

Возможности лазерного усиления и измерения структуры поля ультракоротких импульсов в диапазоне 2.7–3 мкм в легированных ионами эрбия волоконных световодах из теллуридного стекла

Е.А.Анашкина, В.В.Дорофеев, С.В.Муравьев, С.Е.Моторин,
А.В.Андреанов, А.А.Сорокин, М.Ю.Коптев, С.Сингх, А.В.Ким

Теоретически исследовано усиление ультракоротких сигналов в диапазоне 2.7–3 мкм в активных волоконных световодах из теллуридного стекла с высокой керровской нелинейностью и высокой концентрацией ионов эрбия в сердцевине при диодной накачке на длине волны 0.975 мкм. Показана возможность формирования импульсов с энергией ~10 нДж и длительностью менее 100 фс при усилении ~20 дБ. Кроме того, при помощи специально разработанного итерационного компьютерного алгоритма продемонстрирована возможность определения интенсивности и фазы сформированных импульсов на основе измерения их фундаментальных спектров и двух дополнительных спектров, полученных в результате нелинейно-оптического преобразования в коротких отрезках данных световодов. Изготовлены образцы волоконных световодов из высокочистых стекол состава $\text{TeO}_2\text{-ZnO-La}_2\text{O}_3\text{-Na}_2\text{O}$ с концентрацией ионов эрбия 10^{21} см^{-3} в сердцевине и низким содержанием гидроксильных групп, обуславливающим малые потери в рассматриваемом спектральном диапазоне. Рассчитаны дисперсии групповых скоростей, эффективные поля мод, нелинейные коэффициенты и интегралы перекрытия полей фундаментальных мод LP_{01} с легированной сердцевиной для волоконных световодов с различными диаметрами сердцевины, а также вычислены сечения эмиссии и поглощения на основе экспериментального спектра люминесценции. Определены оптимальные параметры усилителя при численном моделировании динамики ультракоротких импульсов с использованием измеренных и рассчитанных характеристик.

Ключевые слова: волоконный световод из теллуридного стекла, ионы эрбия, моделирование лазерных усилителей, измерение фазы ультракоротких импульсов.

1. Введение

Развитие новых методов и подходов получения лазерного излучения в диапазоне длин волн свыше 2 мкм является важной проблемой, поскольку источники такого излучения представляют интерес для многих приложений, включая неинвазивную медицинскую диагностику, лазерную хирургию, космические исследования, беспро-

водную оптическую связь, определение состава газов, дистанционное обнаружение органических соединений (в том числе биомаркеров), взрывчатых и ядовитых веществ [1]. Экспериментально продемонстрированы и теоретически исследованы различные типы когерентных оптических источников среднего ИК диапазона, к которым относятся как непосредственно лазерные генераторы, так и системы, основанные на преобразовании сигналов в нелинейно-оптических элементах (см., напр., [1–12]). Перспективным направлением представляется развитие волоконных систем, имеющих хорошие массогабаритные характеристики, высокое качество лазерного пучка и эффективный теплоотвод. Традиционно используемые для телекоммуникации на длине волны 1.55 мкм кварцевые волокна обладают большими потерями в спектральной области свыше 2.2 мкм, что ограничивает их применение. Подходящими параметрами для работы в среднем ИК диапазоне могут обладать световоды на основе халькогенидных, теллуридных и фторидных стекол [13].

Теллуридные стекла прозрачны в ближнем и среднем ИК диапазонах (до 5–6 мкм), обладают высокой химической устойчивостью, имеют высокий нелинейный показатель преломления (в 10–20 раз больший, чем у плавленого кварца), допускают возможность легирования редкоземельными ионами с высокими концентрациями и устойчивы к кристаллизации (для многих составов) [12–25]. Легированные ионами эрбия световоды из теллуридного стекла представляются перспективными лазерными средами для диапазона 2.7–3 мкм за счет генерации и усиления на переходе ${}^4\text{I}_{11/2} \rightarrow {}^4\text{I}_{13/2}$ при диодной накачке

Е.А.Анашкина. Федеральный исследовательский центр Институт прикладной физики РАН, Россия, 603950 Н.Новгород, ул. Ульянова, 46; Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И.Лобачевского, Россия, 603950 Н.Новгород, просп. Гагарина, 23; Центр лазерной технологии и материаловедения, Россия, 119991 Москва, ул. Вавилова, 38, корп. Л-2; e-mail:elena.anashkina@gmail.com

В.В.Дорофеев, С.Е.Моторин. Центр лазерной технологии и материаловедения, Россия, 119991 Москва, ул. Вавилова, 38, корп. Л-2; Институт химии высокочистых веществ им. Г.Г.Девятовых РАН, Россия, 603950 Н.Новгород, ул. Тропинина, 49

С.В.Муравьев, А.А.Сорокин. Федеральный исследовательский центр Институт прикладной физики РАН, Россия, 603950 Н.Новгород, ул. Ульянова, 46; Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И.Лобачевского, Россия, 603950 Н.Новгород, просп. Гагарина, 23

А.В.Андреанов, М.Ю.Коптев, А.В.Ким. Федеральный исследовательский центр Институт прикладной физики РАН, Россия, 603950 Н.Новгород, ул. Ульянова, 46

S.Singh. Sant Longowal Institute of Engineering & Technology Longowal, Sangrur, Punjab, India-148106

Поступила в редакцию 9 октября 2018 г., после доработки – 14 октября 2018 г.

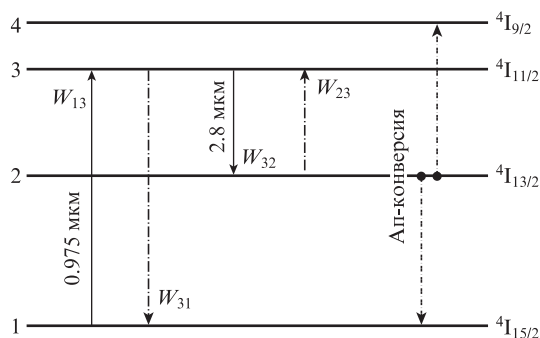


Рис.1. Упрощенная схема энергетических уровней иона эрбия.

на длине волны 0.975 мкм (переход $4I_{15/2} \rightarrow 4I_{11/2}$) (рис.1). Однако, несмотря на отмеченные достоинства теллуридных стекол, их использование требует решения ряда проблем. В частности, необходимо развить технологии глубокого обезвоживания стекол для минимизации поглощения в диапазоне 2.7–3 мкм. Кроме того, из-за относительно высокой энергии фононов время жизни τ_3 верхнего лазерного уровня $4I_{11/2}$ на порядок меньше времени жизни τ_2 нижележащего лазерного уровня $4I_{13/2}$, что затрудняет создание инверсии населенности между ними [17, 19]. Поэтому для эффективного опустошения уровня $4I_{13/2}$ предлагаются различные варианты и схемы, включающие двухцветную каскадную генерацию [3], генерацию при накачке импульсами длительностью $\sim \tau_3$ и частотой следования $\sim 1/\tau_2$ (чтобы к приходу следующего импульса накачки населенность метастабильного уровня $4I_{13/2}$ успела релаксировать) [19], а также использование очень высоких концентраций эрбия, при которых наблюдается высокий темп двухфотонного процесса ап-конверсии ($4I_{13/2} + 4I_{13/2} \rightarrow 4I_{9/2} + 4I_{15/2}$) [17].

В настоящей работе исследуется последний вариант. Мы разработали и изготовили световод из высококачественного стекла $\text{TeO}_2\text{-ZnO-La}_2\text{O}_3\text{-Na}_2\text{O}$ с легированной эрбием сердцевиной с концентрацией активных ионов 10^{21} см^{-3} и с низким содержанием гидроксильных групп, обуславливающим низкие потери в рассматриваемом спектральном диапазоне. Ранее мы сообщали об изготовлении световода с легированной эрбием сердцевиной на основе стекла $\text{TeO}_2\text{-WO}_3\text{-La}_2\text{O}_3\text{-Bi}_2\text{O}_3$, для которого время $\tau_3 \approx 100 \text{ мкс}$ [19]. В цинк-теллуридных стеклах из-за меньшей энергии фононов время жизни τ_3 больше, чем в вольфрамат-теллуридных стеклах [13, 17]. Кроме того, для цинк-теллуридных стекол максимум пика поглощения гидроксильными группами ($\sim 3.3 \text{ мкм}$) [21, 22] сдвинут в более длинноволновую область относительно пика для вольфрамат-теллуридных стекол, который расположен на длине волны $\sim 3 \text{ мкм}$ [20, 22], что может уменьшить поглощение и тушение люминесценции ионов эрбия гидроксильными группами в волокнах $\text{TeO}_2\text{-ZnO-La}_2\text{O}_3\text{-Na}_2\text{O}$ в диапазоне 2.7–3 мкм.

В настоящей работе рассматривается возможность создания источника ультракоротких импульсов с энергией $\sim 10 \text{ нДж}$ в спектральном диапазоне 2.7–3 мкм, использующего усиление затравочных сигналов с энергией $\sim 100 \text{ пДж}$ в изготовленных волоконных световодах из высококачественного теллуридного стекла с высокой керровской нелинейностью и с высокой концентрацией ионов эрбия в сердцевине. Затравочные сигналы могут быть получены, например, при рамановском сдвиге частоты оптических солитонов в германатных световодах [26]. На-

сколько нам известно, ранее усиление ультракоротких импульсов на переходе $4I_{11/2} \rightarrow 4I_{13/2}$ в легированных эрбием световодах из теллуридных стекол не исследовалось, хотя люминесценция с шириной линии более 200 нм наблюдалась разными исследовательскими группами [17–19].

Измерение структуры поля ультракоротких импульсов в исследуемом нами спектральном диапазоне несомненно актуально. Традиционно применяемые в ближней ИК области для волоконных лазерных систем методы автокорреляционной функции и оптического стробирования со спектральным разрешением (FROG), основанные на генерации второй гармоники в нелинейном кристалле, имеют ряд недостатков, среди которых неоднозначность в выборе направления временной оси и знака фазы, а также ограничение на спектральную ширину измеряемых сигналов из-за конечной ширины синхронизма кристалла [27]. Адаптация этих методов для диапазона 2.7–3 мкм дополнительно сопряжена со сложностью выбора оптических элементов. Кроме того, регистрация спектров второй гармоники невозможна с помощью стандартных кремниевых фотоприемников (с границей чувствительности до $\sim 1.1 \text{ мкм}$), поэтому необходимо использовать более дорогостоящие детекторы. Недавно для измерения формы сигналов был предложен и экспериментально продемонстрирован простой метод с минимальным набором используемых оптических элементов, лишенный указанных недостатков [28]. Метод основан на регистрации фундаментального спектра (спектра исходного сигнала) и двух дополнительных спектров, полученных в результате преобразования излучения в средах с кубической оптической нелинейностью: в стеклах или полимерных пленках в случае мощных лазерных систем [28, 29] или в отрезках нелинейных световодов в случае волоконных систем [30, 31]. При помощи специально разработанного итерационного компьютерного алгоритма происходит обработка трех спектральных измерений, позволяющая восстановить структуру электрического поля волны, т.е. реконструировать распределение интенсивности и фазу. В настоящей работе мы также численно демонстрируем возможность успешного применения этого метода для измерения усиленных импульсов непосредственно в активном световоде из теллуридного стекла без использования дополнительных оптических элементов.

2. Изготовление теллуридных стекол и активных световодов на их основе

Стекла составов $\text{TeO}_2\text{-ZnO-La}_2\text{O}_3\text{-Na}_2\text{O-Er}_2\text{O}_3$ (сердцевина, TZLNEr, концентрация ионов эрбия $\text{Er}^{3+} 1.06 \times 10^{21} \text{ см}^{-3}$) и $\text{TeO}_2\text{-ZnO-La}_2\text{O}_3\text{-Na}_2\text{O}$ (оболочки, TZLN-1 и TZLN-2) были синтезированы плавкой в тиглях из платины внутри герметичного реактора из кварцевого стекла в атмосфере очищенного кислорода [22].

Для приготовления шихты использовались исходные реактивы особой чистоты: диоксид теллура TeO_2 , очищенный перегонкой в вакууме по запатентованной методике, окись цинка ZnO , полученная окислением паров диметилцинка в пламени кислород-водородной горелки [23], коммерчески доступные оксид лантана La_2O_3 , оксид эрбия Er_2O_3 и натрий двууглекислый Na_2CO_3 марок ОСЧ. Суммарное (весовое) содержание примесей, наиболее вредных в видимой и ближней ИК областях переходных 3d-металлов, в смеси исходных реагентов не превышало 0.2–2 ppm, а общая концентрация редкоземельных элемен-

тов была меньше 1–2 ppm [24]. Ранее проведенные исследования показывают, что применяемая методика плавки не приводит к существенному загрязнению стекломассы оптически активными примесями во время синтеза в платиновых тиглях (за исключением примеси платины) [25].

Монолитная двухслойная преформа и жакетирующая трубка для получения многомодовых и одномодовых оптических волокон со ступенчатым профилем показателя преломления с легированной эрбием сердцевиной были изготовлены с использованием методики, примененной для вольфрамат-теллуридных стекол в работе [19]. В двухслойных отливках «сухая» сердцевина защищена от внешнего воздействия оболочкой на всех этапах формирования оптического волокна. Торцы отливок были механически отшлифованы и отполированы. После резки и полировки преформа имела следующие размеры: наружный диаметр 14 мм, диаметр сердцевины 3–4 мм, длина 44 мм. Фотографии преформы и жакетирующей трубки представлены на рис.2.

Спектры пропускания в ИК диапазоне записывались на фурье-спектрометре IR Nicolet 6700. Исследовались спектры пропускания как всей преформы длиной 4.4 см, так и ее отрезка длиной 0.23 см (рис.3,а). Область прозрачности тонких пластинок легированного ионами эрбия цинк-теллуридного стекла простирается до длины волны ~6 мкм, на спектрах обоих образцов присутствует полоса поглощения эрбия с максимумом на ~1.55 мкм. Благодаря использованию оригинальной методики обезвоживания расплава в спектре тонкого образца практически незаметны полосы поглощения гидроксильными группами с максимумами на ~3.3 и ~4.4 мкм и обертоновая линия с максимумом на ~2.3 мкм, характерные для обычных образцов теллуридных стекол. В то же время на спектре пропускания всей преформы хорошо видна широкая основная полоса поглощения гидроксилем с максимумом около 3.3 мкм, а полосы поглощения на 2.3 и 4.4 мкм отсутствуют, что свидетельствует о низком содержании гидроксильных групп. При этом наблюдается резкое уменьшение пропускания после длины волны 4 мкм, что объясняется многофононным поглощением и, возможно, влиянием полосы поглощения гидроксильной группой с максимумом на ~4.4 мкм. Исследование спектров пропускания достаточно длинных образцов высококачественного цинк-теллуридного стекла показывает, что

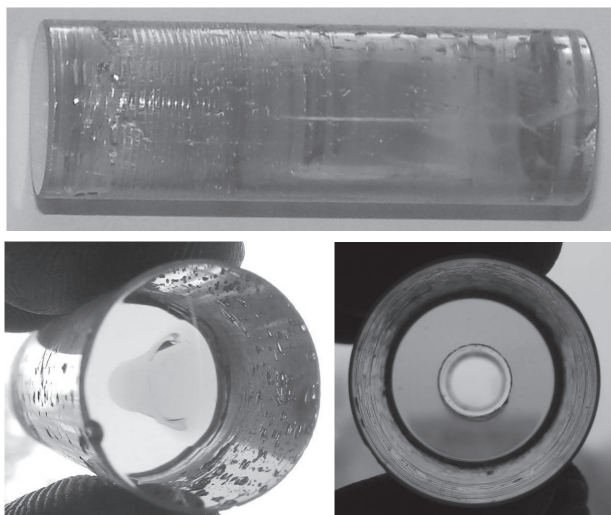


Рис.2. Фотографии преформы и жакетирующей трубки.

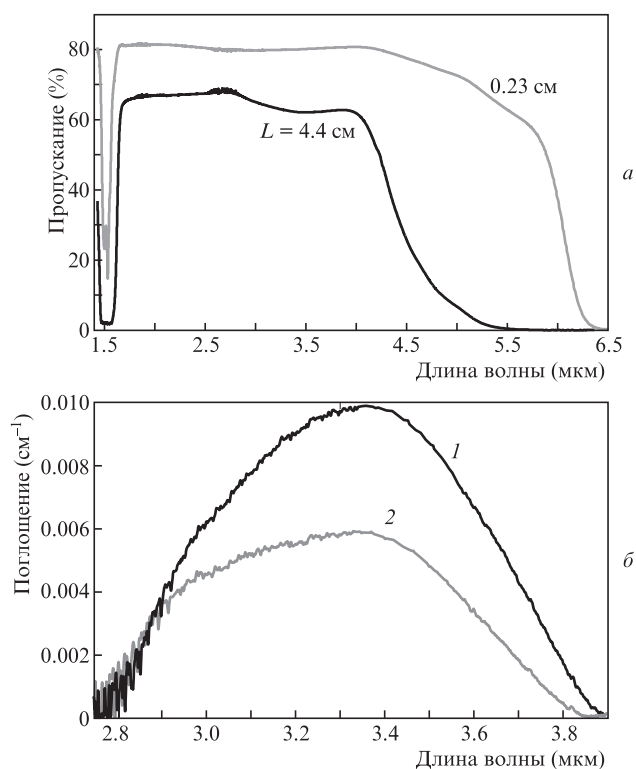


Рис.3. Спектры пропускания сердцевины преформы длиной $L = 4.4$ и 0.23 см (а), а также спектры поглощения в области основной полосы гидроксильных групп для сердцевины (1) и оболочки (2) преформы (б).

область малых потерь и, следовательно, эффективное применение такого стекла для сплошных волоконно-оптических устройств ограничены длиной волны ~4 мкм.

Для отрезка теллуридного стекла достаточной (более 1 см) длины при расчете коэффициента объемного поглощения гидроксилем можно пренебречь его поглощением на торцах, которое для теллуридного стекла составляет обычно несколько тысячных см^{-1} [22]. Как и в работе [19], спектры объемного поглощения гидроксильными группами были рассчитаны для стекол сердцевины и оболочки преформы длиной 4.4 см по данным спектров пропускания с использованием закона Бугера–Ламберта–Бера (рис.3,б). Применяемая методика изготовления преформ позволяет получить низкую концентрацию гидроксильных групп ($\sim 10^{-17} \text{ см}^{-3}$), соответствующую коэффициенту поглощения $\sim 0.01 \text{ см}^{-1}$ в максимуме полосы вблизи 3.3 мкм для сердцевины и $\sim 0.006 \text{ см}^{-1}$ для оболочки преформы (рис.3,б).

С помощью жакетирования были изготовлены одномодовые волоконные световоды с полимерным защитным покрытием. Изменив скорость вытяжки, мы получили образцы волокон с различными диаметрами сердцевины из стекла TZLNEr, первой оболочки из стекла TZLN-1 и второй оболочки из стекла TZLN-2.

3. Экспериментальное измерение спектров люминесценции, расчет сечений эмиссии и поглощения и формы полосы усиления на переходе ${}^4I_{11/2} \rightarrow {}^4I_{13/2}$

Для измерения спектров люминесценции на переходе ${}^4I_{11/2} \rightarrow {}^4I_{13/2}$ в изготовленных световодах из теллуридного

стекла образец длиной 5 см накачивался в сердцевину диаметром 10 мкм излучением одномодового лазерного диода на длине волны 974 нм (3S Photonics, 400 мВт). Изображение торца волокна (сердцевины и первой оболочки), полученное на микроскопе, показано на вставке рис.4,а. Излучение диода вводилось в активный световод с помощью двух линз. Излучение с выхода волокна направлялось на спектрометр Solar ТП, MS2004I с ИК детектором Infrared Associates на основе InSb, охлаждаемым жидким азотом. Сигнал с детектора поступал на усилитель и синхронный усилитель сигналов (Lock-in). Измеренный сигнал обрабатывался с помощью компьютера. Экспериментально измеренный спектр люминесценции приведен на рис.4,а.

С использованием полученного спектра люминесценции был выполнен расчет сечения эмиссии σ_{32} по формуле Фюхтбауэра–Ладенбурга [32]; расчет сечения поглощения σ_{23} был проведен методом МакКамбера [33]. Результаты расчетов представлены на рис.4,б.

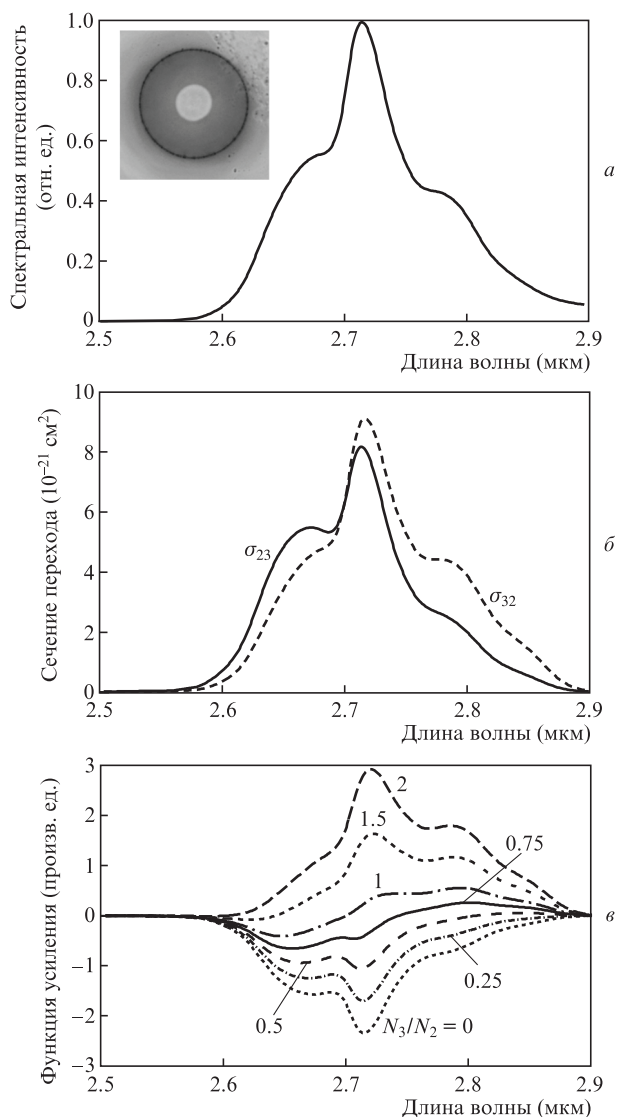


Рис.4. Экспериментально измеренный спектр люминесценции на переходе ${}^4I_{11/2} \rightarrow {}^4I_{13/2}$ (а), рассчитанные на его основе сечения эмиссии и поглощения (б), а также функция, характеризующая форму полосы усиления, для различных отношений населенностей N_3/N_2 уровней ${}^4I_{11/2}$ и ${}^4I_{13/2}$ (в). На вставке показано изображение торца волокна (сердцевины и первой оболочки).

Зная оба сечения перехода ${}^4I_{11/2} \rightarrow {}^4I_{13/2}$, мы рассчитали форму полосы усиления. Известно, что коэффициент усиления пропорционален функции

$$G = \sigma_{32}N_3 - \sigma_{23}N_2 = N_2(\sigma_{32}N_3/N_2 - \sigma_{23}), \tag{1}$$

где N_2, N_3 – населенности уровней ${}^4I_{11/2}$ и ${}^4I_{13/2}$ соответственно. Поскольку функция усиления $\sigma_{32}N_3/N_2 - \sigma_{23}$, показанная на рис.4,в, должна быть положительной, усиление может достигаться на длинноволновом крыле (относительно максимума сечения эмиссии) даже при $N_3 < N_2$.

4. Расчет дисперсионных и нелинейных характеристик волоконных световодов из теллуритного стекла

Для нахождения постоянных распространения $\beta(\omega)$ и поперечных структур электрического поля $F(r, \omega)$ фундаментальных мод LP₀₁ аксиально-симметричных световодов из теллуритного стекла с различными диаметрами легированных сердцевины решалась задача на собственные значения и собственные функции уравнения Гельмгольца, математическая формулировка которой имеет следующий вид [34]:

$$\frac{d^2F}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dF}{dr} + n^2(r, \omega) \frac{\omega^2}{c^2} F - \beta^2 F = 0, \tag{2}$$

$$F(r \rightarrow \infty) \rightarrow 0, \tag{3}$$

$$\frac{dF}{dr}(r = 0) = 0, \tag{4}$$

где r – радиальная координата; n – показатель преломления; c – скорость света; $\omega = 2\pi c/\lambda$ – угловая частота; λ – длина волны. Показатель преломления стекла оболочки n_{clad} вычислялся по формуле Сельмейера,

$$n_{\text{clad}}^2(\lambda) = C_1 + \frac{C_2}{1 - C_3/\lambda^2} + \frac{C_3}{1 - C_5/\lambda^2}, \tag{5}$$

с коэффициентами $C_1 = 2.18, C_2 = 1.617, C_3 = 0.45 \text{ мкм}^2, C_4 = 2.476, C_5 = 225 \text{ мкм}^2$, причем показатель преломления сердцевины $n_{\text{core}} = 1.0045n_{\text{clad}}$.

Нормировка функции $F(r, \omega)$ была выбрана следующим образом:

$$\int_0^\infty |F(r, \omega)|^2 dr = 1. \tag{6}$$

При нахождении собственных значений и собственных функций уравнения Гельмгольца применялась конечно-разностная схема.

На рис.5 показаны рассчитанные значения дисперсии групповых скоростей $\beta_2 = \partial^2\beta/\partial\omega^2$ и нелинейных коэффициентов

$$\gamma = \frac{n_2\omega}{cA_{\text{eff}}} \tag{7}$$

для световодов различных диаметров. Здесь $n_2 = 3.8 \times 10^{-19} \text{ м}^2/\text{Вт}$ – нелинейный показатель преломления теллуритного стекла [15];

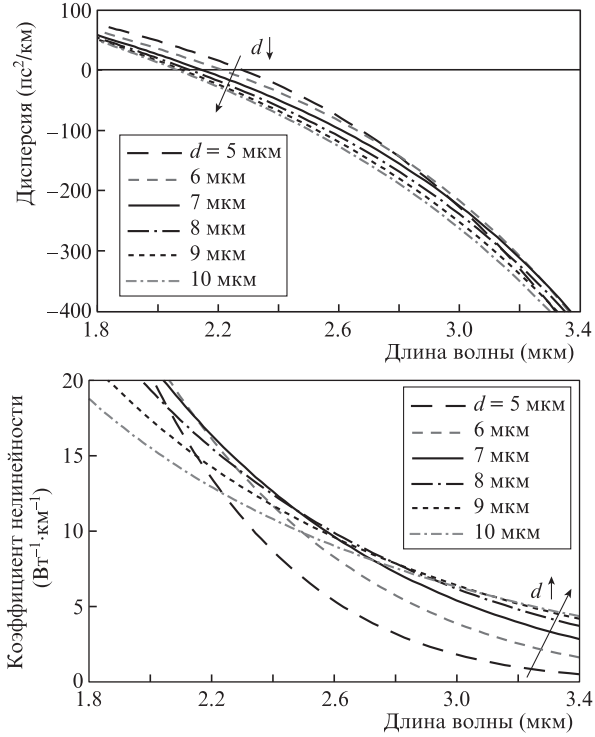


Рис.5. Рассчитанные дисперсии групповых скоростей β_2 (а) и нелинейные коэффициенты γ (б) для световодов с различными диаметрами сердцевин d .

$$A_{\text{eff}} = \frac{\left[\int_0^\infty |F(r, \omega)|^2 2\pi r dr \right]^2}{\int_0^\infty |F(r, \omega)|^4 2\pi r dr} \quad (8)$$

– эффективная площадь моды [35].

Для сердцевин большого диаметра вклад волноводной составляющей дисперсии мал, и нуль дисперсии расположен вблизи нуля материальной дисперсии (~ 2.04 мкм). С уменьшением диаметра положение нуля начинает смещаться в длинноволновую область. Уменьшение нелинейного коэффициента γ с ростом длины волны объясняется как уменьшением частоты ω в формуле (7), так и увеличением эффективной площади моды. Интегралы перекрытия Γ_{32} поля фундаментальной моды LP_{01} на длине волны 2.8 мкм с легированной сердцевиной составляют 0.05, 0.2, 0.36, 0.5, 0.61, 0.7, 0.76, 0.8 и 0.84 для диаметров $d = 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11$ и 12 мкм соответственно. При малых d значение V -параметра невелико ($V = 0.82$ при $d = 4$ мкм), поэтому мода слабо локализована вблизи сердцевины [35], а при относительно больших значениях d волокно перестает быть одномодовым. Длина волны отсечки $\lambda_{\text{cutoff}} = 2.8$ мкм достигается при диаметре ~ 12 мкм.

5. Численное моделирование усиления ультракоротких импульсов

Для численного исследования усиления ультракоротких импульсов мы использовали модель, содержащую скоростные уравнения для населенностей уровней N_1, N_2, N_3 , нормированных на концентрацию ионов эрбия N_{Er} (см. рис.1), а также уравнение, описывающее эволюцию мощности накачки P_{31} вдоль волокна и обобщенное нелинейное уравнение Шредингера для комплексной амплитуды

поля $E(z, t)$ ультракороткого импульса с учетом дисперсии, керровской и рамановской нелинейностей волокна, линейных потерь $\alpha(\omega)$ и вынужденного усиления и поглощения на переходе ${}^4I_{11/2} \rightarrow {}^4I_{13/2}$. Предполагалось, что накачка и сигнал распространяются в одном направлении. Мы учитывали двухфотонный процесс ап-конверсии (${}^4I_{13/2} + {}^4I_{13/2} \rightarrow {}^4I_{9/2} + {}^4I_{15/2}$), поглощение гидроксильными группами и многофононное поглощение. Населенностью уровня ${}^4I_{9/2}$ из-за его малого времени жизни [17] мы пренебрегли. Рассматривался квазистационарный режим усиления импульсов с частотой следования $\nu = 1$ МГц под действием непрерывной накачки на переходе ${}^4I_{15/2} \rightarrow {}^4I_{11/2}$ с длиной волны $\lambda_{31} = 0.975$ мкм. Система скоростных уравнений записывалась в следующем виде [17]:

$$\frac{\partial N_1}{\partial t} = -W_{13}N_1 + \frac{1}{\tau_2}N_2 + \left(W_{31} + \frac{\eta_{31}}{\tau_3^R}\right)N_3 + K_{\text{ETU}}N_2^2 = 0, \quad (9)$$

$$\frac{\partial N_2}{\partial t} = -\left(W_{23} + \frac{1}{\tau_2}\right)N_2 - 2K_{\text{ETU}}N_2^2 + \left(W_{32} + W_{\text{OH}} + W_{\text{mp}} + \frac{\eta_{32}}{\tau_3^R}\right)N_3 = 0, \quad (10)$$

$$N_1 + N_2 + N_3 = 1. \quad (11)$$

Здесь $\eta_{31} = 0.84$ и $\eta_{32} = 0.16$ – коэффициенты ветвления люминесценции [17]; $K_{\text{ETU}} = 3800 \text{ с}^{-1}$ – коэффициент ап-конверсии [17]; $\tau_3^R = 2.8$ мс – излучательное время жизни уровня ${}^4I_{11/2}$ [17]; τ_2 – полное время жизни уровня ${}^4I_{13/2}$; W_{OH} – скорость поглощения гидроксильными группами; W_{mp} – скорость многофононного поглощения (полное время жизни $\tau_3 = 300$ мкс включает в себя излучательное и безызлучательное времена жизни: $1/\tau_3 = W_{\text{OH}} + W_{\text{mp}} + 1/\tau_3^R$ [17]);

$$W_{13,31} = \frac{\Gamma_{31}\lambda_{31}\sigma_{13,31}}{hcA_{\text{core}}}P_{31} \quad (12)$$

– скорости вынужденного поглощения и усиления накачки [2]; h – постоянная Планка; A_{core} – площадь поперечного сечения сердцевины; Γ_{31} – интеграл перекрытия поперечного распределения поля накачки с легированной сердцевиной; $\sigma_{13} = 4 \times 10^{-21} \text{ см}^2$ и $\sigma_{31} = 3 \times 10^{-21} \text{ см}^2$ – сечения поглощения и эмиссии на длине волны накачки. Скорости вынужденного поглощения и усиления сигнала на центральной длине волны $\lambda_{31} = 2.8$ мкм задавались в следующем виде [36]:

$$W_{32,23} = \frac{\Gamma_{32}\lambda_{32}}{hcA_{\text{core}}}\nu \int \sigma_{32,23}(\omega) |\tilde{E}(\omega)|^2 d\omega. \quad (13)$$

Здесь и далее $\tilde{E}(z, \omega)$ – фурье-образ функции $E(z, t)$, определенный через оператор фурье-преобразования \hat{F} :

$$\tilde{E}(z, \omega) = \hat{F}[E(z, t)]. \quad (14)$$

Уравнение, описывающее эволюцию мощности накачки вдоль волокна, записывалось в следующем виде [2, 37]:

$$\frac{dP_{31}}{dz} = -\Gamma_{31}N_{\text{Er}}(\sigma_{13}N_1 - \sigma_{31}N_3)P_{31} - \alpha_{31}P_{31}. \quad (15)$$

В расчетах использовались экспериментально измеренные фоновые оптические потери на длине волны накачки: $\alpha_{31} = 1$ дБ/м.

Обобщенное нелинейное уравнение Шредингера для комплексной амплитуды поля ультракороткого импульса записывалось в виде [35, 36]

$$\frac{\partial \tilde{E}(z, \omega)}{\partial z} - i\gamma \hat{F} \left[E(z, t) \int R(t - \tau) |E(z, \tau)|^2 d\tau \right] + i\beta \tilde{E}(z, \omega) = \frac{g(\omega) - \alpha(\omega)}{2} \tilde{E}(z, \omega) \quad (16)$$

с функцией рамановского отклика $R(t - \tau)$, заданной как в работе [16], и с функцией усиления

$$g(\omega) = \Gamma_{32} N_{Er} (\sigma_{32} N_3 - \sigma_{23} N_2). \quad (17)$$

При моделировании уравнения (16) применялся метод фурье-расщепления по физическим факторам (SSFМ) [35] с использованием быстрого преобразования Фурье (БПФ) и обратного БПФ (ОБПФ). Шаг вдоль оси световода dz был выбран равным 10 мкм. Эволюция мощности накачки рассчитывалась параллельно. После каждого шага по z численно находились значения населенностей, которые подставлялись в соответствующие уравнения на следующем шаге. Мы проверили, что уменьшение шага вдвое не приводит к изменению результатов расчетов.

При исследовании усиления ультракоротких оптических сигналов в активном световоде задавались входные импульсы с энергией 100 пДж с длительностью 600 фс, chirпированные в среде с аномальной дисперсией. Длительность спектрально-ограниченных импульсов солитоноподобной формы составляла 300 фс (по уровню 1/2 от максимального значения). Такие импульсы могут быть сформированы, например, в нелинейных германатных волокнах за счет перестройки несущей длины волны рамановских солитонов с последующим их ослаблением за счет оптических потерь, приводящих к тому, что импульс перестает быть солитоном и происходит его дисперсионное расплывание [26]. Предполагалось, что излучение накачки вводится в сердцевину и интеграл перекрытия $\Gamma_{31} = 0.9$ для всех ее диаметров. При численном моделировании мы использовали дисперсионные зависимости, приведенные на рис.5,а, и пренебрегали спектральной зависимостью нелинейного коэффициента γ и интеграла перекрытия Γ_{32} для импульсов, изначально заданных на центральной длине волны 2.8 мкм. Нелинейный коэффициент γ определялся по зависимостям, приведенным на рис.5,б, для каждого диаметра сердцевины. Используемые в расчетах значения Γ_{32} даны в конце предыдущего раздела. Поскольку поле моды слабо локализовано в световоде с тонкой сердцевиной, волокна диаметром менее ~6 км не рассматривались.

На рис.6,а показаны расчетные зависимости мощности накачки внутри световода от z для различных диаметров сердцевины, а на рис.6,б – зависимости энергии усиливаемых импульсов ($\int |E(t)|^2 dt$) от длины активного световода. Видно, что чем меньше d , тем больше длина прокачиваемого отрезка волокна, поскольку возрастает интенсивность накачки при той же мощности. Для энергии усиливаемых сигналов существует оптимум по диаметру сердцевины, т.к. при малых d интеграл перекрытия Γ_{32} мал, а при относительно больших d длина прокачки ста-

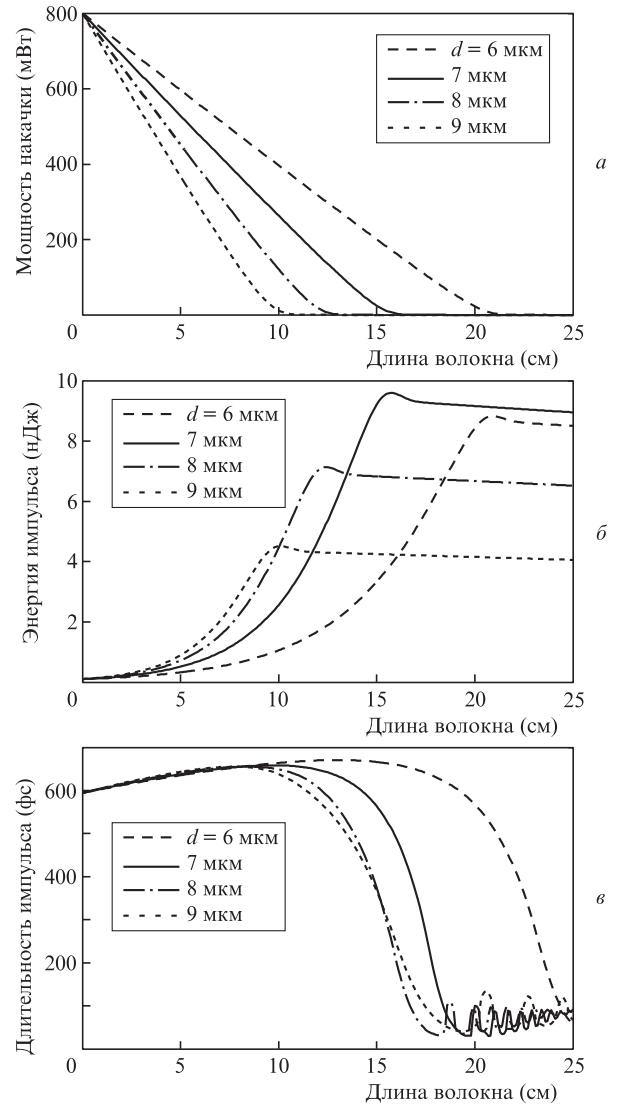


Рис.6. Зависимости мощности накачки (а), энергии (б) и длительности усиливаемых импульсов (в), заданных на центральной длине волны 2.8 мкм, от длины активных световодов с различными диаметрами сердцевины d .

новится меньше. При оптимальном диаметре ($d = 7$ мкм, для которого на длине волны 2.8 мкм $\beta_2 = -150$ пс²/км, $\gamma = 7.5$ Вт⁻¹·км⁻¹, $\Gamma_{32} = 0.5$) максимальная энергия в усиленном импульсе составляет ~10 нДж, т.е. достигается усиление ~20 дБ (рис.6,б).

Исследования спектрально-временной динамики импульсов в активных кварцевых световодах с аномальной дисперсией показали, что в таких системах может происходить самокомпрессия импульсов во временной области [38, 39]. Ранее был экспериментально продемонстрирован и теоретически изучен случай, описывающий усиление солитонного импульса, несущая длина волны которого постепенно смещается за пределы полосы усиления вследствие вынужденного рамановского рассеяния [40]. В рассматриваемом нами случае реализуется похожий сценарий нелинейной динамики сигнала. Вначале при распространении импульса с малой энергией происходит увеличение его длительности за счет действия дисперсии, форма спектра меняется незначительно. С ростом энергии начинает сказываться влияние нелинейности и происходит заметное спектральное уширение, обусловленное фазовой

самоудуляции. Совместное действие керровской нелинейности и аномальной дисперсии приводит к компрессии сигнала во временной области (рис.6,в). Длительность сжатых таким образом импульсов составляет менее 100 фс (минимальное значение ~ 30 фс). Спектр уширяется настолько, что его коротковолновое крыло попадает в область нормальной дисперсии и возникает излучение дисперсионных волн (механизм их генерации описан, например, в [35]). В длинноволновой области спектра начинает формироваться солитон, несущая длина волны кото-

рого плавно увеличивается из-за вынужденного рамановского рассеяния. Зависимости квадратного корня из спектральной амплитуды от длин волокон различных диаметров показаны на рис.7.

В рассмотренном нами случае усиления затравочных импульсов длительностью 600 фс максимальная энергия усиленных импульсов ограничивается мощностью накачки. При использовании более коротких затравочных импульсов ограничивающим фактором могут стать нелинейные эффекты, которые начинают существенно сказываться на длинах, меньших длины поглощения накачки. Действительно, при самокомпрессии с последующим формированием рамановского солитона выход его длины волны за границу полосы усиления может происходить при положительном значении коэффициента усиления (17), т.е. усиление солитона прекращается раньше, чем если бы его длина волны не сместилась из-за рамановского эффекта.

6. Об измерении структуры поля ультракоротких импульсов

Метод измерения формы и фазы ультракоротких импульсов на основе трех спектральных измерений, предложенный в работе [28], основан на применении итерационного алгоритма к фундаментальному (исходному) спектру $I_0(\Omega)$ (здесь и далее Ω – круговая частота, отсчитываемая от центральной частоты ω_0) и двум спектрам, $I_1(\Omega)$ и $I_2(\Omega)$, полученным в результате преобразования сигнала в бездисперсионной среде с керровской нелинейностью для значений B -интегралов, различающихся в два раза ($B = (\omega_0/c) \int n_2 I(z) dz$, где I – пиковая интенсивность) [28]. Метод был обобщен на случай произвольного отношения B -интегралов и произвольной дисперсии среды и успешно применен для восстановления параметров импульсов в телекоммуникационном диапазоне с использованием двухсантиметрового отрезка кварцевого световода в качестве нелинейной среды [30]. Ниже мы демонстрируем применимость метода в бездисперсионной среде, имеющей только керровскую нелинейность; эволюция импульса в такой среде может быть описана уравнением [35]

$$\frac{\partial E(t)}{\partial z} = i\gamma |E(t)|^2 E(t). \quad (18)$$

Поле импульса после прохождения нелинейной среды длиной dz_j связано с исходным полем соотношением

$$E_j(t) = E_0(t) \exp[i\gamma dz_j |E_0(t)|^2]. \quad (19)$$

Здесь и далее индекс $j = 0$ относится к исходному сигналу, а $j = 1, 2$ – к преобразованным сигналам. Численная схема восстановления структуры поля импульса на основе алгоритма Гершберга–Сакстона показана на рис.8. Пусть огибающая импульса в спектральном представлении задана в виде $\tilde{E}_j(\Omega) = |\tilde{E}_j(\Omega)| \exp(i\varphi_j)$, где φ_j – спектральная фаза. Цель алгоритма – подобрать такую спектральную фазу φ_0 , чтобы минимизировать функцию ошибки:

$$\Delta = \left\{ \sum_{k=1}^N [I_1(\Omega_k) - |\tilde{E}_1(\Omega_k)|^2]^2 + \sum_{k=1}^N [I_2(\Omega_k) - |\tilde{E}_2(\Omega_k)|^2]^2 \right\}, \quad (20)$$

где N – число точек.

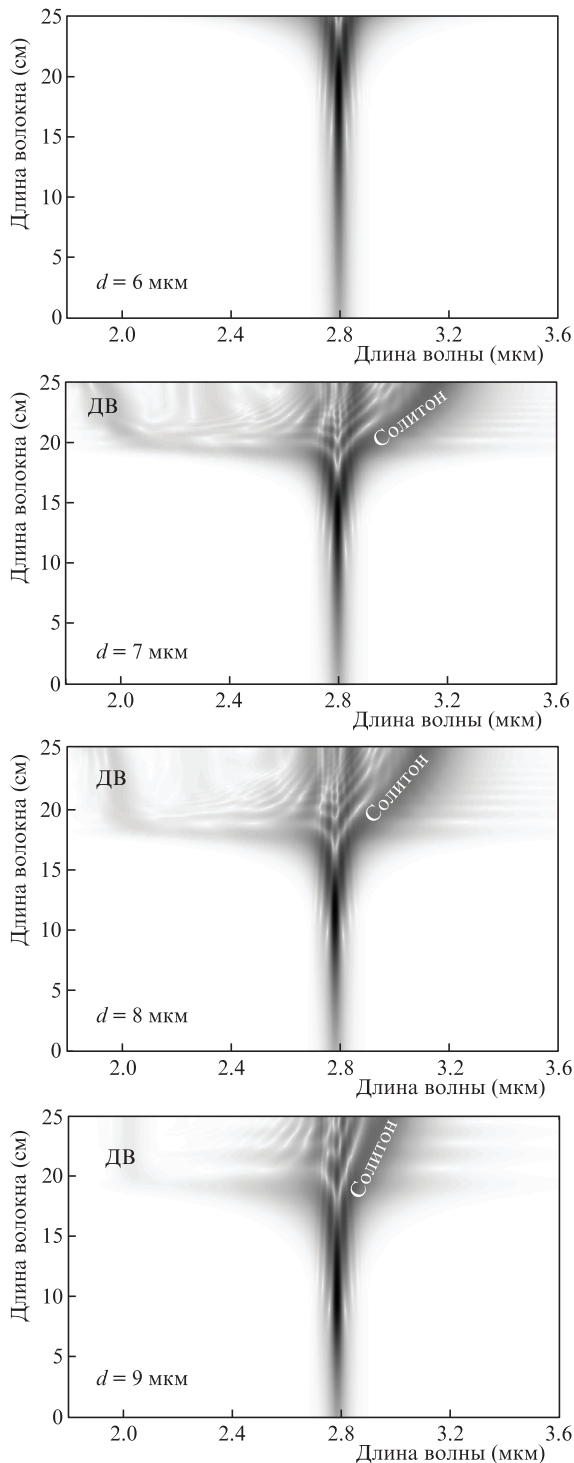


Рис.7. Спектральная эволюция усиливаемых импульсов (функция $|\tilde{E}(z, \lambda)|^{1/2}$) в световодах с различными диаметрами d ; ДВ – дисперсионные волны.

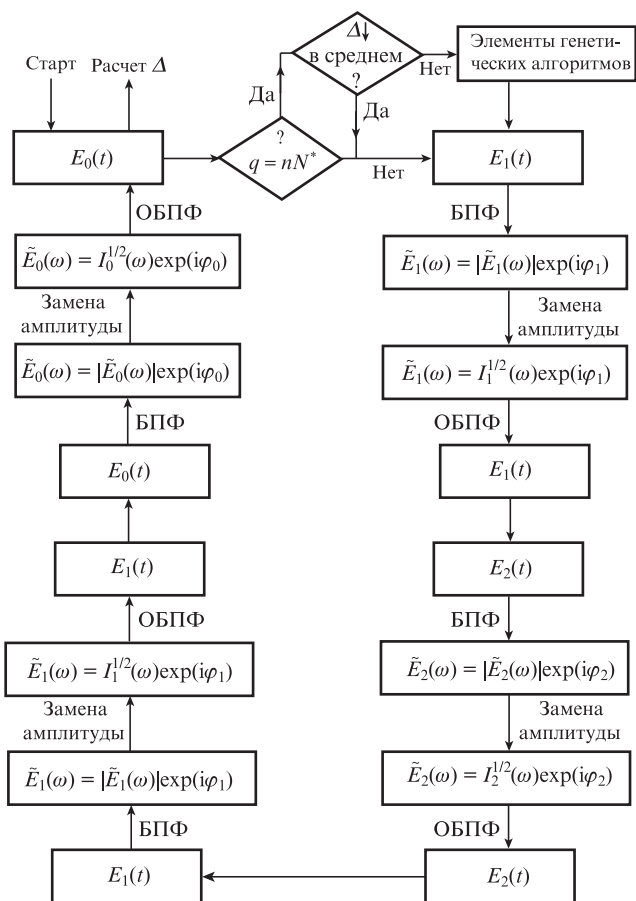


Рис.8. Схема алгоритма для восстановления структуры поля импульса (q – номер итерации, n – натуральное число, $N^* = \text{const}$ (обычно ~ 100)).

Алгоритм устроен следующим образом (рис.8) [30]. Вначале задается произвольный сигнал и рассчитывается поле в соответствии с уравнением (19) во временной области для нелинейной среды длины dz_1 . Далее выполняется БПФ, потом замена спектральной амплитуды на экспериментально измеренную с сохранением при этом спектральной фазы и наконец ОБПФ. Затем рассчитывается эволюция во временной области для нелинейной среды длиной dz_2 , выполняется БПФ, осуществляется замена спектральной амплитуды на экспериментально измеренную и проводится ОБПФ. Далее аналогичным образом рассчитывается обратное распространение. В результате полного цикла получаем новое значение $E_0(t)$. В конце каждой q -й итерации по формуле (20) вычисляется функция ошибки Δ . Если для достаточно большого числа итераций ошибка в среднем не уменьшается, то применяются элементы генетических алгоритмов (скрещивание, мутация). Отметим, что для работы алгоритма не нужны точные значения B -интегралов, достаточно знать только их отношения [28]. Более подробное обсуждение алгоритма, его ограничений и области применимости выходит за рамки настоящей работы. Детальное описание данных вопросов можно найти в работе [30].

Рассмотрим возможность применения описанного метода для восстановления структуры поля усиленных ультракоротких сигналов непосредственно в легированном эрбием волоконном световоде из теллуричного стекла. В отсутствие накачки или при ее малой интенсивности практически не происходит вынужденного поглощения

или усиления импульсов в диапазоне длин волн 2.7–3 мкм на переходе ${}^4I_{13/2} \rightarrow {}^4I_{11/2}$, т. е. изменением энергии сигнала на длинах в единицы сантиметров и менее можно пренебречь. Предположим, что накачка почти полностью поглотилась на длине, меньшей длины активного световода L , и мы зарегистрировали спектр сигнала. Далее можно отрезать небольшой кусок волокна dL_2 (длиной несколько миллиметров) и измерить спектр, затем отрезать еще кусок волокна длиной dL_1 и снова измерить спектр. В результате этих действий останется волокно длиной $L - dL_1 - dL_2$. Теперь будем считать «исходным» сигнал на выходе этого дважды укороченного волокна. Два дополнительных спектра на выходе волокон длиной $L - dL_2$ и L можно рассматривать как спектры сигналов, полученных в результате преобразования «исходного» сигнала в нелинейных волокнах с длинами $dz_1 = dL_1$ и $dz_2 = dL_1 + dL_2$ соответственно. Применяя разработанный алгоритм к этим трем спектрам, мы восстанавливаем распределение интенсивности и фазу импульса на выходе оставшегося отрезка активного волокна. Преимуществом такого подхода является его предельная простота, обусловленная отсутствием любых дополнительных оптических элементов, а также знание точных длин dz_1 и dz_2 и соответственно отношения B -интегралов (поскольку энергии во всех случаях считаются одинаковыми).

Применимость метода продемонстрирована на следующем тестовом примере. Возьмем импульс с энергией ~ 9 нДж и длительностью ~ 500 фс, полученный в результате численного моделирования полной системы уравнений (9)–(17), при длине активного волокна 15 см с диаметром сердцевины 7 мкм. Сплошными кривыми на рис.9,а и б показаны его интенсивность во временной области, а также спектральная интенсивность и спектральная фаза. Промоделированные в рамках полной системы уравнений спектры для $dz_1 = 2.5$ мм, $dz_2 = 5$ мм (т. е. при полных длинах волокна 15.25 и 15.5 см) также показаны на рис.9,в и г сплошными кривыми. Далее мы взяли только эти три спектра и применили к ним наш алгоритм в бездисперсионном приближении, пренебрегая всеми эффектами, кроме керровской нелинейности. В результате запуска разработанной нами компьютерной программы была восстановлена структура поля импульса. Штриховые кривые на рис.9 отображают найденное решение. Видно достаточно хорошее соответствие между оригинальными и восстановленными характеристиками. Небольшое расхождение объясняется тем, что оригинальные спектры получаются при действии всех линейных и нелинейных эффектов в волоконном световоде, а при восстановлении учитывался только наиболее принципиальный эффект керровской нелинейности.

7. Заключение

В настоящей работе впервые теоретически показана возможность создания усилителя ультракоротких оптических импульсов на основе легированных ионами эрбия световодов из теллуричного стекла в диапазоне 2.7–3 мкм на переходе ${}^4I_{11/2} \rightarrow {}^4I_{13/2}$. Численное исследование выполнено в рамках модели, содержащей скоростные уравнения для населенностей уровней, уравнение, описывающее эволюцию мощности попутной накачки на длине волны 0.975 мкм, и обобщенное нелинейное уравнение Шредингера для комплексной амплитуды поля усиливаемого ультракороткого импульса. Модель учитывает двухфо-

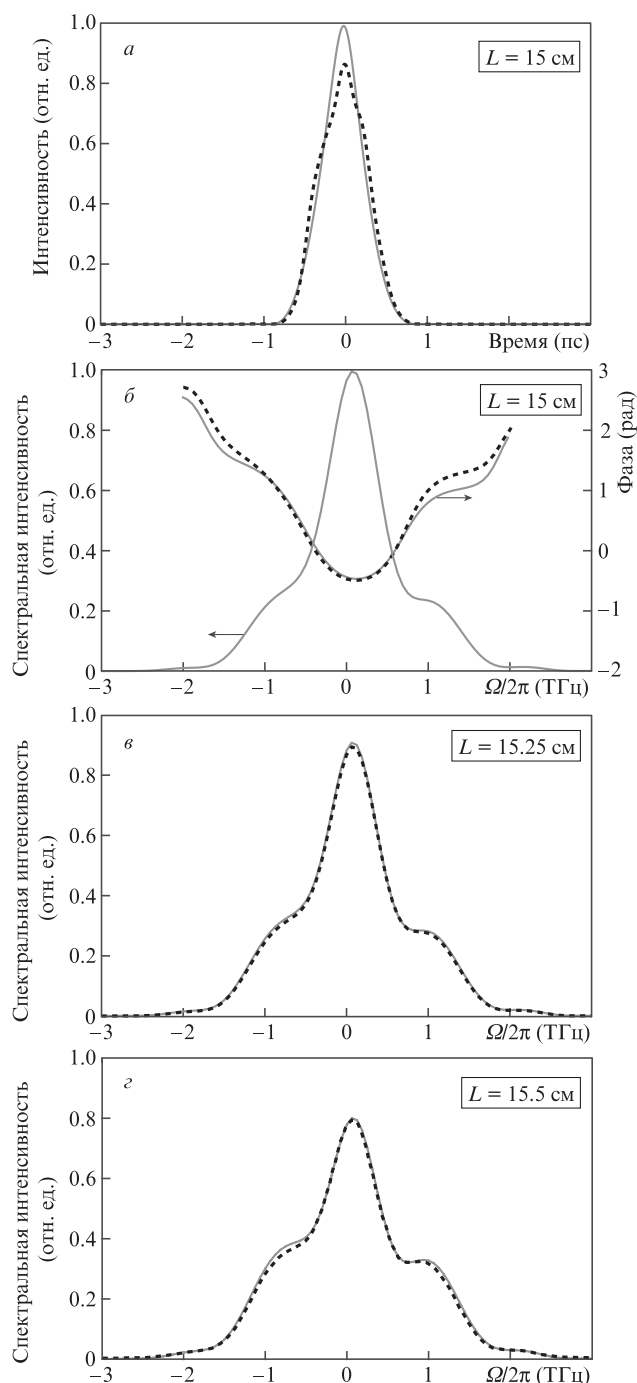


Рис.9. Восстановление структуры поля импульса с энергией ~ 9 нДж и длительностью ~ 500 фс, распространяющегося в световоде с диаметром сердцевины $d = 7$ мкм: интенсивность во временном представлении при длине волокна $L = 15$ см (а), спектральная интенсивность и спектральная фаза при $L = 15$ см (б), спектральные интенсивности при $L = 15.25$ (в) и 15.5 см (г). Сплошными кривыми показаны оригинальные структуры, полученные в результате моделирования полной системы уравнений (9)–(17), а штриховыми кривыми – структуры, восстановленные в результате применения алгоритма. Частота $\Omega/2\pi$ отсчитывается от $\omega_0/2\pi$.

тонный процесс ап-конверсии (${}^4I_{13/2} + {}^4I_{13/2} \rightarrow {}^4I_{9/2} + {}^4I_{15/2}$), поглощение гидроксильными группами, многофононное поглощение, а также дисперсию волокна, линейные потери, керровскую и рамановскую нелинейности. Изготовлены образцы волоконных световодов на основе высокочистых стекол $\text{TeO}_2\text{-ZnO-La}_2\text{O}_3\text{-Na}_2\text{O}$ с легированной эрбием сердцевиной (концентрация ионов 10^{21} см $^{-3}$) с по-

ниженным содержанием гидроксильных групп, что обеспечивает малое поглощение в диапазоне 2.7–3 мкм. Экспериментально измерен спектр люминесценции на переходе ${}^4I_{11/2} \rightarrow {}^4I_{13/2}$, на основе которого по формуле Фюхтбауэра–Ладенбурга вычислено сечение эмиссии, а методом МакКамбера – сечение поглощения. Произведен расчет дисперсий групповых скоростей β_2 , эффективных полей мод, нелинейных коэффициентов γ и интегралов перекрытия полей фундаментальных мод LP_{01} с площадью легированной сердцевины Γ_{32} для волоконных световодов с различными диаметрами сердцевины путем нахождения собственных значений и собственных функций уравнения Гельмгольца. Измеренные и рассчитанные параметры использованы при численном моделировании спектрально-временной эволюции ультракоротких импульсов в нелинейном активном волоконном световоде.

Результаты проведенной серии численных экспериментов показали, что оптимальным для усилителя является световод с диаметром сердцевины 7 мкм и следующими параметрами на длине волны 2.8 мкм: $\beta_2 = -150$ пс 2 /км, $\gamma = 7.5$ Вт $^{-1}$ ·км $^{-1}$, $\Gamma_{32} = 0.5$. Такой активный световод дает возможность формировать импульсы с энергией ~ 10 нДж, частотой следования 1 МГц, длительностью менее 100 фс при усилении ~ 20 дБ. С помощью специально разработанного итерационного компьютерного алгоритма на основе алгоритма Гершберга–Сакстона продемонстрирована возможность нахождения интенсивности и фазы сформированных импульсов по измерениям их фундаментальных спектров и двух дополнительных спектров, полученных в результате нелинейно-оптического преобразования в коротких отрезках данных активных световодов без использования дополнительных оптических элементов.

Таким образом, активированный ионами эрбия волоконный световод из теллуритного стекла представляется перспективным лазерным материалом для создания усилителей ультракоротких импульсов, а также для измерения структуры их поля без использования дополнительных оптических элементов в диапазоне 2.7–3 мкм.

Изготовление теллуритных стекол и волоконных световодов на их основе, а также исследование лазерного усиления выполнено при финансовой поддержке РФФ (грант № 17-12-01324). Исследование возможности измерения интенсивности и фазы ультракоротких импульсов выполнено при финансовой поддержке РФФИ и ДНТ (грант № 18-52-45005 ИНД.а). Разработка компьютерной программы для расчета дисперсии и полей мод выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки РФ (договор № 14.W03.31.0032). Численное моделирование уширения спектра и сжатия импульсов выполнено в рамках Программы Президиума РАН «Экстремальные световые поля и их взаимодействие с веществом».

1. <https://www.bccresearch.com/market-research/photronics/mid-infrared-lasers-technologies-applications-markets-report-pho016a.html>.
2. Benson T.M., Furniss D., Tang Z., Sakr H., Seddon A.B., Sujecki S., in *Recent Trends in Computational Photonics*. Ed. by A.Agrawal, T.Benson, R.M.De La Rue, G.A.Wurtz (Springer, 2017, pp 39–75).
3. Aydin Y.O., Fortin V., Maes F., Jobin F., Jackson S.D., Vallée R., Bernier M. *Optica*, **4**, 235 (2017).
4. Mitrofanov A.V., Voronin A.A., Mitryukovskiy S.I., Sidorov-Biryukov D.A., Pugžlys A., Andriukaitis G., Flöry T., Stepanov E.A., Fedotov A.B., Baltuška A., Zheltikov A.M. *Opt. Lett.*, **40**, 2068 (2015).

5. Sotor J., Martynkien T., Schunemann P.G., Mergo P., Rutkowski L., Soborí G. *Opt. Express*, **26**, 11756 (2018).
6. Гладышев А.В., Косолапов А.Ф., Худяков М.М., Яценко Ю.П., Колядин А.Н., Крылов А.А., Прямыков А.Д., Бирюков А.С., Лихачев М.Е., Буфетов И.А., Дианов Е.М. *Квантовая электроника*, **47**, 491 (2017) [*Quantum Electron.*, **47**, 491 (2017)].
7. Kamynin V.A., Bednyakova A.E., Fedoruk M.P., Volkov I.A., Nishchev K.N., Kurkov A.S. *Laser Phys. Lett.*, **12**, 065101 (2015).
8. Antipov O., Kolker D., Kal'yanov D., Larin S., Shur V., Akhmatkhanov A. *J. Opt. Soc. Am. B*, **35**, 1674 (2018).
9. Силаев А.А., Костин В.А., Ларюшин И.Д., Введенский Н.В. *Письма в ЖЭТФ*, **107**, 160 (2017) [*JETP Lett.*, **107**, 151 (2018)].
10. Anashkina E.A., Shiryayev V.S., Snopatin G.E., Muraviev S.V., Kim A.V. *J. Non-Cryst. Solids*, **480**, 38 (2018).
11. Karaksina E.V., Shiryayev V.S., Churbanov M.F., Anashkina E.A., Kotereva T.V., Snopatin G.E. *Opt. Mater.*, **72**, 654 (2017).
12. Anashkina E.A., Andrianov A.V., Dorofeev V.V., Kim A.V. *Appl. Opt.*, **55**, 4522 (2016).
13. Tao G., Ebendorff-Heidepriem H., Stolyarov A.M., Danto S., Badding J.V., Fink Y., Ballato J., Abouraddy A.F. *Adv. Opt. Photon.*, **7**, 379 (2015).
14. Rivera V.A.G., Manzani D. *Technological Advances in Tellurite Glasses* (Springer International Publishing, 2017).
15. Lin A., Zhang A., Bushong E.J., Toulouse J. *Opt. Express*, **17**, 16716 (2009).
16. Yan X., Qin G., Liao M., Suzuki T., Ohishi Y. *J. Opt. Soc. Am. B*, **28**, 1831 (2011).
17. Gomes L., Oermann M., Ebendorff-Heidepriem H., Ottaway D., Monro T., Librantz A.F.H., Jackson S.D. *J. Appl. Phys.*, **110**, 083111 (2011).
18. Ma Y., Guo Y., Huang F., Hu L., Zhang J. *J. Lumin.*, **147**, 372 (2014).
19. Anashkina E.A., Dorofeev V.V., Koltashev V.V., Kim A.V. *Opt. Mater. Express*, **7**, 4337 (2017).
20. Smayev M.P., Dorofeev V.V., Moiseev A.N., Okhchimchuk A.G. *J. Non-Cryst. Solids*, **480**, 100 (2018).
21. Yakovlev A.I., Snetkov I.L., Dorofeev V.V., Motorin S.E. *J. Non-Cryst. Solids*, **480**, 90 (2018).
22. Churbanov M.F., Moiseev A.N., Chilyasov A.V., Dorofeev V.V., Kraev I.A., Lipatova M.M., Kotereva T.V., Dianov E.M., Plotnichenko V.G., Kryukova E.B. *J. Optoelectron. Adv. Mater.*, **9**, 3229 (2007).
23. Moiseev A.N., Dorofeev V.V., Chilyasov A.V., Kut'in A.M., Pimenov V.G., Plotnichenko V.G., Koltashev V.V. *Inorg. Mater.*, **43**, 675 (2007).
24. Moiseev A.N., Dorofeev V.V., Chilyasov A.V., Kraev I.A., Churbanov M.F., Kotereva T.V., Pimenov V.G., Snopatin G.E., Pushkin A.A., Gerasimenko V.V., Kosolapov A.F., Plotnichenko V.G., Dianov E.M. *Opt. Mater.*, **33**, 1858 (2011).
25. Moiseev A.N., Dorofeev V.V., Chilyasov A.V., Pimenov V.G., Kotereva T.V., Kraev I.A., Ketkova L.A., Kosolapov A.F., Plotnichenko V.G., Koltashev V.V. *Inorg. Mater.*, **47**, 665 (2011).
26. Anashkina E.A., Andrianov A.V., Koptev M.Yu., Muravyev S.V., Kim A.V. *Opt. Lett.*, **39**, 2963 (2014).
27. Walmsley I.A., Dorrer C. *Adv. Opt. Photon.*, **1**, 308 (2009).
28. Anashkina E.A., Ginzburg V.N., Kochetkov A.A., Yakovlev I.V., Kim A.V., Khazanov E.A. *Sci. Rep.*, **6**, 33749 (2016).
29. Андрианов А.В., Ким А.В., Хазанов Е.А. *Квантовая электроника*, **47**, 236 (2017) [*Quantum Electron.*, **47**, 236 (2017)].
30. Anashkina E.A., Andrianov A.V., Koptev M.Yu., Kim A.V. *IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron.*, **24**, 8700107 (2018).
31. Baudin K., Audo F., Finot C. *Microwave Opt. Technol. Lett.*, **60**, 882 (2018).
32. Payne S.A., Chase L.L., Smith L.K., Kway W.L., Krupke W.F. *IEEE J. Quantum Electron.*, **28**, 2619 (1992).
33. McCumber D. *Phys. Rev.*, **136**, A299 (1964).
34. Снайдер А., Лав Д. *Теория оптических волокон* (М.: Радио и связь, 1987).
35. Agrawal G.P. *Nonlinear Fiber Optics* (Academic Press, 2013).
36. Anashkina E.A., Kim A.V. *J. Lightwave Technol.*, **35**, 5397 (2017).
37. Churkin D.V., Sugavanam S., Vatik I.D., Wang Z., Podivilov E.V., Babin S.A., Rao Y., Turitsyn S.K. *Adv. Opt. Photon.*, **7**, 516 (2015).
38. Nakazawa M., Kurokawa K., Kubota H., Suzuki K., Kimura Y. *Appl. Phys. Lett.*, **57**, 653 (1990).
39. Балакин А.А., Литвак А.Г., Миронов В.А., Скобелев С.А. *Квантовая электроника*, **48**, 313 (2018) [*Quantum Electron.*, **48**, 313 (2018)].
40. Котов Л.В., Коптев М.Ю., Анашкина Е.А., Муравьев С.В., Андрианов А.В., Бубнов М.М., Игнатьев А.Д., Липатов Д.С., Гурьянов А.Н., Лихачев М.Е., Ким А.В. *Квантовая электроника*, **44**, 458 (2014) [*Quantum Electron.*, **44**, 458 (2014)].