### ЛАЗЕРЫ

# Автомодуляционные колебания в твердотельном кольцевом лазере со связанными резонаторами

И.И.Золотоверх, Е.Г.Ларионцев, В.В.Фирсов, С.Н.Чекина

Предложена теоретическая модель, описывающая динамику излучения в твердотельном кольцевом лазере со связанными резонаторами. На основе численного моделирования, проведенного в рамках этой модели, исследованы противофазные гармонические колебания интенсивностей встречных волн. Показано, что амплитуды и частоты автомодуляционных колебаний в случаях синфазной и противофазной связей резонаторов значительно различаются. В случае противофазной связи найдена новая возможность увеличения масштабного коэффициента с ростом периметра дополнительного резонатора. Экспериментально исследована зависимость частоты автомодуляционных колебаний от оптической невзаимности, создаваемой в основном резонаторе с помощью постоянного магнитного поля. Сравнение экспериментальных и теоретических результатов показало хорошее согласие теории с экспериментом.

Ключевые слова: твердотельный кольцевой лазер, связанные резонаторы, автомодуляционные колебания, оптическая невзаимность, масштабный коэффициент, лазерная гироскопия.

### 1. Введение

Чувствительность кольцевого лазера к вращению и возможности ее повышения важны для задач, связанных с применениями лазерных гироскопов (ЛГ). Один из способов увеличения масштабного коэффициента и чувствительнности ЛГ основан на использовании среды с сильной аномальной дисперсией света, помещенной внутрь лазерного резонатора (см. [1-3] и цитируемую там литературу). В работе [1] теоретически исследована возможность увеличения масштабного коэффициента в полупроводниковом ЛГ, резонатор которого заполнен диспергирующей средой. В работе [2] теоретически предсказана возможность увеличения масштабного коэффиента в 106 раз при использовании внутрирезонаторных сред с аномальной дисперсией. Детальный анализ возможностей применения газовых сред с аномальной дисперсией для увеличения масштабного коэффициента в ЛГ на основе гелий-неоновых лазеров был проведен в [3] и показал неперспективность использования таких линейных газовых сред для этой цели.

Другой подход к поиску возможностей увеличения масштабного коэффициента ЛГ основан на применении связанных кольцевых лазеров (без использования какойлибо внутрирезонаторной сильно диспергирующей среды). К ЛГ относят системы, в которых используются оптические датчики угловой скорости вращения двух типов: 1) кольцевые лазеры, генерирующие внутри лазерного резонатора встречные волны с разными частотами, и 2) датчики, в которых излучение внешнего лазера пропускается

**И.И.Золотоверх, Е.Г.Ларионцев, В.В.Фирсов, С.Н.Чекина.** НИИ ядерной физики им. Д.В.Скобельцына МГУ им. М.В.Ломоносова Россия, 119991 Москва, Воробьевы горы; e-mail: e.lariontsev@vahoo.com

Поступила в редакцию 25 июля 2017 г., после доработки – 13 октября 2017 г.

во встречных направлениях через интерферометр Саньяка (либо кольцевой резонатор). ЛГ с датчиком первого типа называют активным, а ЛГ с датчиком второго типа – пассивным. Для пассивных ЛГ возможность увеличения масштабного коэффициента с помощью связанных кольцевых резонаторов была показана теоретически в работах [4–6]; этот вывод был подтвержден в [4] экспериментальными результатами.

В случае активных ЛГ, в соответствии с проведенными в работах [7–9] теоретическими исследованиями, можно ожидать, что использование связанных резонаторов позволит существенно увеличить масштабный коэффициент *К*. В этих работах показано, что в связанных кольцевых резонаторах можно управлять внутрирезонаторной дисперсией и реализовать условия, возникающие при аномальной дисперсии и приводящие к увеличению *К*. Однако, насколько нам известно, эти результаты до настоящего времени не были проверены экспериментально.

Проведенные ранее исследования показали, что в твердотельных кольцевых лазерах (ТКЛ), в частности в миниатюрных кольцевых чип-лазерах, вследствие конкуренции встречных волн возбуждаются гармонические противофазные автомодуляционные колебания интенсивностей встречных волн с частотой, зависящей от угловой скорости вращения. Такой режим генерации был назван автомодуляционным режимом первого рода (AP1). Первые экспериментальные и теоретические исследования этого режима в кольцевых чип-лазерах с полупроводниковой накачкой выполнены в работах [10–13].

На основе ТКЛ, работающего в автомодуляционном режиме, можно, в принципе, создать один из вариантов активного ЛГ, который отличается от обычного способом измерения скорости вращения. В обычном ЛГ обрабатывается сигнал биений, возникающий при интерференции встречных волн в результате их смешения вне резонатора, а в варианте с использованием AP1 нужно измерять частоту автомодуляции интенсивности одной из встречных волн, выходящих из лазерного резонатора. Преимущество датчиков этого типа состоит в отсутствии зоны захвата (автомодуляционные колебания сохраняются и при нулевой скорости вращения). АР1 является основным режимом работы миниатюрных монолитных кольцевых чип-лазеров, однако возможности использования таких датчиков для навигационных применений ограничены малой величиной масштабного коэффициента *K*, обусловленной малостью размеров чип-лазера. Ситуация могла бы измениться при увеличении *K* с помощью связанных кольцевых резонаторов.

Целью настоящей работы является теоретическое и экспериментальное исследование автомодуляционных колебаний излучения в ТКЛ со связанными резонаторами.

### 2. Теория

### 2.1. Система уравнений для ТКЛ с внешней оптической обратной связью

На рис.1 показана схема кольцевого лазера со связанными резонаторами. Внутри основного кольцевого резонатора, содержащего активный элемент (АЭ), распространяются две встречные волны с комплексными амплитудами  $E_{1,2}$  (на рис.1 показана лишь волна  $E_1$ ). Излучение, вышедшее из основного резонатора через частично пропускающее зеркало связи, возбуждает оптические поля  $E_{c1,c2}$  во внешнем кольцевом резонаторе и возвращается снова в основной резонатор через это же зеркало (на рис.1 показана лишь волна  $E_{c1}$ ).

Рассмотрим одномерную модель лазера, в которой оптические электрические поля встречных волн  $E_{1,2}^{\text{opt}}$  в основном резонаторе представим в комплексной форме в виде функций, зависящих от времени и координаты *z*, направленной вдоль оси резонатора:

$$E_{1,2}^{\text{opt}} = E_{1,2}(z,t) \exp[i\omega(t \mp z/c)],$$
(1)

где  $\omega$  – частота оптических колебаний; *с* – скорость света. Комплексные амплитуды  $E_{1,2}(z,t)$  являются медленными функциями, которые мало изменяются за период оптических колебаний. Эти функции описывают встречные бегущие волны, и вне активной среды представим их в виде

$$E_{1,2}(z,t) = E_{1,2}(t \mp z/c).$$
<sup>(2)</sup>



Рис.1. Схема кольцевого лазера со связанными резонаторами.

Условия цикличности (однозначности поля) в кольцевом резонаторе имеют вид

$$E_{1,2}^{\text{opt}}(z,t) = E_{1,2}^{\text{opt}}(t,z+L),$$
(3)

где *L* – оптическая длина резонатора.

Используя (1)–(3), можно получить следующие разностные уравнения, описывающие изменение комплексных амплитуд  $E_{1,2}(z,t)$  за время T = L/c обхода волной кольцевого резонатора:

$$E_{1,2}(t) = k_{1,2}r_{\text{tot}}\exp(-i\omega T)E_{1,2}(t-T)$$
(4)

где  $k_{1,2}$  – коэффициенты усиления волн при проходе через активную среду;  $r_{\text{tot}}$  – произведение амплитудных коэффициентов отражения всех зеркал основного резонатора.

Уравнения (4) относятся к случаю, когда в кольцевом лазере имеется лишь один, основной, резонатор. Ниже получена система разностных уравнений, справедливая для лазера с двумя связанными резонаторами. С этой целью рассмотрим преобразование электрического поля  $E_1(t)$  на зеркале связи З (рис.1). Обозначим через  $E_A(t)$  и  $E_B(t)$  величину поля  $E_1(t)$  в точках A и B (до и после отражения от зеркала связи) внутри основного резонатора. Пройдя через зеркало связи, волна  $E_1(t)$  попадает в дополнительный резонатор и вызывает изменение амплитуды поля волны  $E_{c1}(t)$ , распространяющейся в этом резонаторе. Обозначим через  $E_C(t)$  и  $E_D(t)$  величины поля  $E_{c1}(t)$  в точках C и D (до и после отражения от зеркала связи) внутри дополнительного резонатора. Преобразования полей на зеркале связи имеют вид

$$E_B(t) = rE_A(t) + t_r E_C \exp(i\varphi),$$
(5)

$$E_D(t) = rE_C(t) + t_r E_A \exp(i\varphi).$$
(6)

Здесь *r* и  $t_r = \sqrt{1 - r^2}$  – амплитудные коэффициенты отражения и пропускания для зеркала связи; множитель exp(i $\varphi$ ) учитывает фазовый сдвиг  $\varphi$  прошедшей волны по отношению к отраженной.

Учитывая распространение полей внутри основного и дополнительного резонаторов, а также усиление света с коэффициентом  $k_1$  при прохождении через активную среду, получаем следующие выражения:

$$E_A(t) = k_1 r_e E_B(t - T),$$
 (7)

$$E_C(t) = r_c E_D(t - T_c).$$
(8)

Здесь  $r_e$  – эффективный коэффициент, равный произведению коэффициентов отражения всех зеркал основного резонатора, за исключением зеркала связи, и коэффициента, учитывающего ослабление поля, возникающее вследствие всех остальных потерь в основном резонаторе;  $r_c$  – аналогичная величина для дополнительного резонатора,  $T_c$  – время обхода светом дополнительного резонатора.

Для лазера со связанными резонаторами с учетом преобразований (5)–(8) система разностных уравнений (4) принимает следующий вид:

$$E_{1,2}(t) = k_{1,2}r_{e}\exp(-i\omega T) \times \\ \times [rE_{1,2}(t) + t_{r}\exp(i\varphi)E_{c1,c2}(t-T)],$$
(9)

$$E_{c1,c2}(t) = r_{c} \exp(-i\omega T_{c})$$
$$\times [rE_{c1,c2}(t) + t_{r} \exp(i\varphi)E_{1,2}(t - T_{c})].$$
(10)

Здесь уравнениями (9) определяется генерация встречных волн  $E_{1,2}$  внутри основного резонатора с учетом воздействия полей  $E_{c1,c2}$ , а уравнениями (10) – возбуждение встречных волн во внешнем резонаторе волнами  $E_{1,2}$ . Эту систему уравнений необходимо дополнить уравнениями для инверсной населенности в активной среде и с помощью них рассчитать коэфициенты усиления  $k_{1,2}$ .

Уравнения (9), (10) применимы для анализа как одномодовой, так и многомодовой генерации с большим числом аксиальных мод. Ниже рассматривается одномодовая генерация, и потери в основном резонаторе за один проход считаем малыми. В этом случае коэффициенты усиления близки к единице и их можно записать в виде  $k_{1,2} = 1 + \sigma N l/2$ , где  $\sigma$  – сечение вынужденного излучения на лазерном переходе; N – плотность инверсии населенностей; l – длина активного элемента. После замены разностных уравнений (9) дифференциальными, система уравнений для ТКЛ со связанными резонаторами, обобщающая систему аналогичных уравнений для ТКЛ с одним резонатором [14, 15], принимает следующий вид:

$$\dot{E}_{1,2} = -\frac{\omega}{2Q} E_{1,2} \pm i \frac{\Omega}{2} E_{1,2} + \frac{i}{2} \tilde{m}_{1,2} E_{2,1} + \frac{\sigma l}{2T} (N_0 E_{1,2} + N_{\pm} E_{2,1}) + \frac{t_r \exp(i\varphi)}{T} E_{c1,c2}, T_1 \dot{N}_0 = N_{th} (1 + \eta) - N_0 - N_0 a (|E_1|^2 + |E_2|^2) - N_+ a E_1 E_2^* - N_- a E_1^* E_2, T_1 \dot{N}_+ = - N_+ - N_+ a (|E_1|^2 + |E_2|^2) - N_0 a E_1^* E_2, E_{c1,c2}(t) = r_c \exp[i(\Phi \mp \Omega_c T_c/2)]$$
(11)

$$\times [rE_{c1,c2}(t - T_c) + t_r \exp(i\varphi)E_{1,2}(t - T_c)].$$
(12)

В уравнениях (11), (12) использованы следующие обозначения:  $\omega/Q$  – ширина полосы основного резонатора (потери внутри резонатора для встречных волн полагаются равными); Q – его добротность;  $T_1$  – время продольной релаксации;  $a = T_1 c\sigma/(8\hbar\omega\pi)$  – параметр насыщения;  $\Omega$ ,  $\Omega_c$  – частотные невзаимности основного и дополнительного резонаторов, возникающие из-за эффекта Саньяка при вращении;  $\Phi = \omega_n T_c$ ;  $\omega_n$  – собственная частота основного резонатора для встречных волн при отсутствии вращения. Скорость накачки представлена в виде  $N_{\rm th}(1 + \eta)/T_1$ , где  $N_{\rm th}$  – пороговая плотность инверсной населенности;  $\eta$  – превышение мощности накачки над пороговой. Линейная связь встречных волн определяется феноменологически введенными комплексными коэффициентами связи

$$\tilde{m}_1 = m_1 \exp(i\vartheta_1), \quad \tilde{m}_2 = m_2 \exp(-i\vartheta_2), \tag{13}$$

где  $m_{1,2}$  – модули коэффициентов связи;  $\vartheta_{1,2}$  – их фазы.

Плотность инверсной населенности разложена в ряд по пространственным гармоникам

$$N(z,t) = N_0(t) + N_+(t)\exp(i2kz) + N_-(t)\exp(-i2kz),$$

$$N_+ = N^*$$
(14)

с учетом нулевой гармоники  $N_0$  и вторых гармоник  $N_{\pm}$ . Вследствие интерференции встречных волн интенсивность излучения внутри резонатора периодически меняется в пространстве (вдоль оси резонатора *z*), и в результате насыщения инверсии населенностей внутрирезонаторным полем в активной среде наводятся решетки, амплитуды которых определяются гармониками  $N_{\pm}$ .

Отметим, что уравнения (11), (12) записаны для случая генерации на частоте центра линии усиления. Кроме того, в этих уравнениях оптическая частота  $\omega$  положена равной  $\omega_n$  ( $\omega = \omega_n$ ).

#### 2.2. Результаты численного моделирования

При отсутствии внешней оптической связи, как было установлено ранее, в широкой области лазерных параметров в ТКЛ возникает AP1. Как показано в настоящей работе, этот режим может наблюдаться и в ТКЛ со связанными резонаторами. Характеристики автомодуляционных колебаний были найдены при численном решении уравнений (11), (12).

Параметры ТКЛ задавались следующим образом. Предполагалось, что основным резонатором является монолитный кольцевой резонатор, вырезанный из кристалла YAG: Nd (резонатор кольцевого чип-лазера [13, 16]). Периметр основного резонатора L = 5 см, коэффициенты отражения r = 0.97 и  $r_e = 0.93$ , что соответствует ширине полосы основного резонатора  $\omega/Q$ , равной  $4.5 \times 10^8 \text{ c}^{-1}$ . Коэффициенты связи полагались равными:  $m_1 = m_2 = m$  $= 1.3 \times 10^6 \text{ c}^{-1}$ . В этом случае частота автомодуляционных колебаний при отсутствии оптической невзаимности  $(\Omega = 0)$  в чип-лазере без дополнительного резонатора равна 206 кГц. Превышение накачки над порогом  $\eta = 0.09$ . Эти параметры относятся к кольцевому чип-лазеру на кристалле YAG: Nd, использовавшемуся в настоящей работе в экспериментальных исследованиях. Периметр дополнительного кольцевого резонатора L<sub>c</sub> в этих экспериментах был равен 86.5 см. Коэффициент r<sub>c</sub>, определяющий потери в дополнительном резонаторе, экспериментально не измерялся, и его значение (0.35) было выбрано таким, чтобы параметры автомодуляционных колебаний (амплитуда и частота) согласовывались с измеренными в эксперименте. В систему уравнений (11), (12) входят также два параметра, характеризующих фазы оптической связи основного и дополнительного резонаторов:  $\Phi$  =  $\omega_n T_c$  и сдвиг фазы  $\varphi$  между отраженной и прошедшей волнами на зеркале связи. Приведенные ниже результаты численного моделирования были получены при  $\varphi = 0$ .

Численное моделирование показало, что при  $\Phi = \omega_n T_c$ =  $2\pi p$ , где p – целое число (когда длины основного и дополнительного резонаторов различаются в целое число раз), внешняя оптическая связь приводит к уменьшению потерь в основном резонаторе и к увеличению амплитуды автомодуляционных колебаний. Такую связь резонаторов будем называть синфазной. При  $\Phi = 2\pi p \pm \pi$  внешняя оптическая связь увеличивает потери в основном резонаторе и уменьшает амплитуду автомодуляционных колебаний. Такую оптическую связь резонаторов будем называть противофазной.



Рис.2. Зависимости безразмерных интенсивностей встречных волн от времени, рассчитанные для ТКЛ с синфазной связью резонаторов при  $\eta = 0.09$  (значения остальных параметров приведены в тексте статьи).

На рис.2 показаны зависимости от времени интенсивностей встречных волн  $I_{1,2} = a |E_{1,2}|^2$  в случае синфазной связи, рассчитанные в отсутствие частотной невзаимности ( $\Omega = \Omega_c = 0$ ) и при значениях остальных лазерных параметров, указанных выше. Как видно из рисунка, имеет место противофазная синусоидальная модуляция интенсивностей встречных волн, характерная для AP1.

Численное моделирование показало, что частоты автомодуляционных колебаний  $f_{\rm m} = \omega_{\rm m}/2\pi$  в случае синфазной и противофазной связей различаются. В отсутствие частотной невзаимности частота  $f_{\rm m}$  при синфазной связи и указанных выше параметрах оказывается наименьшей:  $f_{\rm m}^{\rm s} = 183$  кГц. В случае противофазной связи  $f_{\rm m}$ , напротив, принимает наибольшее значение:  $f_{\rm m}^{\rm a} = 217$  кГц.

При численном моделировании была рассчитана зависимость частоты автомодуляционных колебаний от оптической невзаимности  $\Omega$  основного резонатора. На рис.3 показаны зависимости  $f_m$  от  $\Omega$  в случаях синфазной и противофазной связей резонаторов. Эти зависимости рассчитаны при указанных выше параметрах, когда основным резонатором является монолитный кольцевой резонатор на кристалле YAG: Nd с периметром L = 5 см и периметром дополнительного кольцевого резонатора  $L_c = 86.5$  см. Там же приведена зависимость для случая противофазной связи резонаторов при  $L_c = 7$  м.

На основании проведенных расчетов можно определить изменение масштабного коэффициента  $K = df_m/d\Omega$ 



Рис.3. Зависимости частоты автомодуляционных колебаний от оптической невзаимности основного резонатора при синфазной (1) и противофазной (2, 3) связях резонаторов. Длины дополнительного резонатора равны 86.5 см (1, 2) и 7 м (3) (значения остальных параметров приведены в тексте статьи).

при использовании дополнительного резонатора. В случае противофазной связи значение K, нормированное на масштабный коэффициент чип-лазера без дополнительного резонатора, при периметре дополнительного резонатора  $L_{c1} = 86.5$  см из-за оптической связи практически не меняется ( $K_1 = 1.05$ ). С увеличением периметра дополнительного резонатора до  $L_{c2} = 7$  м масштабный коэффициент увеличивается до  $K_2 = 1.7$ .

## 3. Результаты экспериментальных исследований

В настоящей работе экспериментальные исследования проводились с ТКЛ со связанными резонаторами. Основным резонатором являлся монолитный кольцевой резонатор, изготовленный из высококачественного монокристалла YAG: Nd в виде сложной многогранной призмы. Такой монолитный резонатор обычно используется в кольцевых чип-лазерах [13, 16]. Лазерное излучение, выходящее из монолитного резонатора через дихроичное зеркальное покрытие, нанесенное на грань (3), возвращалось в монолитный кольцевой резонатор с помощью зеркал 31, 32 и 33, входящих в состав дополнительного кольцевого резонатора (рис.4). Эти зеркала имели коэффициенты отражения, близкие к единице. Зеркала 31, 32 плоские, зеркало 33 – сферическое с радиусом R = 50 см. Периметр L<sub>с</sub> дополнительного кольцевого резонатора составлял 86.5 см. Возбуждение кольцевого лазера осуществлялось полупроводниковым лазерным диодом, излучение которого фокусировалось и направлялось в монолитный резонатор через дихроичное зеркало 3 на грани.

Экспериментально исследовались временные и спектральные характеристики излучения ТКЛ со связанными резонаторами. В отсутствие дополнительного резонатора кольцевой чип-лазер работал в AP1. При введении внешней оптической связи с помощью дополнительного резонатора этот режим сохранялся. Перестраивая периметр дополнительного резонатора на величину порядка длины волны лазерного излучения, можно изменять амплитуду автомодуляционных колебаний. Для проведения экспериментальных исследований периметр  $L_c$  настраивался таким образом, чтобы амплитуда автомодуляцион-



Рис.4. Схема ТКЛ со связанными резонаторами: КР – монолитный кольцевой резонатор; 31, 32 – плоские зеркала внешнего резонатора; 33 – сферическое зеркало.

ных колебаний стала максимальной (при фиксированной мощности накачки). Будем считать, что такая настройка дополнительного резонатора соответствует синфазной связи двух резонаторов.

В результате проведенных экспериментов было установлено, что амплитуда автомодуляционных колебаний нестабильна: за времена порядка нескольких миллисекунд происходят нерегулярные изменения амплитуды от первоначального (максимального) значения, которое примерно в три раза больше, чем в чип-лазере без внешней оптической связи, до минимального значения, которое примерно на 1/3 меньше максимального. В ТКЛ со связанными резонаторами высокочастотная противофазная синусоидальная модуляция автомодуляционных колебаний имеет нерегулярную низкочастотную огибающую, которая представляет собой чередующуюся последовательность интервалов с максимальной амплитудой автомодуляции (синфазных интервалов) и интервалов с минимальной амплитудой (противофазных интервалов). Возникновение таких чередующихся интервалов, по-видимому, связано с нестабильностью фазовых параметров  $\Phi = \omega_n T_c$  и  $\varphi$  в исследуемом ТКЛ. На рис.5 приведена осциллограмма интенсивности излучения одной из волн,  $I_1(t) = |E_1(t)|^2$ , на которой виден переход от противофазного интервала к синфазному.

Как уже было отмечено при обсуждении результатов численного моделирования, частоты автомодуляционных колебаний  $f_{\rm m}$  зависят от их амплитуды. При синфазной связи резонаторов амплитуда автомодуляции максимальна, а частота  $f_{\rm m}$  оказывается наименьшей. При минимальной амплитуде автомодуляции частота  $f_{\rm m}$ , напротив, принимает наибольшее значение.

Экспериментальные измерения  $f_m$  проводились следующим образом. На промежутке времени ~1 мс (интервал измерения) записывался спектр интенсивности лазерного излучения. Каждое измерение  $f_m$  состояло из серии, включающей 20 записанных спектров. В большей части спектров, входящих в серию, частота автомодуляции соответствовала синфазной связи, а в остальных спектрах этой серии (не более 20%) – противофазной.

В эксперименте была измерена зависимость частоты автомодуляционных колебаний  $f_m$  от оптической невзаимности  $\Omega/2\pi$ , создаваемой в основном резонаторе с помощью постоянного магнитного поля, наложенного на монолитный кольцевой резонатор. Магнитное поле Hсоздавалось с помощью соленоида и было пропорционально току I в катушке соленоида (H = kI). В кольцевом чип-лазере без дополнительного резонатора частота ав-



Рис.5. Временная зависимость интенсивности излучения волны Е1.

томодуляционных колебаний определяется следующей приближенной формулой:

$$f_{\rm m} = [f_{\rm m0}^2 + (\Omega/2\pi)^2]^{1/2} = [f_{\rm m0}^2 + (k_1I)^2]^{1/2},$$
(15)

где  $f_{\rm m0}$  – частота автомодуляции при  $\Omega = 0$ ;  $k_1$  – коэффициент пропорциональности. Подобрав, как и в работе [17], значение коэффициента  $k_1$ , можно вычислить частотную невзаимность  $\Omega$ .

На рис.6 приведены экспериментально измеренные зависимости  $f_{\rm m}(\Omega)$  на синфазных (рис.6,*a*) и на противофазных (рис.6,*б*) интервалах. Светлыми кружками показаны результаты, относящиеся к кольцевому чип-лазеру без внешней оптической связи, а темными кружками – к ТКЛ со связанными резонаторами. Сплошные кривые соответствуют кольцевому чип-лазеру без дополнительного резонатора, они были рассчитаны по формуле (15), штриховые кривые получены при численном моделировании в случаях синфазной и противофазной связей.

Как видно из рис.6,*a*, частоты автомодуляционных колебаний, измеренные на синфазных и противофазных интервалах, достаточно хорошо согласуются с расчетными значениями, полученными на основе численного моделирования. Как уже отмечалось, при численном моделировании полагалось, что сдвиг фазы  $\varphi$  между отраженной и прошедшей волнами на зеркале связи равен нулю. Согласие результатов численного моделирования и эксперимента не дает основания утверждать, что в эксперименте было реализовано условие  $\varphi = 0$ . Можно показать, что при  $\varphi \neq 0$  условие синфазной связи резонаторов  $\Phi = \omega_n T_c - 2\varphi = 2\pi p$ , а условие противофазной связи –  $\Phi = \omega_n T_c - 2\varphi = 2\pi p + \pi$ . Отсюда следует, что при изменении



Рис.6. Зависимости частоты автомодуляционных колебаний от оптической невзаимности на синфазных (*a*) и противофазных (*б*) интервалах (см. текст).

И.И.Золотоверх, Е.Г.Ларионцев, В.В.Фирсов, С.Н.Чекина

периметра дополнительного резонатора на величину порядка длины волны можно реализовать случаи синфазной и противофазной связей и при  $\varphi \neq 0$ .

### 4. Обсуждение результатов

В работе предложена теоретическая модель, описывающая динамику излучения в ТКЛ со связанными резонаторами. На основе численного моделирования, проведенного в рамках этой модели и экспериментальных исследований, выполненных с ТКЛ со связанными резонаторами, можно сделать вывод, что предложенная теоретическая модель дает правильное качественное описание автомодуляционных колебаний в ТКЛ со связанными резонаторами. Один из выводов, полученных на основе предложенной модели, состоит в том, что амплитуды и частоты автомодуляционных колебаний в ТКЛ со связанными резонаторами в случаях синфазной и противофазной связей резонаторов существенно различаются.

Для улучшения количественного соответствия теории с экспериментом требуется уточнение параметров ТКЛ со связанными резонаторами: величин потерь в дополнительном резонаторе и сдвига фаз между отраженной и прошедшей волнами на зеркале связи. В проведенных экспериментах, несмотря на большие коэффициенты отражения зеркал дополнительного резонатора, потери в нем были большими. При  $r_c = 0.35$  потери за один обход резонатора составляют  $1 - r_c^2 = 88\%$ . Поперечные размеры полей (мод) основного и дополнительного резонатор резонатора и дополнительного резонатора и дополнительного резонаторов значительно различаются, и это приводит к большим дифракционным потерям на зеркале связи. Для уменьшения потерь необходимо согласовывать поперечные моды основного и дополнительного резонаторов.

Использование связанных резонаторов, как было показано в работах [7–9], позволяет управлять внутрирезонаторной дисперсией и реализовать в основном резонаторе эффективную дисперсию, близкую к аномальной. В настоящей работе из-за больших потерь в дополнительном резонаторе возможности управления внутрирезонаторной дисперсией оказались весьма ограниченными и приблизиться к случаю аномальной дисперсии не удалось. Тем не менее и при больших потерях в дополнительном резонаторе изменение дисперсионных свойств основного резонатора может способствовать увеличению масштабного коэффициента. В случае противофазной связи резонаторов обнаружена новая возможность увеличения масштабного коэффициента с увеличением периметра дополнительного резонатора  $L_c$ . Его можно существенно увеличить, используя в дополнительном резонаторе оптическую линию задержки (например, волоконный световод).

- Елисеев П.Г. Квантовая электроника, 36, 738 (2006) [Quantum Electron., 36, 738 (2006)].
- Shahriar M.S., Pati G.S., Tripathi R., Gopal V., Messall M., Salit K. Phys. Rev. A, 75, 053807 (2007).
- 3. Salit M., Salit K., Bauhahn P. Opt. Express, 19, 25311 (2011).
- Smith D.D., Chang H., Myneni K., Rosenberger A.T. *Phys. Rev. A*, 89, 053804 (2014).
- 5. Peng C., LiZ., Xu A. Opt. Express, 15, 3864 (2007).
- 6. Terrel M.A., Digonnet M.J.F., Fan S. Proc. SPIE, **7612**, 76120B (2010).
- Schaar J.E., Yum H.N., Shahriar S.M. Proc. SPIE, 7949, 794914 (2011).
- 8. Han X., Luo H., Qu T., Wang Z., Yuan J., Bin Z. J. Opt., 16, 125401 (2014).
- Wang Z., Yuan B., Xiao G., Fan Z., Yuan J. Appl. Opt., 54, 9568 (2015).
- Гарбузов Д.З., Дедыш В.В., Кочергин А.В., Кравцов Н.В., Наний О.Е., Надточеев В.Е., Стругов Н.А., Фирсов В.В., Шелаев А.Н. Квантовая электроника, 16, 2423 (1989) [Sov. J. Quantum Electron., 19, 1557 (1989)].
- Голяев Ю.Д., Гарбузов Д.З., Кочергин А.В., Кравцов Н.В., Надточеев В.Е., Наний О.Е. Изв. РАН, Сер. физич., 56, 163 (1992).
- Бойко Д.Л., Голяев Ю.Д., Дмитриев В.Г., Кравцов Н.В. Квантовая электроника, 24, 653 (1997) [Quantum Electron., 27, 635 (1997)].
- Бойко Д.Л., Голяев Ю.Д., ЛеженинД.Г. Квантовая электроника, 24, 235 (1997) [Quantum Electron., 27, 229 (1997)].
- Золотоверх И.И., Ларионцев Е.Г. Квантовая электроника, 20, 67 (1993) [Quantum Electron., 23, 56 (1993)].
- Кравцов Н.В., Ларионцев Е.Г. Квантовая электроника, 36, 192 (2006) [Quantum Electron., 36, 192 (2006)].
- Кравцов Н.В. Квантовая лектроника, 31, 661 (2001) [Quantum Electron., 31, 661 (2001].
- Кравцов Н.В., Ларионцев Е.Г., Наумкин Н.И., Сидоров С.С., Фирсов В.В., Чекина С.Н. Квантовая электроника, **31**, 649 (2001) [Quantum Electron., **31**, 699 (2001)].