

ФОТОННЫЕ КРИСТАЛЛЫ

Особенности распределения электромагнитного поля в ограниченном одномерном фотонном кристалле при наклонном падении излучения

В.В.Капаев, М.Н.Журавлев

Исследован эффект увеличения электрического поля E в ограниченном одномерном фотонном кристалле при наклонном падении излучения. Особенности в распределении поля в структуре $E(x)$ обусловлены интерференцией встречных блоховских волн, поэтому условия для увеличения поля до максимальной величины $|E|_{\max}$ совпадают с условиями достижения максимума ширины запрещенной зоны E_g бесконечного кристалла. Показано, что для длин волн λ , которые соответствуют максимумам пропускания T , ближайшим к границам запрещенных зон, наблюдается значительный (в несколько раз для структур, содержащих 30 периодов) рост $|E|_{\max}$ с ростом угла падения θ . Эта тенденция обусловлена усилением интерференции встречных блоховских мод из-за увеличения контраста x -компонент (перпендикулярных плоскостям слоев) волновых чисел k_{1x}/k_{2x} в слоях структуры. Наряду с этим проявляются и особенности в распределении $E(x)$, связанные с обращением ширины запрещенной зоны в нуль. В этом случае распределение поля во всех периодах оказывается одинаковым. При наклонном падении наблюдаются два типа таких особенностей. Первая имеет место для p -поляризации при угле падения θ , являющемся аналогом угла Брюстера. Вторая особенность соответствует ситуации, когда на каждом из слоев структуры укладывается целое число полуволн. Это имеет место одновременно для s - и p -поляризации и наблюдается в ограниченном диапазоне отношений ширины слоев только для второй и высших запрещенных зон.

Ключевые слова: фотонный кристалл, запрещенная зона, угол падения, поляризация излучения.

1. Введение

Распределение электромагнитного поля в ограниченных слоисто-периодических структурах (одномерных фотонных кристаллах) имеет ряд особенностей (увеличение амплитуды поля [1], увеличение плотности состояний и уменьшение групповой скорости [2]) при значениях параметров, отвечающих границам запрещенных зон бесконечного кристалла. Эти особенности обусловлены интерференцией встречных блоховских волн (мод Флоке) и проявляются при длинах волн λ , соответствующих максимумам зависимостей пропускания T от λ . Впервые на это было обращено внимание в работе [1], где показано, что в слоисто-периодической структуре, формируемой в приповерхностной нарушенной области CdS в результате воздействия первого импульса при лазерном отжиге материала, возможно значительное увеличение напряженности поля при воздействии последующих импульсов, что приводит к возрастанию эффективности отжига. Наиболее ярко отмеченные эффекты могут проявиться в нелинейных средах. В [3] продемонстрирована возможность увеличения на два-три порядка интенсивности генерации второй гармоники для структуры GaAs/AlAs, содержащей 20 периодов, по сравнению с однородной сре-

дой такой же длины. Аналогичные явления наблюдаются при распространении света в волноводной решетке с конечным числом элементов [4]. В первом приближении данную систему также можно описывать как одномерный фотонный кристалл. В работе [4] представлена методика исследования распределения поля в таких системах на основе измерения рассеянного света и указано на широкие возможности практического использования эффекта.

В работе [5] проанализированы особенности распределения поля в конечной периодической структуре при нормальном падении излучения и показана корреляция максимального значения поля $|E|_{\max}$ с шириной запрещенной зоны бесконечной периодической структуры. В настоящей работе мы обобщим результаты на случай наклонного падения. В качестве объектов для определенности, как и в [5], будем иметь в виду опаловые матрицы – искусственные опалы, построенные из плотноупакованных глобул (шариков) оксида кремния [6–8], и мезопористые фотонно-кристаллические пленки. Последние получают с помощью анодного травления легированного кремния или алюминия [9, 10]. В результате формируются пленки, слои которых характеризуются различной степенью пористости при сохранении периодичности соответствующей одномерной кристаллической решетки.

Наиболее значительный рост амплитуды поля в структуре наблюдается при значениях параметров, соответствующих первым максимумам зависимостей коэффициента пропускания от частоты излучения $T(\nu)$ (или от длины волны $T(\lambda)$), расположенным справа и слева от границ запрещенных зон. Для достаточно большого числа периодов в структуре M зависимость $T(\lambda)$ характеризуется наличием узких пиков [5]. Положение же максимумов $T(\lambda)$ изменяется с изменением угла падения θ , т.е. изменение угла позволяет подстраивать положение резонанса для

В.В.Капаев. Физический институт им. П.Н.Лебедева РАН, Россия, 119991 Москва, Ленинский просп., 53; Национальный исследовательский университет «Московский институт электронной техники», Россия, 124498 Москва, Зеленоград, пл. Шокина, 1; e-mail: kapaev@sci.lebedev.ru

М.Н.Журавлев. Национальный исследовательский университет «Московский институт электронной техники», Россия, 124498 Москва, Зеленоград, пл. Шокина, 1

Поступила в редакцию 13 июля 2018 г.

применяемого источника излучения. Дополнительные возможности при наклонном падении возникают при использовании разных поляризаций падающего излучения. Основная же роль наклонного падения (как будет показано ниже) – это подстройка по контрасту проекций волновых векторов k_{1x}/k_{2x} в слоях структуры, что эквивалентно изменению контраста показателей преломления слоев при нормальном падении.

2. Методика расчета поля в конечной слоисто-периодической структуре

Для численного решения уравнений Максвелла в случае конечной слоисто-периодической структуры обычно используется метод матрицы переноса [5]. Этот метод прост в реализации, но имеет недостаточную численную устойчивость из-за конечной точности вычислений. В формулах для поля одновременно присутствуют члены, содержащие множители $\exp(ikh)$ и $\exp(-ikh)$ (h – толщина слоя); при наличии мнимой части у волнового числа k и большой толщины h данный метод требует очень высокой точности вычислений коэффициентов при этих экспонентах. Для действительных показателей преломления слоев такая неустойчивость проявляется в основном для параметров, соответствующих запрещенной зоне, когда блоховский волновой вектор является мнимым. При нормальном падении неустойчивость вычислений проявляется уже при числе слоев $N \approx 100$. При наклонном падении эффективная длина прохождения волны в среде возрастает (особенно при больших углах падения) и метод не позволяет проследить зависимости от угла уже для $N \approx 20$.

Альтернативой может служить метод матрицы рассеяния S [11], связывающей падающие на структуру справа и слева волны с отраженными вправо и влево. Для слоистой структуры поле U_j в каждом j -м слое с постоянным показателем преломления n_j можно представить в виде

$$U_j = \exp(ik_y y) \{ A_j \exp[ik_{jx}(x - x_j)] + B_j \exp[-ik_{jx}(x - x_j)] \}, \quad (1)$$

где $k_y = (2\pi/\lambda)\sin\theta$; $k_{jx} = (2\pi/\lambda)\sqrt{n_j^2 - \sin^2\theta}$ – x -компонента волнового вектора в j -м слое (xy – плоскость падения); x_j – координата границы раздела j -го и $j + 1$ -го слоев с показателями преломления n_j и n_{j+1} . Под U в (1) следует понимать z -компоненту электрического поля E_z для s -поляризации или магнитного поля H_z для p -поляризации. Условия непрерывности на границах раздела

$$U_j = U_{j+1}, \quad \frac{1}{f_j} \frac{dU_j}{dx} = \frac{1}{f_{j+1}} \frac{dU_{j+1}}{dx} \quad (2)$$

($f_j = 1$ для s -поляризации и $f_j = n_j^2$ для p -поляризации) дают связь коэффициентов в соседних j -м и $j + 1$ -м слоях:

$$\begin{pmatrix} A_{j+1} \\ B_{j+1} \end{pmatrix} = D^j \begin{pmatrix} A_j \\ B_j \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.5 \exp(ik_{jx}h_j) \left(1 + \frac{k_{jx}}{k_{(j+1)x}} \frac{f_{j+1}}{f_j} \right) & 0.5 \exp(-ik_{jx}h_j) \left(1 - \frac{k_{jx}}{k_{(j+1)x}} \frac{f_{j+1}}{f_j} \right) \\ 0.5 \exp(ik_{jx}h_j) \left(1 - \frac{k_{jx}}{k_{(j+1)x}} \frac{f_{j+1}}{f_j} \right) & 0.5 \exp(-ik_{jx}h_j) \left(1 + \frac{k_{jx}}{k_{(j+1)x}} \frac{f_{j+1}}{f_j} \right) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_j \\ B_j \end{pmatrix}, \quad (3)$$

где h_j – толщина j -го слоя.

Метод матрицы переноса состоит в последовательном вычислении (3) при изменении j от 1 до N . Для волны,

падающей слева, $A_0 = 1, B_0 = r, A_{N+1} = t, B_{N+1} = 0$. В результате получаем соотношения, позволяющие определить коэффициенты отражения (r) и пропускания (t) структуры:

$$\begin{pmatrix} t \\ 0 \end{pmatrix} = D \begin{pmatrix} 1 \\ r \end{pmatrix} = \prod_j D^j \begin{pmatrix} 1 \\ r \end{pmatrix}. \quad (4)$$

Суммарная матрица переноса D является произведением матриц переноса слоев D^j .

В методе матрицы рассеяния коэффициенты отражения и пропускания определяются из соотношения

$$\begin{pmatrix} t \\ r \end{pmatrix} = S \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (5)$$

Вычисление матрицы рассеяния $S \equiv S^{N+1}$ для N слоев мы выполняем, последовательно используя (3) и соотношение

$$\begin{pmatrix} A_j \\ B_0 \end{pmatrix} = S^j \begin{pmatrix} A_0 \\ B_j \end{pmatrix}. \quad (6)$$

Связь элементов матриц S^{j+1} и S^j для соседних слоев имеет вид

$$\begin{aligned} S_{11}^{j+1} &= D_{11}^j S_{11}^j - (D_{11}^j S_{12}^j + D_{12}^j) G D_{21}^j S_{11}^j, \\ S_{12}^{j+1} &= (D_{11}^j S_{12}^j + D_{12}^j) G, \\ S_{21}^{j+1} &= S_{21}^j - S_{22}^j G D_{21}^j S_{11}^j, \\ S_{22}^{j+1} &= S_{22}^j G, \\ G &= (D_{21}^j S_{12}^j + D_{22}^j)^{-1}. \end{aligned} \quad (7)$$

Опасность при численных расчетах представляют члены с D_{12}^j и D_{22}^j , содержащие множители $\exp(-ik_{jx}h_j)$ (при наличии мнимой части у k именно она может приводить к нефизическому росту поля с ростом x). В методе матрицы переноса амплитуды таких волн последовательно пересчитываются от границы к границе. Вследствие этого ошибка накапливается, и в суммарную матрицу переноса входят члены, содержащие произведения $\prod_i \exp(-ik_{jx}h_j)$. В методе матрицы рассеяния при пересчете на очередной слой опасными с точки зрения устойчивости являются члены в (7), содержащие D_{12}^j (первое и второе уравнения). Однако такие члены входят в (7) с множителем G , содержащим D_{22}^j в знаменателе. В результате происходит компенсация, и нефизического роста поля не происходит. Вычисления в методе матрицы рассеяния оказываются более громоздкими по сравнению с таковыми в методе матрицы переноса.

В настоящей работе наряду с методом матрицы рассеяния мы использовали другой, нетрадиционный метод –

метод рекуррентных соотношений для плоскостойкой структуры. В этом методе поле в j -м слое представляем в виде

$$U_j = A_j \exp(ik_y y) \{ \exp[ik_{jx}(x - x_j)] + r_j \exp[-ik_{jx}(x - x_j)] \}. \quad (8)$$

Подставляя (8) в (2) и исключая A_j , получаем рекуррентное соотношение для коэффициентов отражения r_j :

$$r_j = \exp(2ik_{jx}h_j) \frac{r_{j(j+1)} + r_{j+1}}{1 + r_{j(j+1)}r_{j+1}}, \quad (9)$$

где

$$r_{jj+1} = \left(\frac{k_{jx}}{f_j} - \frac{k_{(j+1)x}}{f_{j+1}} \right) \left(\frac{k_{jx}}{f_j} + \frac{k_{(j+1)x}}{f_{j+1}} \right)^{-1} \quad (10)$$

– коэффициент отражения от границы раздела сред с показателями преломления n_j и n_{j+1} .

При падении излучения слева на структуру, содержащую N слоев, в правой полубесконечной ($j = N + 1$) среде имеем $r_{N+1} = 0$. С учетом этого можно последовательно вычислить r_j в слоях (9), а затем, используя первое из соотношений непрерывности поля на границах раздела (2), выразить амплитуды в слоях A_j через амплитуду падающей волны A_0 и, следовательно, найти распределение поля в структуре $U(x)$, коэффициенты отражения, $r = r_0$, и пропускания, $t = A_{N+1}$, по амплитуде, а также соответствующие коэффициенты R и T по интенсивности. Формула для r_j (9) содержит только экспоненту с положительным показателем степени, что и приводит к значительно большей устойчивости процедуры вычисления по сравнению со случаем стандартной матрицы переноса. Процедура вычисления при этом менее трудоемкая, чем в методе матрицы рассеяния. Сравнение же результатов, полученных двумя методами, может служить дополнительным методом контроля точности расчетов. Похожая схема вычисления коэффициентов отражения и пропускания слоистой структуры, основанная на концепции матрицы рассеяния и называемая GSC-методом (generalized scattering coefficient method), анализируется в [12], где на ряде примеров показана ее большая устойчивость по сравнению с другими методами.

Как и в случае нормального падения, при наклонном падении для коэффициента отражения от конечной слоисто-периодической структуры, содержащей M периодов, справедливо выражение [13], связывающее коэффициент отражения и модуль блоховского волнового вектора k для бесконечной периодической структуры:

$$R = \frac{|C|^2}{|C|^2 + [\sin(kd)/\sin(Mkd)]^2}, \quad (11)$$

где

$$|C|^2 = \frac{|r_1|^2}{1 - |r_1|^2}; \quad (12)$$

r_1 – коэффициент отражения от структуры, содержащей один период; d – период структуры. Далее мы будем рассматривать структуры, период которых содержит два слоя с показателями преломления n_1 и n_2 . Дисперсионное уравнение для определения k (k_s и k_p – для s- и p-поляризации) имеет вид

$$\begin{aligned} \cos(k_{s,p}d) &= \cos(k_{1x}l_1) \cos[k_{2x}(d - l_1)] \\ &- \frac{1}{2} \left(\frac{c_{s,p}k_{1x}}{k_{2x}} + \frac{k_{2x}}{c_{s,p}k_{1x}} \right) \sin(k_{1x}l_1) \sin[k_{2x}(d - l_1)], \end{aligned} \quad (13)$$

где

$$c_s = 1, \quad c_p = (n_2/n_1)^2; \quad (14)$$

l_1 – толщина слоя с показателем преломления n_1 ;

$$k_{1x,2x} = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{n_{1,2}^2 - \sin^2\theta}.$$

Соотношение, подобное (11), является универсальным и справедливо как в оптике, так и в квантовой механике для ограниченных структур с периодическим распределением потенциала произвольной формы [14, 15].

Из (11) следует, что для структуры, содержащей M периодов, имеется $M - 1$ нулевых значений коэффициента отражения R (единичных максимумов пропускания T) в каждой разрешенной зоне. Для зон, начиная со второй (зоны нумеруются в соответствии с ростом частоты излучения ν), возможен дополнительный максимум пропускания T при условии, что $T = 1$ ($C = 0$ в (12)) для единичного элемента. Рост амплитуды поля в максимумах пропускания $T(\nu)$ обусловлен интерференцией встречных блоховских волн. Эта интерференция ответственна и за формирование запрещенных зон, поэтому значение поля в максимуме E_{\max} коррелирует с шириной соответствующей запрещенной зоны. В связи с этим представляется интересным предварительно исследовать закономерности для ширины запрещенных зон E_g . Нас в основном будут интересовать условия получения максимумов зависимостей $E_g(\theta, l_1)$. Наряду с максимумами имеются дополнительные особенности, связанные с обращением ширины запрещенной зоны в нуль [5]. В этом случае распределение поля во всех периодах оказывается одинаковым. Из (13) следует, что возможны два типа таких особенностей. Первый тип соответствует обращению в единицу множителя $(1/2) \times [c_{s,p}k_{1x}/k_{2x} + k_{2x}/(c_{s,p}k_{1x})]$. Это возможно только для p-поляризации, достигается при угле, являющемся аналогом угла Брюстера:

$$\sin\theta = \frac{n_1 n_2}{\sqrt{n_1^2 + n_2^2}}, \quad (15)$$

и требует выполнения условия

$$n_2 < \frac{n_1}{\sqrt{n_1^2 - 1}}, \quad (16)$$

т. е. достаточно высокого контраста показателей преломления слоев.

Второй тип реализуется при одновременном обращении в нуль множителей $\sin(k_{1x}l_1)$ и $\sin[k_{2x}(d - l_1)]$, что соответствует условию, при котором на каждом из слоев структуры укладывается целое число полутолщ. Легко видеть, что это возможно только для «высших» зон, начиная со второй. Такая особенность имеет место одновременно для s- и p-поляризаций.

При нормальном падении эффективность взаимодействия встречных мод Флоке существенно зависит от отношения показателей преломления слоев n_1/n_2 [5]. При наклонном падении результат определяется отношением проекций волновых векторов k_{1x} и k_{2x} в слоях, которое изменяется в зависимости от угла падения. Таким образом, изменение угла падения в некотором роде эквивалентно изменению показателей преломления слоев в случае нормального падения. Для слоя с большим n величина

на k_x при изменении угла меняется слабо, а для слоя с n , близким к единице, – сильно. Положение резонансов пропускания $T(\lambda)$ зависит от угла падения, что позволяет осуществлять подстройку для имеющихся источников излучения.

Для вычисления коэффициента отражения по формуле (11) и пропускания $T = 1 - R$ для каждой длины волны требуется численное решение дисперсионного уравнения (13). С точки зрения численной процедуры проще сразу воспользоваться описанными выше методами матрицы рассеяния и рекуррентных соотношений, позволяющими в единой процедуре вычислять R , T и распределение полей в структуре.

3. Высокий контраст показателей преломления слоев

Вначале рассмотрим ситуацию, когда показатель преломления одного из слоев равен показателю преломления окружающей среды, т. е. $n_2 = 1$. Такая ситуация в некотором смысле соответствует искусственным опалам, правда для них приближение одномерного фотонного кристалла является адекватным только при малых углах падения. Мы же рассмотрим модельную задачу об одномерном фотонном кристалле с $n_1 = 1.46$ и $n_2 = 1$ во всем диапазоне углов падения как предельный случай, позволяющий добиться максимального изменения k_{1x}/k_{2x} при изменении θ .

Удобно вместо частоты излучения $\nu = c/\lambda$, как и в [5], использовать безразмерную величину d/λ . При этом ниже в качестве ширины запрещенной зоны E_g у нас будет фигурировать величина $(d/\lambda)_g$. Функции $T(d/\lambda)$ при наклонном падении качественно такие же, как и при нормальном падении: имеются запрещенные зоны (стоп-зоны) с пропусканием, близким к нулю, между которыми наблюдаются осциллирующие зависимости $T(d/\lambda)$ с $M - 1$ единичным максимумом в каждой разрешенной зоне. Характер распределений электрического поля E для s-поляризации и магнитного поля H для p-поляризации при параметрах, соответствующих единичным максимумам пропускания, вполне аналогичен случаю нормального падения [5], в частности для первых максимумов пропускания $T(\lambda)$ справа и слева от запрещенных зон имеется максимум поля в центре структуры. Значение поля в максимуме $|E|_{\max}$ может существенно превышать амплитуду поля падающего излучения. Максимум поля в центральной области структуры локализован в слое с большим коэффициентом преломления для левого от запрещенной зоны максимума пропускания и меньшим – для правого.

Поскольку ширины запрещенных зон определяются теми же факторами, что и значения максимумов поля, – интерференцией встречных блоховских волн, удобно предварительно проанализировать особенности поведения ширины запрещенных зон E_g при изменении углов падения и толщин слоев, т. к. такая задача содержит меньше параметров. Вначале проанализируем поведение ширины первой запрещенной зоны. Как уже отмечалось, особенности, связанные с обращением в нуль ширины запрещенной зоны из-за наличия целого числа полуволн в каждом из слоев, для первой зоны отсутствуют. На рис.1,а приведены зависимости E_g от отношения l_1/d толщины первого слоя l_1 к периоду структуры d для s- и p-поляризации при различных углах падения θ . Обращает на себя внимание значительное увеличение E_g и сдвиг максимума зависимости $E_g(l_1)$ в сторону малых l_1 с ростом

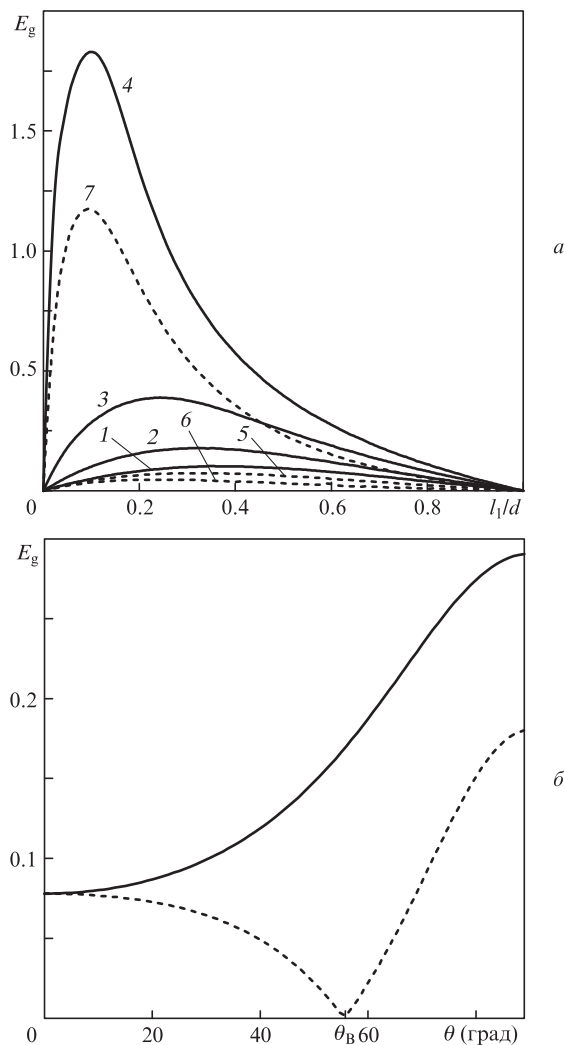


Рис.1. Зависимости ширины первой запрещенной зоны E_g от толщины слоя l_1 с показателем преломления $n_1 = 1.46$ для углов падения $\theta = 0$ (1), 40° (2, 5), 60° (3, 6) и 80° (4, 7) (а), а также от угла падения для $l_1 = 0.6d$ (б). Сплошные кривые соответствуют s-поляризации, штриховые – p-поляризации.

угла θ . Обе эти особенности объясняются увеличением с ростом θ контраста x -компонент волновых векторов в средах с показателями преломления n_1 и n_2 . Для $n_2 = 1$ при изменении угла падения отношение k_{1x}/k_{2x} изменяется от n_1 до бесконечности, т. е. для такой системы реализуется режим высокого контраста x -компонент волновых векторов. Характерный вид зависимости E_g от угла падения представлен на рис.1,б. Для s-поляризации наблюдается монотонный рост E_g , причем E_g может увеличиваться в несколько раз. Для p-поляризации при малых углах вплоть до угла «Брюстера» θ_B (15) наблюдается уменьшение E_g . При $\theta = \theta_B$ величина E_g обращается в нуль, после чего она возрастает за счет увеличения контраста x -компонент волновых векторов, как и в случае s-поляризации. Для s-поляризации ширина первой запрещенной зоны при больших углах падения оказывается больше, чем для p-поляризации.

Как показано в [5], наибольший рост поля в структуре имеет место для первых максимумов $T(d/\lambda)$, расположенных справа и слева от границы каждой запрещенной зоны, поэтому ниже мы ограничимся рассмотрением полей только для этих максимумов. Зависимости от угла па-

дения θ максимумов модуля $|E|_{\max}$ электрического поля для максимумов пропускания T справа и слева от первой запрещенной зоны представлены на рис.2 для структуры с числом периодов $M = 30$. Для левых максимумов изменения $|E|_{\max}$ при изменении θ полностью соответствуют рассмотренным выше зависимостям ширины первой запрещенной зоны от угла падения. Наблюдаются уменьшение $|E|_{\max}$ для р-поляризации с минимумом при угле Брюстера и значительный (более чем вдвое) рост величины поля для s-поляризации.

Тенденция к росту максимума поля с увеличением угла обусловлена усилением интерференции встречных блоховских мод из-за увеличения контраста x-компонент волновых чисел в слоях k_{1x}/k_{2x} и аналогична увеличению коэффициента преломления одного из слоев в случае нормального падения. Для р-поляризации минимум зависимости $|E|_{\max}(\theta)$ соответствует углу Брюстера $\theta_B = 55.6^\circ$ для среды с $n_1 = 1.46$. Для максимумов же справа от запрещенной зоны при больших θ происходит уменьшение $|E|_{\max}$ как для s-, так и для р-поляризации. Это связано с тем, что для правой границы запрещенной зоны наблюдается

тенденция выхода положения максимума пропускания одного периода на границу зоны. В этом случае распределение поля будет одинаковым во всех периодах, а значение поля в максимуме $|E|_{\max}$ станет равным единице. Из дисперсионного соотношения (13) при $k_{2x} \rightarrow 0$ ($\theta \rightarrow 90^\circ$) видно, что при $k_{1x}l_1 = \pi$ получаем $\cos(kd) = -1$ для обеих поляризаций. Однако условие $k_{1x}l_1 = \pi$ как раз и соответствует единичному пропусканию одного периода, а $\cos(kd) = -1$ – границе первой запрещенной зоны. При $k_{1x}l_1 = \pi$, но $k_{2x} \neq 0$ имеем $\cos(kd) = -\cos[k_2(d-l)] > -1$, т.е. при угле θ , отличном от 90° , максимум пропускания единичного периода расположен в разрешенной зоне при любом l_1 . Уменьшение угла от 90° приводит к увеличению отношения d/l_1 , соответствующего $T = 1$ для единичного периода, и к уменьшению d/l_1 для границы запрещенной зоны. Следовательно, максимум для единичного периода смещается во вторую разрешенную зону. Это и объясняет снижение максимума поля справа как для s-, так и для р-поляризации при больших углах для правого максимума пропускания.

Перейдем к анализу максимумов пропускания вблизи высших запрещенных зон. Для этих зон возможно обращение ширины запрещенной зоны в нуль при условии, что в каждом из слоев структуры укладывается целое число p или q полуволн: $k_{1x}l_1 = p\pi$, $k_{2x}(d-l_1) = \pi q$. Из этих соотношений получаем уравнение, определяющее зависимость угла θ_c , при котором одновременно обращается в нуль ширины зон для s- и р-поляризаций, от относительной ширины слоя с показателем преломления n_1 :

$$\frac{l_1}{d} = \left(\frac{q k_{1x}}{p k_{2x}} + 1 \right)^{-1}. \tag{17}$$

Сумма $p + q$ определяет номер запрещенной зоны, т.к. при выполнении (17) из (13) получаем $\cos(kd) = (-1)^{p+q}$. На рис.3 (кривая 1) представлена зависимость критического угла θ_c от l_1 для второй запрещенной зоны структуры с $n_1 = 1.46$, $n_2 = 1$. Видно, что существует критическое значение толщины первого слоя $l_1 = l_c$, при превышении которого обращения в нуль ширины второй запрещенной зоны во всем диапазоне углов падения не происходит.

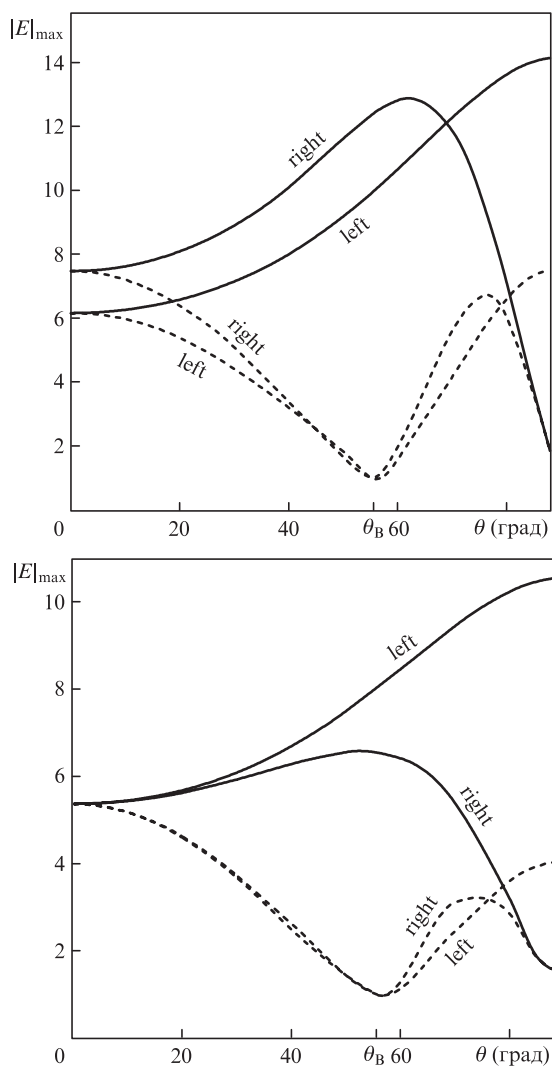


Рис.2. Зависимости максимального значения электрического поля $|E|_{\max}$ в ограниченном одномерном фотонном кристалле ($M = 30$) с $n_1 = 1.46$, $n_2 = 1$ при $l_1 = 0.4d$ (a) и $0.6d$ (б) от угла падения θ для s-поляризации (сплошные кривые) и р-поляризации (штриховые кривые) при параметрах, соответствующих первым максимумам пропускания слева (left) и справа (right) от первой запрещенной зоны.

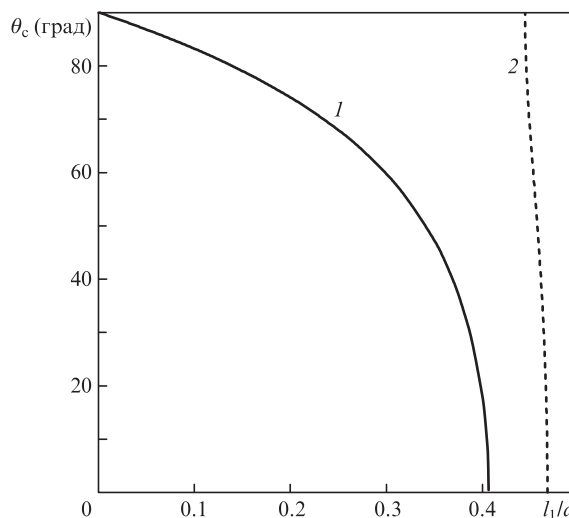


Рис.3. Зависимости критического угла θ_c , при котором ширина второй запрещенной зоны обращается в нуль, от толщины слоя l_1 с показателем преломления n_1 при $n_1 = 1.46$, $n_2 = 1$ (1) и $n_1 = 1.65$, $n_2 = 1.45$ (2).

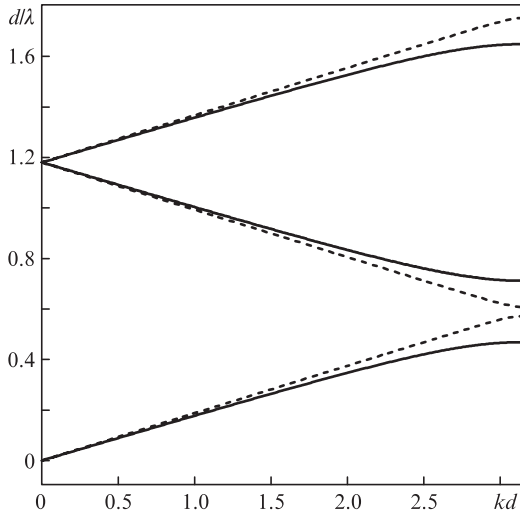


Рис.4. Закон дисперсии для угла падения $\theta = 50^\circ$ и $l_1/d = 0.3409$ для s-поляризации (сплошные кривые) и p-поляризации (штриховые кривые).

При $l_1 < l_c$ имеется угол падения, при котором ширина запрещенной зоны обращается в нуль. В случае малого контраста показателей преломления слоев (кривая 2) ширина второй запрещенной зоны обращается в нуль только в узком диапазоне значений l_1 . На рис.4 показан пример дисперсионных кривых, рассчитанных по формуле (13) для случая обращения ширин вторых запрещенных зон в нуль, при угле падения 50° и $n_1 = 1.46, n_2 = 1$. Этому соответствует отношение $l_1/d = 0.3409$. Из рис.4 видно, что при малом k закон дисперсии линеен, но наклоны зависимости $E_g(k)$ для s- и p-поляризации различны.

На рис.5 представлены зависимости ширины второй запрещенной зоны от l_1 для разных углов падения. Характерная особенность этих зависимостей – наличие двух максимумов E_g и обращение E_g в нуль в промежутке между ними. Положение нуля смещается с ростом угла в соответствии с зависимостью l на рис.3. Для p-поляризации максимальные значения ширины зоны сначала уменьша-

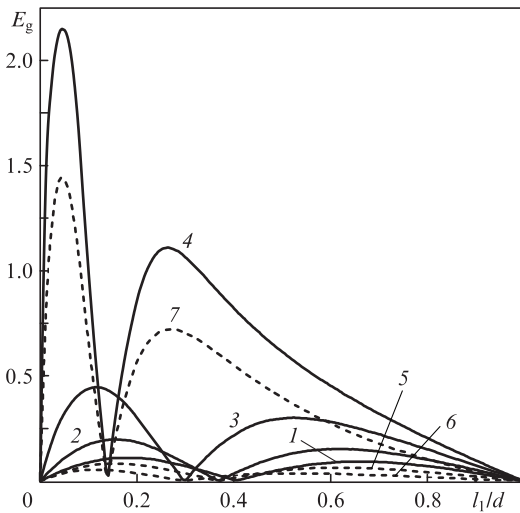


Рис.5. Зависимости ширины второй запрещенной зоны E_g для s-поляризации (сплошные кривые) и p-поляризации (штриховые кривые) от толщины первого слоя l_1 при углах падения $\theta = 0$ (1), 40° (2, 5), 60° (3, 6) и 80° (4, 7).

ются с ростом θ до угла Брюстера (55.6°), затем растут и при больших углах становятся сравнимыми со значениями E_g для s-поляризации. При $l_1 > l_c$ зависимости E_g и $|E|_{\max}$ от θ вполне аналогичны рассмотренным выше для первой запрещенной зоны (см. рис.1,б и 2). Сравнимыми (даже несколько большими) становятся и абсолютные значения этих величин. При $l_1 < l_c$ поведение $E_g(\theta)$ оказывается более сложным: наряду с нулем $E_g(\theta)$ для p-поляризации при угле Брюстера θ_B появляется дополнительный нуль при $\theta = \theta_A$ одновременно для s- и p-поляризации в соответствии с (17). При малом l_1 значение θ_A больше θ_B (θ_A стремится к 90° при $l_1 \rightarrow 0$), при большом l_1 величина θ_A меньше θ_B (θ_A стремится к нулю при $l_1 \rightarrow l_c$). При $l_1 = 0.32$ значения θ_A и θ_B совпадают. С увеличением угла падения θ вплоть до θ_A величина E_g изменяется незначительно, а затем наблюдается ее быстрый рост с ростом θ .

Основные тенденции изменения E_g при изменении угла падения θ отражаются и в зависимостях максимумов электрического поля, которые оказываются существенно более сложными, чем описанные выше для $l_1 > l_c$. На рис.6 представлены примеры зависимостей $|E|_{\max}$ от θ для $M = 30$ при $l_1 = 0.25d$ и $0.4d$. Первый случай соответствует

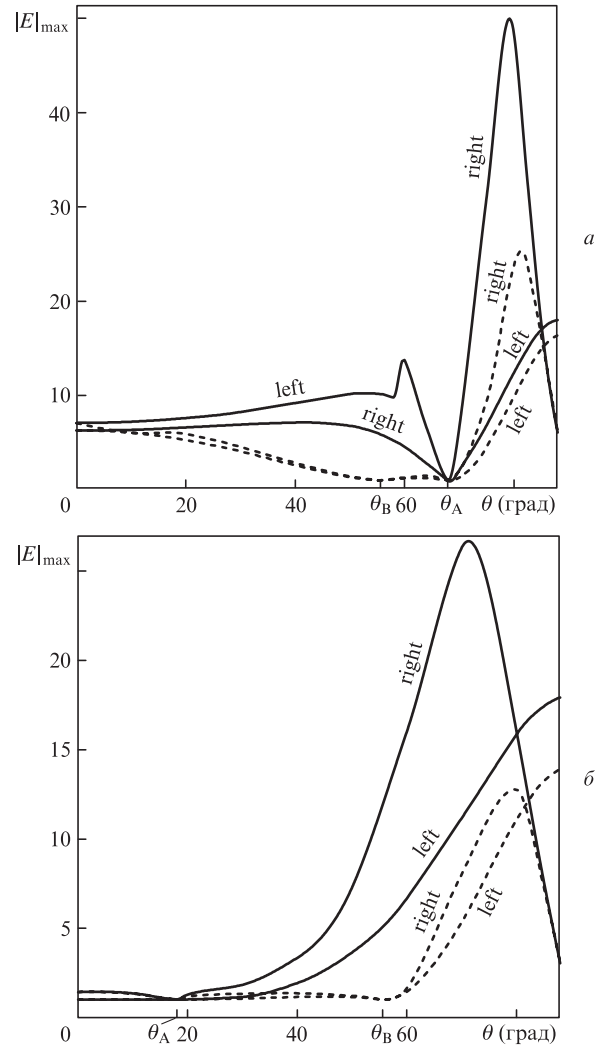


Рис.6. Зависимости максимального значения поля $|E|_{\max}$ в конечной слоисто-периодической структуре с $M = 30$ от угла падения θ для величин $d/l\lambda$, соответствующих первым единичным максимумам пропускания слева (left) и справа (right) от второй запрещенной зоны при $l_1 = 0.25d$ (а) и $0.4d$ (б). Сплошные кривые соответствуют s-поляризации, штриховые – p-поляризации.

$\theta_A > \theta_B$, второй – $\theta_A < \theta_B$. В обоих случаях величины $|E|_{\max}$ до угла θ_A изменяются слабо, затем наблюдается их резкий рост, причем значения для правых максимумов существенно больше, чем для левых. При этом $|E|_{\max}$ увеличивается по сравнению со случаем нормального падения почти на порядок. Эффект для s-поляризации оказывается значительнее. В принципе такое же увеличение $|E|_{\max}$ возможно и для первой зоны при малых l_1 . Для углов $\theta = \theta_A$ распределение поля одинаково во всех периодах и значение $|E|_{\max}$ в максимуме равно единице как для s-, так и для p-поляризации. Для углов $\theta = \theta_B$ поле $|E|_{\max} = 1$ только для p-поляризации. Уменьшение $|E|_{\max}$ для левых максимумов при больших углах для обеих поляризаций объясняется, как и в случае максимумов вблизи первой зоны, выходом максимума $T = 1$ единичного периода на границу зоны.

Таким образом, использование наклонного падения позволяет существенно увеличить максимальное поле в структуре по сравнению со случаем нормального падения. Как и при нормальном падении, величина $|E|_{\max}$ растет линейно с увеличением числа периодов в структуре. Рассмотренный выше случай с параметрами ($n_1 = 1.46$ и $n_2 = 1$), соответствующими опалу, следует считать модельным, поскольку при больших углах падения опал не описывается одномерной моделью. В принципе современные технологии позволяют изготовить слоисто-периодические структуры из широкого набора материалов. Для того чтобы изложенные выше особенности проявлялись, необходим достаточно высокий контраст показателей преломления слоев в соответствии с формулой (16).

4. Малая модуляция показателей преломления слоев

Широко исследуемые в последнее время слоисто-периодические структуры на основе мезопористых материалов имеют сравнительно малый контраст показателей преломления, но, с другой стороны, число слоев в них может быть достаточно большим (~1000), что позволяет и в этих структурах достичь значительного увеличения поля за счет эффекта интерференции встречных мод Флоке, поскольку поле растет линейно с ростом числа периодов в структуре. В связи с этим представляется интересным рассмотреть изменение поля в таких структурах при наклонном падении излучения. Для структур на основе Al_2O_3 типичными являются показатели преломления $n_1 = 1.65$ и $n_2 = 1.45$. Для данных показателей преломления условие (16) не выполняется, и ширины запрещенных зон для p-поляризации не обращаются в нуль (аналог эффекта Брюстера не реализуется). Обращение E_g в нуль при выполнении условия «целое число полувольт на каждом из слоев» в соответствии с (17) реализуется в узком интервале значений l_1 – от 0.444 до 0.468 (см. кривую 2 на рис.3). Вне этого диапазона зависимости $E_g(\theta)$ оказываются монотонно возрастающими для s-поляризации и монотонно убывающими для p-поляризации как для первой, так и для второй запрещенной зоны. В то время как для структур с высоким контрастом показателей преломления наблюдается значительный сдвиг положения максимума зависимости $E_g(l_1)$ при изменении угла падения (см. рис.5), для рассматриваемых структур такой сдвиг очень мал.

Таким образом, в данном случае интерес с точки зрения увеличения электрического поля представляет толь-

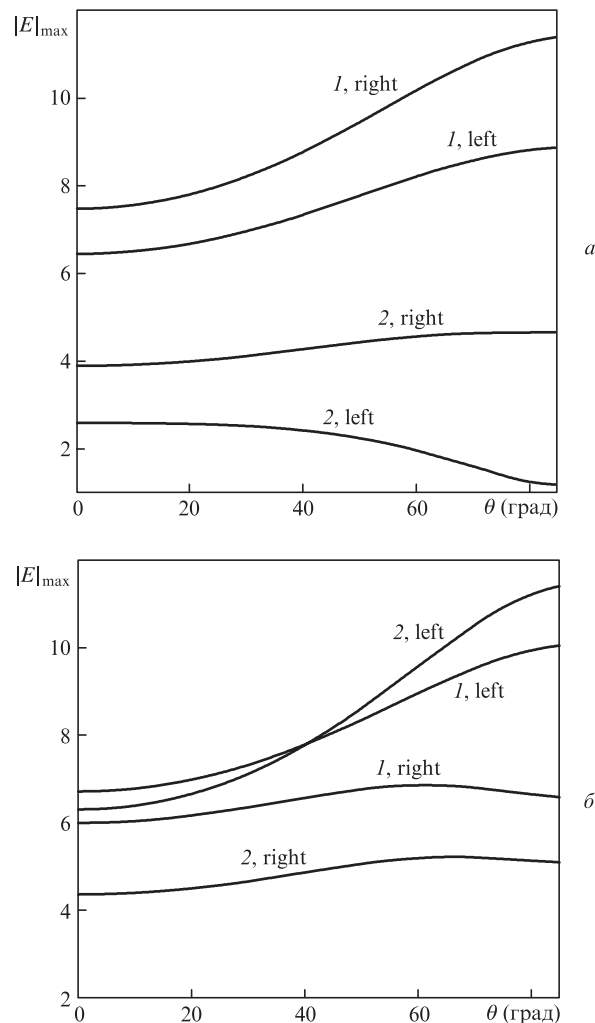


Рис.7. Угловые зависимости максимальных значений электрического поля $|E|_{\max}$ для величин $d\lambda$, соответствующих первым единичным максимумам пропускания слева (left) и справа (right) от первой (1) и второй (2) запрещенных зон, в случае s-поляризации при $M = 100$, $n_1 = 1.65$, $n_2 = 1.45$, $l_1 = 0.4d$ (a) и $0.6d$ (б).

ко s-поляризация. На рис.7 приведены примеры угловой зависимости максимального поля $|E|_{\max}$ в структуре для двух значений l_1 и $M = 100$. Практически во всем диапазоне толщин l_1 увеличение поля с ростом θ для максимумов $T(d\lambda)$ около первой запрещенной зоны оказывается большим по сравнению с его увеличением для максимумов около второй зоны. Исключение составляет узкая область вблизи $l_1 = 0.6d$, где при больших углах увеличение поля максимально для левого максимума у второй запрещенной зоны, то преобладающей становится ситуация, когда больший рост $|E|_{\max}(\theta)$ наблюдается для левого максимума, противоположная ситуация имеет место в узкой области $l_1 \approx 0.4d$. Для $M = 100$ возможно увеличение поля вдвое по сравнению со случаем нормального падения.

В представленных на рис.7 ситуациях отсутствуют единичный максимум пропускания для одного периода (он существует только в диапазоне l_1 от 0.444 до 0.468), поэтому нет явно выраженного уменьшения поля при большом угле θ для правых максимумов пропускания, отмеченных выше для случая высокого контраста показателей преломления.

5. Заключение

В настоящей работе исследуется эффект увеличения электромагнитного поля E в конечной слоисто-периодической структуре при наклонном падении излучения. Конкретные расчеты выполнены для структур, период которых содержит два слоя с различными показателями преломления n_1 и n_2 . Эффект увеличения поля обусловлен интерференцией встречных блоховских волн, поэтому максимальное увеличение поля наблюдается в условиях, соответствующих максимумам ширины запрещенной зоны E_g . В связи с этим предварительно анализируются зависимости E_g от параметров структуры и угла падения θ . Тенденция к росту максимума поля с ростом угла обусловлена усилением интерференции встречных блоховских мод из-за увеличения контраста x -компонент волновых чисел в слоях k_{1x}/k_{2x} , что аналогично увеличению коэффициента преломления одного из слоев в случае нормального падения.

Если показатель преломления одного из слоев близок к единице (или равен ей), имеет место значительное изменение этого отношения в зависимости от угла падения. В результате удается получить существенное (в несколько раз) увеличение ширины запрещенной зоны и максимума поля $|E|_{\max}$ при изменении угла падения. Наряду с максимумами E_g особыми являются ситуации, когда ширина запрещенной зоны обращается в нуль при некотором угле падения. Имеются два типа таких особенностей. Первый тип наблюдается только при p -поляризации излучения для структур с достаточно высоким контрастом показателей преломления (16) и служит аналогом эффекта Брюстера. Второй тип соответствует условию $k_{jx}l_j = q_j\pi$, при котором на каждом из слоев укладывается целое число полувольт, и реализуется одновременно для s - и p -поляризаций в ограниченном диапазоне отношений толщин слоев только для второй и высших запрещенных зон. Увеличение поля $|E|_{\max}$ при конечном угле падения происходит для обеих поляризаций, но в целом эффект больше для s -поляризации.

Для структур с малым контрастом показателей преломления, как это имеет место в мезопористых структурах, условия для угла Брюстера не реализуются, а условие целого числа полувольт в каждом из слоев может достигаться только в узком диапазоне значений l_1/d . Эффект увеличения поля с ростом угла падения наблюдается только для s -поляризации, и при $M = 100$ поле может увеличиться в два раза.

Дополнительным преимуществом наклонного падения излучения является возможность подстройки по длине волны положений резонансов пропускания, для которых наблюдается увеличение $|E|_{\max}$.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Минобрнауки РФ (задание № 16.2250.2017/ПЧ).

1. Капаев В.В. *Квантовая электроника*, **16**, 2271 (1989) [*Sov. J. Quantum Electron.*, **19**, 1460 (1989)].
2. Bendickson J.M., Dowling J.P. *Phys. Rev. E*, **53**, 4107 (1996).
3. Scalora M., Bloemer M.J., Manka A.S., Dowling J.P., Bowden C.M., Viswanathan R., Haus J.W. *Phys. Rev. A*, **56**, 3166 (1997).
4. Hopman W.C.L., Hoekstra H.J.W.M., Dekker R., Zhuang L., de Ridder R.M. *Opt. Express*, **15**, 1853 (2007).
5. Горелик В.С., Капаев В.В. *ЖЭТФ*, **150**, 435 (2016) [*JETP*, **123**, 373 (2016)].
6. Astratov V.N., Bogomolov V.N., Kaplyanskii A.A., Prokofiev A.V., Samoilovich L.A., Samoilovich S.M., Vlasov Yu.A. *Il Nuovo Cimento D*, **17**, 1349 (1995).
7. Bogomolov V.N., Gaponenko S.V., Kapitonov A.M., Prokofiev A.V., Ponyavina A.N., Silvanovich N.I., Samoilovich S.M. *Appl. Phys. A*, **63**, 613 (1996).
8. Горелик В.С., Лепнев Л.С., Литвинова А.О. *Неорганические материалы*, **50**, 1086 (2014).
9. Liu Yisen, Chang Yi, Ling Zhiyuan, Hu Xing, Li Yi. *Electrochem. Commun.*, **13**, 1336 (2011).
10. Svyakhovskiy S.E., Maydykovsky A.I., Murzina T.V. *J. Appl. Phys.*, **112**, 013106 (2012).
11. Ko D., Yuk K., Inkson J.C. *Phys. Rev. B*, **38**, 9945 (1988).
12. Liu Y., Li C., Wang H., Zhou Y. *Am. J. Phys.*, **85**, 146 (2017).
13. Yeh P., Yariv A., Hong C. *J. Opt. Soc. Am.*, **67**, 423 (1977).
14. Vezzetti D.J., Cahay M.M. *J. Phys. D: Appl. Phys.*, **19**, L53 (1986).
15. Sprung D.W.L., Wu H. *Am. J. Phys.*, **61**, 1118 (1993).