

Физический механизм генерации сгустков электронов при прохождении лазерным импульсом ультрарелятивистской интенсивности резкой границы плазмы

С.В.Кузнецов

В одномерной геометрии исследован физический механизм процесса генерации сгустков электронов при взаимодействии лазерного импульса ультрарелятивистской интенсивности с полуограниченной плазмой, имеющей резкую границу. Показано, что генерация лазерным импульсом электронных сгустков возникает в результате многопоточкового движения плазменных электронов, приводящего к пересечению их траекторий. Получено аналитическое соотношение, позволяющее оценить заряд сгустка электронов в зависимости от характеристик плазмы и параметров траекторий электронов, подтвержденное результатами численного моделирования.

Ключевые слова: лазерный импульс, кильватерная волна, полуограниченная плазма, самоинжекция электронов, лазерно-плазменное ускорение электронов.

1. Введение

Характеристики электронных сгустков при лазерно-плазменном ускорении в значительной степени определяются способом инжекции электронов в ускоряющую систему. Из ранее известных методов ввода электронов в ускоряющую кильватерную волну можно назвать оптические [1, 2], ионизационные [3, 4], а также самоинжекцию электронов в кильватерную волну лазерного импульса при прохождении им скачка плотности плазмы [5, 6] или вследствие нелинейной динамики лазерного импульса, распространяющегося в плазме в так называемом bubble-режиме [7–9].

Настоящая работа посвящена исследованию метода инжекции электронов в кильватерную волну, генерируемую лазерным импульсом в плазме, который основан на генерации электронных сгустков, возникающих при взаимодействии этого же лазерного импульса с границей плазмы. Впервые этот метод рассмотрен в работе [10], в которой посредством численного моделирования было обнаружено, что при прохождении лазерного импульса ультрарелятивистской интенсивности через границу разреженной плазменной мишени возникают ультракороткие сгустки электронов с большой энергией, причем этот процесс является квазиодномерным.

На этом основании в работах [11–13] в рамках одномерной геометрии предложена физическая модель, позволяющая описать процесс генерации сгустков электронов при взаимодействии лазерного импульса с резкой границей плазмы. Показано, что в режиме, рассмотренном в работе [10], генерация сгустков электронов возможна лишь тогда, когда после взаимодействия с лазерным импульсом энергия продольных осцилляций электронов E_{os} достига-

ет определенного значения. Пороговой энергией осцилляций для генерации сгустков электронов является величина $E_{os\,th} = E_c / \sqrt{1 - V_{gr}^2/c^2}$, где E_c – энергия покоя электронов, V_{gr} – групповая скорость лазерного импульса.

Однако при теоретическом анализе процесса генерации сгустков электронов, выполненном в работах [11–13], для упрощения предполагалась малая «надпороговость» исследуемого процесса ($E_{os} - E_{os\,th} \ll E_{os\,th}$), что позволило при изучении процесса формирования электронных сгустков в результате воздействия лазерного импульса на плазму не учитывать те электроны, которые вылетают за пределы ионного фона. На основе полученных результатов было установлено, что при определении заряда сгустка различие между теоретическим предсказанием и результатами моделирования увеличивается с ростом энергии осцилляций электронов и при условии $E_{os} - E_{os\,th} \sim E_{os\,th}$ становится весьма заметным. Можно предположить, что механизм самоинжекции электронов плазмы в кильватерную волну лазерного импульса при большой «надпороговости» процесса генерации сгустков электронов имеет более сложный характер, чем предполагалось в работах [11–13].

Цель настоящей работы – детальное изучение процесса генерации сгустков электронов лазерным импульсом, взаимодействующим с полуограниченной плазмой, и выявление особенностей процесса аккумуляции различных групп электронов в генерируемый лазерным импульсом сгусток при значительном превышении их полной энергии осцилляций над пороговым значением.

2. Физико-математическая модель взаимодействия лазерного импульса с полуограниченной плазмой

Рассмотрим полуограниченную плазму, в которой подвижной является лишь ее электронная компонента, а ионы образуют неподвижный однородный положительно заряженный фон. Резкая граница плазмы совпадает с началом координат оси z . Вдоль положительного направления оси z через границу плазмы проходит короткий одно-

С.В.Кузнецов. Объединенный институт высоких температур РАН, Россия, 125412 Москва, ул. Ижорская, 13, стр.2; e-mail: svk-ivtan@yandex.ru

Поступила в редакцию 1 июня 2018 г., после доработки – 31 июля 2018 г.

мерный лазерный импульс циркулярно поляризованного электромагнитного излучения с частотой ω_0 , много большей плазменной частоты ω_p . Будем считать, что форма огибающей лазерного импульса по мере его продвижения в плазму на пространственных масштабах, представляющих интерес для рассматриваемой задачи, не меняется. Это соответствует квазистатическому приближению, в котором драйвер, вызывающий движение электронов, эволюционирует на временном масштабе, значительно большем, чем отклик электронов плазмы. Отсюда следует, что при постоянной скорости V_{gr} распространения лазерного импульса в однородной плазме его воздействие на каждый последующий электрон полностью аналогично воздействию на предыдущие электроны.

В одномерной геометрии при циркулярной поляризации электромагнитных волн лазерного излучения продольное движение электронов вдоль оси z не имеет высокочастотной составляющей и описывается уравнениями

$$\frac{dP}{dt} = |e| \left| \frac{\partial \varphi}{\partial z} - mc^2 \frac{\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{eA}{mc^2} \right)^2}{2\sqrt{1 + \frac{P^2}{m^2 c^2} + \left(\frac{eA}{mc^2} \right)^2}} \right|, \quad (1)$$

$$\frac{dz}{dt} = u = \frac{P/m}{\sqrt{1 + \frac{P^2}{m^2 c^2} + \left(\frac{eA}{mc^2} \right)^2}}, \quad (2)$$

где $A(z, t)$ – амплитуда огибающей векторного потенциала лазерного импульса; $\varphi(z, t)$ – скалярный потенциал поля разделения зарядов; P и u – импульс и скорость электрона; e и m – его заряд и масса.

Поле разделения зарядов возникает вследствие воздействия лазерного импульса на электроны, в результате которого каждый электрон смещается от своего первоначального положения равновесия z_0 . По окончании взаимодействия с лазерным импульсом электрон переходит в режим движения свободного осциллятора с центром осцилляций z_0 . Важно отметить, что на первоначальном этапе движения электронов порядок их взаимного расположения сохраняется, и при неизменных характеристиках лазерного импульса фоновые электроны плазмы после воздействия на них лазерного импульса движутся по траекториям, которые являются подобными, но имеют между собой некоторый сдвиг по времени. Этот сдвиг обусловлен расстоянием z_0 от границы плазмы, на котором находился в плазме данный электрон до воздействия на него лазерного импульса.

Для дальнейшего математического анализа движения электронов, которые образуют генерируемый лазерным импульсом сгусток, примем ограничение относительно характера движения электронов, состоящее в том, что электроны плазмы выходят из-под воздействия лазерного импульса раньше, чем пересекают границу ионного фона. Это означает, что лазерный импульс должен быть достаточно коротким. На рис.1 для наглядности показан пример расчета взаимодействия с электронами плазмы лазерного импульса циркулярно поляризованного излучения с огибающей, зависимость которой от времени может быть представлена в виде $a = a_0 \cos^2(t/\tau) \operatorname{sgn}(\pi\tau/2 - |t|)$, где $a_0 = |e|A_0/(mc^2) = 7.867$ – безразмерная амплитуда векторного потенциала; τ – длительность лазерного импульса, соответствующая его длительности на половине высоты $\tau_{FWHM} = 1.143\tau = 12$ фс. При этом было принято, что груп-

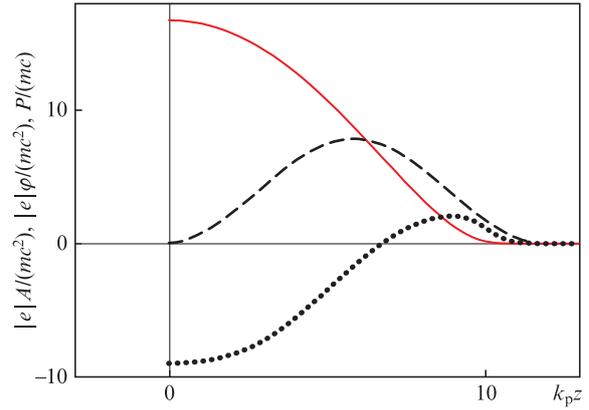


Рис.1. Распределения вдоль оси z векторного потенциала лазерного импульса $|e|A/(mc^2)$ (штриховая кривая), кильватерного потенциала $|e|\varphi/(mc^2)$ (сплошная кривая) и распределение на фазовой плоскости z, P электронных макрочастиц (точки) в момент $\omega_p t = 0$. Параметры лазерного импульса: $a_0 = |e|A_0/(mc^2) = 7.867$, $\tau_{FWHM} = 12$ фс, $\gamma_{ph} = 1/(1 - V_{gr}^2/c^2)^{1/2} = 5$, $\lambda_0 = 1$ мкм.

повая скорость V_{gr} распространения лазерного импульса в плазме соответствует гамма-фактору $\gamma_{ph} = 1/\sqrt{1 - V_{gr}^2/c^2} = 5$. Концентрация плазмы n_0 определяется из соотношения $\omega_0/\omega_p = \gamma_{ph} = 5$, где $\omega_p = \sqrt{4\pi e^2 n_0/m}$ – плазменная частота; ω_0 – частота высокочастотного заполнения лазерного импульса, соответствующая длине волны $\lambda_0 = 1$ мкм. Как следствие, получаем $\tau = 3.956\omega_p^{-1}$. На рис.1 в зависимости от безразмерной координаты $k_p z$, где $k_p = \omega_p/c$, показаны векторный потенциал $|e|A/(mc^2)$ лазерного импульса, генерируемый им в плазме потенциал $|e|\varphi/(mc^2)$ поля разделения зарядов и распределение на фазовой плоскости z, P выделенного семейства электронных макрочастиц (точки), располагавшихся в плазме с шагом $k_p \Delta z_0 = 0.1$ до воздействия лазерного импульса. Из-за большой концентрации электронных макрочастиц на некоторых участках их распределение слилось в сплошную линию.

Данный рисунок соответствует моменту времени, принятому для процесса взаимодействия лазерного импульса с плазмой за нулевую точку отсчета на временной шкале ($t = 0$). В этот момент времени крайний левый электрон плазмы в своем обратном движении после воздействия на него лазерного импульса выходит на границу ионного фона, и дальнейшее его движение происходит в области пространства вне ионного фона. Видно, что при выбранных параметрах лазерного импульса его воздействие на движение данного электрона при $t = 0$ отсутствует, а следовательно, принятое выше ограничение выполняется. Оценки, проведенные в работе [12], показали, что при релятивистской скорости движения электронов в продольном направлении после воздействия на них лазерного импульса, у которого $V_{gr} \approx c$, принятое ограничение выполняется, если длина лазерного импульса не превышает амплитуды вызванных им продольных осцилляций электронов.

Принятое ограничение существенно облегчает математический анализ движения электронов, поскольку, когда электрон освобождается от воздействия лазерного импульса, можно считать, что он представляет собой свободный плазменный осциллятор. Таким образом, после прохождения лазерного импульса по плазме позади него возникает система свободных плазменных осцилляторов с одинаковой для всех электронов полной энергией E_{os} , величина которой определяется амплитудой векторного

потенциала лазерного импульса $a_0 = |e|A_0/(mc^2)$, его характерной длительностью τ , гамма-фактором $\gamma_{ph} = 1/\sqrt{1 - V_{gr}^2/c^2}$ и концентрацией плазмы n_0 .

Уравнение движения такого осциллятора имеет вид

$$\frac{dP}{dt} = -4\pi e^2 n_0 (z - z_0), \quad (3)$$

где сила, действующая на электрон, определяется исключительно полем разделения зарядов

$$E_z = 4\pi |e| n_0 (z - z_0), \quad (4)$$

возникающим из-за того, что электрон смещается от своего положения равновесия z_0 . Уравнение (3) имеет интеграл, который соответствует закону сохранения энергии

$$\sqrt{m^2 c^4 + c^2 P^2} + 2\pi e^2 n_0 (z - z_0)^2 = E_{os}. \quad (5)$$

Принцип подобия траекторий электронов сохраняется до тех пор, пока электроны не пересекают границу ионного фона $z = 0$. Если электрон выходит за пределы ионного фона, то электрическое поле, возвращающее его в первоначальное положение, определяется формулой

$$E_z = -4\pi |e| n_0 z_0, \quad (6)$$

и соответствующий интеграл уравнения движения имеет вид

$$\sqrt{m^2 c^4 + c^2 P^2} + 2\pi e^2 n_0 (z_0^2 - 2zz_0) = E_{os}. \quad (7)$$

Формулы (5) и (7) позволяют точно выписать в интегральном виде траекторию любого электрона плазмы в любой точке пространства и в любой момент времени после окончания его взаимодействия с лазерным импульсом и до начала процесса перемешивания электронов. Однако далее удобнее пользоваться записью для траекторий электронов, которая представляет собой сразу совокупность всех траекторий фоновых электронов плазмы, различающихся между собой величиной координаты z_0 их центров осцилляций:

$$t = \frac{z_0}{V_{gr}} + \frac{1}{c} I(z, z_0) + T_{fit}(z_0), \quad (8)$$

где введены обозначения

$$cT_{fit}(z_0) = -2I(z_0, z_0 - A_m) \text{ при } z_0 \geq A_m, \quad (9)$$

$$cT_{fit}(z_0) = -2I(z_0, 0) - 2I_{vac}(z_0) \text{ при } z_0 < A_m, \quad (10)$$

$$I(z, z_0) = \int_{z_0}^z \frac{dz'}{\sqrt{1 - m^2 c^4 / [E_{os} - 2\pi e^2 n_0 (z' - z_0)^2]}}, \quad (11)$$

$$I_{vac}(z_0) = \int_0^{z_{bn}(z_0)} \frac{dz'}{\sqrt{1 - m^2 c^4 / [E_{os} + 2\pi e^2 n_0 (2z' z_0 - z_0^2)]}}. \quad (12)$$

Здесь выражение $I(z, z_0)$ соответствует движению электрона в области ионного фона; $I_{vac}(z_0)$ – вне области ионного фона после пересечения электроном границы $z = 0$;

$z_{bn}(z_0) = z_0/2 - (E_{os} - mc^2)/(z_0 4\pi e^2 n_0)$ – координата максимального отклонения в область $z < 0$ электрона, который до воздействия на него лазерного импульса находился в точке $z_0 < A_m$; $T_{fit}(z_0)$ – общая длительность интервала времени, необходимого электрону, чтобы совершить осциллирующее движение влево из своего центра осцилляций z_0 и вернуться снова в z_0 с учетом пересечения границы ионного фона; $A_m = \sqrt{(E_{os} - mc^2)/(2\pi e^2 n_0)}$ – амплитуда осцилляций электронов, не покидающих область, занятую ионным фоном.

Формула (8) описывает траектории в области $z > 0$ всех электронов плазмы как свободных осцилляторов в тот промежуток времени, когда электроны вновь движутся в направлении распространения лазерного импульса, но находясь уже вне области пространства, занимаемой им, и не взаимодействуя с ним. Константа интегрирования в формуле (8) в соответствии с рис. 1 определена из условия, что тот электрон, у которого центр осцилляций совпадает с началом координат ($z_0 = 0$), в момент времени $t = 0$ находится в своем центре осцилляций и движется влево, т. е. вонне ионного фона. Все прочие электроны плазмы начинают свое движение по подобной траектории (до пересечения границы плазмы) с запаздыванием z_0/V_{gr} , определяемым положением их центра осцилляций.

Формулы (8)–(12) отражают то обстоятельство, что по характеру траекторий электроны плазмы разделяются на две группы – те, которые в процессе своего движения пересекают границу ионного фона, и те, которые ее не пересекают. Когда электрон пересекает границу плазмы, то даже при сохранении порядка электронов его траектория перестает быть подобной траекториям электронов, которые не пересекали границу ионного фона. После того как данный электрон пересечет границу ионного фона вновь в обратном направлении, подобие его траектории траекториям электронов, не пересекавших границу, восстанавливается. Однако при этом изменяется величина сдвига по времени относительно траекторий, подобных ему.

3. Опрокидывание кильватерной волны и самоинжекция электронов

Совокупность движений отдельных электронов плазмы как плазменных осцилляторов образует продольную электромагнитную плазменную волну. Плазменная волна в безграничной плазме, в которой пренебрегается тепловым движением заряженных частиц, является собственной модой продольных одномерных электромагнитных колебаний холодной плазмы, если амплитуда плазменной волны или амплитуда колебаний электронов не превышает некоего предельного значения [14]. При этом плазменная волна имеет регулярный характер, т. е. распространяется в плазме без изменения своей формы с постоянной фазовой скоростью V_{ph} .

В настоящей работе осцилляции электронов плазмы, а значит, и плазменная волна, возбуждаются лазерным импульсом. По этой причине ее называют кильватерной волной. Как было показано выше, не выходящие за границу ионного фона электроны плазмы, по крайней мере на начальном этапе своего движения, имеют подобные траектории при условии, что форма и скорость лазерного импульса, возбуждающего движение плазменных электронов, остаются неизменными. Если подобие траекторий электронов сохраняется в течение полного цикла их осцилляций, то в плазме вслед за лазерным импульсом будет

возникать регулярная плазменная волна, распространяющаяся с фазовой скоростью, равной групповой скорости импульса: $V_{ph} = V_{gr}$. Из результатов исследования, проведенного в работах [12, 13], следует, что условие возникновения регулярной кильватерной волны может быть представлено в виде

$$E_{os} < E_{os\,th} = mc^2\gamma_{ph}. \quad (13)$$

В случае невыполнения условия (13), т.е. при $E_{os} > E_{os\,th} = mc^2\gamma_{ph}$, подобие траекторий электронов, даже не выходящих за границу ионного фона, с некоторого момента времени будет нарушаться. Это происходит из-за пересечения траекторий электронов плазмы в процессе их движения. Пересечение траекторий при нарушении условия (13) происходит позади лазерного импульса и начинается в окрестности первого минимума кильватерного потенциала. Поэтому уже в первом периоде осцилляций электронов после лазерного импульса профиль плазменной волны становится нестационарным, или, как говорят, кильватерная волна опрокидывается.

Пересечение траекторий электронов приводит к тому, что первоначальный порядок их взаимного расположения нарушается, т.е. электроны перемешиваются. Перемешивание электронов вызывает появление в плазме областей, в которых концентрация электронов имеет сингулярный характер. В результате перераспределения зарядов в плазме плазменные поля изменяются таким образом, что отдельные группы электронов из областей сингулярности их концентрации переходят в режим ускорения в кильватерной волне лазерного импульса, т.е. самоинжектируются в ускоряющее кильватерное поле, образуя тем самым сгенерированный лазерным импульсом электронный сгусток. Таким образом, процесс генерации сгустков электронов имеет пороговый характер.

Явление опрокидывания кильватерной волны лазерного импульса, распространяющегося в разреженной плазме, для которой $\gamma_{ph} \gg 1$, и сопутствующее явление самоинжекции электронов в кильватерную волну с их захватом в ней происходит при условии, что полная энергия осциллирующих плазменных электронов на порядок превышает их энергию покоя $E_e = mc^2$. Следовательно, генерация сгустков электронов требует ультрарелятивистской интенсивности лазерного импульса $a_0 = |e|A_0/(mc^2) \sim 10$. Проведенные в работах [11–13] расчеты для одномерной геометрии подтверждают эту оценку.

Рассмотрим процесс самоинжекции электронов в кильватерное поле лазерного импульса более конкретно. Полученное выражение (8) для траекторий электронов позади лазерного импульса полностью и точно описывает движение всех электронов плазмы после прохождения в ней лазерного импульса при любом значении энергии осцилляций E_{os} , но только до начала процесса пересечения траекторий электронов. Теоретический анализ, проведенный в работах [12, 13], показал, что при небольшом превышении порога генерации сгустка электронов ($E_{os} - E_{os\,th} \ll E_{os\,th}$) процесс пересечения траекторий электронов, их перемешивания и захвата электронов в ускоряющее кильватерное поле начинается с того электрона, который при условии резкой границы плазмы находился до воздействия на него лазерного импульса в глубине плазмы на расстоянии $z_{0\,ld} = A_m$, т.е. равном амплитуде осцилляций электрона при заданном значении полной энергии осцилляций E_{os} . Этот электрон получил название электрона-ли-

дера, т.к. он первый в головной части сгенерированного лазерным импульсом электронного сгустка. Сообразно своему начальному местоположению электрон-лидер лишь касается границы ионного фона, но ее не пересекает. Электроны, начальное положение которых $z_0 < A_m$, при условии $E_{os} - E_{os\,th} \ll E_{os\,th}$ составляют пренебрежимо малую часть захваченного сгустка и ранее в работах [12, 13] не учитывались.

В рассматриваемом нами случае большой «надпороговости», которую определим условием $E_{os} - E_{os\,th} \approx E_{os\,th}$, ответ на вопрос, какой электрон будет лидером в электронном сгустке, генерируемом лазерным импульсом, не является очевидным. Условие пересечения траектории любого электрона с траекторией соседнего с ним определяется как $dz/dz_0 = 0$. Дифференцируя выражение (8), приходим к соотношению

$$u(z, z_0)/c = \sqrt{1 - m^2 c^4 / [E_{os} - 2\pi e^2 n_0 (z - z_0)^2]^2} \\ = \left[\frac{c}{V_{gr}} + c \frac{dT_{in}(z_0)}{dz_0} \right]^{-1}. \quad (14)$$

Однако условие (14) является только необходимым, но не достаточным для определения электрона, с которого начнет развиваться процесс самоинжекции электронов в кильватерную волну. Электроном-лидером в электронном сгустке станет электрон с таким значением центра осцилляций z_0 , который, двигаясь по своей траектории (8), по времени раньше всех выйдет в координату z , удовлетворяющую вместе со значением z_0 соотношению (14). Иными словами, при условии (14) необходимо найти минимум функции

$$t(z, z_0) = \frac{z_0}{V_{gr}} + \frac{1}{c} I(z, z_0) + T_{in}(z_0). \quad (15)$$

Математический анализ показывает, что первым в режим пересечения траекторий при большой «надпороговости» процесса генерации электронных сгустков лазерным импульсом по-прежнему вступает электрон с $z_0 = A_m$, несмотря на то что близкие к нему электроны с $z_0 < A_m$ опережают его по фазе осцилляций и имеют к данному моменту времени скорость и энергию движения $E = \sqrt{m^2 c^4 + c^2 P^2}$ больше. Этот электрон, как и в случае малой «надпороговости», оказывается самым первым в головной части сгенерированного лазерным импульсом сгустка. При этом энергия инжекции электрона-лидера в кильватерное поле $E_{inj} = \gamma_{ph} mc^2$ является резонансной, т.е. его скорость в момент самоинжекции равна фазовой скорости кильватерной волны.

На рис.2 в фазовом пространстве z, P показано распределение совокупности электронных макрочастиц плазмы (точки) вблизи точки самоинжекции электрона-лидера $z_{inj\,ld}$ (помечен крупным кружком) в момент времени $\omega_p t_{inj\,ld} = 9.736$ начала процесса самоинжекции электронов в кильватерную волну лазерного импульса, а также ускоряющая сила $F = -|e|E_z/(m\omega_p)$, действующая на электроны в данный момент времени и определяемая величиной электрического поля E_z кильватерной волны (сплошная кривая). Параметры лазерного импульса и плазмы здесь и далее те же, что указаны выше.

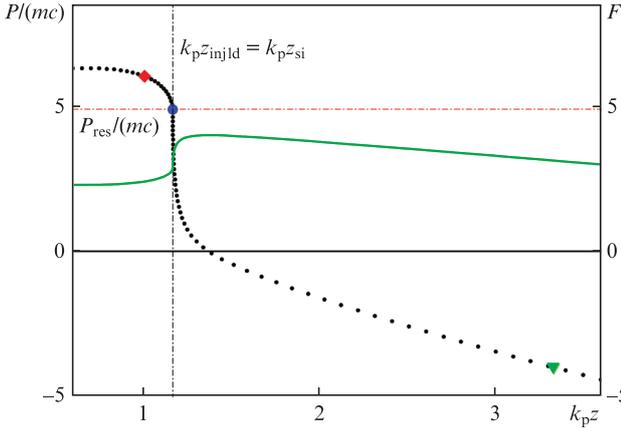


Рис.2. Распределение на фазовой плоскости z, P электронов (точки) в момент начала процесса самоинжекции электронов $\omega_p t_{injld} = 9.736$. Сплошная кривая – сила $F = -|e|E_z/(mc\omega_p)$, действующая на электроны в кильватерной волне (см. текст).

В работах [12, 13] было показано, что условие $dz/dz_0 = 0$ задает координату самоинжекции электрона-лидера в кильватерную волну выражением

$$z_{injld} = z_{0ld} - \sqrt{(E_{os} - \gamma_{ph} mc^2)/(2\pi e^2 n_0)}, \quad (16)$$

где $z_{0ld} = A_m$ – начальное положение электрона-лидера до воздействия на него лазерного импульса; соответственно момент времени начала процесса опрокидывания кильватерной волны определяется как

$$t_{injld} = \frac{z_{0ld}}{V_{gr}} + \frac{1}{c} I(z_{injld}, z_{0ld}) + T_{ift}(z_{0ld}). \quad (17)$$

Значение импульса, которое имеет электрон-лидер в момент самоинжекции, $P_{res} = mc\sqrt{\gamma_{ph}^2 - 1}$, отмечено на рис.2 горизонтальной штрих-пунктирной линией. При этом ускоряющая сила, действующая на электрон-лидер, в этот момент положительна, т.к. электрическое поле в точке самоинжекции электрона-лидера определяется выражением

$$E_z = -\sqrt{8\pi n_0 (E_{os} - \gamma_{ph} mc^2)}. \quad (18)$$

Направление электрического поля в точке самоинжекции электрона-лидера указывает на характер распределения зарядов в плазме в этот момент времени. А именно, суммарный заряд ионов справа от электрона-лидера в этот момент времени больше, чем суммарный заряд электронов. Поэтому на электрон-лидер действует ускоряющая сила, и сразу вслед за самоинжекцией в кильватерную волну электрон-лидер переходит в режим ускорения в кильватерном поле лазерного импульса.

Кроме того, из рис.2 видно, что непосредственно перед началом процесса самоинжекции осциллирующие электроны плазмы вблизи электрона-лидера образуют точку сгущения, в которой их траектории сближаются таким образом, что концентрация электронов в плазме в этой точке имеет сингулярность. Точка самоинжекции электрона-лидера z_{injld} является точкой сгущения для обеих групп электронов – пересекавших границу ионного фона и не пересекавших ее.

Дальнейшее движение электронов приводит к тому, что их траектории начинают пересекаться, электроны пе-

ремешиваются и инжектируются в кильватерное поле лазерного импульса, что подтверждается численным моделированием. В процесс самоинжекции вовлекаются как электроны, изначально находившиеся справа от электрона-лидера с $z_0 > A_m$, так и электроны слева от лидера с $z_0 < A_m$. Данный процесс не бесконечен, и условия его прекращения будут рассмотрены ниже. На рис.2 по результатам численного моделирования показаны крайние электроны слева и справа от электрона-лидера (крупный кружок), указывающие область, с которой впоследствии электроны составят сгусток, сгенерированный лазерным импульсом. Треугольником отмечен электрон, имеющий центр осцилляций в точке z_{0r} и изначально до взаимодействия с лазерным импульсом находящийся справа от электрона-лидера, ромбом – электрон с центром осцилляций в z_{0l} , находящийся изначально слева от электрона-лидера.

4. Перемешивание электронов и генерация электронного сгустка

Процесс перемешивания электронов, приводящий к генерации сгустка электронов, захваченных кильватерной волной, представляет собой очень сложное явление, которое вряд ли может быть описано точно. Ранее полученные формулы (8)–(12) остаются точными только для тех электронов, которые находятся вне области перемешивания.

При дальнейшем исследовании примем допущение, что, пока размер области перемешивания электронов много меньше остальных характерных масштабов в продольном направлении, нарушение порядка электронов в этой области не влияет на их движение в ней, и можно использовать формулы (8)–(12) с достаточной точностью. Обоснование такого допущения состоит в том, что, как видно на примере электрона-лидера, вход электронов в область перемешивания происходит при релятивистских значениях их энергии движения $E = \sqrt{m^2 c^4 + c^2 P^2}$. Это означает близость скорости электронов к световой скорости. Следовательно, при малых размерах области перемешивания реальная траектория электронов мало отличается от релятивистского движения электрона, описываемого формулами (8)–(12). Требуемое условие относительно размера области перемешивания выполняется с большим запасом, так как из результатов работ [12, 13] следует, что размер генерируемого электронного сгустка, который по порядку величины совпадает с размером области перемешивания, чрезвычайно мал по сравнению с длиной нелинейной плазменной волны и амплитудой осцилляций электронов.

Механизм группировки электронов в генерируемый лазерным импульсом электронный сгусток зависит от их исходного положения относительно электрона-лидера. Электроны из промежутка (z_{0ld}, z_{0r}) , изначально находящиеся правее электрона-лидера, инжектируются в кильватерную волну в точке самоинжекции, расположенной глубже в плазме относительно точки самоинжекции электрона-лидера, и с запаздыванием по времени относительно него. Из условия пересечения траектории любого электрона с траекторией соседнего с ним ($dz/dz_0 = 0$), примененного к совокупности траекторий электронов, описываемой формулами (8)–(12), следует, что точка самоинжекции электронов в кильватерную волну z_{si} смещается вслед за лазерным импульсом со скоростью, равной его групповой скорости, согласно закономерности

$$z_{si} = z_{injld} + V_{gr}(t - t_{injld}). \tag{19}$$

На рис.2 вертикальная штрих-пунктирная линия указывает положение координаты самоинжекции электрона-лидера, находящегося в момент времени t_{injld} в точке с координатой z_{injld} и имеющего скорость, равную V_{gr} . Видно, что, поскольку электроны из промежутка (z_{0ld}, z_{0r}) отстают по фазе от электрона-лидера, они подходят к точке самоинжекции с энергией меньше резонансной. В принятом приближении теоретический анализ траекторий электронов, проходящих через область перемешивания, показывает, что в момент самоинжекции энергия электронов совпадает с резонансной. По результатам точного численного моделирования эта энергия близка к резонансной, и, соответственно, скорость электронов близка к скорости смещения точки самоинжекции z_{si} . В результате электроны накапливаются в сгусток очень малой длины, поскольку электрон самоинжектируется в кильватерную волну в той точке пространства и как раз в тот момент времени, когда сгусток ранее инжектированных электронов оказывается в этой же точке.

Электроны из промежутка (z_{0l}, z_{0ld}) , которые изначально находились левее электрона-лидера (см. рис.2), вблизи точки сгущения имеют скорость, превышающую групповую скорость лазерного импульса. Поэтому эти электроны, хотя и отстают от электрона-лидера, но, как показывает численное моделирование, по истечении некоторого времени имеют возможность догнать сгусток электронов. Для приближенных оценок процесса захвата этих электронов в генерируемый лазерным импульсом электронный сгусток можно считать, что если траектория электрона из промежутка (z_{0l}, z_{0ld}) в какой-то момент времени обгоняет бегущую точку самоинжекции z_{si} , в которой происходит самоинжекция электронов из промежутка (z_{0ld}, z_{0r}) , то данный электрон также включается в состав генерируемого сгустка.

Для иллюстрации на рис.3 по результатам численного моделирования приведено распределение электронных макрочастиц на фазовой плоскости z, P в момент времени $\omega_p t = 11.063$, где вертикальной штрих-пунктирной линией отмечено положение в данный момент времени точки самоинжекции электронов из промежутка (z_{0ld}, z_{0r}) , определенное по формуле (19). Из рисунка видно, что реальная точка самоинжекции достаточно близка к ней. В дальней-

шем будем считать, что в принятом приближении в состав электронного сгустка входят те электроны, которые имеют импульс $P > P_{res}$ (показан на рис.3 горизонтальной штрих-пунктирной линией) и находятся правее положения бегущей точки самоинжекции z_{si} в данный момент времени (размером электронного сгустка пренебрегаем, а его положение считаем совпадающим с z_{si}).

Сопоставление рис.2 и 3 показывает, что на данном этапе процесса генерации электронного сгустка скорость электронов из промежутка (z_{0l}, z_{0ld}) , которые догоняют сгусток, увеличилась. Это связано с тем, что на их движение не влияет перемешивание электронов в генерируемом сгустке. Вернувшись из области пространства $z < 0$, эти электроны совершают то же осциллирующее движение, в котором они участвовали до пересечения границы ионного фона после воздействия на них лазерного импульса. Единственное отличие состоит в том, что из-за пребывания некоторое время в области $z < 0$ у них изменился сдвиг по фазе относительно соседних электронов. Ситуация, показанная на рис.3, соответствует моменту, когда эти электроны приближаются к центру их осцилляций. Поэтому их скорость увеличилась, а следовательно, возросла вероятность догнать сгусток и войти в его состав.

Из рис.3 видно, что ускоряющая сила, действующая на электроны, находящиеся в хвостовой части сгустка, уменьшается с ростом его заряда. Это связано со смещением сгустка в положительном направлении оси z , которое приводит к тому, что суммарный заряд ионов справа от координаты z_{si} , совпадающей в принятом приближении с текущим положением сгустка, уменьшается, а суммарный заряд электронов в той же области увеличивается из-за заброса в нее электронов из промежутка (z_{0l}, z_{0ld}) . В результате в некоторый момент времени поле разделения зарядов в хвостовой части сгустка может изменить знак, а в точке самоинжекции электронов с центрами осцилляций из области $z_0 > z_{0ld}$ сила, действующая на них, может стать отрицательной. В итоге электроны из области $z_0 > z_{0ld}$ в дальнейшем не будут удерживаться в сгустке и не смогут войти в его состав, т.к. они подходят к точке самоинжекции с энергией, меньшей резонансной. Распределение электронов в момент, когда захват электронов из области $z_0 > z_{0ld}$ в сгусток прекращается ($\omega_p t_q = 12.37$), показано на рис.4. Для последнего электрона, изначально находящегося правее электрона-лидера и захватываемого в сгусток, центром осцилляций является z_{0r} .

Отметим, что реальная картина распределения в фазовом пространстве электронных макрочастиц, захватываемых в сгусток, и их характеристик несколько отличается от приближенной, которая используется для теоретического анализа. Так, из рис.4 следует, что в реальности положение координаты точки самоинжекции z_{si} электронов в сгусток слегка отличается от предсказанного формулой (19), но достаточно близко к нему. Также при более внимательном рассмотрении моделирование показывает, что захват электронов в генерируемый сгусток не столь однозначно определяется равенством нулю ускоряющей силы в хвостовой части сгустка, поскольку распределение полей в этой области плазмы и его дальнейшая динамика имеют более сложный характер. Кроме того, последний электрон из области $z_0 > z_{0ld}$, захватываемый в сгусток и помеченный треугольником, имеет энергию меньше резонансной. Однако используемое приближение способствует качественному пониманию процесса захва-

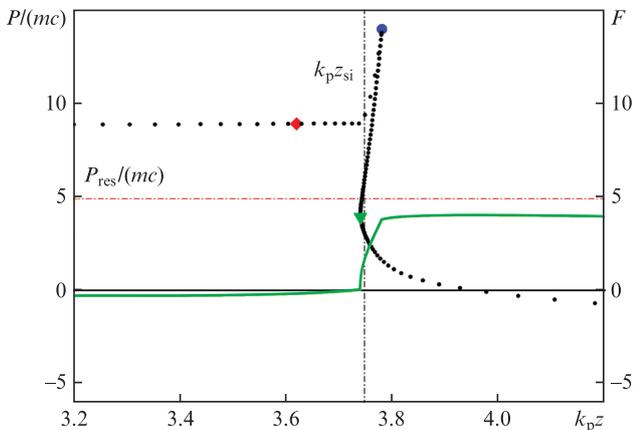


Рис.3. Распределение на фазовой плоскости z, P электронных макрочастиц (точки) в момент времени $\omega_p t = 11.063$. Сплошная кривая – сила $F = -|e| E_z / (mc\omega_p)$, действующая на электроны в кильватерной волне (см. текст).

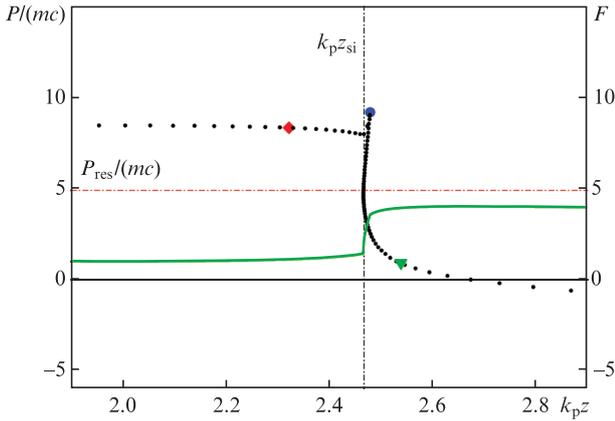


Рис.4. Распределение на фазовой плоскости z, P электронов (точки) в момент времени $\omega_p t_q = 12.37$ окончания самоинжекции электронов с центрами осцилляций $z_0 > A_m$. Сплошная кривая – сила $F = -|e|E_z/(m\omega_p)$, действующая на электроны в кильватерной волне (см. текст).

та электронов из области (z_{0ld}, z_{0r}) в генерируемый сгусток и, как будет видно далее, позволяет получить аналитическими методами результат, близкий к результатам численного моделирования.

Пусть z_q – координата, в которой в некоторый момент времени t_q ускоряющая сила на «хвосте» сгустка обращается в нуль. Пренебрегая малой величиной толщины сгустка, считаем, что z_q совпадает также с положением точки самоинжекции z_{si} в момент времени t_q , когда захват электронов с центрами осцилляций $z_0 > z_{0ld}$ прекращается.

Совокупность электронов сгустка на момент времени t_q включает все электроны из слоя плазмы (z_{0q}, z_{0r}) по их расположению в плазме до воздействия лазерного импульса, где z_{0q} – центр осцилляций электрона из промежутка (z_{0l}, z_{0ld}) , который в момент времени t_q оказывается в точке z_q . Из рис.4 видно, что $z_{0q} > z_{0l}$, т.к. на момент времени t_q не все электроны из области (z_{0l}, z_{0ld}) достигли сгустка. Для крайне правого электрона из электронов слоя (z_{0q}, z_{0r}) , формирующих захватываемый кильватерной волной сгусток к моменту времени t_q , согласно формулам (8)–(12) можно записать соотношение

$$t_q = \frac{z_{0r}}{V_{gr}} + \frac{1}{c}I(z_q, z_{0r}) + T_{lit}(z_{0r}). \quad (20)$$

Для электрона из области (z_{0l}, z_{0ld}) с центром осцилляций в точке z_{0q} , попадающего в сгусток в момент времени t_q , из формул (8)–(12) имеем

$$t_q = \frac{z_{0q}}{V_{gr}} + \frac{1}{c}I(z_q, z_{0q}) + T_{lit}(z_{0q}). \quad (21)$$

Соотношения (20), (21) дополняются условием

$$z_{0r} - z_{0q} = \sqrt{(E_{os} - \gamma_{ph} m c^2)/(2\pi e^2 n_0)}, \quad (22)$$

соответствующим тому, что поле в хвостовой части сгустка в момент времени t_q равно нулю.

Комбинируя соотношения (20)–(22), учитывая, что

$$z_q = z_{0r} - \sqrt{(E_{os} - \gamma_{ph} m c^2)/(2\pi e^2 n_0)}, \quad (23)$$

и вводя для половины периода осцилляций электрона, не пересекающего границы ионного фона, обозначение

$$T_h = \frac{1}{c} \int_{-A_m}^{A_m} \frac{dz'}{\sqrt{1 - m^2 c^4 / [E_{os} - 2\pi e^2 (z')^2 n_0]^2}}, \quad (24)$$

получаем следующее уравнение для определения z_{0q} :

$$T_{lit}(z_{0q}) = \frac{\sqrt{(E_{os} - \gamma_{ph} m c^2)/(2\pi e^2 n_0)}}{V_{gr}} + \frac{1}{c}I(z_{ldinj}, z_{0ld}) + T_h. \quad (25)$$

Отметим, что из соотношений (22) и (23) следует $z_q = z_{0q}$. Это означает, что к моменту времени t_q в состав сгустка последним включается тот электрон из области (z_{0l}, z_{0ld}) , через центр осцилляций которого в данный момент времени проходит бегущая точка самоинжекции электронов $z_{si}(t_q)$.

Из рис.4 следует, что при $t > t_q$ процесс накопления электронов в генерируемом сгустке будет продолжаться за счет добавления электронов из области (z_{0l}, z_{0q}) , поскольку их скорость в данный момент времени превышает фазовую скорость кильватерной волны, и они продолжают догонять электронный сгусток. Однако эти электроны уже прошли через свой центр осцилляций, и их скорость начинает уменьшаться. Последним захваченным в сгусток электроном будет тот, у которого уменьшение скорости до фазовой скорости кильватерной волны произойдет в тот момент времени t_{ex} и в той точке z_{ex} на оси z , где в тот же момент времени будет проходить точка самоинжекции z_{si} . На рис.5 проиллюстрирована эта ситуация при $\omega_p t_{ex} = 15.085$. Видно, что данное утверждение является приблизительным, но, как будет показано ниже, довольно хорошим для получения достаточно точных численных оценок.

Из решения уравнения осцилляций электронов следует: для того чтобы крайний левый электрон с центром осцилляций z_{0l} в момент самоинжекции имел скорость, равную скорости кильватерной волны ($V_{ph} = V_{gr}$), он должен находиться в точке, отстоящей от его центра осцилляций на величину

$$z_{ex} - z_{0l} = \sqrt{(E_{os} - \gamma_{ph} m c^2)/(2\pi e^2 n_0)}. \quad (26)$$

С другой стороны, из формулы (8) для траектории электрона имеем

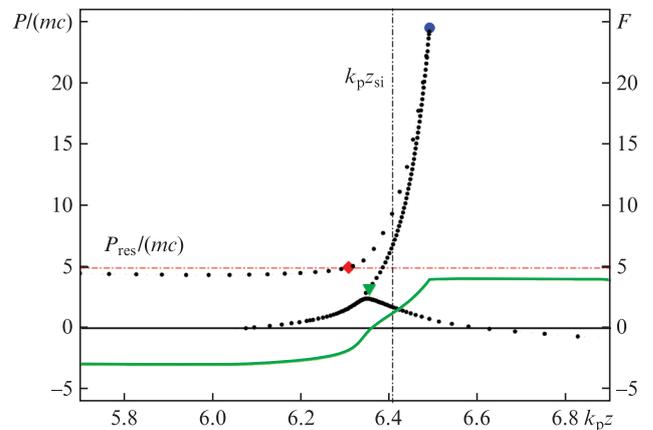


Рис.5. Распределение на фазовой плоскости z, P электронов (точки) в момент времени $\omega_p t_{ex} = 15.085$ завершения инжекции электронов с центрами осцилляций $z_0 < A_m$. Сплошная кривая – сила $F = -|e|E_z/(m\omega_p)$, действующая на электроны в кильватерной волне.

$$t_{ex} = \frac{z_{01}}{V_{gr}} + \frac{1}{c}I(z_{ex}, z_{01}) + T_{lft}(z_{01}). \tag{27}$$

Дополняя (26) и (27) соотношением, полученным из формулы (19),

$$z_{ex} = z_{injld} + V_{gr}(t_{ex} - t_{injld}), \tag{28}$$

приходим к уравнению для z_{01} :

$$T_{lft}(z_{01}) = \frac{2\sqrt{(E_{os} - \gamma_{ph}mc^2)/(2\pi e^2 n_0)}}{V_{gr}} + \frac{2}{c}I(z_{injld}, z_{01d}) + T_h. \tag{29}$$

Решая уравнения (25) и (29) при условиях $A_m - z_{01} \ll A_m$ и $A_m - z_{0q} \ll A_m$, можно найти дополнительное слагаемое $z_{0q} - z_{01}$, которое совместно с формулой (22) определяет толщину слоя электронов невозмущенной плазмы, входящих в состав сгустка. В итоге получаем, что на момент отделения электронного сгустка от электронного фона он аккумулирует электроны, которые в невозмущенной плазме занимают слой толщиной

$$k_p \Delta z_{tr} = k_p(z_{0r} - z_{01}) = \sqrt{2[E_{os}/(mc^2) - \gamma_{ph}]} + \left(\frac{3}{4\sqrt{2}}\right)^{2/3} (2^{2/3} - 1)\sqrt{2[E_{os}/(mc^2) - 1]} \times [2(E_{os}/(mc^2) - \gamma_{ph})]^{1/3} \times \left[\frac{1}{\sqrt{1 - 1/\gamma_{ph}^2}} - \frac{1}{\sqrt{1 - m^2 c^4/E_{os}^2}} \right]^{2/3}. \tag{30}$$

Как следствие, величина заряда на единицу площади поперечного сечения сгустка, генерируемого лазерным импульсом при прохождении резкой границы плазмы, определяется выражением $\sigma = -|e|n_0 \Delta z_{tr}$.

На рис.6 приведены расчетные зависимости толщины слоя электронов невозмущенной лазерным импульсом плазмы, захватываемых в генерируемый сгусток, от энергии осцилляций E_{os} для плазмы с разными значениями

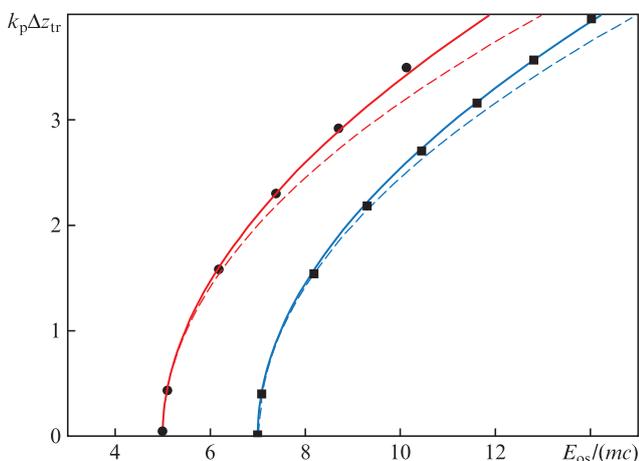


Рис.6. Зависимости толщины слоя захватываемых фоновых электронов от энергии плазменных осцилляторов для пороговой энергии $E_{osth} = 5mc^2$ (кружки) и $7mc^2$ (квадраты). Сплошные кривые соответствуют расчетам по формуле (30), штриховые кривые – расчетам по формуле из работы [12], полученной при условии $E - E_{osth} \ll E_{osth}$.

γ_{ph} , а также (для сравнения) изменения толщины слоя электронов, захватываемых в сгусток, рассчитанные по формуле из работы [12], в которой не учитывался вклад в заряд сгустка электронов, пересекающих границу ионного фона. Из рисунка следует, что представленный в настоящей работе подход к анализу процесса генерации сгустков электронов лазерным импульсом точнее отражает реальную физическую картину и подробнее выявляет механизм генерации сгустков электронов при прохождении лазерным импульсом ультрарелятивистской интенсивности резкой границы плазмы.

Тем не менее, следует отметить, что формула (30) не изменяет кардинально общего характера зависимости толщины слоя от энергии плазменных осцилляторов. В результате для выбранных выше значений параметров лазерного импульса, которым соответствует энергия осцилляций электронов $E_{os} = 9mc^2$, погрешность оценки по более простой формуле из работы [12] не превышает 10%. Это означает, что при большой «надпороговости» процесса самоинжекции электронов в кильватерную волну лазерного импульса в пределах $E_{os} - E_{osth} \approx E_{osth}$ для оценки остальных характеристик сгустка электронов, а именно его длины и энергетического разброса между электронами, могут быть использованы формулы, полученные в работах [12, 13].

В заключение отметим также, что формула (30) позволяет определить ограничение на применимость допущения о подобии траекторий электронов в условиях, когда лазерный импульс в процессе своего распространения в плазме медленно эволюционирует. Крайние электроны отрезка Δz_{tr} , как и все электроны между ними, будут при взаимодействии с эволюционирующим лазерным импульсом двигаться примерно по подобным траекториям, если за время $\Delta z_{tr}/V_{gr}$ характеристики лазерного импульса существенно не изменяются. Характер движения других электронов, не входящих в сгусток, значения не имеет, поскольку на этапе взаимодействия с лазерным импульсом перемешивание электронов отсутствует. С другой стороны, согласно работе [15] характеристики лазерного импульса релятивистской амплитуды (характерный продольный размер и крутизна профиля импульса) при распространении в плазме изменяются на длине, оцениваемой по порядку величины формулой $L_{ev} \sim k_p^{-1} \gamma_{ph}^2$. Таким образом, при условии $k_p \Delta z_{tr} \ll \gamma_{ph}^2$ эволюция лазерного импульса, имеющего близкую к световой групповую скорость, происходит достаточно медленно, и используемый в настоящей работе теоретический подход применим для анализа процесса генерации сгустков электронов лазерным импульсом.

5. Заключение

Проведенное исследование генерации коротких электронных сгустков при прохождении лазерного импульса ультрарелятивистской интенсивности ($|e|A_0/mc^2 \sim 10$) через резкую границу плазмы позволяет детально определить механизм, лежащий в основе данного физического явления.

Выяснено, что полный заряд электронного сгустка формируется из двух различных групп электронов. Одна группа состоит из электронов, которые в процессе движения не пересекают границы ионного фона, другая – из электронов, которые проходят через границу ионного фона плазмы и затем возвращаются обратно. Найдено,

что независимо от степени превышения полной энергии осцилляций электронов над пороговым значением формирование сгустка всегда начинается с электрона, который изначально находится на расстоянии от границы ионного фона, равном амплитуде его осцилляций, вызываемых последующим взаимодействием с лазерным импульсом.

Основной вклад в заряд сгустка, особенно при малой «надпороговости» процесса генерации, вносят те электроны, которые в процессе своего движения не пересекают границы ионного фона. Механизм их аккумуляции в генерируемый лазерным импульсом сгусток состоит в том, что самоинжекция каждого электрона из этой группы в кильватерную волну происходит в тот момент времени и в той точке пространства, где в этот же момент времени находятся ранее инжектированные электроны, составляющие сгусток.

Электроны, которые в результате взаимодействия с лазерным импульсом вылетают за пределы ионного фона, наиболее заметный вклад в заряд сгустка вносят при большой «надпороговости» процесса генерации электронного сгустка. Механизм их аккумуляции в сгусток состоит в том, что эти электроны после возвращения в область ионного фона движутся с большими скоростями, чем электронный сгусток, и догоняют его.

Получена формула для определения заряда сгустка на единицу его поперечного сечения, определяемая толщиной слоя невозмущенной плазмы, электроны из которого составляют генерируемый электронный сгусток. Установлено, что аккумуляруемый в сгусток заряд полностью

определяется двумя параметрами – энергией продольных осцилляций электронов и гамма-фактором кильватерной волны лазерного импульса.

Исследование поддержано Российским научным фондом (грант № 14-50-00124).

1. Umstadter D., Kim J.K., Dodd E. *Phys. Rev. Lett.*, **76**, 2073 (1996).
2. Esarey E., Hubbard R.F., Leemans W.P., Ting A., Sprangle P. *Phys. Rev. Lett.*, **79**, 2682 (1997).
3. Liu J.S., Xia C.Q., Wang W.T., Lu H.Y., Wang C., Deng A.H., Li W.T., Zhang H., Liang X.Y., Leng Y.X., Lu X.M., Wang C., Wang J.Z., Nakajima K., Li R.X., Xu Z.Z. *Phys. Rev. Lett.*, **107**, 035001 (2011).
4. Ho Y.C., Hung T.S., Yen C.P., Chen S.Y., Chu H.H., Lin J.Y., Wang J., Chou M.C. *Phys. Plasmas*, **18**, 063102 (2011).
5. Bulanov S., Naumova N., Pegoraro F., Sakai J. *Phys. Rev. E*, **58**, R5257 (1998).
6. Brantov A.V., Esirkepov T.Zh., Kando M., Kotaki H., Bychenkov V.Yu., Bulanov S.V. *Phys. Plasmas*, **15**, 073111 (2008).
7. Pukhov A., Meyer-ter-Vehn J. *Appl. Phys. B*, **74**, 355 (2002).
8. Kostyukov I., Pukhov A., Kiselev S. *Phys. Plasmas*, **11**, 5256 (2004).
9. Kostyukov I., Nerush E., Pukhov A., Seredov V. *Phys. Rev. Lett.*, **103**, 175003 (2009).
10. Li F.Y., Sheng Z.M., Liu Y., Meyer-ter-Vehn J., Mori W.B., Lu W., Zhang J. *Phys. Rev. Lett.*, **110**, 135002 (2013).
11. Кузнецов С.В. *Письма в ЖТФ*, **42**, 52 (2016).
12. Кузнецов С.В. *ЖЭТФ*, **150**, 195 (2016) [*JETP*, **123**, 169 (2016)].
13. Кузнецов С.В. *Квантовая электроника*, **47**, 87 (2017) [*Quantum Electron.*, **47**, 87 (2017)].
14. Ахиезер А.И., Половин Р.В. *ЖЭТФ*, **30**, 915 (1956).
15. Vieira J., Fiúza F., Silva L.O., Tzoufras M., Mori W.B. *New J. Phys.*, **12**, 045025 (2010).