

# Амплитудно-фазовая модуляция и спектр излучения диодного лазера с вертикальным резонатором

М.И.Васьковская, В.В.Васильев, С.А.Зибров, В.Л.Величанский, И.В.Акимова, А.П.Богатов, А.Е.Дракин

*Для анализа динамики амплитуды поля лазерной генерации на основе уравнений Максвелла предложен новый подход, в рамках которого развита теория для расчета модуляционных характеристик диодного лазера с вертикальным резонатором в пределе слабой модуляции. Проведенный анализ позволяет исходя из основополагающих принципов последовательно исследовать динамику амплитуды и фазы электромагнитного поля излучения в рамках одной физической модели. В предложенном подходе также дан «рецепт» нахождения необходимых для расчета параметров резонатора лазера. Аналитический расчет, выполненный в приближении «слабого» сигнала, обеспечил хорошее согласие с экспериментом.*

**Ключевые слова:** диодный лазер с вертикальным резонатором, модуляционные характеристики, спектр излучения.

## 1. Введение

Одночастотные перестраиваемые диодные лазеры широко используются в спектроскопии. В этих применениях основным управляемым параметром лазерного излучения служит его оптическая частота (длина волны). Как правило, управление спектром излучения осуществляется за счет изменения оптической длины резонатора лазера и, соответственно, его резонансной частоты. В последнее время возникло и быстро развивается новое спектроскопическое применение диодных лазеров, основанное на эффекте когерентного пленения населенности (КПН). Например, разработка стандартов частоты на этом эффекте в атомах щелочных металлов [1, 2]. В таких применениях требования к спектральным характеристикам излучения иные – необходимо, по меньшей мере, бихроматическое излучение со строго контролируемым спектральным расстоянием (в ГГц диапазоне) между оптическими частотами.

Для этих целей одним из наиболее подходящих вариантов излучателя является диодный лазер с вертикальным резонатором (VCSEL) [3] в режиме модуляции его тока накачки СВЧ составляющей с частотой, требуемой для КПН. Модуляция тока накачки приводит к тому, что изначально одночастотное излучение диодного лазера становится многочастотным, поскольку к основной опти-

ческой частоте как с «синей», так и с «красной» стороны спектра на расстоянии, кратном частоте модуляции, добавляются так называемые боковые частоты (боковые компоненты). Благоприятной особенностью лазера с вертикальным резонатором в этих применениях является свойство его динамической одночастотности. Спектральные расстояния между собственными частотами резонатора из-за его малых размеров находятся, как правило, в ТГц диапазоне, и потери для полей на этих частотах существенно выше, чем для основного типа колебания. В силу вышесказанного генерация в таком лазере во всем рабочем диапазоне токов накачки и СВЧ модуляции может происходить только на одном пространственном (по всем трем индексам) типе колебания. Поэтому как центральная частота, так и ее боковые компоненты, появившиеся в результате модуляции, имеют одну и ту же пространственную конфигурацию.

Эффект КПН и его многочисленные применения подробно рассмотрены в обзорах [2, 4, 5]. Для использования в атомных стандартах частоты к двум компонентам излучения, резонансного атомным переходам, предъявляются следующие требования. Во-первых, амплитуды полей этих компонент должны быть максимально близки (симметрия спектра), а их фазовые флуктуации – скоррелированы. Во-вторых, разность частот этих компонент должна быть равна частоте метрологического 0–0-перехода в сверхтонкой структуре с учетом ее сдвигов (из-за вариаций давления и температуры буферных газов) основного состояния атомов цезия или рубидия. Модуляция тока накачки диодного лазера с вертикальным резонатором на частоте, равной половине частоты метрологического перехода, позволяет наиболее просто выполнить эти требования. Однако, кроме первых резонансных боковых полос, в реальном спектре остается еще несущая частота и появляются боковые полосы высших порядков. Для обеспечения малости световых сдвигов (изменения частоты метрологического перехода из-за возмущающего действия оптических полей) необходима минимизация интенсивности несущей компоненты [6]. В какой мере эти требования можно удовлетворить путем выбора рабоче-

М.И.Васьковская, В.В.Васильев, С.А.Зибров. Физический институт им. П.Н.Лебедева РАН, Россия, 119991 Москва, Ленинский просп., 53; ООО «Новые энергетические технологии», Россия, 117036 Москва, Черемушкинский пр., 5;

В.Л.Величанский. Физический институт им. П.Н.Лебедева РАН, Россия, 119991 Москва, Ленинский просп., 53; Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ», Россия, 115409 Москва, Каширское ш., 31; ООО «Новые энергетические технологии», Россия, 117036 Москва, Черемушкинский пр., 5; e-mail: vlvlab@yandex.ru

И.В.Акимова, А.П.Богатов, А.Е.Дракин. Физический институт им. П.Н.Лебедева РАН, Россия, 119991, Москва, Ленинский просп., 53; e-mail: drakin@sci.lebedev.ru

Поступила в редакцию 23 марта 2017 г.

го режима лазера с вертикальным резонатором, заранее представлялось неочевидным.

Исходя из вышесказанного, цель настоящей работы состояла в том, чтобы на первом этапе выяснить возможности моделирования спектра излучения лазера для КПП-применений в режиме «малого» сигнала модуляции одновременно с экспериментальной проверкой полученных результатов.

## 2. Расчет амплитуд спектральных компонент модулированного излучения лазера, работающего на одной пространственной моде

На рис.1 приведена условная схема конструкции анализируемого лазера [3]. Она включает множество монокристаллических полупроводниковых слоев, выращенных на подложке, которые в совокупности служат брэгговскими зеркалами резонатора. Внутри этих слоев находится один или несколько активных слоев, обладающих усилением. Генерируемое излучение выходит через часть внешней поверхности всей конструкции лазера  $S_{\text{out}}$ , как показано на рисунке.

В начале анализа рассмотрим физическую модель лазера. С точки зрения оптики его конструкция полностью задается функцией пространственного распределения комплексной диэлектрической проницаемости внутри некоторого объема  $V$ , ограниченного с одной стороны поверхностью  $S_{\text{out}}$ , а со всех других сторон – поверхностью  $S_{\text{bound}}$ , на которой световые поля так малы, что ими можно пренебречь. При СВЧ модуляции излучения лазера диэлектрическую проницаемость  $\epsilon$  на частоте световой волны  $\omega$  представим в виде

$$\begin{aligned} \epsilon(r, \omega, N(r, t)) &= \epsilon_0(r, \omega_0, N_s(r)) + \left. \frac{\partial \epsilon}{\partial \omega} \right|_{\omega=\omega_0} \Delta \omega \\ &+ \left. \frac{\partial \epsilon}{\partial N} \right|_{N=N_s(r)} \Delta N(r, t), \\ \left. \frac{\partial \epsilon}{\partial N} \right|_{N=N_s} &= -\frac{\sigma(\omega_0)n}{k_0}(R + i). \end{aligned} \quad (1)$$

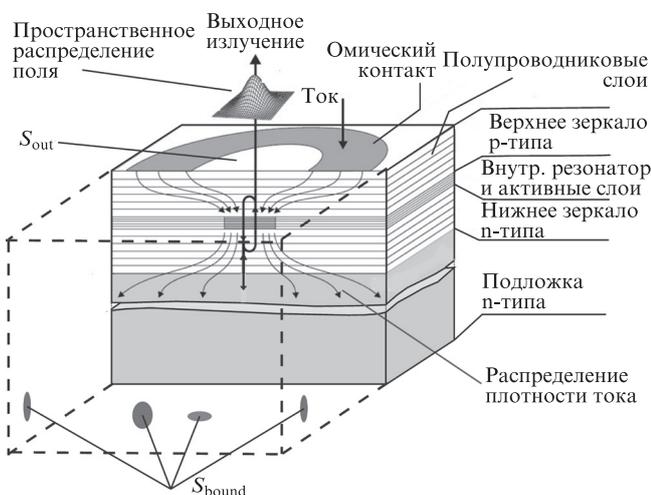


Рис.1. Условная схема конструкции диодного лазера, излучающего с поверхности [3]. Выход излучения происходит через часть верхней поверхности  $S_{\text{out}}$ , на остальной части этой поверхности и на поверхностях  $S_{\text{bound}}$  оптические поля пренебрежимо малы.

Здесь  $\omega_0$  и  $\epsilon_0$  – частота лазерной генерации и диэлектрическая проницаемость для стационарного случая (отсутствие какой-либо модулирующей компоненты в токе накачки:  $J(t) = J_0 = \text{const}$ );  $k_0 = \omega_0/c$ ;  $c$  – скорость света;  $\Delta \omega = \omega - \omega_0$ ;  $N(r, t)$  – концентрация инжектированных электронов при модуляции тока;  $N_s(r)$  – концентрация инжектированных электронов для стационарного случая, обеспечивающая необходимое усиление для лазерной генерации (пороговая концентрация);  $\Delta N(r, t) = N(r, t) - N_s(r)$ ;  $\sigma(\omega_0)$  – сечение стимулированного перехода (дифференциальное усиление);  $n$  – показатель преломления активного слоя;  $R$  – безразмерный коэффициент амплитудно-фазовой связи.

Концентрацию инжектированных электронов  $N(r, t)$  будем рассматривать в факторизованном виде:  $N(r, t) = N(t)f(r)$ , где безразмерную функцию пространственного распределения электронов  $f(r)$  примем как нормированную на единицу в начале координат, т.е.  $f(0, 0, 0) = 1$ , и, кроме того, будем считать, что она сохраняет свой вид во всем диапазоне рабочих токов накачки и соответствующей им выходной мощности. Основанием для такого приближения служит тот факт, что размеры активной области рассматриваемых лазеров, как правило, много меньше или не превышают длину диффузии электронов. Тогда  $\Delta N(r, t) = (N(t) - N_{\text{th}})f(r)$ , где  $N_{\text{th}}$  – пороговое значение концентрации инжектированных носителей в центре активной области.

Используя то важное обстоятельство, что во всем рабочем диапазоне выходных мощностей лазера пространственная конфигурация амплитуды напряженности поля световой волны  $\mathcal{E}(r, t)$  остается неизменной, комплексную часть амплитуды также можно представить в факторизованном виде. Для стационарного случая и постоянного тока накачки  $J_0$ , заведомо превышающего пороговое значение  $J_{\text{th}}$ , эту амплитуду представим как

$$\mathcal{E}_0(r, t) = \frac{1}{2}[E_0 e^{-i\omega_0 t} \mathbf{u}(r) + \text{к. с.}] \quad (2)$$

Комплексная вектор-функция  $\mathbf{u}(r)$  характеризует пространственное распределение амплитуды в объеме  $V$ . Для определенности, не теряя общности анализа, нормируем  $\mathbf{u}(r)$  так, чтобы ее модуль в центре активной области с координатами  $r = (0, 0, 0)$  был равен единице, т.е.  $|\mathbf{u}(0, 0, 0)|^2 = 1$ . Везде далее мы считаем, что  $\mathbf{u}(r)$  нам уже известна как решение независимой задачи, определяемой уравнениями Максвелла для стационарного монохроматического поля (2) с соответствующими граничными условиями:

$$E_0 e^{-i\omega_0 t} \text{rot rot } \mathbf{u}(r) = k_0^2 \epsilon_0(r, N_s(r), \omega_0) E_0 e^{-i\omega_0 t} \mathbf{u}(r). \quad (3)$$

Модуляция тока накачки  $J(t)$  переменной составляющей на частоте  $\Omega$  приведет к модуляции концентрации электронов  $N(t)$ , а значит, к модуляции амплитуды и фазы лазерного излучения. Для нашего случая амплитуду поля этого излучения  $\mathcal{E}(r, t)$ , ток накачки  $J(t)$  и концентрацию электронов  $N(t)$  можно представить как

$$\mathcal{E}(r, t) = \frac{1}{2} \{ [E_0 e^{-i\omega_0 t} + E_1 e^{-i\omega_1 t} + E_{-1} e^{-i\omega_{-1} t}] \mathbf{u}(r) + \text{к. с.} \}, \quad (4)$$

$$J(t) = J_0 + J_{\text{th}} m(e^{-i\Omega t} + \text{к. с.}), \quad (5)$$

$$N(t) = N_{\text{th}} + (\delta N e^{-i\Omega t} + \text{к. с.}),$$

где  $\omega_{\pm 1} = \omega_0 \pm \Omega$ ;  $m = \delta J / (2J_{th})$  – безразмерный параметр;  $\delta J$  и  $\delta N$  – амплитуды СВЧ модуляции тока и концентрации электронов. Приближение «малого» сигнала в нашей модели означает, что выполняется неравенство

$$|E_{\pm 1}| \ll |E_0|; \quad |\delta N| \ll N_{th}, \quad m \ll J_0 / (2J_{th}) \quad (6)$$

и в анализе пренебрегается величинами выше первого порядка малости по отношению к указанным в (6). Сформулированная физическая модель позволяет найти  $E_{\pm 1}$  в аналитическом виде.

Следует отметить, что представление поля, которое генерируется источниками, описываемыми в уравнении Максвелла членом  $c^{-1}(\partial D / \partial t)$ , в виде выражения (4) является не вполне корректным. Если иметь в виду полное представление поля, то в нашем случае равенство (4) должно быть дополнено еще полями, имеющими другую координатную зависимость. Например, полями других поперечных мод, ортогональных к полю (4), полями рассеянного излучения и локальными полями. Однако можно показать, что вклад таких полей при описанной ниже процедуре интегрирования слишком мал, чтобы влиять на результат. Учитывая это, представление результирующего поля в виде (4) допустимо.

Далее подставим выражение для амплитуды модулированного поля (4) в уравнение Максвелла и получим уравнение, аналогичное (3), но уже с  $\varepsilon(r, \omega, N)$  в виде (1) для каждой рассматриваемой частоты. С целью выделения амплитуд  $E_{\pm 1}$  из полного поля используем условия ортогональности собственных мод резонатора [7], для чего умножим обе части этого уравнения на  $\mathbf{u}(r)$ , проинтегрируем по всему объему  $V$  и выделим отдельно члены с одинаковыми частотами  $\omega_{\pm 1} = \omega_0 \pm \Omega$ . Учитывая соотношение (3), в результате получим два уравнения для амплитуд  $E_1$  и  $E_{-1}$ :

$$E_1 \int_V |\mathbf{u}(r)|^2 \{k_1^2 \tilde{\varepsilon}(r, \omega_1) - k_0^2 \varepsilon_0(r, \omega_0, N_s(r))\} dV + E_0 k_1^2 \frac{\partial \varepsilon}{\partial N} \delta N \int_V \mathbf{u}^2(r) f(r) dV = 0, \quad (7)$$

$$E_{-1} \int_V \mathbf{u}^2(r) \{k_{-1}^2 \tilde{\varepsilon}(r, \omega_{-1}) - k_0^2 \varepsilon_0(r, \omega_0, N_s(r))\} dV + E_0 k_{-1}^2 \frac{\partial \varepsilon}{\partial N} \delta N^* \int_V |\mathbf{u}(r)|^2 f(r) dV = 0, \quad (8)$$

$$\tilde{\varepsilon}(r, \omega_{\pm 1}) = \varepsilon_0(r, \omega_0, N_s(r)) \pm \Omega \frac{\partial \varepsilon}{\partial \omega} \Big|_{\omega = \omega_0}, \quad k_{\pm 1} = \frac{\omega_0 \pm \Omega}{c}.$$

Опуская в (7) и (8) члены, пропорциональные  $\Omega^2$  и  $\Omega \delta N$ , и нормируя на

$$V_0 = \int_V \varepsilon_0(r, \omega_0, N_s(r)) |\mathbf{u}(r)|^2 dV,$$

получим следующие уравнения для  $E_1$  и  $E_{-1}$ :

$$E_1 \frac{2k_0 \Omega}{c} (1 + \xi) + E_0 k_0^2 \Gamma \frac{\partial \varepsilon}{\partial N} \delta N = 0, \quad (9)$$

$$E_{-1} \frac{-2k_0 \Omega}{c} (1 + \xi) + E_0 k_0^2 \Gamma \frac{\partial \varepsilon}{\partial N} \delta N^* = 0, \quad (10)$$

где введены безразмерные коэффициенты  $\xi$  и  $\Gamma$ :

$$\xi = \frac{\omega_0}{2V_0} \int_V \mathbf{u}^2(r) \frac{\partial \varepsilon}{\partial \omega} \Big|_{\omega = \omega_0} dV, \quad (11)$$

$$\Gamma = \frac{1}{V_0} \int_V |\mathbf{u}(r)|^2 f(r) dV.$$

Здесь  $\xi$  характеризует вклад дисперсии в энергию и ее диссипацию в резонаторе;  $\Gamma$  характеризует долю объема активной области в общем объеме резонатора и представляет собой некий аналог коэффициента оптического ограничения, который присутствует при расчетах, например, для торцевых лазерных диодов.

Для решения уравнений (9), (10) осталось найти только  $\delta N$ . Это можно сделать, используя уравнение баланса для концентрации электронов в центре активной области. Мощность, передаваемая активной средой с единичным объемом электромагнитному полю, равна  $\omega |\mathcal{E}(r, t)|^2 \varepsilon'' / (4\pi)$ , а энергия, которая приходится на один электрон, равна  $\hbar \omega$ . Поэтому для центра активной области можно записать

$$\frac{dN(t)}{dt} + \frac{N(t)}{\tau} + \frac{(N(t) - N_{tr}) \sigma c n}{8\pi \hbar \omega} |E_0 \exp(-i\omega_0 t) + E_1 \exp(-i\omega_1 t) + E_{-1} \exp(-i\omega_{-1} t)|^2 - \frac{J(t)}{e V_{act}} = 0, \quad (12)$$

$$V_{act} = \int_V f(r) dV,$$

где  $\tau$  – спонтанное время жизни возбужденного состояния электрона;  $N_{tr}$  – концентрация «прозрачности»;  $e$  – заряд электрона;  $V_{act}$  – эффективный объем активной области. Подставляя в уравнение (12) выражения (5) для  $N(t)$  и  $J(t)$  и отделяя стационарные члены от осциллирующих на частоте  $\Omega$ , получим для стационарной части

$$\frac{N_{th}}{\tau} + \frac{\sigma(N_{th} - N_{tr})cn}{8\pi \hbar \omega} |E_0|^2 - \frac{J_0}{e V_{act}} = 0. \quad (13)$$

Учитывая, что на пороге генерации  $J_{th}$  амплитуда поля лазерного излучения равна нулю, из уравнения (13) следует равенство

$$\frac{\sigma(N_{th} - N_{tr})cn}{8\pi \hbar \omega} |E_0|^2 = \eta \frac{N_{th}}{\tau}, \quad (14)$$

где  $\eta = (J_0 - J_{th})/J_{th}$  представляет собой относительное превышение накачки над порогом генерации  $J_{th}$ . В свою очередь, для осциллирующей концентрации  $\delta N$  из уравнения (12) с учетом (14) получим

$$\delta N = N_{th} \left\{ m - \eta \frac{E_0^* E_1 + E_0 E_{-1}^*}{|E_0|^2} \right\} (1 + \eta \theta - i \Omega \tau)^{-1}, \quad (15)$$

$$\theta = \frac{N_{th}}{N_{th} - N_{tr}}.$$

Уравнение (15) совместно с уравнениями (9) и (10) образуют полную систему для нахождения  $\delta N$  и  $E_{\pm 1}$ . Для этого удобно перейти от  $E_{\pm 1}$  к безразмерным  $v_{\pm 1}$  согласно соотношению  $E_{\pm 1} = v_{\pm 1} E_0$  и вместо уравнения (10) использовать его комплексно сопряженный вариант. Подставляя

$\delta N$  из (15) в уравнения (9), (10), в результате получим систему двух линейных уравнений относительно  $v_{\pm 1}$ :

$$\begin{aligned} v_1 - (\tilde{R} + i)a(\Omega)[m - \eta(v_1 + v_{-1}^*)] &= 0, \\ v_{-1}^* + (\tilde{R} - i)a(\Omega)[m - \eta(v_1 + v_{-1}^*)] &= 0. \end{aligned} \tag{16}$$

Здесь использованы обозначения:

$$\begin{aligned} \tilde{R} &= \text{Re}[\Gamma(R + i)/(1 + \xi)]/\tilde{\Gamma}; \\ \tilde{\Gamma} &= \text{Im}[\Gamma(R + i)/(1 + \xi)]; \end{aligned} \tag{17}$$

$$a(\Omega) = \frac{\Omega_0}{2\Omega(1 + \eta\theta - i\Omega\tau)}; \quad \Omega_0 = \tilde{\Gamma}\sigma N_0 c n. \tag{18}$$

Решение системы (16) имеет вид

$$\begin{aligned} v_1 &= \frac{m(\tilde{R} + i)}{2} \frac{\Omega_0}{\Omega(1 + \eta\theta) + i(\eta\Omega_0 - \Omega^2\tau)}; \\ v_{-1} &= v_1^* \frac{\tilde{R} + i}{i - \tilde{R}} \end{aligned} \tag{19}$$

Тогда на частотах  $\omega_{\pm 1} = \omega_0 \pm \Omega$  интенсивность излучения  $I_{\pm 1} = I_0 |v_{\pm 1}|^2$ .

Наличие в излучении трех спектральных компонент на частотах  $\omega_0$  и  $\omega_{\pm 1}$  можно представить как амплитудно-фазовую модуляцию излучения на центральной частоте  $\omega_0$ . Например, если суммарную мощность излучения  $\mathcal{P}(t)$  записать как  $\mathcal{P}(t) \approx \mathcal{P}_0 + \delta\mathcal{P} \sin(\Omega t + \phi)$ , то для амплитуды модуляции суммарной мощности выходного пучка  $\delta\mathcal{P}$  и ее сдвига по фазе  $\phi$  относительно тока модуляции получим

$$\begin{aligned} \delta\mathcal{P} &\approx 2m\mathcal{P}_0 \left| \frac{\Omega_0}{\Omega(1 + \eta\theta) + i(\eta\Omega_0 - \Omega^2\tau)} \right|; \\ \tan \phi &\approx \frac{\eta\Omega_0 - \Omega^2\tau}{\Omega(1 + \eta\theta)}, \end{aligned} \tag{20}$$

где  $\mathcal{P}_0$  – мощность в стационарном режиме (без модуляции). Для представления фазовой модуляции заменим выражение (4) для зависимости амплитуды поля от времени на приближенное:

$$\begin{aligned} E_0 \exp(-i\omega_0 t) + E_1 \exp(-i\omega_1 t) + E_{-1} \exp(-i\omega_{-1} t) \\ \approx E_0 e^{-i\omega_0 t - i\varphi(t)}; \end{aligned} \tag{21}$$

$$\varphi(t) \approx \frac{mR\Omega_0}{|\Omega(1 + \eta\theta) + i(\eta\Omega_0 - \Omega^2\tau)|} \sin(\Omega t + \phi).$$

Несмотря на приближенный характер выражений (20), (21), вносимая погрешность не выходит за рамки приближения «малой» амплитуды модуляции, принятого для нашей физической модели.

Таким образом, выражениями (19)–(21) полностью определяются все спектрально-динамические характеристики выходного излучения лазера при модуляции его тока накачки слабым сигналом. Параметры резонатора и

его активной области, входящие в (19)–(21), находятся как решения другой отдельной задачи, при наличии дополнительной информации о конструкции лазера.

### 3. Эксперимент

Исследовались образцы лазеров с вертикальным резонатором компании ULM Photonics (Philips) со следующими характеристиками: длина волны  $\lambda = 795$  нм; пороговый ток  $J_{th} = 0.58$  мА; выходная мощность  $P_{opt} \leq 1$  мВт; дифференциальная эффективность  $\kappa = 0.3$  Вт/А. Схема экспериментальной установки представлена на рис.2.

Постоянный ток накачки и ток СВЧ модуляции подаются в лазер через развязку, предотвращающую влияние НЧ и СВЧ генераторов друг на друга. Уровень постоянного тока накачки и амплитуда его пилообразного изменения регулируются блоком питания лазера (приведенные ниже в статье значения СВЧ мощности относятся к выходной мощности генератора, которая из-за неидеального согласования может не совпадать с мощностью, непосредственно подводимой к активной области лазера). Лазерное излучение проходит через оптический изолятор, полуволновую пластинку и делится поляризационным кубиком на два оптических канала. Сочетание полуволновой пластинки и поляризационного кубика позволяет перераспределять полную световую мощность между каналами. В первом канале излучение проходит ячейку с парами  $^{87}\text{Rb}$  и регистрируется фотоприемником. Во втором канале спектр излучения анализируется интерферометром Фабри–Перо с областью свободной дисперсии 24 ГГц. Сигналы с обоих фотоприемников поступают на осциллограф.

Таким образом, установка позволяет одновременно регистрировать ватт-амперную характеристику (ВтАХ) и возможность настройки частоты лазера на  $D_1$ -линию Rb (по наличию на ВтАХ линий поглощения) в первом канале, а также контролировать спектр излучения во втором канале. Это продемонстрировано на рис.3, где показаны ВтАХ и сигнал пропускания интерферометра Фабри–Перо при отсутствии СВЧ модуляции тока.

Увеличение тока накачки сопровождается увеличением температуры оптической среды резонатора лазера и, как следствие, увеличением ее показателя преломления. Из-за этого происходит монотонное уменьшение частоты генерации с ростом тока накачки. В результате сигнал на выходе интерферометра (второй канал) имеет форму периодических пиков пропускания, каждый из которых соответствует последовательному прохождению частоты генерации лазера через очередной резонанс пропускания

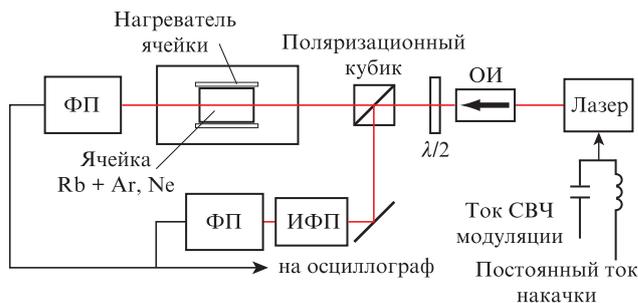


Рис.2. Схема установки: ИФП – интерферометр Фабри–Перо; ФП – фотоприемник; ОИ – оптический изолятор.

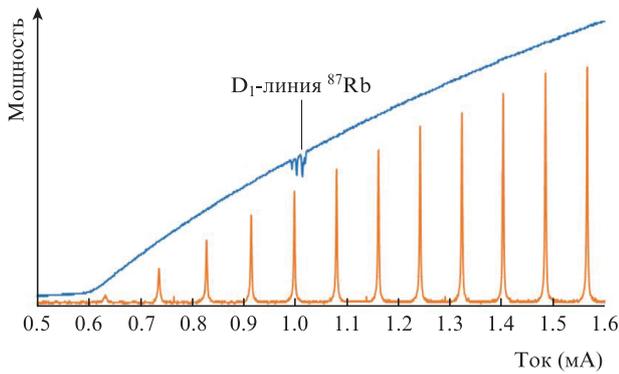


Рис.3. Ватт-амперная характеристика лазера ULM, регистрируемая фотодиодом, расположенным за ячейкой с парами Rb (верхняя кривая), и резонансы пропускания интерферометра Фабри–Перо с областью свободной дисперсии  $\sim 24$  ГГц (нижняя кривая).

интерферометра. Дистанция между соседними пиками соответствует температурному изменению частоты генерации лазера на значение, равное области свободной дисперсии интерферометра (24 ГГц).

Отсутствие побочных резонансов пропускания интерферометра подтверждает одномодовость излучения. Полихроматический спектр лазера можно регистрировать, либо сканируя интерферометр, либо линейно изменяя ток лазера и смещая тем самым его спектр как целое. На рис.4 показан второй вариант – типичный пример спектра лазера, полученный сканированием постоянного тока накачки, содержащего СВЧ модулирующую составляющую постоянной амплитуды. При таком способе измерений в одной осциллограмме регистрируется целое семейство спектров, каждый из которых отвечает своему «постоянному» току накачки, но одной и той же СВЧ амплитуде модуляции, причем спектр лазера регистрируется последовательно разными (неподвижными) резонансами интерферометра. Большая крутизна частотно-токовой перестроечной характеристики лазера не вносит существенной погрешности из-за малого изменения мощности лазера в пределах небольшой вариации тока, обеспечивающего регистрацию спектра лазера. На осциллограмме (см. рис.4) прослеживается вся эволюция спектра лазера в режиме модуляции при изменении постоянного тока накачки и заданном уровне мощности СВЧ поля.

На рис.5 представлены результаты эксперимента по определению зависимости отношения мощности  $P_{\pm 1}$  боковых спектральных компонент к мощности  $P_0$  на несущей

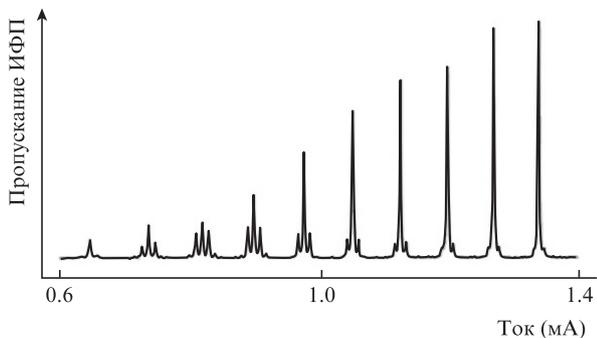


Рис.4. Эволюция спектра излучения лазера ULM в режиме СВЧ модуляции тока при изменении его постоянной составляющей. Мощность СВЧ модуляции составляет  $-3$  дБм.

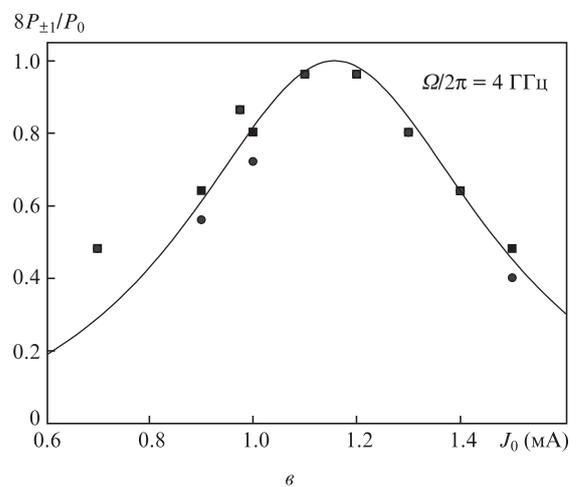
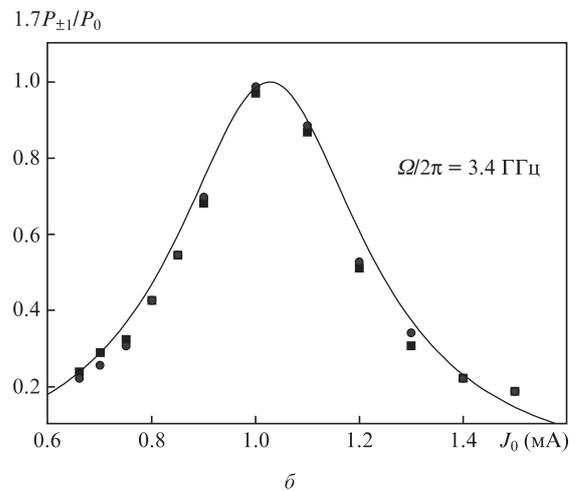
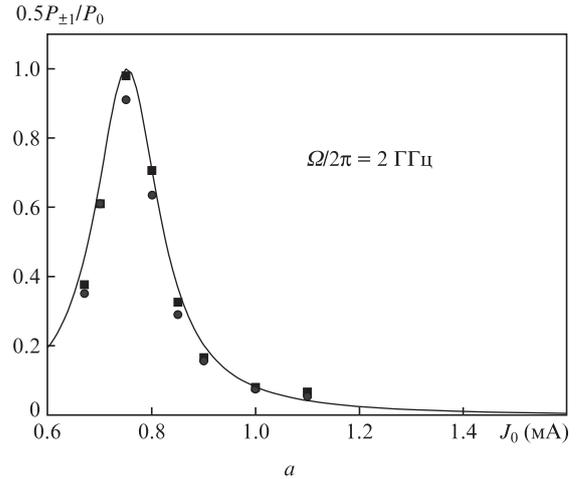


Рис.5. Экспериментальные и расчетные зависимости отношения мощностей  $P_{\pm 1}/P_0$  от тока накачки для трех значений частоты СВЧ модуляции ( $\blacksquare$  –  $P_{-1}$ ,  $\bullet$  –  $P_{+1}$ ). Для расчета использовались значения параметров:  $\tau = 1$  нс,  $J_{th} = 0.58$  мА,  $\Omega_0 \approx 490$  рад/с и  $\theta \approx 10.1$ .

щей частоте от постоянного тока накачки и для трех частот модуляции  $\Omega/2\pi = 2.0, 3.4$  и  $4.0$  ГГц, полученные тем же способом, что и на рис.4. Сплошной линией представлены расчетные зависимости  $|v_1|^2$  от постоянной составляющей тока накачки для лазера со следующими значениями параметров:  $\tau = 1$  нс,  $\Omega_0 \approx 490$  рад/с,  $\theta \approx 10.1$  (отметим, что вычисленный при  $\theta = 10.1$  ток «прозрачности»

$J_{\text{гр}} = 0.52$  мА). Все зависимости нормированы на максимум, равный единице. Наблюдается хорошее совпадение эксперимента и расчета. Следует заметить, что, несмотря на наличие трех подгоночных параметров, одновременное совпадение расчета и эксперимента для трех разных частот имеет место только для одной их комбинации. Это обстоятельство служит дополнительным свидетельством в пользу адекватности теории и расчетов на ее основе.

Действительно, из соотношения  $|v_1|^2 = I_{\pm 1}/I_0$  легко получить выражение для тока накачки (параметра  $\eta$ ), соответствующего максимуму  $|v_1|^2$ :

$$\eta_{\text{max}} = \frac{\tau \Omega_0 - \theta}{\theta^2 + (\Omega_0/\Omega)^2}, \quad (22)$$

$$\text{или } \frac{1}{\Omega^2} = \frac{1}{\eta_{\text{max}}} \left( \frac{\tau - \theta/\Omega_0}{\Omega_0} \right) - \left( \frac{\theta}{\Omega_0} \right)^2.$$

Из этого выражения следует линейная зависимость между  $\Omega^{-2}$  и  $\eta_{\text{max}}^{-1}$ , т.е. эти величины должны находиться на одной прямой с наклоном  $(\tau - \theta/\Omega_0)/\Omega_0$  и постоянной в виде  $\theta^2/\Omega_0^2$ . Экспериментальные данные достаточно хорошо ложатся на эту прямую, таким образом можно получить связь между параметрами  $\Omega_0$ ,  $\theta$  и  $\tau$  для этого образца, позволяющую выразить, например, параметра  $\Omega_0$  и  $\theta$  через  $\tau$ . Время жизни  $\tau$ , определяемое спонтанной рекомбинацией, является материальным параметром среды активной области, и для «прямых» переходов его типичное значение находится в области  $\sim 1$ нс, что тоже обеспечивает наилучшее согласие расчета и эксперимента для данных рис.5.

Выше представлены результаты с «малым» уровнем модуляции тока, ограниченным значением  $-8$  дБм, когда оптический спектр содержит интенсивную линию несущей частоты и по одной «слабой» боковой компоненте с каждой стороны от «сильной» линии. Однако для приложений с использованием КПН, напротив, желательно иметь «слабую» линию несущей частоты и две «сильные» боковые компоненты равной интенсивности. Очевидный, на первый взгляд, способ достичь такого результата – это увеличить амплитуду СВЧ модуляции тока накачки.

На рис.6 показан типичный спектр излучения лазера для этого случая. Можно видеть, что результат не совсем близок к ожидаемому. Во-первых, увеличилось число спектральных компонент за счет появления дополнительных на частотном расстоянии  $\pm 2\omega_0$ ,  $\pm 3\omega_0$  и т.д. от несущей частоты  $\omega_0$ . Качественно это понятно – число гармоник увеличивается с ростом амплитуды модуляции.

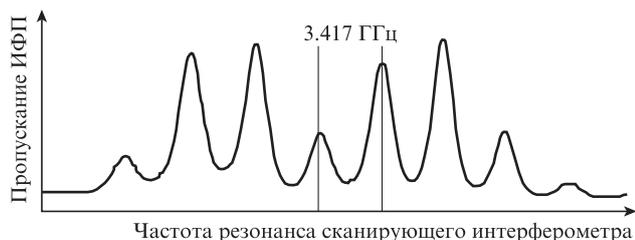


Рис.6. Характерный вид спектра лазерного излучения в режиме глубокой модуляции. Рабочий ток  $J = 1$  мА, мощность СВЧ модуляции  $P = 1.6$  Вт. Ширина спектральных пиков  $\Delta\nu \approx 1.5$  ГГц обусловлена в основном разрешением интерферометра ( $\Delta\nu_{\text{ИФП}} \approx 1.4$  ГГц).

Во-вторых, общий вид спектра может быть не симметричен относительно частоты  $\omega_0$ . Эти особенности поведения лазера могут привести к дополнительному слабо контролируемому частотному сдвигу КПН-резонанса и, следовательно, к дополнительному ограничению его предельных возможностей в метрологии.

Понятно, что указанные особенности поведения лазера не могут быть проанализированы в рамках выполненных выше расчетов, поскольку физическая ситуация («большая» модуляция) находится за пределами приближения этих расчетов.

#### 4. Обсуждение и выводы

Итак, предложен новый подход для анализа динамики амплитуды поля лазерной генерации на основе уравнений Максвелла, и в рамках такого подхода развита теория для расчета модуляционных характеристик диодного лазера с вертикальным резонатором.

В отличие от широко используемого ранее анализа динамики генерации диодного лазера на основе так называемых скоростных уравнений (см., напр., [3, 7]), использующих не амплитуду поля, а его интенсивность, настоящий анализ позволяет последовательно исследовать динамику амплитуды и фазы электромагнитного поля излучения в рамках одной физической модели. Заметим, что скоростные уравнения не содержат фазу поля как переменную, поскольку она «исчезает» при переходе к интенсивности. По своей сути скоростные уравнения описывают динамику энергии («плотности фотонов») в резонаторе и отражают не более чем закон ее сохранения. В них утрачены свойства электромагнитного поля в резонаторе, которые содержатся в исходных уравнениях Максвелла. Поэтому рассмотрение в рамках скоростных уравнений требует феноменологического введения в анализ, например, таких параметров, как время жизни фотона, или фазу поля и ее динамику через изменения оптической частоты резонатора при изменениях инверсии. Для лазера с вертикальным резонатором это далеко не очевидная операция. В предложенном подходе естественным образом и однозначно дан «рецепт» нахождения всех необходимых для расчета параметров резонатора. Конечно, динамика генерации диодного лазера исходя из волнового уравнения исследовалась и ранее (см., напр., [9]), однако малочисленность таких работ и ограниченность их физических моделей не позволяли использовать эти результаты для нашей задачи.

Аналитический расчет, выполненный в приближении «слабого» сигнала, обеспечил хорошее согласие с экспериментом. Это позволяет надеяться на использование развитой теории при моделировании спектральных характеристик лазера с вертикальным резонатором с целью оптимизации его характеристик в применении КПН-резонанса в метрологии. Заметим, что фазы полей боковых компонент «жестко» привязаны друг к другу посредством общего сигнала модуляции и одной амплитуды поля центральной частоты, что соответствует наиболее благоприятной ситуации для КПН-резонанса.

Из-за принятых приближений выполненные расчеты не дают исчерпывающих ответов на все вопросы, возникающие при анализе экспериментальных результатов в разных режимах работы лазера, в том числе в наиболее подходящих для применения в КПН-часах. В таких режи-

мах значительная часть мощности излучения в спектре приходится на боковые полосы высшего порядка (рис.6), при этом увеличение частоты КПП-резонанса из-за светового сдвига, обусловленного несущей и первыми боковыми компонентами, может быть скомпенсировано сдвигом противоположного знака, вызванным высшими боковыми компонентами [6].

Тем не менее, можно констатировать, что при численном расчете нет принципиальных трудностей для последовательного отказа от приближения «слабого» сигнала и от упрощенной функции комплексной диэлектрической проницаемости с ее заменой функцией, учитывающей возможное спектральное рассогласование зеркал резонатора и «материального» усиления. Это позволит сделать модель лазера более реалистичной и расширит границы применимости результатов расчетов, выполненных в рамках этой модели.

1. Knappe S., Shah V., Schwindt P.D., Hollberg L., Kitching J., Liew L.A., Moreland J. *Appl. Phys. Lett.*, **85**, 1460 (2004).
2. Knappe S. *MEMS Atomic Clocks, Comprehensive Microsystems*, **3**, 571 (2007).
3. Michalzik R. in *VCSELs Fundamentals, Technology and Applications of Vertical-Cavity Surface-Emitting Lasers* (Berlin–Heidelberg: Springer-Verlag, 2013, p.19).
4. Агапьев Б.Д., Горный М.Б., Матисов Б.Г., Рождественский Ю.В. *УФН*, **163** (9), 1 (1993)[*Phys. Usp.*, **36** (9), 763 (1993)].
5. Arimondo E., in *Progress in Optics XXXV* (Amsterdam: Elsevier, 1996, p. 259).
6. Zhu M., Cutler L.S., in *32nd Annual Precise Time and Time Interval (PTTI) Meeting* (Reston, VA, 2001, p.311).
7. Вайнштейн Л.А. *Электромагнитные волны* (М.: Радио и связь, 1988, с. 354).
8. Olshansky R., Hill P., Lanzisera V., Powazinik W. *IEEE J. Quantum Electron.*, **QE-23**, 1410 (1987).
9. Piazzolla S., Spano P., Tamburrini M. *IEEE J. Quantum Electron.*, **QE-22**, 2119 (1986).