

Эффекты фазовой сингулярности при интерференции двух лазерных полей с широким спектром

О.М.Вохник, В.И.Одинцов

Теоретически и численно исследована интерференция лазерных пучков с широким спектром. Показано, что в поперечном сечении таких пересекающихся пучков в малой окрестности нуля комплексной функции взаимной когерентности изменение аргумента медленной амплитуды этой функции соответствует фазовой сингулярности. Дано приближенное аналитическое представление функции взаимной когерентности в окрестности точки сингулярности. Получено, что среднестатистический диаметр «воронки» модуля функции взаимной когерентности, возникающей в области сингулярности, не зависит от интенсивности световых пучков и остается постоянным при изменении продольной координаты. Установлено появление дислокаций фазы в интерференционной картине.

Ключевые слова: фазовая сингулярность, интерференция, корреляционные функции, лазерные поля с широким спектром.

1. Введение

Хорошо изученные фазовые сингулярности в монохроматических световых полях, называемые также оптическими вихрями, возникают в точках, где амплитуда поля равна нулю, а фаза оказывается неопределенной [1, 2].

Не меньший интерес представляют немонахроматические частично когерентные поля, в которых нет областей, где амплитуда обращается в нуль, и фазовые сингулярности не возникают. Вместе с тем, сингулярное поведение обнаруживают корреляционные функции таких полей, описывающие их когерентные свойства.

О сингулярном поведении фазы функции спектральной степени когерентности сообщалось в теоретической работе [3], источником поля в которой служили два отверстия в непрозрачном экране, освещаемые частично когерентным светом. В этой работе понятия сингулярной оптики впервые были распространены на корреляционные функции. В работе [4] при теоретическом анализе когерентных свойств частично когерентного безвихревого поля другого вида – суперпозиции эрмит-гауссовых мод – было показано, что в таком поле существуют пары точек, в которых спектральная степень когерентности исчезает, а фаза функции спектральной степени когерентности имеет в окрестности этих точек вихревую структуру (так был введен термин «вихрь когерентности»). В дальнейшем спектральная степень когерентности различных частично пространственно когерентных безвихревых и вихревых световых полей исследовалась многими авторами (см. напр., [5–15]).

В работе [5] для безвихревой некогерентной суперпозиции лаггерр-гауссовых мод различных порядков экспериментально установлено, что фазовая сингулярность спек-

тральной степени когерентности имеет вид круговой краевой дислокации. Для частично когерентного вихревого поля сингулярность функции пространственной когерентности в виде кольцевой дислокации впервые зарегистрирована экспериментально и исследована численно в [6]. В работе [7] получена зависимость числа кольцевых дислокаций частично когерентного вихревого пучка от радиального и азимутального модовых индексов лаггерр-гауссовой моды. Геликоидальное изменение фазы комплексной функции когерентности экспериментально впервые получено в [8] на примере пространственно некогерентного поля, оптический вихрь в которое вносился специальной зонной пластинкой.

Теоретическое исследование функции пространственной когерентности частично когерентного поля с внесенными в него сингулярностями различных конфигураций и ее изменения по мере распространения пучка проведено в работах [9, 10]. Обобщенное описание корреляционных сингулярностей с помощью функции поперечной спектральной плотности от четырех переменных, предложенное в [11], позволило интерпретировать экспериментальные результаты, полученные в работах [6] и [8], с единой точки зрения. Выяснению связи между фазовыми сингулярностями и сингулярностями когерентности посвящена работа [12], анализу топологии корреляционных сингулярностей частично когерентных вихревых пучков – работа [13]. Эволюция полной структуры корреляционной сингулярности таких пучков, включающая ее описание в поперечной плоскости и в направлении распространения, изучена в [14]. Моделями исследуемых полей в [5–7, 11–14] служили различные модификации лаггерр-гауссовых пучков. В аналогичной модели, использованной в [15], измерение комплексной степени когерентности позволило одновременно определять знак и величину топологического заряда частично когерентного вихревого пучка.

Другая модель оптического пучка – модель Гаусса–Шелла (GSM) – широко используется при изучении векторных частично когерентных пучков с пространственно варьируемым состоянием поляризации (см. напр., [16–19]). Исследование таких пучков представляет интерес как с

О.М.Вохник, В.И.Одинцов. Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова, физический факультет, Россия, 119991 Москва, Воробьевы горы; e-mail: vokhnik@rambler.ru

Поступила в редакцию 17 апреля 2017 г., после доработки – 11 августа 2017 г.

фундаментальной точки зрения, так и с точки зрения их использования в различных приложениях [16], поэтому возможность существования в них корреляционных сингулярностей, эволюция свойств сингулярных структур имеют важное значение. Распространение частично когерентного безвихревого радиально поляризованного пучка в свободном пространстве исследовано в работе [17], в турбулентной атмосфере, описываемой неколомгоровской моделью, – в работе [18]. Изменение статистических свойств такого пучка при внесении в него оптического вихря рассмотрено в [19]. Исследование корреляционных сингулярностей пучков, описываемых мультигауссовой корреляционной функцией (так называемых MGSM-пучков), позволило указать способ определения M -индекса таких пучков по числу кольцевых дислокаций на большом расстоянии от источника [20].

Однако заметим, что при всем разнообразии видов частично когерентных световых пучков, корреляционные сингулярные свойства которых исследованы, это квазимонохроматические поля, в которых нарушение пространственной когерентности моделируется каким-либо определенным образом. Вопросы существования и свойств корреляционных сингулярностей излучения с большой шириной спектра и случайной пространственной структурой, а также проявления фазовой сингулярности при интерференции двух лазерных спекл-полей с широким спектром (широкополосных полей) в литературе практически не затрагивались.

В настоящей работе теоретически исследованы фазовые сингулярности корреляционной функции взаимной когерентности при интерференции двух спекл-полей со случайной пространственной структурой и широким частотным спектром ($\Delta\omega \sim 1000 \text{ см}^{-1}$). При такой ширине спектра световое поле когерентно лишь в узком слое (называемом слоем когерентности и перпендикулярном направлению распространения) толщиной $1/\Delta\omega \sim 10^{-3} \text{ см}$. Пространственная ширина области интерференции даже при небольшом угле между пучками оказывается существенно меньше их диаметров, что обуславливает очень малую эффективность когерентного взаимодействия пересекающихся пучков. Для расширения области когерентного взаимодействия интерферирующих пучков использовался метод внесения дисперсии [21] (см. ниже).

Предложена оптическая схема для осуществления интерференции широкополосных пучков различных пространственных конфигураций. Для оценки степени взаимной когерентности интерферирующих пучков, определяющей эффективность их когерентного взаимодействия в схемах четырехволнового смещения и в петлевых схемах обращения волнового фронта, использовалась функция взаимной когерентности двух пучков в одной точке пространства, введенная в [22],

$$\Gamma(\mathbf{r}) = \overline{E_1(\mathbf{r}, t) E_2^*(\mathbf{r}, t)}, \quad (1)$$

где черта означает усреднение во времени. Она определяет интерференционный вклад в интенсивность излучения в области наложения двух полей с широким спектром:

$$I(\mathbf{r}) = I_1(\mathbf{r}) + I_2(\mathbf{r}) + 2\text{Re}\Gamma(\mathbf{r}), \quad (2)$$

где $I_{1,2}$ – интенсивность каждого из полей.

Путем численного моделирования исследованы характеристики интерференционной картины. Установлено, что

в поперечной плоскости $z = \text{const}$, включая исходную, существуют точки, в которых модуль комплексной функции взаимной когерентности обращается в нуль, а фаза ее медленной амплитуды обнаруживает сингулярное поведение, в то время как сами интерферирующие пучки являются безвихревыми. Показано, что фазовые сингулярности функции взаимной когерентности приводят к появлению дислокаций в стационарной интерференционной картине.

Показано также, что фазовые сингулярности имеют место и для медленной амплитуды введенной в настоящей работе обобщенной функции взаимной когерентности, которая характеризует возбуждение световыми полями в нелинейной среде колебаний, приводящих к вынужденному рассеянию света.

2. Аналитическое рассмотрение

Комплексная функция $f(x, y) = f'(x, y) + i f''(x, y)$ обращается в нуль в точке пересечения (x_0, y_0) «нулевых линий» действительной и мнимой частей: $f'(x, y) = 0$ и $f''(x, y) = 0$. При обходе вокруг нулевой точки в положительном направлении (против часовой стрелки) происходит увеличение $\arg(f)$ на 2π . Если $f'(x, y)$ и $f''(x, y)$ представляют собой однородные случайные функции с нулевыми средними значениями, то в плоскости x, y «нулевые линии» образуют сетку с нулевыми точками в местах их пересечений [23].

Для эффективного взаимодействия широкополосных световых пучков в среде необходима корреляция временного изменения их огибающих во всей области наложения пучков. Световые пучки со взаимно коррелированными слоями когерентности могут быть получены разделением одного и того же исходного пучка с помощью полупрозрачного зеркала.

Для увеличения области взаимодействия пересекающихся под небольшим углом пучков их слои когерентности делают параллельными путем наклона относительно осевых направлений, в этом случае ширина области взаимодействия ограничена только диаметрами пучков. Необходимый наклон слоев когерентности достигается внесением дисперсии [21]: пучки пропускаются через диспергирующий элемент, например призму. В призме наклон слоев когерентности обусловлен отличием скоростей фазовых фронтов от групповой скорости, с которой перемещается слой когерентности. В качестве диспергирующего элемента может быть использована и дифракционная решетка с треугольным профилем штрихов, работающая в одном порядке дифракции (см. ниже).

Примем, что в исходной плоскости $z = 0$ оба интерферирующих пучка пространственно когерентны и коррелированно изменяются во времени. Для осуществления интерференции таких световых пучков можно использовать схему на основе интерферометра Маха–Цендера с дифракционными решетками, приведенную на рис.1. Широкополосный плоский световой пучок (СП) падает на полупрозрачное делительное зеркало З1. Слой когерентности толщиной $l_c = 1/\Delta\omega$ ориентирован перпендикулярно направлению падающей волны. Разделенные световые пучки СП1 и СП2 проходят через тонкие амплитудно-фазовые транспаранты Т1 и Т2, вносящие в пучки случайные изменения фазы и амплитуды и установленные непосредственно перед одинаковыми дифракционными решетками ДР1 и ДР2. Дифракционные решетки с ориен-

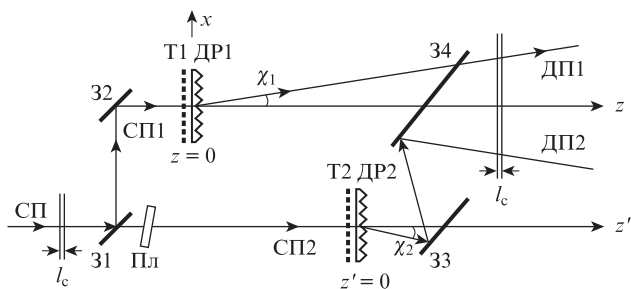


Рис.1. Схема интерференции диспергированных световых пучков: СП – падающий световой пучок; СП1, СП2 – пучки в плечах интерферометра; ДП1, ДП2 – диспергированные пучки; 31, 34 – полупрозрачные зеркала; 32, 33 – поворотные зеркала; Т1, Т2 – амплитудно-фазовые транспаранты; ДР1, ДР2 – дифракционные решетки; l_c – слои когерентности падающего и двух диспергированных пучков; Пл – плоскопараллельная стеклянная пластина.

тацией штрихов перпендикулярно плоскости рисунка работают в противоположных порядках дифракции: $m_2 = -m_1$. Направления падающих и дифрагированных световых пучков указаны стрелками. Наложение друг на друга световых пучков ДП1 и ДП2, выходящих из двух плеч интерферометра, осуществляется с помощью поворотного зеркала 33 и полупрозрачного зеркала 34. Наклонная стеклянная пластина Пл служит для выравнивания оптических длин плеч интерферометра, что позволяет совместить параллельные коррелированные слои когерентности в интерферирующих световых пучках ДП1 и ДП2.

Примем, что мнимые изображения в системе зеркал 31 и 32, оси z' , плоскости $z' = 0$, а также плоскостей, в которых располагаются транспарант Т2 и дифракционная решетка ДР2, совмещены соответственно с осью z , плоскостью $z = 0$ и плоскостями транспаранта Т1 и дифракционной решетки ДР1 в верхнем плече интерферометра.

Дифракционная решетка ДР1 (ДР2), работающая в одном порядке дифракции m_j ($j = 1, 2$ – номер решетки) и установленная перпендикулярно оси z , преобразует падающую на нее монохроматическую плоскую волну с волновым вектором $\mathbf{k}(\omega, \alpha_0)$ ($\alpha_0 = \mathbf{k}(\omega, \alpha_0)_\perp$ – перпендикулярная к оси z составляющая волнового вектора $\mathbf{k}(\omega, \alpha_0)$) в плоскую волну с волновым вектором $\mathbf{k}(\omega, \alpha)$, где $\alpha = \alpha_0 + \mathbf{a}_j$, вектор \mathbf{a}_j перпендикулярен к оси z и к направлению штрихов решетки, $|\mathbf{a}_j| = |m_j|(2\pi/d_j)$, d_j – период решетки. Осевое направление широкополосного диспергированного светового пучка после решетки задается вектором $\mathbf{k}(\bar{\omega}, \mathbf{a}_j)$, где $\bar{\omega}$ – средняя частота излучения. Оно образует с осью z угол χ_j , равный углу отклонения соответствующей дифракционной решетки для частоты $\bar{\omega}$. При ориентации оси x перпендикулярно штрихам получим $\sin \chi_j = a_j/|\mathbf{k}(\bar{\omega})|$, где $a_j = m_j(2\pi/d_j)$ – проекция вектора \mathbf{a}_j на ось x .

После прохождения световых пучков через дифракционную решетку ориентация слоев когерентности не изменяется: как в дифрагированном, так и в падающем пучке они перпендикулярны оси z . Таким образом, осевое направление диспергированного светового пучка отклонено от нормали к слоям когерентности на угол χ_j . В описанной выше схеме слои когерентности интерферирующих световых пучков ДП1 и ДП2 параллельны друг другу, а угол пересечения пучков $\psi_j = |\chi_1 - \chi_2|$ при $d_1 = d_2 = d$ и $|m_j| = 1$ равен $2\lambda/d$. Отметим, что наряду с описанной оптической схемой может быть использована также схема с отражательными дифракционными решетками, уста-

новленными в качестве концевых зеркал интерферометра Майкельсона.

Поля интерферирующих световых пучков представим в виде суперпозиции монохроматических составляющих:

$$E_j(\mathbf{r}, t) = \int_0^\infty \varepsilon_j(\omega) \exp(i\omega t) E_{j\omega}(\mathbf{r}) d\omega, \quad (3)$$

где

$$E_{j\omega}(\mathbf{r}) = \int \varepsilon_j(\alpha) \exp[-i\mathbf{k}(\omega, \alpha)\mathbf{r}] d\alpha. \quad (4)$$

При совмещении коррелированных слоев когерентности обоих пучков в выражении (3) можно положить

$$\varepsilon_1(\omega) = \varepsilon_2(\omega) = \varepsilon(\omega). \quad (5)$$

Представляя временное изменение поля, падающего на делительное зеркало 31, как стационарный случайный процесс, а поперечное пространственное распределение поля после каждого из транспарантов Т1, Т2 как однородный гауссов случайный процесс, введем нормированные на единицу спектральные плотности $\eta(\omega)$ и $\eta(\alpha)$ соотношениями [24]

$$\overline{\varepsilon(\omega)\varepsilon^*(\omega')} = \eta(\omega)\delta(\omega - \omega'), \quad (6)$$

$$\frac{cn}{8\pi} \langle \varepsilon_j(\alpha)\varepsilon_j^*(\alpha') \rangle = \langle I_j \rangle \eta_j(\alpha)\delta(\alpha - \alpha'), \quad (7)$$

где черта означает усреднение по временным реализациям поля, а угловые скобки – усреднение по реализациям поперечного пространственного распределения поля, возникающим при установке различных статистически однородных транспарантов Т1 и Т2; $\langle I_j \rangle$ – средняя по сечению интенсивность светового пучка.

Вследствие отклонения диспергированного пучка справедливо соотношение $\eta_j(\alpha) = \eta_j^0(\alpha - \mathbf{a}_j)$, где $\eta_j^0(\alpha)$ – спектральная плотность мощности светового пучка, падающего на соответствующую дифракционную решетку. В дальнейшем примем $\eta_1^{(0)}(\alpha) = \eta_2^{(0)}(\alpha) = \eta^{(0)}(\alpha)$.

Введем медленно меняющиеся амплитуды $A_{j\omega}(\mathbf{r})$ полей, полагая при $\mathbf{a}_1 = \mathbf{a}$ и $\mathbf{a}_2 = -\mathbf{a}$

$$E_{1\omega}(\mathbf{r}) = A_{1\omega}(\mathbf{r}) \exp(-i\mathbf{k}(\omega, \mathbf{a})\mathbf{r}), \quad (8)$$

$$E_{2\omega}(\mathbf{r}) = A_{2\omega}(\mathbf{r}) \exp(-i\mathbf{k}(\omega, -\mathbf{a})\mathbf{r}).$$

Функцию взаимной когерентности $\Gamma(\mathbf{r})$ можно представить в виде

$$\Gamma(\mathbf{r}) = \int_0^\infty \Gamma_\omega(\mathbf{r}) \eta(\omega) d\omega, \quad (9)$$

где

$$\Gamma_\omega(\mathbf{r}) = E_{1\omega}(\mathbf{r}) E_{2\omega}^*(\mathbf{r}). \quad (10)$$

Из соотношений (8), (10), принимая $\mathbf{a} \parallel \text{О}x$, имеем

$$\Gamma_\omega(\mathbf{r}) = B_\omega(\mathbf{r}) \exp(-i2a x), \quad (11)$$

где $B_{\omega}(\mathbf{r}) = A_{1\omega}(\mathbf{r}) A_{2\omega}^*(\mathbf{r})$.
Из (9), (11) получаем

$$\Gamma(\mathbf{r}) = B(\mathbf{r}) \exp(-i2ax), \quad (12)$$

где

$$B(\mathbf{r}) = \int_0^{\infty} B_{\omega}(\mathbf{r}) \eta(\omega) d\omega \quad (13)$$

– медленно меняющаяся амплитуда функции $\Gamma(\mathbf{r})$; $B(\mathbf{r}) = B'(\mathbf{r}) + iB''(\mathbf{r})$; $|\Gamma(\mathbf{r})| = |B(\mathbf{r})|$.

За исключением областей фазовой сингулярности – малых окрестностей нулевых точек (см. ниже) – характерный масштаб изменения $B(\mathbf{r})$ по x и y оценивается как $r_{\text{кор}} = \bar{\lambda}/2\theta$, где $r_{\text{кор}}$ – радиус корреляции спекл-поля (поперечный размер спекл-пятен); $\bar{\lambda}$ – средняя длина волны; 2θ – угловая расходимость излучения. Если угол между интерферирующими пучками $\psi \gg 2\theta$, то $r_{\text{кор}}$ много больше расстояния между интерференционными полосами $\Lambda = \bar{\lambda}/\psi$.

3. Расчет функции взаимной когерентности

В работе использовались два подхода – численное моделирование, позволяющее получать двумерные распределения амплитуды и фазы функции взаимной когерентности в поперечном сечении пересекающихся пучков $z = \text{const}$, и метод линейного приближения, основанный на использовании приближенных аналитических выражений.

3.1. Численное моделирование

При численном моделировании функции $\Gamma(\mathbf{r})$ и медленной амплитуды $B(\mathbf{r})$ расчет начинался с вычисления полей $E_{j\omega}(\mathbf{r})$ в соответствии с (4). На дискретном множестве значений α_x, α_y с помощью генератора случайных чисел задавались действительная и мнимая части комплексных амплитуд $\varepsilon_j(\alpha)$, распределенные по закону Гаусса с дисперсией $4\pi I \langle \eta(\alpha_x, \alpha_y) \delta\alpha_x \delta\alpha_y \rangle$ ($\langle I \rangle$ – средняя интенсивность исходной широкополосной однородной плоской волны, $\delta\alpha_x$ и $\delta\alpha_y$ – интервалы между дискретными значениями α_x и α_y). Полученные таким образом два независимых набора комплексных амплитуд $\varepsilon_{1,2}(\alpha)$ использовались в (4) для расчета полей $E_{j\omega}(\mathbf{r})$ и далее в соответствии с формулами (9)–(13) для определения $\Gamma(\mathbf{r})$ и $B(\mathbf{r})$.

В настоящем разделе, а также в разд. 4 расчеты были проведены при центральной длине волны $\bar{\lambda} = 10^{-4}$ см, ширине спектра $\Delta\omega = 1000 \text{ см}^{-1}$ (при этом отношение $\Delta\omega/\omega$ составляло 0.1) и гауссовой форме частотного спектра. Отметим, что такое отношение имеет место для перспективного лазера на окиси углерода.

Угловая расходимость $2\theta_0$ исходного пучка была принята равной 4×10^{-3} рад, углы отклонения дифракционных решеток $|\chi_j| = 2 \times 10^{-2}$ рад. При этом угол между интерферирующими пучками $\psi = 4 \times 10^{-2}$ рад на порядок превышал их угловую ширину.

3.2. Линейное приближение

В фиксированной плоскости $z = \text{const}$ в малой окрестности нуля функции $B(\mathbf{r})$ с координатами x_0, y_0 справедливо приближенное представление

$$B(x, y, z) \approx P_0(x - x_0) + Q_0(y - y_0), \quad (14)$$

где

$$P_0 = P'_0 + iP''_0 = \left. \frac{\partial B}{\partial x} \right|_{x_0, y_0}, \quad Q_0 = Q'_0 + iQ''_0 = \left. \frac{\partial B}{\partial y} \right|_{x_0, y_0} \quad (15)$$

– комплексные производные $B(x, y, z)$ по x и y в нулевой точке (x_0, y_0) ; $|x - x_0|, |y - y_0| \ll r_{\text{кор}}$. Переходя к полярной системе координат ρ и ϑ , положим $x - x_0 = \rho \cos \vartheta$, $y - y_0 = \rho \sin \vartheta$ и, обозначив $\hat{\Phi}_B = \arg B$, получим из (14) и (15)

$$\tan \hat{\Phi}_B = \frac{P''_0 \cos \vartheta + Q''_0 \sin \vartheta}{P'_0 \cos \vartheta + Q'_0 \sin \vartheta}. \quad (16)$$

Если точка с координатами x, y перемещается по прямой, проходящей через нулевую точку, то в соответствии с (14), (16) фаза $\hat{\Phi}_B(x, y) = \hat{\Phi}_B(\vartheta)$ остается неизменной и лишь при переходе через нулевую точку скачком изменяется на $\pm \pi$. Поэтому в малой окрестности нулевой точки

$$\hat{\Phi}_B(\vartheta \pm \pi) = \hat{\Phi}_B(\vartheta) \pm \pi. \quad (17)$$

При симметричном расположении нулевых линий относительно координатных осей x и y (как представлено далее на рис.4) из (16) следует выражение

$$\tan \hat{\Phi}_B = S \frac{\tan(\gamma/2) \cos \vartheta + \sin \vartheta}{\tan(\gamma/2) \cos \vartheta - \sin \vartheta}, \quad (18)$$

где $S = P''_0/P'_0$; $\gamma \leq \pi/2$ – угол между нулевыми линиями. Полагая при $\vartheta = 0$ $\hat{\Phi}_B = 3\pi/4$, получим из (18) $S = -1$, что будет в дальнейшем использовано в расчетах.

4. Функция взаимной когерентности в окрестности изолированной точки сингулярности

4.1. Распределение медленной амплитуды функции взаимной когерентности $B(x, y)$ в плоскости $z = \text{const}$

На рис.2,а,б представлены полученные численным моделированием двумерные распределения модуля и фазы медленно меняющейся амплитуды $B(x, y)$ в окрестности нулевой точки при $z = 1$ см. Более светлые области соответствуют большим значениям $|B|$ и $\hat{\Phi}_B = \arg B$. На рис.2,в приведены нулевые линии действительной и мнимой частей $B(x, y)$, пересекающиеся в нулевой точке (x_0, y_0) , указаны номера квадрантов в комплексной плоскости и граничные значения фазы $\hat{\Phi}_B$. Двумерное распределение фазы на рис.2,б хорошо согласуется с ходом нулевых линий на рис.2,в и наглядно демонстрирует возрастание $\hat{\Phi}_B$ на 2π при круговом обходе нулевой точки.

На рис.3,а представлены зависимости $|B|$ и $\hat{\Phi}_B$ от x , полученные путем численного моделирования при $y = y_0$ и $z = 25$ см. Для сравнения дана зависимость $|B|$ от x , рассчитанная в линейном приближении по формуле (14) с использованием значений P_0 и Q_0 , полученных численно. Справа вверху в увеличенном масштабе дана нижняя часть кривой $|B(x_0, y_0)|$. Хорошо видно, что при $x = x_0$ фаза $\hat{\Phi}_B(x, y_0)$ скачком меняется на π , что согласуется с (17).

Зависимость фазы $\hat{\Phi}_B(x, y)$ от x при различных значениях $y = \text{const}$ дана на рис.3,б. В случае $y = y_0$ (сплошная

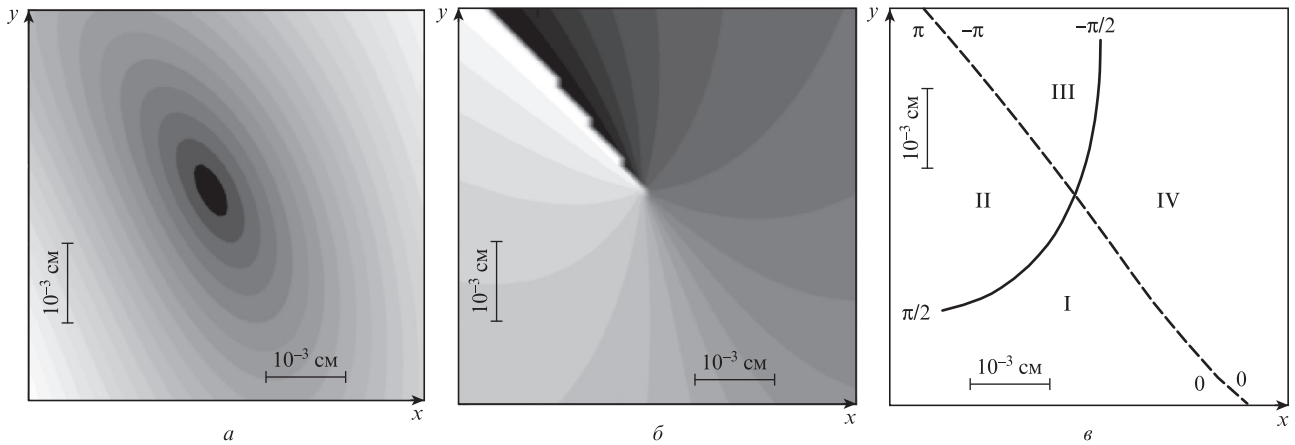


Рис.2. Распределения в окрестности нулевой точки $|B(x,y)|$ (а) и фазы $\Phi_B = \arg B(x,y)$ (б) и нулевые линии $B'(x,y) = 0$ (сплошная кривая) и $B''(x,y) = 0$ (штриховая кривая) (в).

линия) при проходе через нулевую точку происходит скачок фазы Φ_B на π . Более сложный вид имеет зависимость $\Phi_B(x,y)$ от x при $y \neq y_0$, когда точка (x,y) перемещается по прямой, не проходящей через нулевую точку. В этом случае она пересекает прямые, проходящие через нулевую точку под разными углами ϑ , фаза $\Phi_B(\vartheta)$ на которых дается выражением (16). Число пересекаемых прямых, проходящих на единичное перемещение точки (x,y) вдоль x , возрастает с приближением x к x_0 , и фаза $\Phi_B(x,y)$ при этом изменяется быстрее. Кривые на рис.3,б (штриховая для $y = y_0 + 0.5\tilde{\lambda}$ и пунктирная для $y = y_0 + 2\tilde{\lambda}$) представ-

ляют конкретный вид этой зависимости в малой окрестности нулевой точки; они также показывают, что чем меньше отклонение y от y_0 , тем ближе ход зависимости $\Phi_B(x,y)$ к скачкообразному. При $x = x_0$ кривые с различными значениями y пересекаются в одной точке, поскольку при этом $\vartheta = \pi/2$ и фаза Φ_B , равная в линейном приближении в соответствии с формулой (16) $\arctan(Q'_0/Q''_0)$, не зависит от y .

На рис.3,в изменение фазы Φ_B при круговом обходе нулевой точки с малым радиусом $R < 3 \times 10^{-3}$ см не зависит от R , что согласуется с (16). При этом с хорошей точ-

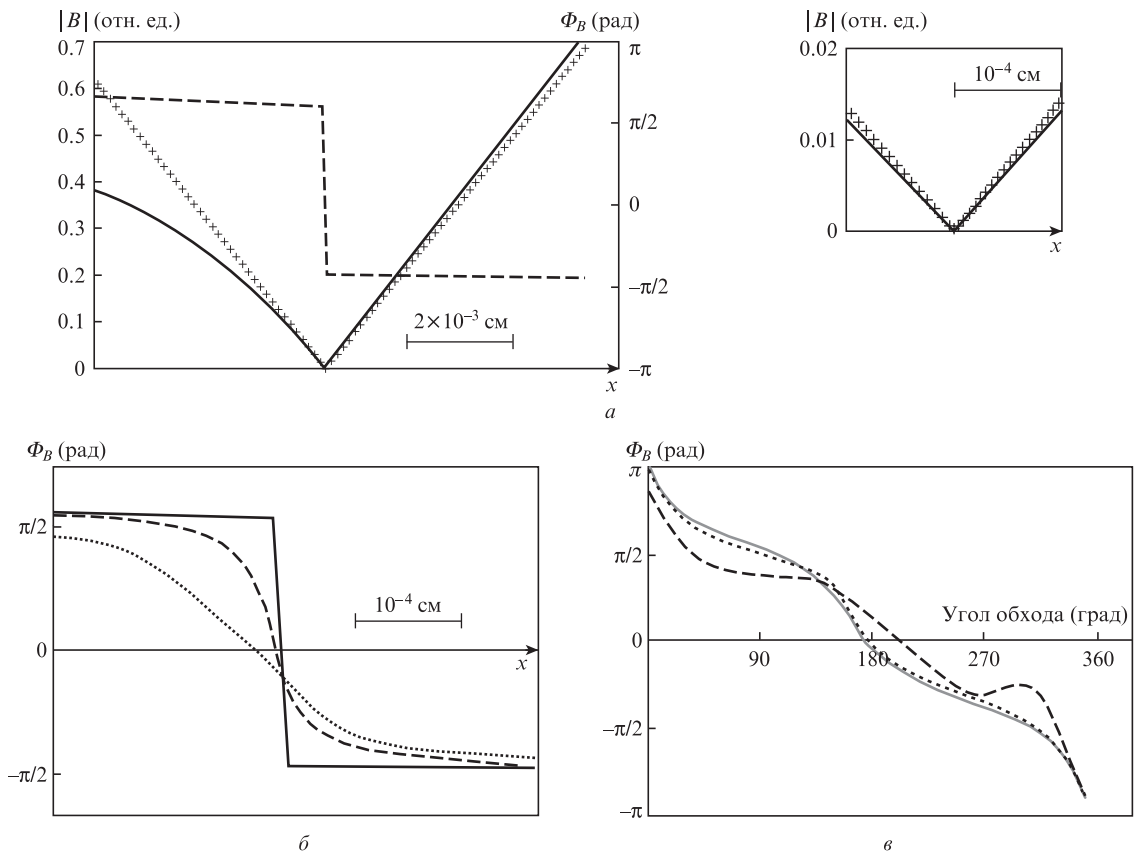


Рис.3. Полученные численным моделированием зависимости $|B(x,y_0)|$ (сплошная кривая) и $\Phi_B(x,y_0)$ (штриховая кривая), а также результаты расчета в линейном приближении (показаны крестиками) (а); зависимости $\Phi_B(x,y_0)$ от x при $y = y_0$ (сплошная кривая), $y = y_0 + 5 \times 10^{-5}$ см (штриховая кривая), $y = y_0 + 2 \times 10^{-4}$ см (пунктирная кривая) (б); изменение фазы функции Φ_B при круговом обходе нулевой точки с радиусом обхода 1.5×10^{-3} см (сплошная кривая), 2.5×10^{-3} см (пунктирная кривая) и 7.5×10^{-3} см (штриховая кривая) (в).

ностью выполняется соотношение (17). Строго азимутальные при малых радиусах обхода пространственные флуктуации фазы, по-видимому, имеют общую природу с флуктуациями взаимной когерентности, исследованными в работе [22]. Сопоставление зависимостей $|B|$ от x , рассчитанных численно и в линейном приближении, а также результаты, представленные на рис.3, показывают, что линейное приближение хорошо описывает поведение медленной амплитуды $B(x, y)$ в окрестности нулевой точки радиусом менее 3×10^{-3} см.

4.2. Распределение фазы функции взаимной когерентности $\Gamma(x, y)$ в плоскости $z = \text{const}$

Согласно (12) фаза функции $\Gamma(x, y)$ может быть записана как

$$\Phi_{\Gamma}(x, y) = \Phi_B(x, y) - 2ax. \tag{19}$$

На рис.4 представлены фазовые линии $\Phi_{\Gamma}(x, y) = \text{const}$, полученные из (19) и (18) при $S = -1$ и угле $\gamma = 60^\circ$. Если в (12) положить $B = \text{const}$, то набор фазовых линий с различными значениями Φ_{Γ} имеет вид прямолинейных полос, повторяющихся с периодом $\Lambda = \pi/a$. Наличие зависимости B от x, y нарушает регулярную картину полос.

Фазовые линии со значениями $\Phi_B(x, y) = \pi/4$ и $9\pi/4$, выходящие из точки неустойчивости С перпендикулярно к оси y , отклоняются в область отрицательных значений y и образуют «вилку», внутри которой располагаются фазовые линии, проходящие через нулевую точку О. Аналогичные «вилки» в окрестности точек фазовой сингулярности возникают и при интерференции монохроматических световых пучков [25].

Координата y_C точки С определяется из уравнения

$$\frac{d\Phi_B(x, y_C)}{dx} = 2a. \tag{20}$$

Из выражений (18) при $S = -1$ и (20) можно получить

$$y_C \approx 1/(2a) \tan(\gamma/2). \tag{21}$$

Подробнее ход фазовых линий вблизи точек О и С изображен на рис.5,а. Из (19) и (20) следует, что в точке С

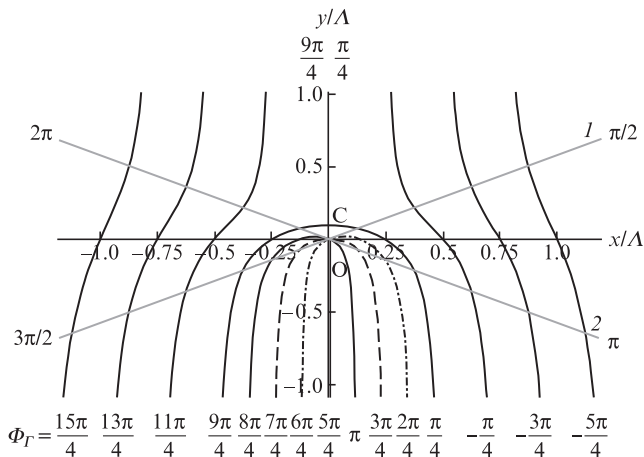


Рис.4. Фазовые линии $\Phi_{\Gamma}(x, y) = \text{const}$ в окрестности изолированной точки сингулярности (угол γ между нулевыми линиями 1 и 2 составляет 60°).

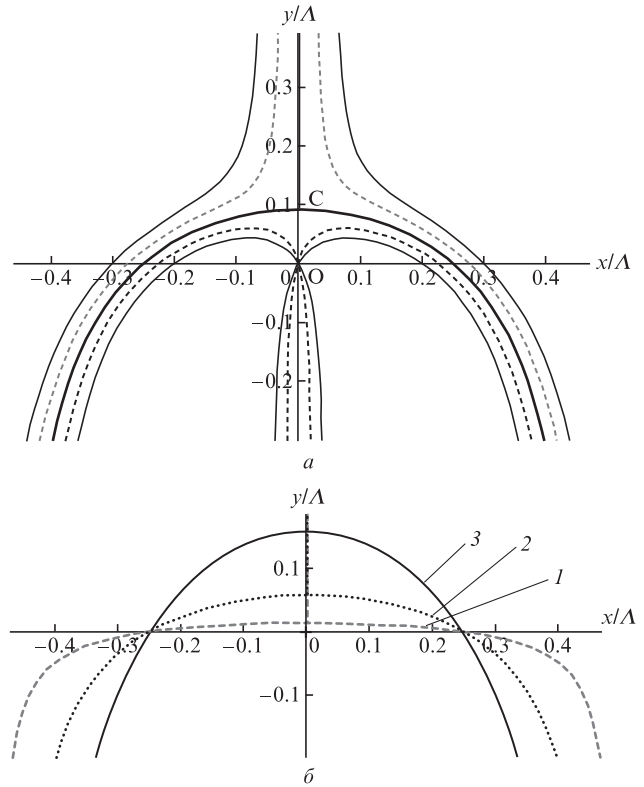


Рис.5. Фазовые линии $\Phi_{\Gamma}(x, y) = \text{const}$ вблизи точки неустойчивости С: при $\gamma = 60^\circ$ $\Phi_{\Gamma} = \pi/4$ и $9\pi/4$ (жирная сплошная кривая), $\pi/4 \pm \pi/20$ и $9\pi/4 \pm \pi/20$ (штриховые кривые), $\pi/4 \pm \pi/10$ и $9\pi/4 \pm \pi/10$ (тонкие сплошные кривые) (а), а также $\Phi_{\Gamma} = \pi/4$ и $9\pi/4$ при $\gamma = 10^\circ$ (1) и $\gamma = 90^\circ$ (3) (б).

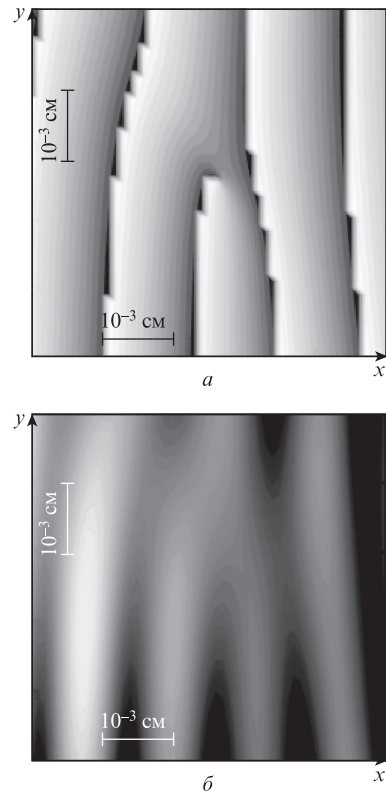


Рис.6. Распределение в окрестности нулевой точки фазы функции взаимной когерентности $\Phi_{\Gamma} = \text{arg}\Gamma(x, y)$ (а) и интенсивности интерференционной картины (б).

$d\Phi_F/dx = 0$. Как видно из рисунка, в окрестности точки С фаза $\Phi_F(x, y)$ слабо зависит от координат x, y и остается близкой к $\pi/4$. Положение точек пересечения фазовых линий с осью y для разных углов γ между нулевыми линиями, представленное на рис.5,б, хорошо согласуется с формулой (21).

На рис.6,а представлено полученное численным моделированием двумерное распределение фазы $\Phi_F = \arg\Gamma(x, y)$ в окрестности нулевой точки. Как и на рис.2,б, более светлые области соответствуют большим значениям фазы. Фазовая сингулярность медленной амплитуды $B(x, y)$ проявляется в наличии около нулевой точки характерной «вилки» в пространственном распределении фазы $\Phi_F(x, y)$, которая возникает и в интенсивности интерференционной картины, представленной на рис.6,б.

5. Определение $|B(x, y)|$ в области сингулярности в зависимости от z с использованием статистических характеристик

Пространственная когерентность каждого широкополосного светового пучка, а также взаимная когерентность двух интерферирующих световых пучков уменьшаются при удалении от начальной плоскости $z = 0$, в которой такое излучение принимается пространственно когерентным.

Обозначим $P(x, y, z) = \partial B(x, y, z)/\partial x$ и путем аналитического расчета при гауссовой форме спектра $\eta^{(0)}(\alpha)$ найдем среднеквадратичные величины

$$\tilde{B}(z) = \sqrt{\langle |B(x, y, z)|^2 \rangle} \text{ и } \tilde{P}(z) = \sqrt{\langle |P(x, y, z)|^2 \rangle}.$$

Они не зависят от частотного спектра $\eta_0(\omega)$, а их значения в исходной плоскости $z = 0$ определяются выражениями

$$\tilde{B}(0) = 8\pi/(cn)\sqrt{\langle I_1 \rangle \langle I_2 \rangle}, \quad (22)$$

$$\tilde{P}(0) = 8\pi/(cn)\sqrt{\langle I_1 \rangle \langle I_2 \rangle} (k(\bar{\omega})\theta/\sqrt{\ln 2}).$$

Расчет показал, что величины $\tilde{B}(z)$ и $\tilde{P}(z)$ изменяются с z одинаково, так что

$$\tilde{B}(z)/\tilde{B}(0) = \tilde{P}(z)/\tilde{P}(0) = H(z). \quad (23)$$

Зависимость $H(z)$ представлена на рис.7.

Полученная зависимость $\tilde{B}(z)$ согласуется с результатами работы [22], где описан также наглядный механизм

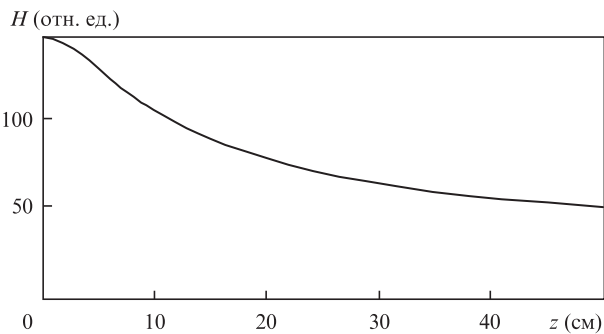


Рис.7. Зависимость взаимной когерентности пучков от продольной координаты z при $\tilde{B}(z)/\tilde{B}(0) = \tilde{P}(z)/\tilde{P}(0) = H(z)$.

уменьшения взаимной когерентности при распространении световых пучков.

В условиях выполнения линейного приближения из (14) при $P_0 = Q_0$ следует, что в фиксированной плоскости $z = \hat{z} = \text{const}$ поперечное распределение $|B(x, y, \hat{z})|$ имеет вид перевернутого конуса кругового сечения («воронки»). «Воронку», у которой $P_0 = Q_0 = \tilde{P}(z)$, а высота равна $\tilde{B}(z)$, назовем среднестатистической. Угол раствора такой «воронки» $\tilde{\beta}(z) = 1/\tilde{P}(z)$ возрастает с увеличением z , а диаметр отверстия $\tilde{D} = 2\tilde{B}(z)/\tilde{P}(z) = 2\tilde{B}(0)/\tilde{P}(0)$ остается постоянным. С учетом (22) имеем

$$\tilde{D} = 2\sqrt{\ln 2}/(k(\bar{\omega})\theta). \quad (24)$$

При средней длине волны $\bar{\lambda} = 10^{-4}$ см и угловой расходимости $2\theta = 4 \times 10^{-3}$, использованных в расчетах, из (24) получим $\tilde{D} = 1.32 \times 10^{-2}$ см. Это значение в $\sqrt{2}$ раз меньше, чем дает аналогичный расчет диаметра «воронки» интенсивности в области сингулярности одного монохроматического светового пучка с длиной волны, равной $\bar{\lambda}$.

6. Обобщенная функция взаимной когерентности

Рассмотренная выше функция взаимной когерентности $\Gamma(\mathbf{r})$ описывает взаимодействие двух широкополосных световых полей, приводящее к возникновению стационарной интерференционной картины. Обобщенная функция взаимной когерентности

$$\Gamma(\Omega, \mathbf{r}) = \overline{E_1(\mathbf{r}, t) E_2^*(\mathbf{r}, t) \exp(-i\Omega t)} \quad (25)$$

вводится, чтобы охарактеризовать такое взаимодействие широкополосных полей (лазерного E_1 и смещенного по частоте на Ω стоксова поля E_2), при котором создаваемая ими интерференционная картина в каждой точке \mathbf{r} гармонически изменяется со временем на частоте Ω , а интерференционные полосы перемещаются в поперечном сечении световых пучков. Это вызывает возбуждение колебаний на частоте Ω в нелинейной среде и вынужденное рассеяние света.

Общность математического описания $\Gamma(\Omega, \mathbf{r})$ и исследованной выше функции взаимной когерентности $\Gamma(\mathbf{r})$ (см. (9), (10)) позволяет заключить, что медленные амплитуды $\Gamma(\Omega, \mathbf{r})$ имеют особенности в виде фазовых сингулярностей, которые должны приводить к фазовым сингулярностям колебаний, возбуждаемых в нелинейной среде, а также к фазовым сингулярностям в излучении стоксовой компоненты вынужденного рассеяния света.

7. Заключение

Теоретически изучена фазовая сингулярность медленной амплитуды функции взаимной когерентности двух широкополосных лазерных полей, которая приводит к появлению дислокаций в интерференционной картине, возникающей в области их наложения. Предложена схема экспериментального осуществления интерференции диспергированных широкополосных лазерных пучков на основе интерферометра Маха–Цендера с дифракционными решетками.

Численным моделированием получены двумерные распределения модуля и фазы медленной амплитуды ком-

плексной функции взаимной когерентности в поперечном сечении пересекающихся световых пучков. Дано аналитическое описание медленной амплитуды в области фазовой сингулярности на основе линейного приближения.

Изучены статистические характеристики функции взаимной когерентности в зависимости от продольной координаты. Рассчитан среднестатистический диаметр «воронки» модуля функции взаимной когерентности, возникающей в области сингулярности. Установлено, что он не зависит от интенсивности световых пучков и остается постоянным при изменении продольной координаты.

Изучено проявление фазовых дислокаций в интерференционной картине. Показано, что фазовые сингулярности имеют место и для введенной в работу обобщенной функции взаимной когерентности, которая характеризует возбуждение световыми полями в нелинейной среде колебаний, приводящих к вынужденному рассеянию света. Полученные результаты могут быть использованы при изучении эффектов фазовой сингулярности в схемах четырехволнового смещения с пересекающимися световыми пучками, а также при осуществлении обращения волнового фронта широкополосного лазерного излучения.

- Soskin M.S., Vasnetsov M.V. *Prog. Opt.*, **42**, 219 (2001).
- Dennis M.R., O'Holleran K., Padgett M.J. *Prog. Opt.*, **53**, 293 (2009).
- Schouten H.F., Gbur G., Visser T.D., Wolf E. *Opt. Lett.*, **28**, 968 (2003).
- Gbur G., Visser T.D. *Opt. Commun.*, **222**, 117 (2003).
- Bogatyryova G.V., Fel'de C.V., Polyanskii P.V., Ponomarenko S.A., Soskin M.S., Wolf E. *Opt. Lett.*, **28**, 878 (2003).
- Palacios D.M., Maleev I.D., Marathay A.S., Swartzlander G.A.Jr. *Phys. Rev. Lett.*, **92**, 143905 (2004).
- Yang Y., Chen M., Mazilu M., Mourka A., Liu Yi-D., Dholakia K. *New J. Phys.*, **15**, 113053-1 (2013).
- Wang W., Duan Z., G.Hanson S., Miyamoto Y., Takeda M. *Phys. Rev. Lett.*, **96**, 073902 (2006).
- Maleev I.D., Palacios D.M., Marathay A.S., Swartzlander G.A.Jr. *J. Opt. Soc. Am. B*, **21**, 1895 (2004).
- Maleev I.D., Swartzlander G.A.Jr. *J. Opt. Soc. Am. B*, **25**, 915 (2008).
- Gbur G., Swartzlander G.A.Jr. *J. Opt. Soc. Am. B*, **25**, 1422 (2008).
- Van Dijk T., Visser T.D. *J. Opt. Soc. Am. A*, **26**, 741 (2009).
- Van Dijk T., Schouten H.F., Visser T.D. *Phys. Rev. A*, **79**, 033805 (2009).
- Stahl C.S.D., Gbur G. *Opt. Lett.*, **39**, 5985 (2014).
- Chen J., Liu X., Yu J., Cai Y. *Appl. Phys. B*, **122**, 201 (2016).
- Zhan Q. *Adv. Opt. Photon.*, **1**, 1 (2009).
- Zhang Y., Cui Y., Wang F., Cai Y. *Opt. Express*, **23**, 11483 (2015).
- Zhang Y., Zhao Z., Ding C., Pan L. *J. Opt.*, **19**, 025603 (2017).
- Guo L., Chen Y., Liu X., Liu L., Cai Y. *Opt. Express*, **24**, 13714 (2016).
- Zhang Y., Wang H., Ding C., Pan L. *Phys. Lett. A*, **381**, 2550 (2017).
- Одинцов В.И., Соколова Е.Ю. *Квантовая электроника*, **21**, 778 (1994) [*Quantum Electron.*, **24**, 723 (1994)].
- Одинцов В.И., Соколова Е.Ю. *Оптика и спектроскопия*, **101**, 478 (2006).
- Баранова Н.Б., Зельдович Б.Я. *ЖЭТФ*, **80**, 1789 (1981).
- Ахманов С.А., Дьяков Ю.Е., Чиркин А.С. *Введение в статистическую радиофизику и оптику* (М.: Наука, 1981).
- Баранова Н.Б., Зельдович Б.Я. и др. *ЖЭТФ*, **83**, 1702 (1982).