшить потери в подобных структурах [9].

Р.Дж.Касумова, Ш.А.Шамилова. Бакинский государственный университет, физический факультет, Азербайджан, AZ1148 Баку, ул. Акад. З.Халилова, 23; e-mail: renajkasumova@gmail.com
Ш.Ш.Амиров. Азербайджанский медицинский университет, Азербайджан, AZ1022 Баку, ул. А.Гасумзаде, 14; e-mail: phys_med@mail.ru

Поступила в редакцию 4 апреля 2017 г., после доработки – 25 мая 2017 г.

Основные особенности генерации второй гармоники в метаматериалах при взаимодействии прямой и обратной волн были представлены в статье [10], препринт которой [11] предшествовал работам [12–14]. Важные результаты исследований этого процесса в метаматериалах приведены в работах [15–18], а генерация третьей гармоники рассмотрена в [19–22], где подчеркивается роль фазовой расстройки.

В случае генерации оптической гармоники в метаматериале максимум интенсивности гармоники достигается не на выходе, а на входе в нелинейную среду. При этом метаматериал играет роль нелинейного зеркала, как и в случае вырожденного четырехволнового взаимодействия при наблюдениях эффекта ОВФ лазерного излучения [23–25]. Геометрия встречного взаимодействия нелинейных оптических волн, наблюдаемая в метаматериалах вследствие отрицательной рефракции, рассматривалась также авторами [26] при параметрическом взаимодействии в обычных средах. В работе [27] рассмотрено параметрическое взаимодействие в метаматериале для практически важного случая импульсной накачки. Из сравнения результатов исследования методами численного моделирования при двух геометриях волн, а именно при встречном и попутном распространении оптических волн, авторами [27] впервые выявлены и объяснены количественные различия переходных процессов в этих двух случаях.

К настоящему времени, благодаря совершенствованию технологии изготовления метаматериалов, их разработка ведется не только для радиодиапазона частот, но и области более коротких длин волн. В [28, 29] доложено о результатах разработок уже в ближнем ИК и в видимом диапазонах спектра.

В приближении заданного поля теоретическое исследование нелинейно оптического взаимодействия в подобных искусственных структурах проведено в ряде работ, из которых отметим [9–15, 18, 21, 22, 30–35]. В приближении заданной интенсивности [36, 37] нами были исследованы генерации второй и третьей гармоник, а также эффекты самовоздействия в метаматериале [38].

Изучение фазовых эффектов при трехволновом параметрическом взаимодействии и низкочастотной накачке в метаматериалах является целью настоящей работы.

2. Теория

При рассмотрении примем для определенности, что при параметрическом трехволновом взаимодействии в метаматериале среда является «левой» только на частоте сигнальной волны ω_1 . Будем исследовать случай низкочастотной накачки на частоте ω_3 , когда $\omega_1 = \omega_2 + \omega_3$ (ω_2 – частота холостой волны). При выборе метаматериала следует учесть, что одним из основных условий эффективного частотного преобразования при трехволновом взаимодействии в нем является высокая квадратичная нелинейность материала на рабочих частотах.

В случае отрицательных значений диэлектрической и магнитной проницаемостей на частоте сигнальной волны ω_1 и их положительных значений на частотах ω_2, ω_3 обычные укороченные уравнения для волн накачки, а также сигнальной и холостой волн преобразуются [39] к виду

$$\frac{dA_1}{dz} + \delta_1 A_1 = i\gamma_1 A_2 A_3 e^{-i\Delta z},$$

$$\frac{dA_2}{dz} + \delta_2 A_2 = -i\gamma_2 A_1 A_3^* e^{i\Delta z}, \quad (1)$$

$$\frac{dA_3}{dz} + \delta_3 A_3 = -i\gamma_3 A_1 A_2^* e^{i\Delta z}.$$

Здесь $A_{1,2,3}$ – соответствующие комплексные амплитуды взаимодействующих волн; δ_j – коэффициенты поглощения среды на частотах ω_j ($j = 1 - 3$);

$$\gamma_1 = -\frac{8\pi\chi_{\text{eff}}^{(2)}\omega_1^2\epsilon_1}{k_1c^2} = \frac{8\pi\chi_{\text{eff}}^{(2)}\omega_1^2|\epsilon_1|}{k_1c^2},$$

$$\gamma_2 = \frac{8\pi\chi_{\text{eff}}^{(2)}\omega_2^2\epsilon_2}{k_2c^2}, \quad \gamma_3 = \frac{8\pi\chi_{\text{eff}}^{(2)}\omega_3^2\epsilon_3}{k_3c^2}$$

– коэффициенты нелинейной связи волн на соответствующих частотах; $\chi_{\text{eff}}^{(2)}$ – эффективная квадратичная восприимчивость среды; $\Delta = k_1 - k_2 - k_3$ – фазовая расстройка между взаимодействующими волнами; $\epsilon_{1,2,3}$ – диэлектрические проницаемости на частотах $\omega_1, \omega_2, \omega_3$.

Считаем, что потоки энергии холостой волны и волны накачки $S_{2,3}$ падают вдоль нормали на левую боковую поверхность метаматериала длиной l и распространяются в положительном направлении оси z . Следовательно, перенос энергии сигнальной волны, для которой среда является «левой», происходит в противоположном направлении. Соответствующие этой геометрии рассматриваемых волн граничные условия можно представить в виде

$$A_{2,3}(z=0) = A_{20,30} \exp(i\varphi_{20,30}), \quad A_1(z=l) = A_{1l} \exp(i\varphi_{1l}). \quad (2)$$

Здесь $z=0$ соответствует входу в метаматериал слева; $A_{20,30}, \varphi_{20,30}$ – начальные амплитуды и фазы холостой волны и волны накачки при входе в нелинейную среду слева; A_{1l}, φ_{1l} – начальная амплитуда и фаза сигнальной волны при входе в нелинейную среду справа ($z=l$).

Известно, что при таких граничных условиях в метаматериале волновые векторы k_j всех трех взаимодействующих волн распространяются в положительном направлении оси z .

Таким образом, рассматриваемые пять векторов волн (т. е. три волновых вектора $k_{1,2,3}$ и два вектора Пойнтинга $S_{2,3}$) противоположны по направлению вектору S_1 сигнальной волны, которая является обратной волной по отношению к двум остальным взаимодействующим волнам.

Используем стандартный способ решения системы (1) относительно амплитуды сигнальной волны, применив приближение заданной интенсивности основного излучения. В рамках граничных условий (2) получим следующее выражение для комплексной амплитуды обратной волны $A_1(z)$ при ее распространении справа налево в нелинейной среде ($\delta = 0$):

$$A_1(z) = \exp(-i\Delta z/2) \times \left\{ C \cos \lambda z + \left[\frac{i\gamma_1 A_{20} A_{30}}{\lambda} \exp[i(\varphi_{20} + \varphi_{30})] - iC \frac{\Delta}{2\lambda} \right] \sin \lambda z \right\}, \quad (3)$$

где

$$C = \frac{A_{1l} \exp[i(\varphi_{1l} + \Delta l/2)] - i(\gamma_1/\lambda) A_{20} A_{30} \exp[i(\varphi_{20} + \varphi_{30})] \sin \lambda l}{\cos \lambda l + i(\Delta/2\lambda) \sin \lambda l};$$

$$\lambda = \sqrt{\frac{\Delta^2}{4} - \Gamma_3^2 - \Gamma_2^2}; \quad \Gamma_3^2 = \gamma_1 \gamma_2 I_{30}; \quad \Gamma_2^2 = \gamma_1 \gamma_3 I_{20}; \quad I_j = A_j A_j^*.$$

Полученное аналитическое выражение (3) позволяет проанализировать процесс нелинейного взаимодействия в метаматериале в общем случае, когда на входе и справа в среду присутствуют все три волны.

Как видно из полученного выражения, поскольку $\Gamma_3 > \Gamma_2$, в рассматриваемом случае низкочастотной накачки в приближении заданной интенсивности параметр $\lambda_{\text{low}}^{\text{CIA}} = \sqrt{\Delta^2/4 - \Gamma_3^2 - \Gamma_2^2}$ (для сравнения: в приближении заданного поля $\lambda_{\text{low}}^{\text{CFA}} = \sqrt{\Delta^2/4 - \Gamma_3^2}$). В связи с этим существует минимально допустимая фазовая расстройка взаимодействующих волн, когда подкоренное выражение положительно и, как следствие, параметр $\lambda_{\text{low}}^{\text{CIA}}$ становится действительным:

$$\Delta^{\text{CIA}} \geq 2\sqrt{\Gamma_3^2 + \Gamma_2^2}. \quad (4)$$

В случае высокочастотной накачки в приближении заданной интенсивности это выражение имеет вид $\lambda_{\text{high}}^{\text{CIA}} = \sqrt{\Delta^2/4 + \Gamma_3^2 - \Gamma_2^2}$ (в приближении заданного поля $\lambda_{\text{high}}^{\text{CFA}} = \sqrt{\Delta^2/4 + \Gamma_3^2}$) и подобного ограничения нет, т. к. $\Gamma_3 > \Gamma_2$ по определению. Как следствие, при высокочастотной накачке подкоренное выражение остается положительным при любых значениях фазовой расстройки вплоть до нулевых.

При малой фазовой расстройке, когда $\Delta^{\text{CIA}} < 2\sqrt{\Gamma_3^2 + \Gamma_2^2}$, параметр $\lambda_{\text{low}}^{\text{CIA}}$ становится комплексным, вследствие чего нужно в (3) перейти к гиперболическим функциям косинуса и синуса.

Как видно из (4), при низкочастотной накачке необходимо работать вдали от условия фазового синхронизма, чтобы выполнялось условие положительности подкоренного выражения. Следует отметить, что режим сильных фазовых отстроек требует при этом значительного усиления на частоте исследуемой волны. Данное минимально допустимое значение фазовой расстройки (см. (4)) зависит как от входного значения интенсивности накачки I_{30} , так и от интенсивности холостой волны I_{20} через параметры $\Gamma_{2,3}$. Изменяя интенсивность накачки, можно варьировать величину минимальной фазовой расстройки, а следовательно, диапазон перестройки частоты холостой волны. Как известно, частоту генерации можно также перестраивать, изменяя частоту накачки.

В приближении заданной интенсивности в случае увеличения входной интенсивности холостой волны минимально допустимая величина фазовой расстройки растет. Если при $I_{20}/I_{30} = 0.1$ и $\Gamma_3 = 1 \text{ см}^{-1}$ согласно формуле (4) минимальное $\Delta^{\text{CIA}} = 2\Gamma_3\sqrt{1 + I_{20}/I_{30}} = 2.097768$, то при $I_{20}/I_{30} = 0.5$ ($\Gamma_3 = 1 \text{ см}^{-1}$) соответствующая фазовая расстройка составляет уже 2.44949. Рост минимальной фазовой расстройки объясняется ненулевым параметром γ_3 , входящим в подкоренное выражение через Γ_2 и учитывающим обратное действие волны накачки на сигнальную волну. В приближении заданного поля $\gamma_3 = 0$, поэтому минимальная фазовая расстройка Δ^{CFA} постоянна, не зависит от входной интенсивности холостой волны (см. выражение для $\lambda_{\text{low}}^{\text{CFA}}$) и равна 2.0.

Анализ динамики взаимодействия в «левой» среде показывает следующее. Основное отличие поведения сигнальной волны от ее поведения в обычной квадратичной нелинейной среде связано со встречным направлением

скорости переноса энергии сигнальной волны относительно ее фазовой скорости. Из (3) следует зависимость поля сигнальной волны (через граничные условия) от полной длины метаматериала l . В процессе распространения волн в нелинейной среде в результате нелинейного взаимодействия происходит энергообмен между встречными волновыми пакетами двух типов волн: прямых (волна накачки и холостая волна) и обратной (сигнальная волна). В результате происходит перекачка энергии волны накачки и холостой волны в энергию сигнальной волны. Эффективность этого процесса зависит от фазового соотношения между взаимодействующими волнами.

Введем два важных параметра, определяющих динамику процесса усиления и эффективности преобразования в метаматериале при низкочастотной накачке. Это эффективность частотного преобразования сигнальной волны в среде длиной z ,

$$\eta_1 = \frac{I_1(z)}{I_{20}},$$

и коэффициент усиления сигнальной волны (при $A_{20} = 0$)

$$\eta_{\text{ampl}} = \frac{I_1^{\text{output}}(z=0)}{I_1^{\text{input}}(z=l)} = \frac{I_1(z=0)}{I_l}.$$

Сперва определим эффективность преобразования в случае, когда в метаматериал сигнал на высокой частоте справа не подается, т. е. при $A_{1l} = 0$. Тогда комплексная амплитуда сигнальной волны определяется по формуле (3), а параметр C преобразуется к виду

$$C' = -\frac{i(\gamma_1/\lambda)A_{20}A_{30}\exp[i(\varphi_{20} + \varphi_{30})]\sin\lambda l}{\cos\lambda l + i(\Delta/2\lambda)\sin\lambda l}.$$

Для этого случая найдем такой практически важный параметр, как эффективность сигнальной волны на выходе из метаматериала слева, $\eta_1 = I_1(z=0)/I_{20}$, имеющий смысл коэффициента отражения зеркала, роль которого играет метаматериал:

$$\eta_1(z=0) = \frac{\Gamma_3^2 \sin^2 \lambda l}{\lambda^2 \cos^2 \lambda l + (\Delta^2/4) \sin^2 \lambda l}. \quad (5)$$

Выражение (5) аналогично соответствующему выражению для случая высокочастотной накачки. Различие только в значении параметра λ , которое существенно отличает динамику процессов при низкочастотной ($\lambda_{\text{low}}^{\text{CIA}}$) и высокочастотной ($\lambda_{\text{high}}^{\text{CIA}}$) накачках. Если при высокочастотной накачке процесс аналогичен генерации обратной волны на разностной частоте, то при низкочастотной накачке он совпадает с генерацией обратной волны на суммарной частоте. Из (5) следует, что существуют оптимальные значения как интенсивности основного излучения, так и фазовой расстройки, при которых эффективность преобразования на выходе из метаматериала максимальна.

В отсутствие холостой волны на входе в метаматериал слева, т. е. при $A_{20} = 0$, найдем второй практически важный параметр – коэффициент усиления сигнальной волны на выходе из метаматериала, который имеет смысл коэффициента пропускания. Из (3) для коэффициента усиления сигнальной волны на выходе из метаматериала получаем

$$\eta_{\text{ampl}} = \frac{1}{\cos^2 \lambda l + (\Delta/2\lambda)^2 \sin^2 \lambda l}. \tag{6}$$

Из (6) можно получить уравнение, численное решение которого позволит определить оптимальное значение фазовой расстройки при заданных интенсивностях накачки и холостой волны:

$$\tan \lambda l = \lambda l \left[1 - \left(\frac{\Delta}{2\lambda} \right)^2 \right]. \tag{7}$$

Теперь рассмотрим общий случай, когда на входе в метаматериал справа и слева присутствуют все три волны. Тогда из (3) для $\eta'_{\text{ampl}} = I_1^{\text{output}}(z)/I_1^{\text{input}}(z=l)$ получаем (при $\varphi_{1,2,3,0} = 0$)

$$\eta'_{\text{ampl}}(z) = \frac{[\cos(\Delta/2)\cos \lambda z - (\Delta/2\lambda)\sin(\Delta/2)\sin \lambda z]^2}{\cos^2 \lambda l + (\Delta/2\lambda)^2 \sin^2 \lambda l} + \frac{[\sin(\Delta/2)\cos \lambda z + (\Delta/2\lambda)\cos(\Delta/2)\sin \lambda z - a \sin \lambda(l-z)]^2}{\cos^2 \lambda l + (\Delta/2\lambda)^2 \sin^2 \lambda l}, \tag{8}$$

где

$$a = \frac{\gamma_1 A_{20} A_{30}}{\lambda A_{1l}}.$$

3. Обсуждение полученных результатов

Ниже приведены результаты численного анализа полученных аналитических выражений. Сперва проанализируем, согласно (5), эффективность преобразования η_1 энергии двух прямых волн – накачки и холостой волны – в энергию обратной сигнальной волны.

На рис.1 представлено поведение η_1 в зависимости от полной длины метаматериала при разных фазовых расстройках и интенсивностях холостой волны на входе в метаматериал в приближении заданной интенсивности. Здесь же пунктирными линиями даны результаты расчета в приближении заданного поля. Различие в поведении зависимостей в обоих приближениях объясняется ненулевым параметром γ_3 в приближении заданной интенсивности, учитывающем обратное действие волны накачки на сигнальную волну.

В случае ненулевых значений $\lambda_{\text{low}}^{\text{CIA}}$ (см. (4)) наблюдаются осцилляции эффективности преобразования в сиг-

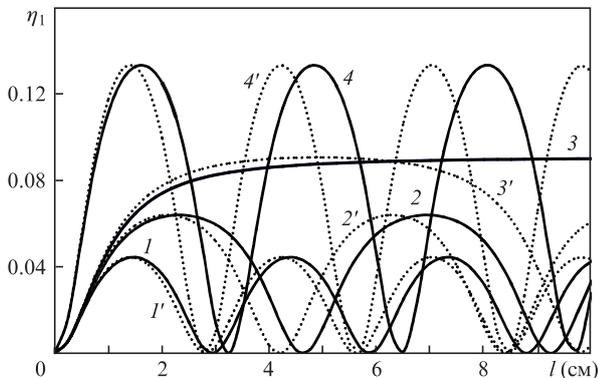


Рис.1. Зависимости эффективности преобразования в сигнальную волну $\eta_1 = I_1(z)/I_{20}$ от полной длины метаматериала l , полученные в приближении заданной интенсивности, для $I_{1l} = 0$, $\Gamma_3 = 1 \text{ см}^{-1}$ при $\Delta = 3 \text{ см}^{-1}$ (1, 4), 2.5 см^{-1} (2) и 2.097688 см^{-1} (3), $I_{20}/I_{30} = 0.1$ (1 – 3) и 0.3 (4). Здесь же приведены соответствующие зависимости, полученные в приближении заданного поля (1' – 4').

нальную волну (кривые 1, 2 и 4). Для каждого значения фазовой расстройки существует оптимальное значение полной длины метаматериала, при которой эффективность преобразования максимальна. В данном случае оптимальное значение полной длины метаматериала играет роль так называемой когерентной полной длины нелинейной среды, понятие, которое в обычной среде характерно для текущей длины материала. С ростом фазовой расстройки амплитуда осцилляций падает, а их частота растет (кривые 1 и 2).

Согласно (4), при $I_{20}/I_{30} = 0.1$ выражение $\lambda_{\text{low}}^{\text{CIA}} = \sqrt{\Delta^2/4 - \Gamma_3^2 - \Gamma_2^2} = 0$ при $\Delta = 2.097768 \text{ см}^{-1}$, и зависимость $\eta(l)$ выходит на горизонтальный участок (кривая 3). Подобное поведение зависимости, полученное в приближении заданной интенсивности, согласуется с результатом строгого рассмотрения эффективности преобразования, описываемым эллиптической функцией Якоби, которая в случае нулевого значения подкоренного выражения равна гиперболическому тангенсу [37, 40].

С увеличением входной интенсивности холостой волны наблюдается рост эффективности преобразования (кривые 1 и 4) и смещение максимумов и минимумов осцилляций для сплошных кривых, полученных в приближении заданной интенсивности, когда $\Gamma_2 \neq 0$. Расстояние между двумя соседними минимумами, т.е. период осцилляций, можно легко определить из (3). В приближении заданного поля, когда параметр $\Gamma_2 = 0$, смещение отсутствует и максимумы и минимумы точечных кривых 1' и 4' совпадают. При увеличении входной интенсивности холостой волны в три раза эффективность преобразования также растет почти в три раза, от 4.4% до 13%.

На рис.2 показана динамика процесса усиления сигнальной волны при ее распространении в метаматериале, $\eta_{\text{ampl}} = I_1^{\text{output}}(z)/I_1^{\text{input}}(z=l)$, в случае четырех фазовых расстроек, две из которых являются решениями уравнения (7): $\Delta_{\text{opt}1} = 5.9484 \text{ см}^{-1}$ (кривая 2), $\Delta_{\text{opt}2} = 12.42 \text{ см}^{-1}$ (кривая 4) при $\Gamma_3 = 1 \text{ см}^{-1}$ и $l = 1 \text{ см}$. Из сравнения кривых видно, что при оптимальных значениях фазовой расстройки наблюдается параметрическое усиление обратной волны, т.е. $\eta_{\text{ampl}} > 1$.

На рис.3 приведены зависимости коэффициента усиления сигнальной волны на выходе метаматериала, $\eta_{\text{ampl}} = I_1^{\text{output}}(z=0)/I_1^{\text{input}}(z=l)$, от полной длины метаматериала l в отсутствие холостой волны на входе. Наблюдаются две группы зависимостей. Когда фазовая расстройка между взаимодействующими волнами больше минимально допустимого значения $\Delta^{\text{CIA}} \geq 2\sqrt{\Gamma_3^2 + \Gamma_2^2}$, зависимости осциллируют (кривые 3–5). В противном случае зави-

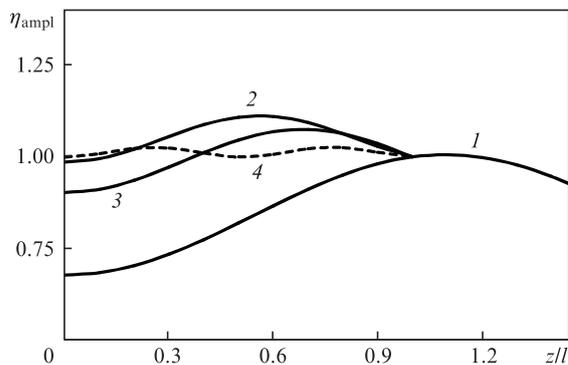


Рис.2. Зависимости коэффициента усиления $\eta_{\text{ampl}} = I_1(z)/I_{1l}$ от приведенной длины метаматериала для $I_{20} = 0$, $l = 1 \text{ см}$, $\Gamma_3 = 1 \text{ см}^{-1}$ при $\Delta = 3.5 \text{ см}^{-1}$ (1), 5 см^{-1} (3), $\Delta_{\text{opt}1} = 5.9484 \text{ см}^{-1}$ (2) и $\Delta_{\text{opt}2} = 12.42 \text{ см}^{-1}$ (4).

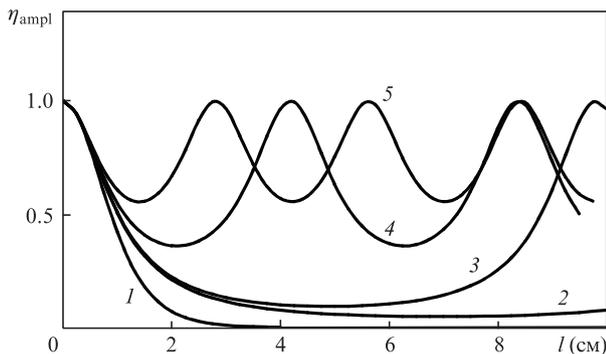


Рис.3. Зависимости коэффициента усиления $\eta_{\text{ampl}} = I_1(z)/I_{1l}$ от полной длины метаматериала l для $I_{20} = 0$ и $\Gamma_3 = 1 \text{ см}^{-1}$ при $\Delta = 0$ (1), 2.05 см^{-1} (2), 2.1 см^{-1} (3), 2.5 см^{-1} (4) и 3 см^{-1} (5).

симости определяются поведением гиперболических функций синуса и косинуса, и осцилляции отсутствуют (кривые 1 и 2). С ростом фазовой расстройки частота осцилляций η_{ampl} растет, а глубина модуляции уменьшается.

На рис.4 приведены результаты численного анализа выражения (8) в случае ненулевых значений входных интенсивностей накачки, холостой и сигнальной волн. Из сравнения кривых видно, что существенного усиления сигнальной волны можно достичь варьированием входной интенсивности как волны накачки, так и холостой волны. Увеличение интенсивности холостой волны на входе по сравнению с интенсивностью сигнальной в пять раз ведет к значительному (почти в 20 раз) нелинейному росту усиления сигнальной волны (кривые 1 и 6). В то же время изменение входной интенсивности холостой волны по отношению к накачке на входе в пять раз позволяет незначительно, лишь в 1.5 раза, повысить коэффициент усиления η'_{ampl} (кривые 6 и 7). Таким образом, рост коэффициента усиления сигнальной волны в первую очередь зависит от соотношения интенсивностей холостой и сигнальной волн на входе в метаматериал. По-видимому, это объясняется тем, что перекачка энергии от волны накачки и более сильной холостой волны в энергию сигнальной волны происходит более эффективно. Кроме того, из сравнения поведения группы кривых 1, 3, 4, 6 и кривых 2, 5 видно смещение максимумов и минимумов пространственных осцилляций. Смещение происходит на полпериода при изменении отношения I_{20}/I_{1l} от 0.1 до 0.3 (кривые 5 и 6 или 2 и 4). Дальнейший анализ показал, что

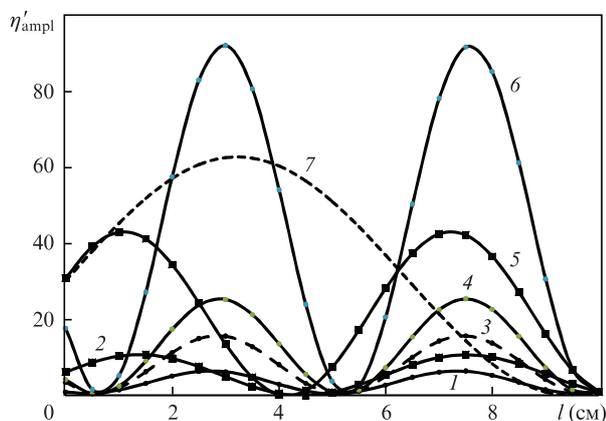


Рис.4. Зависимости коэффициента усиления $\eta'_{\text{ampl}} = I_1(z)/I_{1l}$ от длины метаматериала для $\Gamma_3 = 1 \text{ см}^{-1}$, $l = 10 \text{ см}$, $\Delta = 2.5 \text{ см}^{-1}$ при $I_{20}/I_{30} = 0.1$ (1, 3, 4, 6), 0.3 (2, 5) и 0.5 (7), $I_{20}/I_{1l} = 1$ (1), 5 (3), 10 (2, 4) и 50 (5-7).

подобное смещение не наблюдается в приближении заданного поля, когда $\Gamma_2 = 0$ (подробнее см. выше).

Как известно, для приложений интересна разработка эффективного перестраиваемого параметрического преобразователя частоты. В условиях низкочастотной накачки на базе метаматериала это можно осуществить при достаточной интенсивности волны накачки и холостой волны. При этом перестройка частоты сигнальной волны происходит в малом интервале частот, в пределах которого обеспечивается отрицательное значение показателя преломления. Данный диапазон определяется существующей технологией изготовления метаматериалов. Так, например, к настоящему времени для терагерцового диапазона экспериментально получено, что при частоте сигнальной волны $\omega_1 = 1 \text{ ТГц}$ такой интервал частот составляет сотни МГц, т.е. 0.01% от ω_1 [33-35, 41]. Если еще учесть, что при резонансе коэффициент поглощения резко возрастает, то необходимо исключить интервал частот, соответствующих максимуму поглощения. Это приведет к еще большему сужению рабочего диапазона частот сигнальной волны, в котором выполняются условия существования отрицательной рефракции.

Поскольку конкретный эксперимент по параметрическому взаимодействию нелинейных оптических волн в метаматериалах отсутствует, проведем численную оценку ожидаемой эффективности частотного преобразования при низкочастотной накачке, например для диэлектрических волноводов, отличающихся высокой квадратичной нелинейностью. Рассмотрим метаматериал длиной $l = 2 \text{ см}$, который накачивается лазерным излучением мощностью в несколько ватт, фазовую расстройку Δ будем считать равной $5 - 6 \text{ см}^{-1}$, полагая коэффициенты нелинейной связи $\gamma_{1,2} \approx 1 \text{ см}^{-1} \cdot \text{Вт}^{-1/2}$ [33, 41]. Результаты соответствующего расчета для $\eta_1(z)$ с использованием выражения (5) для входных интенсивностей сигнальной волны $I_{20}/I_{30} = 0.1$ и 0.2 представлены на рис.5 (кривые 1-4). Как следует из поведения зависимостей, с увеличением интенсивности сигнальной волны I_{1l} на входе (справа в два раза коэффициент усиления на выходе слева из метаматериала $I_1(z=0)$ также растет в два раза (кривые 2, 4), при этом оптимальная мощность накачки равна 2.85 Вт. Отсюда выбором большей интенсивности обратной волны на входе метаматериала можно реализовать более интенсивную сигнальную волну на выходе из него.

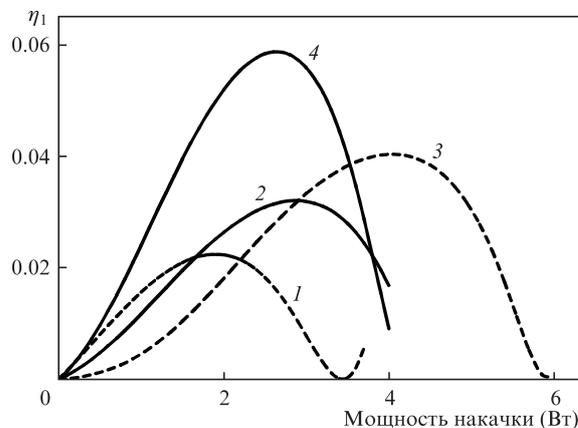


Рис.5. Зависимости эффективности преобразования в сигнальную волну $\eta_1 = I_1(z=0)/I_{20}$ от мощности накачки для $I_{1l} = 0$ при $I_{20}/I_{30} = 0.1$ (1-3) и 0.2 (4) при $\Delta = 5 \text{ см}^{-1}$ (3), 5.5 см^{-1} (2, 4) и 6 см^{-1} (3).

Таким образом, согласно полученным в работе аналитическим выражениям в приближении заданной интенсивности, можно рассчитывать ожидаемые значения коэффициента усиления и эффективности преобразования в метаматериале при низкочастотной накачке для каждого конкретного условия эксперимента. Выбор оптимальных параметров интенсивности накачки, полной длины метаматериала и фазовой расстройки облегчит осуществление режимов эффективного усиления и генерации сигнальной волны. Разработанный метод может быть востребован при разработке частотных преобразователей на базе нелинейных метаматериалов.

4. Заключение

В работе с учетом фазовых эффектов рассмотрено параметрическое взаимодействие волн при низкочастотной накачке в квадратичной среде, являющейся «левой» для сигнальной волны. Получено аналитическое выражение для интенсивности сигнальной волны для общего случая трехволнового взаимодействия в метаматериале. Рассмотрено влияние различных параметров на коэффициент усиления сигнальной волны и эффективность преобразования в сигнальную волну. Проанализированы особенности процесса в этом случае. Получено, что эффективность процесса усиления сигнальной волны тем выше, чем больше отношение интенсивностей холостой и сигнальной волн на входе в метаматериал. Рост интенсивности холостой волны на входе по сравнению с интенсивностью сигнальной волны в пять раз ведет к нелинейному росту усиления последней почти в 20 раз. Определены оптимальные значения интенсивности накачки, полной длины метаматериала и фазовой расстройки, позволяющие получить максимум преобразования на требуемой частоте. Кроме того, можно реализовать плавную перестройку частоты параметрического преобразователя при значительных интенсивностях волны накачки и холостой волны.

Следующим этапом исследований будет рассмотрение нестационарной задачи параметрического взаимодействия встречных оптических волн в приближении заданной интенсивности.

Работа выполнена при поддержке Фонда развития науки при президенте Азербайджанской Республики, грант № EIF-2013-9(15)-46/04/1.

1. Lamb H. *Proc. London Math. Soc.*, **1** (2), 473 (1904).
2. Мандельштам Л.И. *ЖЭТФ*, **15**, 475 (1945).
3. Сивухин Д.В. *Оптика и спектроскопия*, **3** (4), 308 (1957).
4. Агранович В.Н., Гинзбург В.Л. *Кристаллооптика с учетом пространственной дисперсии и теория экситонов* (М.: Наука, 1965. с. 376).
5. Веселаго В.Г. *УФН*, **92** (3), 517 (1967) [*Sov. Phys. Usp.*, **10**, 509 (1968)].
6. Лагарьков А.Н., Кисель В.Н., Сарычев А.К., Семенов В.Н. *ТВТ*, **48** (6) 1031 (2010).
7. Smalley J.S.T., Vallini F., Montoya S.A., Ferrari L., Shahin S., Riley C.T., Kanté B, Fullerton E.E., Liu Z., Fainman Y. *Nature Commun.*, **8**, 13793 (2017).
8. Климов В.В. *УФН*, **178**, 875 (2008) [*Phys. Usp.*, **178**, 875 (2008)].

9. Shumin Xiao, Drachev V.P., Kildishev A.V., Xingjie Ni, Chettiar U.K., Hsiao-Kuan Yuan, Shalae V.M. *Nature*, **466**, 735 (2010).
10. Shadrivov I.V., Zharov A.A., Kivshar Y.S. *J. Opt. Soc. Am. B*, **23** (3), 529 (2006)].
11. Shadrivov I.V., Zharov A.A., Kivshar Y.S. arXiv: physics/0506092 2005.
12. Popov A.K., Shalae V.M. *Appl. Phys. B*, **84**, 131 (2006).
13. Popov A.K., Myslivets S.A., Shalae V.M. *Physica B*, **405** 2999 (2010).
14. Popov A.K., Shalae V.M. arXiv: physics/0601055 2006.
15. Klein M.W., Wegener M., Feth N., Linden S. *Science*, **313**, 502 (2006).
16. Roppo V., Centini M., Sibilia C., Bertolotti M., de Ceglia D., Scalora M., Akozbek N., Bloemer M.J., Haus J.H., Kosareva O.G., Kandidov V.P. *Phys. Rev. A*, **76** (3), 033829 (2007).
17. Roppo V., Ciraci C., Cojocar C., Scalora M. *J. Opt. Soc. Am. B*, **27** (8), 1671 (2010).
18. Kudyshev Zh., Gabitov I., Maimistov A. *Phys. Rev. A*, **87**, 063840 (2013).
19. Scalora M., Vincenti M.A., De Ceglia D., Roppo V., Centini M., Akozbek N., Bloemer M.J. *Phys. Rev. A*, **82**, 043828 (2010).
20. Klein M.W., Wegener M., Feth N., Linden S. *Opt. Express*, **15** (8), 5238 (2007);
21. Остроухова Е.И. Маймистов А.И. *Оптика и спектроскопия*, **112** (2), 281 (2012) [*Opt. Spectrosc.*, **112** (2), 255 (2012)].
22. Остроухова Е.И. Маймистов А.И. *Оптика и спектроскопия*, **115** (3), 431 (2013) [*Opt. Spectrosc.*, **115** (3), 378 (2013)].
23. Basov N.G., Zubarev I.G. *Nature*, **8**, 8 (1980).
24. Райнтгес Дж. *Нелинейные оптические параметрические процессы в жидкостях и газах* (М.: Мир, 1987, с. 510).
25. Тагиев З.А., Касумова Р.Дж., Салманова Р.А. *Оптика и спектроскопия*, **87** (1), 94 (1999) [*Opt. Spectrosc.*, **87** (1), 86 (1999)].
26. Волков В.В., Чиркин А.С. *Квантовая электроника*, **26** (1), 82 (1999) [*Quantum Electron.*, **29** (1), 82 (1999)].
27. Слабко В.В., Попов А.К., Мысливец С.А., Рассказова Е.В., Ткаченко В.А., Москалев А.К. *Квантовая электроника*, **45** (12), 1151 (2015) [*Quantum Electron.*, **45** (12), 1151 (2015)].
28. Zhang S. et al. *Phys. Rev. Lett.*, **95**, 137404 (2005).
29. Cai W., Shalae V.M. *Optical Metamaterials: Fundamentals and Applications* (New York: Springer, 2010).
30. Klein M.W., Enkrich C., Wegener M., Linden S. *Opt. Express*, **15**, (8), 5238 (2007).
31. Agranovich V.M., Shen Y.R., Vaughman R.H., Zakhidov A.A. *Phys. Rev. B*, **69**, 165112 (2004).
32. Маймистов А.И., Габитов И.Р. *Изв. РАН. Сер. Физич.*, **72**, 744 (2008) [*Bull. Russ. Acad. Sci.*, **72**, 704 (2008)].
33. Kozyrev A.B., Kim H., Weide D.W. *Appl. Phys. Lett.*, **88**, 264101-1 (2006).
34. Padilla W.J., Basov D.N., Smith D.R. *Mater. Today*, **9** (7–8), 28 (2006).
35. Padilla W.J., Taylor A.J. *Phys. Rev. Lett.*, **96**, 107401-1 (2006); Tao H., Padilla W.J., Averitt R.D. *IEEE J. Selected Top. Quantum Electron.*, **17** (1), 92 (2011).
36. Тагиев З.А. Чиркин А.С. *ЖЭТФ*, **73** (4), 1271 (1977) [*Zh. Eksp. Teor. Fiz.*, **73**, 1271 (1977)]; Tagiev Z.H., Kasumova R.J., Salmanova R.A., Kerimova N.V. *J. Opt. B*, **3**, 84 (2001).
37. Дмитриев В.Г., Тарасов Л.В. *Прикладная нелинейная оптика* (М.: Физматгиз, 2004, с. 352).
38. Tagiev Z.H., Kasumova R.J., Gadjeva L.S. *J. Russ. Laser Res.*, **32** (2), 188 (2011); Kasumova R.J., Safarova G.A., Shamilova Sh.A., Kerimova N.V. *Intern. J. Eng. Technol.*, **15** (6), 19 (2015).
39. Чиркин А.С., Шутов И.В. *ЖЭТФ*, **136**, вып. 4 (10), 639 (2009) [*Zh. Eksp. Teor. Fiz.*, **136**, No. 4 (10), 639 (2009)].
40. *Справочник по лазерам. Т.2.* Под ред. А.М.Прохорова (М.: Сов. радио, 1978, с. 400); *Handbook of Lasers with Selected Data on Optical Technology*. Ed. by R.J.Pressley (Cleveland: 1971, p. 300).
41. Сухоруков В.П. *Нелинейные волновые взаимодействия в оптике и радиофизике* (М.: Наука, 1998, с. 232).