

Самокомпрессия лазерных импульсов в активном световоде с конечной шириной полосы усиления в условиях нестационарности нелинейного отклика среды

А.А.Балакин, А.Г.Литвак, В.А.Миронов, С.А.Скобелев

Исследовано влияние нестационарности нелинейного отклика среды на процесс самокомпрессии лазерных импульсов солитонной формы в активных световодах с конечной шириной полосы усиления. На основе вариационного подхода проведен качественный анализ самовоздействия волнового пакета в рассматриваемой системе с целью классификации основных режимов эволюции и определения минимально достижимой длительности лазерного импульса в процессе самосжатия. В приближении параболической аппроксимации профиля усиления (в приближении уравнения Гнизбурга–Ландау) показано существование устойчивых структур солитонного типа. Анализ самовоздействия лазерных импульсов в рамках нелинейного уравнения Шредингера со знакопостоянным профилем усиления показал качественное изменение динамики волнового поля в случае нестационарного нелинейного отклика, выводящего спектр лазерного импульса из области усиления и останавливающего компрессию импульса. Получены выражения для минимальной длительности лазерного импульса солитонной формы в зависимости от параметров задачи, хорошо согласующиеся с результатами численного моделирования.

Ключевые слова: самокомпрессия лазерных импульсов, активный световод, нестационарность нелинейного отклика.

1. Введение

Проблема генерации лазерных УКИ с большой энергией является областью активных экспериментальных исследований, а также объектом для теоретической физики, изучающей нелинейную динамику волновых полей с временными масштабами, соизмеримыми с периодом поля. Актуальность данного круга задач обусловлена большим количеством их применений в науке, технике и технологии. В качестве таковых отметим исследование сверхбыстрых процессов, генерацию и детектирование терагерцевого излучения [1, 2], генерацию высоких гармоник [3, 4], формирование аттосекундных импульсов [5], ускорение электронов и ионов [6].

В настоящее время существует несколько способов генерации лазерных УКИ. Наибольшее распространение получили твердотельные лазерные системы, основанные на широкополосном усилении, например в кристаллах Ti:сапфира и/или в параметрических усилителях. Они способны обеспечить генерацию лазерных УКИ с достаточно большими энергиями [7, 8]. Другой способ получения мощных лазерных импульсов основан на уширении спектра волнового пакета в газе высокого давления и на последующей компрессии волнового пакета с использованием решеток или chirпированных зеркал. Альтернативным способом является самокомпрессия лазерных им-

пульсов (уменьшение длительности волнового пакета без применения внешних линейных дисперсионных элементов) при распространении в среде с керровской [9, 10] или ионизационной [11–13] нелинейностью. Аналогичный механизм генерации лазерных импульсов петаваттной мощности использует самокомпрессию за счет релятивистской нелинейности плазмы [14, 15].

В то же время следует отдельно выделить механизмы укорочения лазерного импульса, которые связаны с адиабатическим изменением параметров волнового поля солитонной формы в процессе его распространения в нелинейной среде. В этом случае можно ожидать получения волновых пакетов с хорошим временным контрастом. Отметим некоторые работы, в которых экспериментально и теоретически исследовалась самокомпрессия лазерных импульсов солитонной формы: самокомпрессия в среде с усилением [16, 17], в волноведущей системе с монотонно уменьшающейся линейной дисперсией [18, 19], в волноводе в присутствии кубической и ионизационной нелинейностей [20], а также адиабатическая самокомпрессия трехмерных лазерных импульсов в процессе их самофокусировки в случае, когда дисперсионная длина меньше дифракционной [21–23].

Успешное развитие волоконных лазеров стимулирует исследование возможности замещения компонентов твердотельных лазерных систем волоконно-оптическими, что может кардинальным образом повысить привлекательность соответствующих прикладных разработок. Уступая по энергетическим характеристикам твердотельным системам, волоконные лазеры и нелинейно-оптические устройства имеют такие преимущества, как высокая эффективность преобразования энергии накачки в энергию излучения, связанная с волноводной геометрией, эффективный отвод тепла и высокое качество пространственного профиля лазерного пучка, а также низкая стоимость, компактность, отсутствие юстировки в процессе работы.

А.А.Балакин, Л.Г.Литвак. Федеральный исследовательский центр Институт прикладной физики РАН, Россия, 603950 Н.Новгород, ул. Ульянова, 46; Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И.Лобачевского, Россия, 603950 Н.Новгород, просп. Гагарина, 23; e-mail: balakin@appl.sci-nnov.ru

В.А.Миронов, С.А.Скобелев. Федеральный исследовательский центр Институт прикладной физики РАН, Россия, 603950 Н.Новгород, ул. Ульянова, 46

Поступила в редакцию 16 февраля 2018 г.

В последнее время для получения лазерных импульсов с экстремально высокой мощностью обсуждается идея усиления волновых пакетов в массиве независимых волноводов [24, 25]. В среде с аномальной дисперсией групповой скорости усиление лазерных импульсов также может сопровождаться адиабатическим уменьшением длительности лазерного импульса [16, 17], если на вход световода инжектировать лазерный импульс солитонной формы, для которого дисперсионная длина будет значительно меньше обратного инкремента усиления. В этом случае усиление волнового поля можно рассматривать как малый возмущающий фактор в процессе распространения волнового пакета. Требование малости инкремента усиления приводит к необходимости использования значительных длин взаимодействия излучения со средой. Очевидно, что в процессе адиабатического уменьшения длительности лазерного импульса могут сказаться различные негативные факторы: нестационарность нелинейного отклика, дисперсия более высокого порядка, возможные неоднородности в световоде.

Теоретический анализ особенностей самовоздействия лазерных импульсов проводится преимущественно в рамках нелинейного уравнения Шредингера (НУШ) и его обобщений. Аддитивный учет в НУШ диссипации, усиления и других эффектов, определяемых физической задачей, приводит к другому широко известному уравнению Гинзбурга–Ландау [26–29]. Возникающие здесь локализованные структуры называют диссипативными солитонами [26, 29]. В отличие от однопараметрического семейства солитонов в НУШ конкуренция диссипации и усиления в неконсервативном режиме делает ситуацию более определенной и устойчивой. Вследствие сложности и многообразия рассматриваемых процессов теоретическое исследование во многих работах сводится к численному моделированию задачи, т. к. неконсервативность системы существенно усложняет использование качественных методов исследования эволюции волновых полей.

Цель настоящей работы – исследование влияния рамановской нелинейности на самокомпрессию лазерных импульсов солитонной формы в активных световодах с конечной шириной полосы усиления с использованием аналитического аппарата нелинейной оптики. С помощью вариационного подхода проведен качественный анализ самовоздействия волнового пакета в рассматриваемой системе с целью классификации основных режимов эволюции волнового поля и определения минимальной достижимой длительности лазерного импульса в процессе самосжатия в зависимости от параметров задачи.

Статья имеет следующую структуру. В разд.2 сформулировано базовое уравнение для исследования самовоздействия лазерного импульса в активном световоде с конечной шириной полосы усиления и приведено обобщение вариационного подхода на неконсервативный случай. В разд.3 представлен аналитический и численный анализ нелинейной динамики волнового пакета на основе уравнения Гинзбурга–Ландау. Для аналитического исследования процессов в системе в данном разделе с использованием вариационного подхода получена замкнутая система обыкновенных дифференциальных уравнений для характерных параметров лазерного импульса, имеющего гауссово распределение интенсивности. Показано существование устойчивых структур солитонного типа, которые в спектральной области «прижаты» к краю полосы

усиления активной среды. Найдены минимальная длительность солитона и его частотный сдвиг из-за нестационарности нелинейного отклика в зависимости от параметров задачи. В разд.4 проведен теоретический анализ самокомпресии лазерных импульсов в рамках нелинейного уравнения Шредингера в условиях знакопостоянного профиля усиления. С использованием вариационного подхода получены замкнутая система уравнений, описывающих динамику параметров лазерного импульса, и выражение для минимальной длительности лазерного импульса солитонной формы в зависимости от параметров задачи. В Заключении обобщены результаты работы.

2. Постановка задачи

Рассмотрим самовоздействие лазерных импульсов субпикосекундной длительности в активном оптическом волокне с конечной шириной полосы усиления при учете мгновенной электронной (керровской) и задержанной молекулярной (рамановской) нелинейностей. Будем полагать, что центральная частота лазерного импульса лежит в области аномальной дисперсии групповой скорости, а радиус волокна мал (порядка длины волны), так что распространение в волокне является одноимодовым. Последнее требование автоматически означает, что мы пренебрегаем возможностью самофокусировки волнового поля внутри световода. Следует отметить, что насыщение усиления волнового пакета можно не учитывать, поскольку волоконные лазерные среды имеют высокую энергию насыщения. Например, энергия насыщения эрбиевых лазерных волокон равна ~ 10 мкДж, а энергия инжектируемых коротких лазерных импульсов – менее 1 нДж. В итоге процесс эволюции лазерных импульсов в рассматриваемом случае можно описать с помощью НУШ:

$$i \frac{\partial E}{\partial z} + i \frac{\partial k}{\partial \omega} \frac{\partial E}{\partial t} - \frac{1}{2} \frac{\partial^2 k}{\partial \omega^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} + \frac{n_2 \omega_0}{c} |E|^2 E = \tau_R \frac{n_2 \omega_0}{c} E \frac{\partial |E|^2}{\partial t} + \frac{i \omega_0}{4\pi n_0 c} \int_{-\infty}^{+\infty} \chi(\omega) E(z, \omega) \exp(-i\omega t) d\omega.$$

Здесь ω_0 – несущая частота лазерного импульса; n_0 и n_2 – линейный и нелинейный показатели преломления; $\chi(\omega)$ – мнимая часть восприимчивости среды; τ_R – характерное время установления нелинейности. В сопровождающей системе координат, движущейся с групповой скоростью волнового пакета, НУШ может быть записано в безразмерных переменных [27]:

$$i \frac{\partial \Psi}{\partial z} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \tau^2} + |\Psi|^2 \Psi - \mu \Psi \frac{\partial |\Psi|^2}{\partial \tau} - \frac{i}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} G(\omega) \tilde{\Psi}(z, \omega) \exp(-i\omega \tau) d\omega = 0. \quad (1)$$

Здесь продольная координата $\tau = t - (\partial k / \partial \omega)z$ и эволюционная координата z нормированы на характерную длительность лазерного импульса τ_{eff} и соответствующую дисперсионную длину $z_0 = 2\tau_{eff}^2 / (\partial^2 k / \partial \omega^2)$; $\Psi = E \sqrt{n_2 \omega_0 z_0 / c}$ – комплексная амплитуда огибающей волнового пакета;

$$\tilde{\Psi}(z, \omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \Psi(z, \tau) \exp(i\omega \tau) d\tau;$$

$\mu = \tau_R/\tau_{\text{eff}}$; $G(\omega) = \omega_0 z_0 \chi(\omega)/(2n_0 c)$. Второе слагаемое в (1) описывает линейную дисперсию среды, третье слагаемое ответственно за керровскую нелинейность, а четвертое – за инерцию нелинейного отклика. Последнее слагаемое, описывающее процесс усиления лазерного импульса в активной среде, представлено через спектральный коэффициент усиления $G(\omega)$.

Очевидным упрощением исходного уравнения (1) является анализ самовоздействия квазимонохроматического волнового пакета с шириной спектра $\Delta\omega$, инжектированного в активное волокно с большой шириной Ω полосы усиления: $\Omega > \Delta\omega$. Разложение коэффициента усиления $G(\omega)$ в ряд Тейлора вблизи несущей частоты до квадратичного члена $G(\omega) \approx \gamma - D\omega^2$ позволяет нам перейти от уравнения (1) к хорошо известному уравнению Гинзбурга–Ландау [26, 27, 29]:

$$i \frac{\partial \Psi}{\partial z} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \tau^2} + |\Psi|^2 \Psi = \mu \Psi \frac{\partial |\Psi|^2}{\partial \tau} + i\gamma \Psi + iD \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \tau^2}, \quad (2)$$

$$D = \frac{\gamma}{\Omega^2}.$$

Уравнение (2) в отсутствие рамановской нелинейности ($\mu = 0$) хорошо изучено в ряде работ [27, 29, 30]. Отметим, что в рамках уравнения (2) в случае $\mu = 0$ существуют устойчивые солитонные решения, которые называются диссипативными солитонами [26].

Дальнейший аналитический и численный анализ влияния рамановской нелинейности ($\mu \neq 0$) на механизм адиабатического уменьшения длительности лазерного импульса в процессе его усиления в активной среде будет выполнен на основе уравнений (1) и (2). Для получения аналитических оценок воспользуемся вариационным подходом. Это позволит получить замкнутую систему обыкновенных дифференциальных уравнений для характерных интегральных параметров распределения волнового поля (энергии, длительности и chirpa лазерного импульса) гауссовой формы. Несмотря на усложнение ситуации в активной среде, связанное с отсутствием гамильтоновости, вариационную задачу удастся сформулировать как для уравнения Гинзбурга–Ландау (2), так и для исходного уравнения (1). При этом, наряду с лагранжианом консервативной части системы

$$\mathcal{L} = \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\frac{i}{2} \left(\Psi \frac{\partial \Psi^*}{\partial z} - \Psi^* \frac{\partial \Psi}{\partial z} \right) - \frac{1}{2} |\Psi|^4 + \left| \frac{\partial \Psi}{\partial \tau} \right|^2 \right] d\tau, \quad (3)$$

который совпадает для уравнений (1) и (2), необходимо определить диссипативную функцию системы δQ .

Ограничимся рассмотрением эволюции волновых пакетов гауссовой формы:

$$\Psi = \sqrt{\frac{W}{\sqrt{\pi} \tau_p}} \exp \left[-\frac{(\tau - q)^2}{2\tau_p^2} + i\beta(\tau - q)^2 - i\bar{\omega}(\tau - q) + i\theta \right]. \quad (4)$$

Здесь

$$W = \int_{-\infty}^{+\infty} |\Psi|^2 d\tau$$

– энергия лазерного импульса; $\tau_p, \beta, \bar{\omega}, \theta$ – соответственно длительность импульса, chirp, частота и фаза волнового

поля в максимуме интенсивности пакета, положение которого определяет параметр $q(z)$. В консервативном случае изменение параметров $a_j = \{W, \tau_p, q, \beta, \bar{\omega}, \theta\}$ в процессе распространения импульса описывается уравнениями Эйлера

$$\frac{d}{dz} \frac{\partial \bar{\mathcal{L}}}{\partial \dot{a}_j} - \frac{\partial \bar{\mathcal{L}}}{\partial a_j} = 0 \quad \left(\dot{a}_j = \frac{da_j}{dz} \right) \quad (5)$$

с использованием укороченного лагранжиана $\bar{\mathcal{L}}$ – функции Лагранжа (3), вычисленной на заданном распределении поля (4):

$$\bar{\mathcal{L}} = \frac{W\tau_p^2}{2} \frac{d\beta}{dz} + W \frac{d\theta}{dz} - W\bar{\omega} \frac{dq}{dz} + \frac{W}{2} \left(\frac{1}{\tau_p^2} + 4\beta^2 \tau_p^2 \right) + \bar{\omega}^2 W - \frac{W^2}{\sqrt{8\pi} \tau_p}. \quad (6)$$

Обобщение уравнения Эйлера для определения параметров варьируемой функции (4) в неконсервативном случае состоит в учете вклада диссипативной части системы [29]:

$$\frac{d}{dz} \frac{\partial \bar{\mathcal{L}}}{\partial \dot{a}_j} - \frac{\partial \bar{\mathcal{L}}}{\partial a_j} = \int \left[\frac{\delta Q}{\delta \Psi} \frac{\partial \Psi}{\partial a_j} + \text{c.c.} \right] d\tau. \quad (7)$$

3. Самокомпрессия лазерных импульсов в рамках уравнения Гинзбурга–Ландау

Обратимся сначала к анализу самовоздействия лазерного импульса в активном волокне с конечной шириной полосы усиления на основе уравнения Гинзбурга–Ландау с учетом нестационарности нелинейного отклика (2). Для него вариация диссипативной функции

$$\delta Q = \int_{-\infty}^{+\infty} \left[i\gamma(\Psi \delta \Psi^* - \Psi^* \delta \Psi) + iD \left(\frac{\partial^2 \Psi}{\partial \tau^2} \delta \Psi^* - \frac{\partial^2 \Psi^*}{\partial \tau^2} \delta \Psi \right) + \mu \frac{\partial |\Psi|^2}{\partial \tau} \delta |\Psi|^2 \right] d\tau. \quad (8)$$

Соответственно уравнения (7) для параметров волнового пакета (4) в рассматриваемом неконсервативном случае имеют вид

$$\frac{d}{dz} \frac{\partial \bar{\mathcal{L}}}{\partial \dot{a}_j} - \frac{\partial \bar{\mathcal{L}}}{\partial a_j} = \mu \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial |\Psi|^2}{\partial \tau} \frac{\partial |\Psi|^2}{\partial a_j} d\tau + i\gamma \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\Psi \frac{\partial \Psi^*}{\partial a_j} - \text{c.c.} \right) d\tau + iD \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\frac{\partial^2 \Psi}{\partial \tau^2} \frac{\partial \Psi^*}{\partial a_j} - \text{c.c.} \right) d\tau. \quad (9)$$

Правая часть в (9) определяет дополнительный вклад в изменение продольной структуры импульса, связанный с диссипативными факторами в исходном уравнении (2). Вычисляя интегралы и дифференцируя, приходим к следующей системе обыкновенных дифференциальных уравнений для параметров локализованной структуры (4):

$$\frac{dW}{dz} = 2\gamma W - \frac{DW}{\tau_p^2} (1 + 4\beta^2 \tau_p^4 + 2\bar{\omega}^2 \tau_p^2), \quad (10a)$$

$$\frac{d\beta}{dz} = \frac{1}{\tau_p^4} - 4\beta^2 - \frac{W}{\sqrt{8\pi}\tau_p^3} - \frac{4D\beta}{\tau_p^2}, \quad (10б)$$

$$\frac{d\tau_p}{dz} = 4\beta\tau_p + \frac{D}{\tau_p} - 4D\beta^2\tau_p^3, \quad (10в)$$

$$\frac{d\bar{\omega}}{dz} = -\frac{\mu W}{\sqrt{2\pi}\tau_p^3} - \frac{2D\bar{\omega}}{\tau_p^2} - 8D\bar{\omega}\beta^2\tau_p^2. \quad (10г)$$

$$\frac{dq}{dz} = 4D\bar{\omega}\tau_p^2 - 2\bar{\omega}. \quad (10д)$$

Отметим, что уравнение (10д) для скорости движения центра масс волнового пакета изолировано от остальной части системы (10). В результате задача исследования самовоздействия лазерного импульса свелась к анализу первых четырех уравнений (10).

Проанализируем сначала случай отсутствия рамановской нелинейности ($\mu = 0$). Анализ системы уравнений (10б)–(10г) показывает существование устойчивой стационарной точки (фокуса) при $\bar{\omega} = 0$ и

$$\tau_p = \tau_f \equiv \frac{\sqrt{32\pi}}{W} \frac{1+D^2}{D^2} (\sqrt{1+D^2} - 1) \approx \frac{\sqrt{8\pi}}{W} \quad (11)$$

с характерной частотой колебаний $\bar{\omega} \approx 2W^2/(4\pi) \gg \gamma$. Поскольку характерное время изменения энергии $1/\gamma$ много больше периода колебаний, то положение центра (τ_f) и амплитуда ($\delta\tau_p \approx 8\pi/W^2$) колебаний будут меняться адиабатически медленно с ростом энергии W . Такое поведение соответствует эволюции распределений поля солитонного типа, возникающих при конкуренции аномальной дисперсии групповой скорости и кубической нелинейности. Будучи устойчивыми частицеподобными образованиями, солитоны поддерживают связь своих длительности и энергии (амплитуды) вида (11). При этом данные решения для $D \ll 1$ имеют слабую частотную модуляцию:

$$\beta(z) \approx -\frac{D}{4\tau_p^2(z)}. \quad (12)$$

Это означает, что рассматриваемые структуры отличаются от солитонов НУШ наличием отрицательного чирпа. Наличие чирпа (12) практически не изменило хорошо известное для солитонов НУШ соотношение: $\tau_p \propto 1/W$.

Вблизи фокуса величина $\beta^2\tau_p^4 \lesssim D^2/4 \lll 1$ при $D \ll 1$. Рассмотрим наиболее интересный случай: $\bar{\omega} = 0$, который является точным решением уравнения (10г) при $\mu = 0$. Это позволяет из соотношения (11) и уравнения (10а) получить уравнение для длительности солитонного импульса по мере его распространения в световоде:

$$\tau_p \frac{d\tau_p}{dz} = D - 2\gamma\tau_p^2. \quad (13)$$

Из решения данного уравнения

$$\tau_p = \sqrt{\frac{D}{2\gamma} + \left(1 - \frac{D}{2\gamma}\right) \exp(-4\gamma z)} \quad (14)$$

видно, что длительность лазерного импульса уменьшается по экспоненциальному закону до предельно возможной длительности

$$\tau_{\text{lim}} = \sqrt{\frac{D}{2\gamma}}. \quad (15)$$

Перепишем это выражение, подставив в него $D = \gamma/\Omega^2$:

$$\tau_{\text{lim}} = \frac{1}{\sqrt{2\Omega}}. \quad (16)$$

Из (16) следует, что минимальная возможная длительность солитонного волнового пакета в процессе адиабатического увеличения энергии волнового поля определяется лишь шириной полосы усиления Ω .

Далее учтем влияние нестационарности нелинейного отклика среды ($\mu \neq 0$) на динамику самовоздействия лазерного импульса в активном световоде. Поскольку в уравнениях (10б) и (10в) не входит несущая частота $\bar{\omega}$, то стационарная точка (см. (11) и (12)) этих уравнений такая же, как и в случае $\mu = 0$. Эта стационарная точка соответствует солитонному распределению волнового поля. Из связи (11) и уравнений (10а), (10в) получаем уравнения, определяющие уменьшение длительности τ_p и преобразование несущей частоты $\bar{\omega}$ волнового пакета по мере его распространения в световоде:

$$\frac{d\tau_p}{dz} = -2\gamma\tau_p + \frac{D}{\tau_p} (1 + 2\bar{\omega}^2\tau_p^2). \quad (17а)$$

$$\frac{d\bar{\omega}}{dz} = -\frac{2\mu}{\tau_p^4} - \frac{2D\bar{\omega}}{\tau_p^2}. \quad (17б)$$

Из уравнения (17б) следует, что рамановская нелинейность приводит лишь к сдвигу частоты солитона вниз по спектру (в сторону больших длин волн). При этом скорость смещения частоты увеличивается с уменьшением длительности солитона: $d\bar{\omega}/dz \propto -\mu/\tau_p^4$ [31].

Рассмотренный выше предельный случай $\mu = 0$ является частным случаем уравнений (17). Типичная фазовая плоскость для системы уравнений (17) в этом пределе представлена на рис. 1,а. Видно, что длительность солитонного волнового пакета ограничена снизу значением τ_{lim} (16). При этом имеет место смещение несущей частоты $\bar{\omega}$ к нулю, если ее начальное значение отклонено от центральной частоты полосы усиления. Причина в том, что коэффициент усиления в спектральной области $G(\omega)$ достигает максимального значения лишь при $\bar{\omega} = 0$.

Анализ системы уравнений (17) в общем случае ($\mu \neq 0$) показывает наличие состояния равновесия:

$$\tau_p = \sqrt{-\frac{\mu}{D\bar{\omega}}} \equiv \sqrt{-\frac{\mu\Omega^2}{\gamma\bar{\omega}}}, \quad (18а)$$

$$\bar{\omega} = \frac{D^2 - \sqrt{D^4 + 16\gamma\mu^2 D}}{4D\mu} \equiv \frac{\gamma - \sqrt{16\Omega^6\mu^2 + \gamma^2}}{4\Omega^2\mu}, \quad (18б)$$

тип которого при $\mu = 0$ соответствует узлу, а при $\mu \neq 0$ – фокусу. При коэффициентах $\mu \ll [D^3/(16\gamma)]^{1/2} = \gamma/(4\Omega^3)$ формула (18а) дает величины, близкие к найденным ранее τ_{lim} (15):

$$\tau_{\text{lim}} \approx \frac{1}{\sqrt{2\Omega}} + \frac{\sqrt{2}}{\Omega} \left(\frac{\mu\Omega^3}{\gamma}\right)^2, \quad \bar{\omega}_{\text{lim}} \approx -\frac{2\mu\Omega^3}{\gamma}\Omega. \quad (19)$$

В данном случае минимальная длительность определяется в первую очередь шириной полосы усиления активной среды Ω . При этом максимальный сдвиг частоты $\bar{\omega}_{\text{lim}}$ растет с увеличением коэффициента μ по линейному закону. Таким образом, рамановская нелинейность приво-

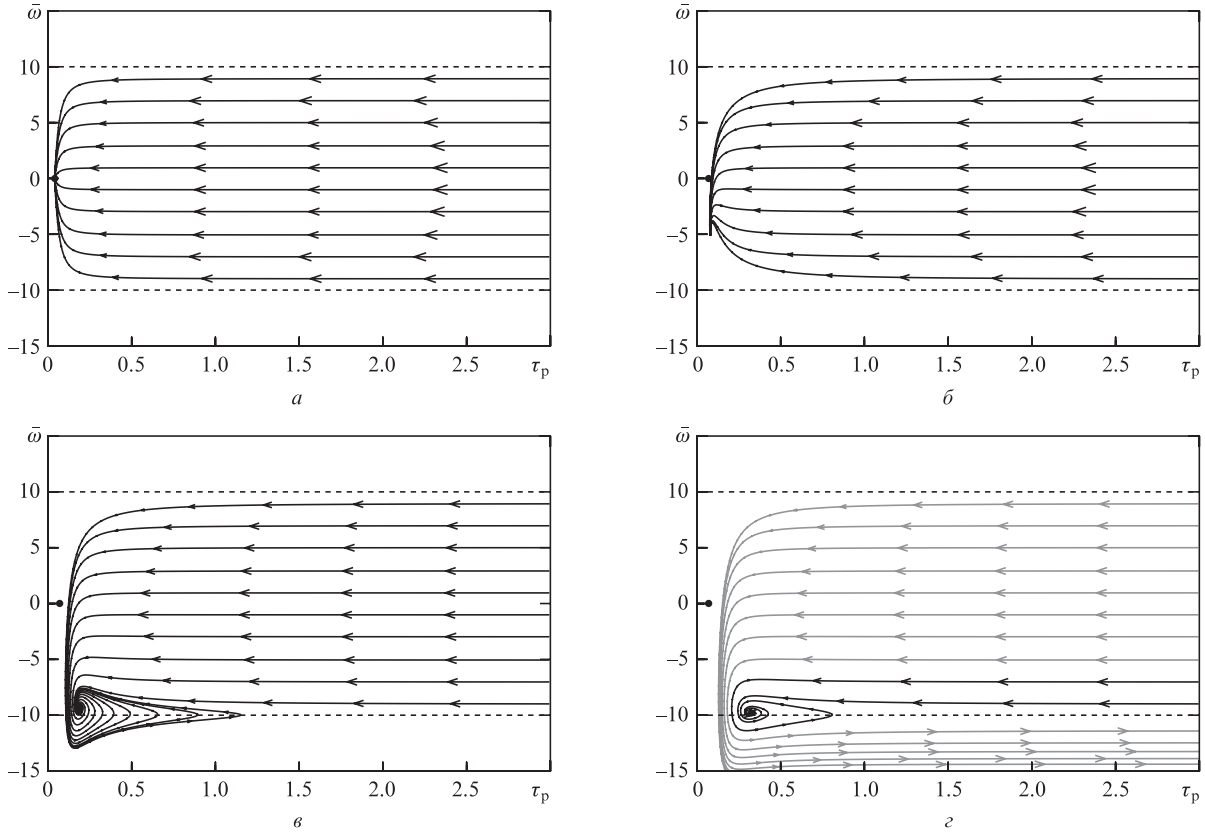


Рис. 1. Фазовые плоскости $\tau_p, \bar{\omega}$ для системы уравнений (17), построенные при коэффициентах $\gamma = 0.3, \mu = 0$ (а), $\gamma = 0.3, \mu = 10^{-4}$ (б), $\gamma = 0.03, \mu = 10^{-4}$ (в) и $\gamma = 0.01, \mu = 10^{-4}$ (г). Горизонтальными штриховыми линиями указаны границы полосы усиления активной среды ($\Omega = \pm 10$), а черными точками – значения предельной длительности τ_{lim} (16).

дит лишь к смещению несущей частоты солитона в длинноволновую часть спектра. Как следует из формулы (19), смещение частоты $\bar{\omega}$ можно уменьшить за счет увеличения коэффициента усиления среды γ .

В качестве примера на рис. 1, б приведена фазовая плоскость $\tau_p, \bar{\omega}$ для системы уравнений (17) при $\mu = 10^{-4}, \gamma = 0.3, \Omega = 10$. Видно, что на начальном этапе, как и в случае отсутствия рамановской нелинейности ($\mu = 0$), длительность волнового пакета солитонной формы уменьшается вплоть до длительности τ_{lim} (15). При этом уменьшение длительности лазерного импульса сопровождается смещением частоты $\bar{\omega}$ к ω_{lim} из-за частотной зависимости коэффициента усиления. Смещение центральной частоты становится особенно сильным, когда длительность волнового пакета соизмерима с τ_{lim} (15) и начинает сказываться нестационарность нелинейного отклика среды. Отметим, что полученные оценки (19) при данных параметрах находятся в хорошем согласии с результатами численного моделирования исходного уравнения Гинзбурга–Ландау с учетом рамановской нелинейности (2).

В обратном предельном случае ($\mu \gg \gamma^2/(4\Omega^3)$) выражения (18) принимают вид

$$\tau_{lim} \approx \sqrt{\frac{\mu\Omega}{\gamma}}, \quad \bar{\omega}_{lim} \approx -\Omega + \frac{\gamma}{4\Omega^2\mu}. \quad (20)$$

Видно, что минимальная длительность солитона увеличивается с ростом коэффициента μ по корневому закону. При этом центр спектра солитона сосредоточен вблизи границы полосы усиления активной среды $\bar{\omega}_{lim} \approx -\Omega$.

Примеры фазовой плоскости в этом предельном случае приведены на рис. 1, в, г. Вдали от состояния равновесия ($\Omega\tau_p \gg 1$) происходит лишь изменение длительности солитоноподобного лазерного импульса при почти постоянной центральной частоте. Наоборот, при малых длительностях ($\Omega\tau_p \approx 1$) центральная частота довольно быстро смещается в длинноволновую часть спектра к краю полосы усиления ($\bar{\omega} \approx -\Omega$) из-за рамановской нелинейности. При этом длительность волнового пакета на заключительном этапе, осциллируя, стремится к значению τ_{lim} в (20). Более того, при $\mu\Omega^3/\gamma \gtrsim 3.383$ появляются траектории, огибающие состояние равновесия и приводящие к увеличению длительности импульса в дальнейшем (серые кривые на рис. 1, г). Подробнее этот случай будет рассмотрен ниже.

На рис. 2 приведены результаты численного моделирования исходного уравнения Гинзбурга–Ландау (2) с параметрами $\gamma = 0.03, \Omega = 10, \mu = 10^{-4}$, соответствующими фазовой плоскости на рис. 1, в. На входе в нелинейную среду задавалось распределение волнового пакета солитонной формы:

$$\Psi(z = 0, \tau) = \frac{\sqrt{2}}{\tau_0} \frac{\exp(i\bar{\omega}_0\tau)}{\cosh(\tau/\tau_0)} \quad (21)$$

при $\bar{\omega}_0 = 0, \tau_0 = 10$. На рис. 2, а представлена динамика самовоздействия огибающей волнового пакета в активном световоде. Минимальная длительность волнового пакета достигается при $z \approx 100$. На вставке показано распределение волнового пакета в более крупном масштабе. При

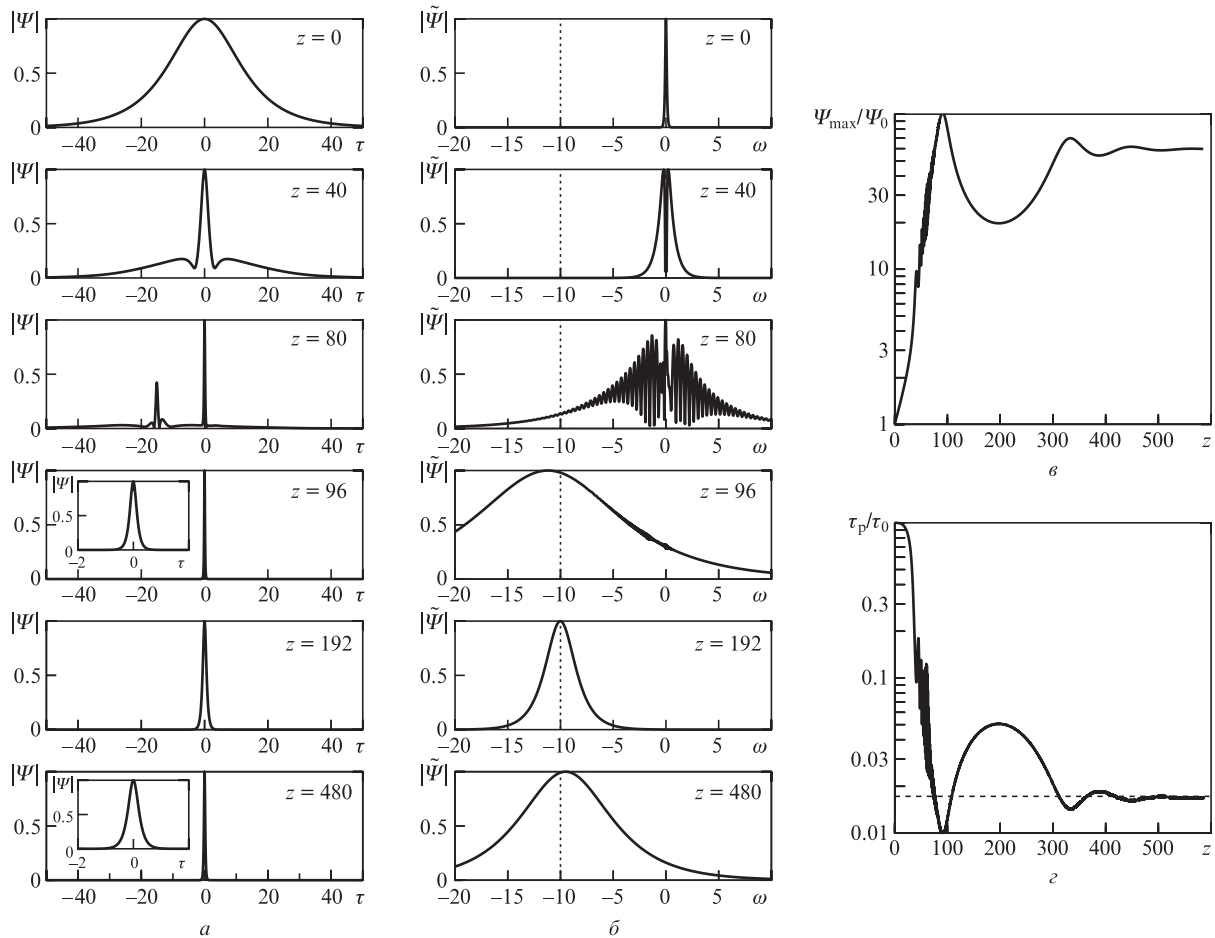


Рис.2. Эволюция огибающей волнового пакета $\Psi(z, \tau)$ (а) и его спектра $\tilde{\Psi}(z, \omega)$ (б) вдоль трассы распространения длиной z (напряженность электрического поля и его спектр нормированы на свои максимальные значения), а также зависимости от z максимальной амплитуды волнового пакета (в) и длительности лазерного импульса (z). Расчет проведен для $\gamma = 0.03, \mu = 10^{-4}, \Omega = 10$. На входе нелинейной среды задавалось начальное распределение (21) при $\bar{\omega}_0 = 0, \tau_0 = 10$. Горизонтальная штриховая линия на рис.2,в указывает значение длительности, соответствующее состоянию равновесия (18а), а вертикальная пунктирная линия на рис.2,б – границу полосы усиления активной среды.

этом в процессе укорочения волновой структуры наблюдается сброс излучения ($z \approx 80$). На рис.2,б представлена динамика спектра волнового пакета. Видно, что спектр лазерного импульса из-за рамановской нелинейности сместился на край полосы усиления ($\bar{\omega} \approx -\Omega$). Наличие сброса во временной области обуславливает изрезанность спектра волнового поля ($z \approx 80$). Однако в дальнейшем данная изрезанность исчезает ($z \approx 96$), поскольку «сброшенная» часть лазерного импульса довольно быстро убегает от основной части импульса из-за сильного различия групповых скоростей и поглощается вблизи границ расчетной области.

На рис.2,в,г приведены зависимости максимальной амплитуды и длительности волнового пакета от эволюционной координаты z . Видно, что максимальное увеличение амплитуды поля и максимальное уменьшение длительности лазерного импульса достигаются при $z \approx 100$, затем амплитуда уменьшается, а длительность – увеличивается. При этом после небольшого переходного процесса длительность и амплитуда волнового пакета не меняются. Следовательно, возбуждается солитонное решение, у которого длительность, амплитуда и несущая частота не меняются. Отметим, что длительность выходного импульса примерно в 2.6 раза больше длительности лазерного импульса (16) в отсутствие рамановской нелинейности ($\mu = 0$). Таким образом, результаты численных расчетов

исходного уравнения (2) (рис.2) находятся в хорошем согласии с результатами проведенного качественного анализа соотношения (20).

В случае еще меньшего коэффициента усиления ($\gamma \lesssim 0.295\mu\Omega^3$) динамика рассматриваемой системы (рис.1,г) существенно зависит от начальной частоты $\bar{\omega}_0$ волнового пакета (21), инжектированного в активный световод. На рис.1,г явно выделяются две характерные группы траекторий на фазовой плоскости в зависимости от начальной частоты $\bar{\omega}_0$. Если начальная частота близка к границе полосы усиления (черные кривые), то динамика рассматриваемой системы приводит к решениям с конечной длительностью импульса (захвату в фокус), как и в случае рис.1,в. Отметим, что с дальнейшим уменьшением коэффициента усиления γ ширина данной области будет уменьшаться.

Результаты численного моделирования исходного уравнения Гинзбурга–Ландау (2) находятся в хорошем согласии с результатами качественного анализа (рис.3). На вход световода инжектировался лазерный импульс с начальным распределением (21) и параметрами $\bar{\omega}_0 = -9, \tau_0 = 10$. Из рис.3 видно, что частота волнового пакета практически не меняется в процессе адиабатического уменьшения длительности лазерного импульса (рис.3,б). Кроме того, не наблюдается и сброс излучения во временной области (рис.3,а). При этом длительность выходного импульса

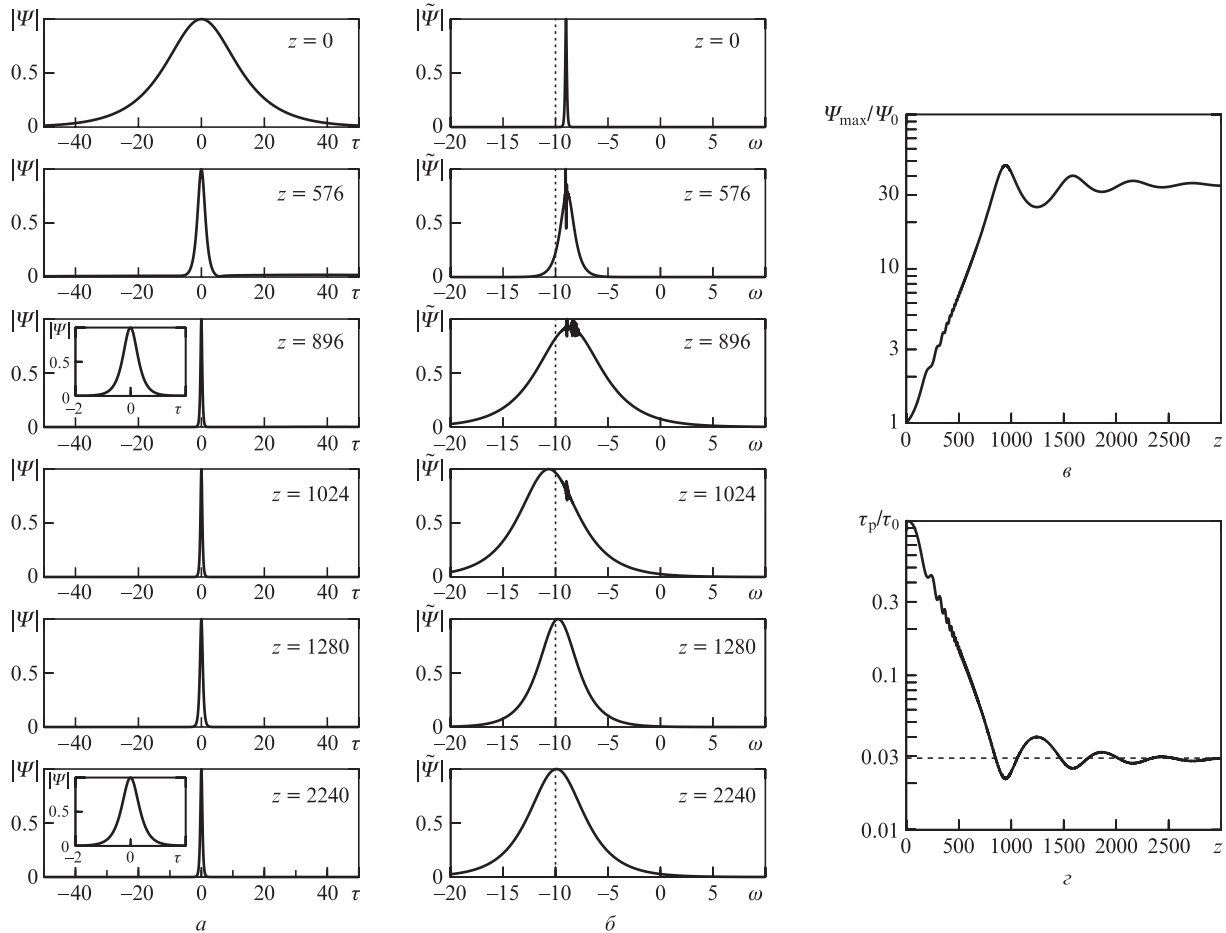


Рис.3. Эволюция огибающей волнового пакета $\Psi(z, \tau)$ (а) и его спектра $\tilde{\Psi}(z, \omega)$ (б) вдоль трассы распространения длиной z (напряженность электрического поля и его спектр нормированы на свои максимальные значения), а также зависимости от z максимальной амплитуды волнового пакета (в) и длительности лазерного импульса (г). Расчет проведен для $\gamma = 10^{-2}$, $\mu = 10^{-4}$, $\Omega = 10$. На входе нелинейной среды задавалось начальное распределение (21) при $\bar{\omega}_0 = -9$, $\tau_0 = 10$. Горизонтальная штриховая линия на рис.3,г указывает значение длительности, соответствующее состоянию равновесия (18а), а вертикальная пунктирная линия на рис.3,б – границу полосы усиления активной среды.

(при $z = 2240$) в $4.5 \approx \sqrt{20}$ раз превышает длительность сжатого волнового пакета в отсутствие рамановской нелинейности ($\mu = 0$) (16) в полном согласии с оценкой в (20). На рис.3,в,г приведены зависимости максимальной амплитуды и длительности волнового пакета от длины трассы распространения z . Видно, что максимальное увеличение амплитуды поля и максимальное уменьшение длительности лазерного импульса достигаются при $z \approx 900$. В дальнейшем после непродолжительного переходного процесса рассматриваемые величины выходят на стационарные значения.

Проанализируем теперь случай, когда начальная частота инжектированного лазерного импульса находится в центре полосы усиления. Это соответствует фазовым траекториям на рис.1,г (серые кривые). Из данного рисунка следует невозможность возбуждения солитонного решения на заключительном этапе. Для полного понимания рассматриваемой ситуации на рис.4 представлены полученные в рамках уравнения (2) результаты по динамике самовоздействия волнового пакета с начальным временным распределением (21) при $\bar{\omega}_0 = 0$, $\tau_0 = 10$ в активном световоде с параметрами $\gamma = 10^{-2}$, $\mu = 10^{-4}$, $\Omega = 10$. Видно, что на начальном этапе имеет место значительное уменьшение длительности лазерного импульса при почти неизменной несущей частоте (рис.4,а,б при $z = 205$), что хорошо согласуется с результатами качественного анали-

за, приведенными выше (см. рис.1,г). Однако в дальнейшем начинает сказываться рамановская нелинейность, которая приводит к смещению спектра волнового пакета за пределы полосы усиления активной среды при практически неизменной длительности лазерного импульса. Данная граница показана на рис.4,б пунктирной линией. Последующая динамика самовоздействия волнового пакета заключается в существенном увеличении длительности и уменьшении амплитуды волнового пакета (рис.4,в,г).

Таким образом, результаты качественного анализа, проведенного в рамках вариационного подхода, находятся в хорошем количественном и качественном согласии с результатами численного моделирования, выполненного в рамках уравнения Гинзбурга–Ландау (2).

4. Самокомпрессия лазерных импульсов в рамках общей модели

В предыдущем разделе был проведен анализ самовоздействия лазерного импульса в активной среде в случае, когда профиль коэффициента усиления в спектральной области $G(\omega)$ аппроксимировался параболой ($G(\omega) = \gamma - D\omega^2$). Пригодность рассмотренной модели для описания профиля коэффициента усиления среды вызывает множество вопросов, одним из которых является искусственное введение больших потерь в спектральные крылья

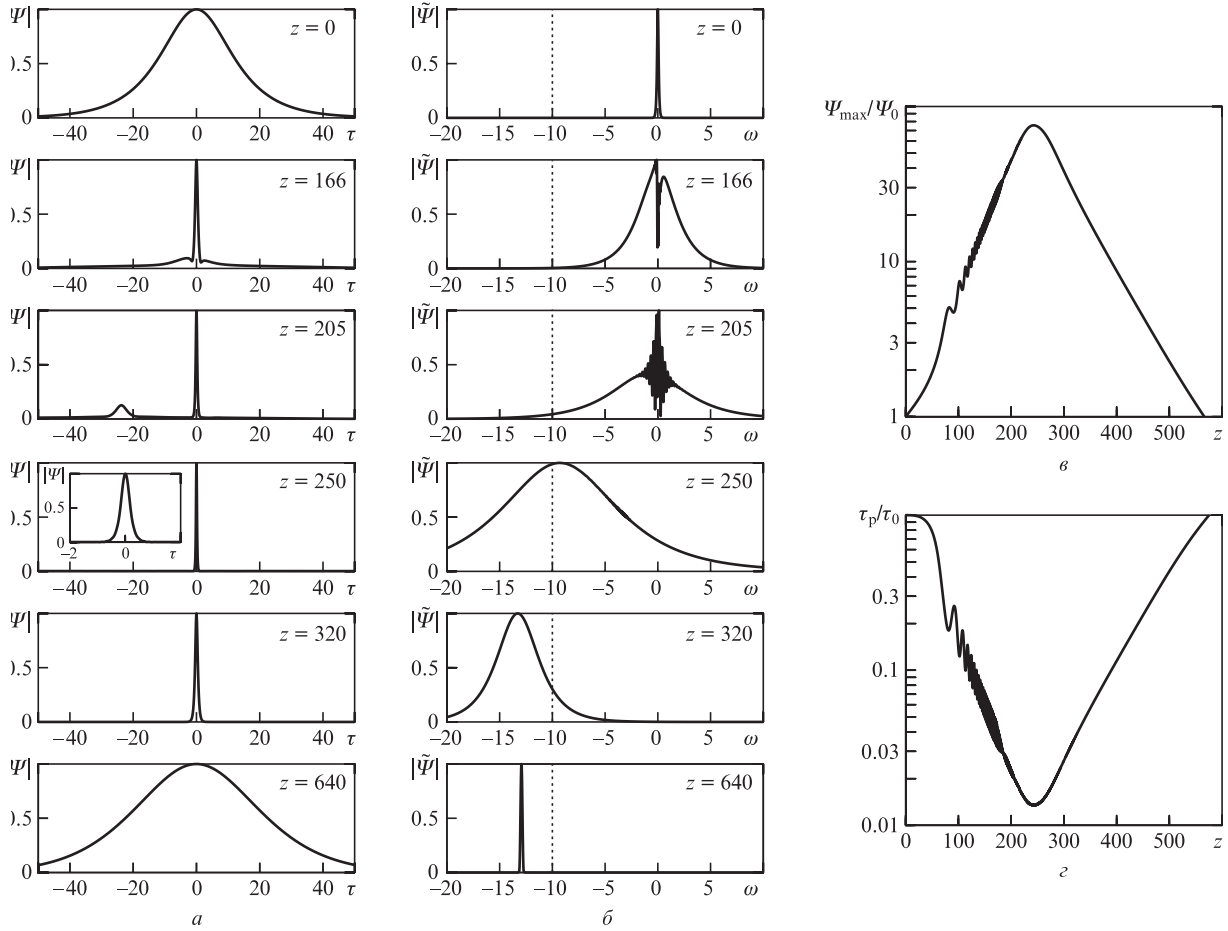


Рис.4. Эволюция огибающей волнового пакета $\Psi(z, \tau)$ (а) и его спектра $\tilde{\Psi}(z, \omega)$ (б) вдоль трассы распространения длиной z (напряженность электрического поля и его спектр нормированы на свои максимальные значения), а также зависимости от z максимальной амплитуды волнового пакета (в) и длительности лазерного импульса (г). Расчет проведен для $\gamma = 10^{-2}, \mu = 10^{-4}, \Omega = 10$. На входе нелинейной среды задавалось начальное распределение (21) при $\bar{\omega}_0 = 0, \tau_0 = 10$. Вертикальная пунктирная линия на рис.4,б указывает границу полосы усиления активной среды.

при $|\omega| > \Omega$. Следует отметить, что иногда данная модель справедлива. Например, на практике в волоконный усилитель дополнительно вводят потери на краю полосы усиления для противодействия паразитному усилению сигнала, в то время как центральная часть спектра лазерного импульса подвержена усилению.

Далее на основе аналитического и численного исследования исходного уравнения (1) проанализируем возможность адиабатического уменьшения длительности лазерного импульса и определим характерные сценарии эволюции волнового пакета при знакопостоянном профиле усиления. В качестве профиля коэффициента усиления активной среды $G(\omega)$ выберем гауссову функцию

$$G(\omega) = \gamma \exp\left(-\frac{\omega^2}{\Omega^2}\right) \quad (22)$$

для получения более наглядных аналитических соотношений.

Для уравнения (1) вариация диссипативной функции

$$\delta Q = \frac{i}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} G(\omega) [\tilde{\Psi}(\omega) \delta \tilde{\Psi}^*(\omega) - \tilde{\Psi}^*(\omega) \delta \tilde{\Psi}(\omega)] d\omega + \mu \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial |\Psi|^2}{\partial \tau} \delta |\Psi|^2 d\tau. \quad (23)$$

В результате уравнения Эйлера (7) для параметров $a_j = \{W, \tau_p, \beta, \bar{\omega}, q, \theta\}$ волнового пакета (4), описывающие самовоздействие волнового поля в активной среде с рамановской нелинейностью, имеют вид

$$\frac{d}{dz} \frac{\partial \bar{\mathcal{L}}}{\partial a_j} - \frac{\partial \bar{\mathcal{L}}}{\partial a_j} = \mu \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial |\Psi|^2}{\partial \tau} \frac{\partial |\Psi|^2}{\partial a_j} d\tau + \frac{i\gamma}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left(-\frac{\omega^2}{\Omega^2}\right) \left[\tilde{\Psi}(\omega) \frac{\partial \tilde{\Psi}^*(\omega)}{\partial a_j} - \tilde{\Psi}^*(\omega) \frac{\partial \tilde{\Psi}(\omega)}{\partial a_j} \right] d\omega. \quad (24)$$

Вычисляя интегралы в правой части (24), приходим к следующей системе обыкновенных дифференциальных уравнений для параметров локализованной структуры (4):

$$\frac{dW}{dz} = \frac{2W\tau_p\Omega\gamma}{\sigma} \exp(-\tau_p^2\bar{\omega}^2/\sigma^2), \quad (25a)$$

$$\frac{d\beta}{dz} = \frac{1}{\tau_p^4} - 4\beta^2 - \frac{W}{\sqrt{8\pi}\tau_p^3} - \frac{4\gamma\tau_p\beta\Omega}{\sigma^5} \times (\sigma^2 - 2\tau_p^2\bar{\omega}^2) \exp(-\tau_p^2\bar{\omega}^2/\sigma^2), \quad (25b)$$

$$\frac{d\tau_p}{dz} = 4\beta\tau_p - \frac{\tau_p^2\Omega\gamma}{\sigma^5} (4\tau_p^6\beta^2\Omega^2 - \tau_p^2\Omega^2 - 8\tau_p^6\beta^2\bar{\omega}^2 + 2\tau_p^2\bar{\omega}^2 + 16\tau_p^8\beta^4 - 1) \exp(-\tau_p^2\bar{\omega}^2/\sigma^2), \quad (25b)$$

$$\frac{d\bar{\omega}}{dz} = -\frac{\mu W}{\sqrt{2\pi}\tau_p^3} - \frac{2\tau_p\bar{\omega}\Omega\gamma}{\sigma^3}(1 + 4\tau_p^4\beta^2)\exp(-\tau_p^2\bar{\omega}^2/\sigma^2), \quad (25r)$$

$$\frac{dq}{dz} = \frac{4\tau_p^5\beta\bar{\omega}\Omega\gamma}{\sigma^3}\exp(-\tau_p^2\bar{\omega}^2/\sigma^2) - 2\bar{\omega}, \quad (25d)$$

где $\sigma = (\tau_p^2\Omega^2 + 4\tau_p^4\beta^2 + 1)^{1/2}$. Как и в случае качественного анализа уравнения Гинзбурга–Ландау, уравнение (25д) для скорости движения максимума интенсивности волнового пакета изолировано от остальной части системы уравнений (25).

Дальнейшее упрощение качественного анализа самодействия лазерного импульса в активной среде с профилем усиления гауссовой формы (22) может состоять в рассмотрении волновых структур солитонной формы. В этом случае, как и в разд.3, из уравнений (25б) и (25в) можно найти связь между энергией и длительностью лазерного импульса, аналогичную (11):

$$W \approx \frac{\sqrt{8\pi}}{\tau_p}. \quad (26)$$

При этом выражение для частотной модуляции β аналогично (12):

$$\beta \approx -\frac{\gamma}{4\tau_p^2\Omega^2}. \quad (27)$$

Как и ранее, будем полагать, что частотная модуляция мала на масштабе волнового пакета ($\beta\tau_p^2 \ll 1$). В резуль-

тате приходим к следующей системе уравнений, определяющей уменьшение длительности τ_p и смещение центральной частоты $\bar{\omega}$ волнового пакета солитонной формы:

$$\frac{d\tau_p}{dz} = -2\frac{\tau_p^2\Omega\gamma}{\sqrt{1 + \tau_p^2\Omega^2}}\exp\left[-\frac{\tau_p^2\bar{\omega}^2}{(1 + \tau_p^2\Omega^2)^2}\right], \quad (28a)$$

$$\frac{d\bar{\omega}}{dz} = -\frac{2\mu}{\tau_p^4} - \frac{2\bar{\omega}\Omega\gamma\tau_p}{(1 + \tau_p^2\Omega^2)^{3/2}}\exp\left[-\frac{\tau_p^2\bar{\omega}^2}{(1 + \tau_p^2\Omega^2)^2}\right]. \quad (28б)$$

Фазовые плоскости для этой системы уравнений приведены на рис.5.

На рис.5,а показано изменение длительности и несущей частоты лазерного импульса в отсутствие нестационарности нелинейного отклика среды ($\mu = 0$). Видно, что минимальная длительность лазерного импульса не ограничена полосой усиления в отличие от рассмотренного выше случая, проанализированного в рамках уравнения Гинзбурга–Ландау (см. рис.1,а). Данное адиабатическое неограниченное уменьшение длительности волнового пакета можно понять из следующих простых соображений. Центральная часть спектра импульса, которая попадает в полосу усиления активной среды, экспоненциально возрастает, а в дальнейшем происходит перераспределение накопленной энергии по всему спектру лазерного импульса за счет действия линейной дисперсии среды таким образом, чтобы лазерный импульс оставался солитоном. Следует отметить, что возможность получения лазерных импульсов с длительностью, меньшей обратной ширины полосы усиления, обсуждалась в разных работах (см.,

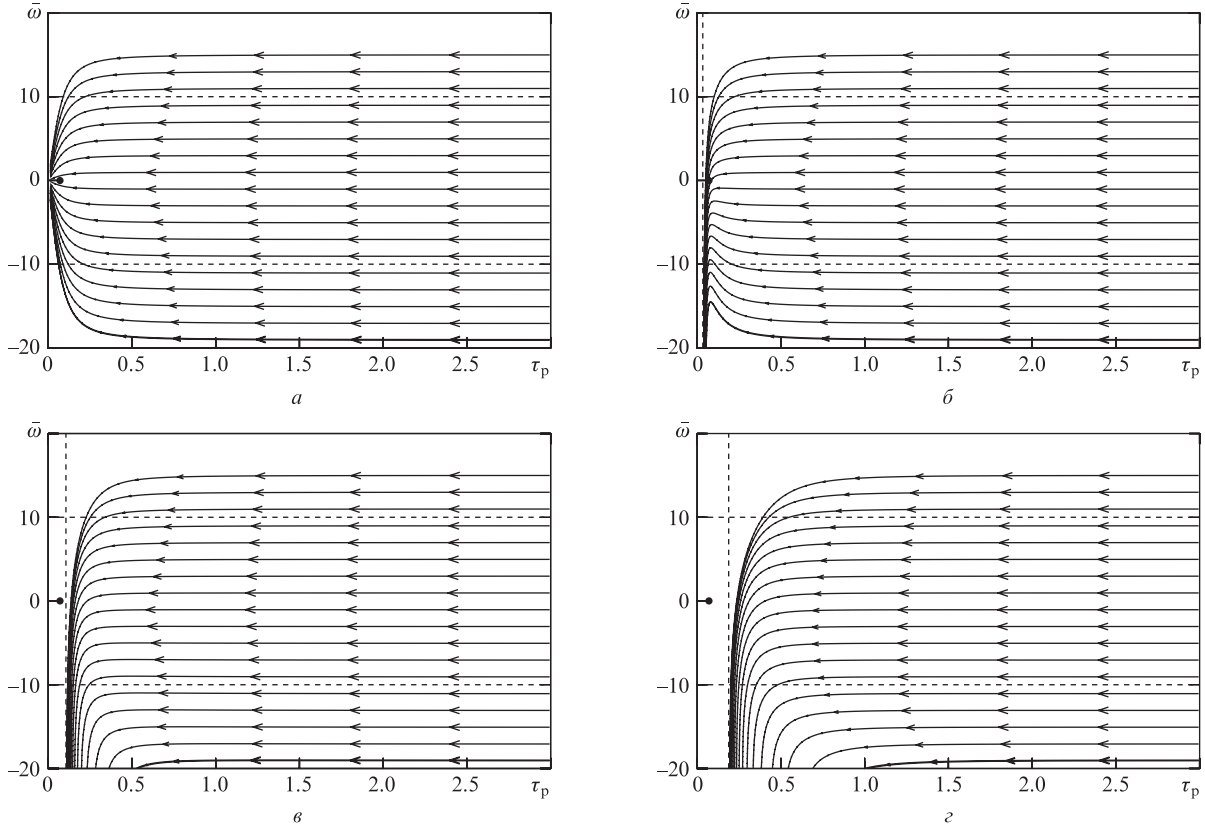


Рис.5. Фазовые плоскости $\tau_p, \bar{\omega}$ для системы уравнений (17), построенные при коэффициентах $\gamma = 0.01, \mu = 0$ (а), $\gamma = 0.01, \mu = 10^{-6}$ (б), $\gamma = 0.01, \mu = 10^{-4}$ (в) и $\gamma = 0.001, \mu = 10^{-4}$ (г). Вертикальными штриховыми линиями указаны оценки минимальной длительности лазерного импульса, полученные в рамках исходного уравнения (1), горизонтальными штриховыми линиями – границы полосы усиления активной среды, а черными точками – оценки минимальной длительности волнового пакета τ_{lim} (16), полученные в рамках уравнения Гинзбурга–Ландау при $\mu \ll \gamma/(4\Omega^2)$.

напр., [32]). При этом, если начальная частота $\bar{\omega}_0$ лазерного импульса, инжектированного в световод, отлична от центральной частоты полосы усиления ($\bar{\omega} \neq 0$), наблюдается смещение частоты $\bar{\omega}$ к нулю из-за неоднородности полосы усиления (22) (рис.5,а). Этот сдвиг описывается вторым слагаемым в правой части уравнения (28б).

Для определения закона уменьшения длительности волнового пакета τ_p в зависимости от эволюционной переменной z рассмотрим случай $\bar{\omega}_0 = 0$. Здесь положение несущей частоты лазерного импульса не будет меняться, т.к. $\bar{\omega}(z) = 0$ является решением уравнения (28б) при $\mu = 0$. В результате можно записать решение для длительности лазерного импульса:

$$2\sqrt{1 + \frac{1}{\tau_p^2 \Omega^2}} - 2\sqrt{1 + \frac{1}{\tau_0^2 \Omega^2}} + \ln \frac{\sqrt{1 + 1/(\tau_p^2 \Omega^2)} - 1}{\sqrt{1 + 1/(\tau_0^2 \Omega^2)} + 1} - \ln \frac{\sqrt{1 + 1/(\tau_0^2 \Omega^2)} - 1}{\sqrt{1 + 1/(\tau_p^2 \Omega^2)} + 1} = 4\gamma z, \quad (29)$$

где τ_0 – начальная длительность волнового пакета.

В случае длинных импульсов ($\tau_0 \Omega \gg \tau_p \Omega \gg 1$) с учетом малого параметра $1/(\Omega \tau_p)$ получаем

$$\tau_p \approx \tau_0 \exp(-2\gamma z). \quad (30)$$

Это означает, что длительность лазерного импульса на начальном этапе уменьшается по экспоненциальному закону. В другом предельном случае ($\tau_p \Omega \ll 1$) имеем

$$\tau_p \propto \frac{1}{2\Omega \gamma z}. \quad (31)$$

Таким образом, на заключительном этапе длительность лазерного импульса будет уменьшаться до нуля по степенному закону, т.е. довольно медленно по сравнению с уменьшением по экспоненциальному закону.

Обратимся теперь к случаю $\mu \neq 0$. Из рис.5,б следует, что уже при малом значении коэффициента μ имеется качественное отличие от случая $\mu = 0$. Учет нестационарности нелинейного отклика приводит к ограничению минимальной длительности лазерного импульса τ_{lim} . Видно, что на начальном этапе, когда рамановская нелинейность среды не сказывается на динамике волнового поля, происходит адиабатическое уменьшение длительности волнового пакета при практически неизменной центральной частоте. Далее центральная частота импульса $\bar{\omega}$ будет смещаться к нулю из-за частотной зависимости коэффициента усиления $G(\omega)$. На заключительном этапе рамановский отклик останавливает уменьшение длительности лазерного импульса из-за значительного смещения спектра волнового поля в длинноволновую область. Из рис.5,б–г видно, что с уменьшением коэффициента усиления γ при неизменном коэффициенте μ имеет место увеличение минимального значения длительности сжатого лазерного импульса.

Получим оценку минимальной длительности τ_{lim} волнового пакета в зависимости от параметров задачи. Для этого обратимся к укороченной системе уравнений (28). Пусть на вход нелинейной среды инжектируется лазерный импульс с начальными параметрами $\tau_0 \Omega \gg 1$ и $\bar{\omega}_0 = 0$. Тогда уравнение (28а) сводится к уравнению

$$\frac{d\tau_p}{dz} \approx -2\gamma \tau_p \quad (32)$$

и имеет решение

$$\tau_p(z) = \tau_0 \exp(-2\gamma z). \quad (33)$$

Одновременно с этим несущая частота быстро смещается вниз по спектру из-за нестационарности нелинейного отклика среды в соответствии с уравнением (28б). В рассматриваемом случае последнее сводится к уравнению

$$\frac{d\bar{\omega}}{dz} = -\frac{2\mu}{\tau_p^4}. \quad (34)$$

Подставляя выражение для длительности волнового пакета (33) в уравнение (34), находим решение для несущей частоты:

$$\bar{\omega}(z) = -\frac{\mu}{4\gamma \tau_0^4} \exp(8\gamma z) \equiv -\frac{\mu}{4\gamma \tau_p^4}. \quad (35)$$

Усиление прекратится и приближенное уравнение (32) станет неприменимым при смещении центральной частоты за пределы полосы усиления, т.е. при $\bar{\omega} \approx \Omega$. Это дает оценку предельной длительности сжатого лазерного импульса в зависимости от параметров среды:

$$\tau_{\text{lim}} = \left(\frac{\mu}{4\gamma \Omega} \right)^{1/4}. \quad (36)$$

На рис.5 вертикальными пунктирными линиями указаны минимальные длительности сжатого импульса. Видно, что полученные значения хорошо совпадают с результатами численного анализа фазовой плоскости для системы уравнений (28). Отметим, что если несущая частота волнового пакета, инжектированного в световод, дополнительно смещена вверх по спектру, то можно незначительно увеличить степень компрессии лазерного импульса.

Далее обратимся к результатам численного моделирования исходного уравнения (1) с гауссовым профилем усиления (22). На рис.6 показана динамика самовоздействия волнового пакета в активном световоде с параметрами $\gamma = 10^{-2}$, $\mu = 10^{-4}$, $\Omega = 10$. На вход световода инжектировался лазерный импульс с начальным распределением (21) с параметрами $\bar{\omega}_0 = 0$, $\tau_0 = 10$. На рис.6,а представлена динамика волнового пакета, а на рис.6,б – динамика спектра волнового поля. Видно, что на начальном этапе ($z \approx 200$) во временной области имеет место адиабатическое уменьшение длительности лазерного импульса. Одновременно в частотной области происходит равномерное уширение спектра в обоих направлениях при постоянной центральной частоте лазерного импульса. На второй стадии ($z > 200$) дальнейшее укорочение лазерного импульса прекращается и имеется лишь смещение центра спектра вниз по спектру. На рис.6,в, г приведены зависимости максимальной амплитуды и длительности волнового пакета от длины трассы распространения z . Видно, что максимальное увеличение амплитуды поля и максимальное уменьшение длительности лазерного импульса достигаются при $z \approx 200$. В дальнейшем рассматриваемые величины выходят на стационарные значения. Следует отметить, что полученная оценка минимальной длительности волнового пакета

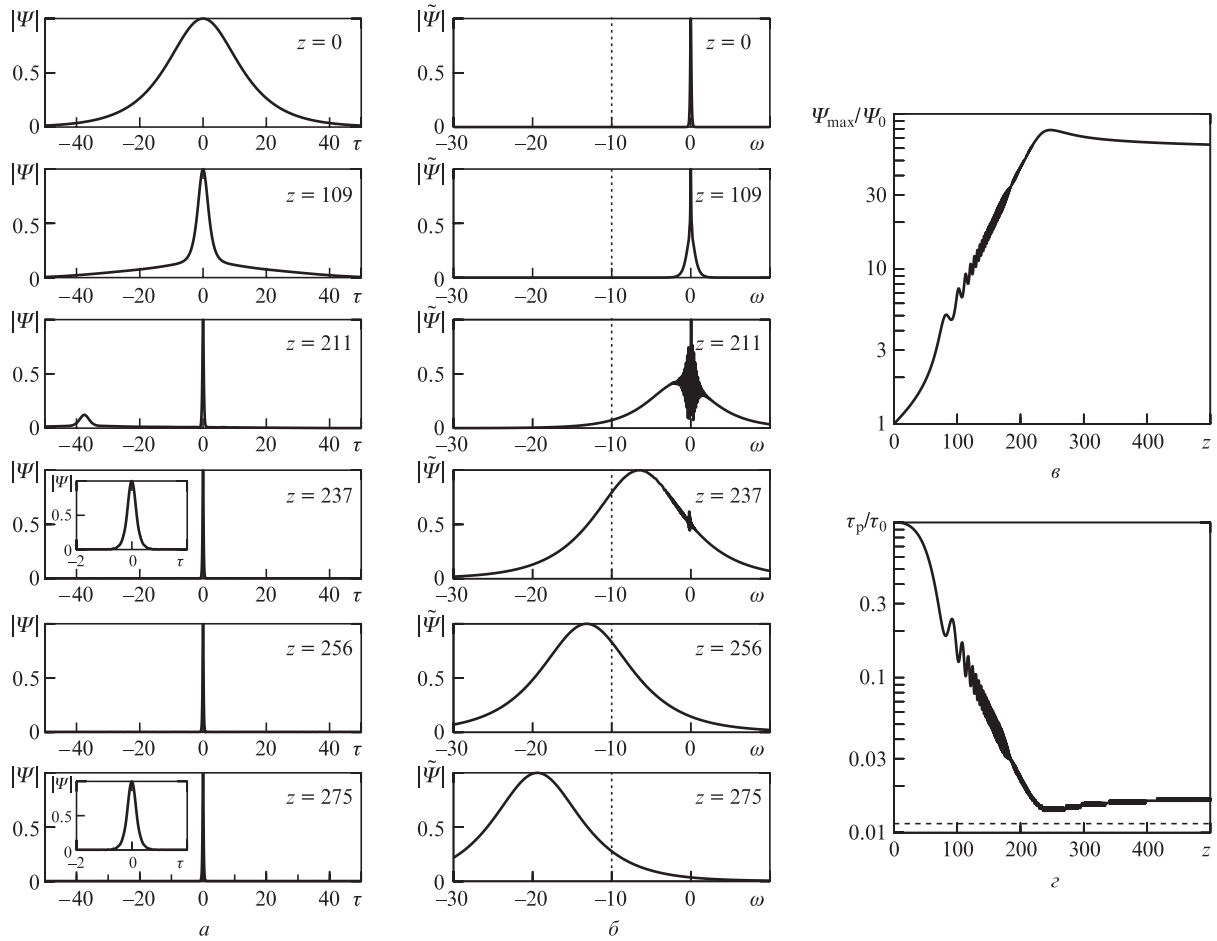


Рис.6. Эволюция огибающей волнового пакета $\Psi(z, \tau)$ (а) и его спектра $\tilde{\Psi}(z, \omega)$ (б) вдоль трассы распространения длиной z (напряженность электрического поля и его спектр нормированы на свои максимальные значения), а также зависимости от z максимальной амплитуды волнового пакета (в) и длительности лазерного импульса (г). Расчет проведен для $\gamma = 10^{-2}$, $\mu = 10^{-4}$, $\Omega = 10$. На входе нелинейной среды задавалось начальное распределение (21) при $\tilde{\omega}_0 = 0$, $\tau_0 = 10$. Горизонтальная штриховая линия на рис.6, б указывает значение длительности, соответствующее состоянию равновесия (36), а вертикальная пунктирная линия на рис.6, а – границу полосы усиления активной среды.

та (36) находится в хорошем соответствии с результатами численного моделирования. На рис.6, г горизонтальной пунктирной линией указана данная оценка.

Таким образом, результаты качественного анализа, проведенного на основе вариационного подхода, находятся в хорошем количественном и качественном согласии с результатами численного моделирования, выполненными в рамках исходного уравнения (1).

5. Заключение

В работе аналитически и численно исследовано влияние нестационарности нелинейного отклика на самокомпрессию лазерных импульсов солитонной формы при их распространении в активных световодах с конечной шириной полосы усиления. Вариационное приближение обобщено на случай описания нелинейного распространения волновых пакетов в неконсервативных системах с произвольной зависимостью профиля усиления от частоты. На основе вариационного подхода выполнен качественный анализ самовоздействия волнового пакета в рассматриваемой системе. Вариационное приближение дает возможность свести уравнение в частных производных к замкнутой системе обыкновенных дифференциальных уравнений для характерных параметров уединенного ла-

зерного импульса, имеющего гауссово распределение. Их анализ позволил классифицировать основные режимы эволюции волнового поля и определить минимальную достижимую длительность лазерного импульса в процессе самосжатия в зависимости от параметров задачи.

В разд.3 аналитически и численно исследовано самовоздействие лазерных импульсов в рамках уравнения Гинзбурга–Ландау, соответствующего параболической аппроксимации профиля усиления. Уравнение Гинзбурга–Ландау описывает наряду с усилением и диффузию лазерного импульса в световоде, т. е. затухание волнового поля вне полосы усиления. Анализ системы уравнений для параметров уединенного импульса показал существование устойчивых структур солитонного типа, которые в спектральной области «прижаты» к границе полосы усиления активной среды. Найдены минимальная длительность солитона и его частотный сдвиг из-за нестационарности нелинейного отклика в зависимости от параметров задачи. Численное моделирование показывает хорошее количественное согласие с аналитическими оценками.

Анализ самовоздействия лазерных импульсов в рамках НУШ со знакопостоянным профилем усиления рассмотрен в разд.4. Однако в данном случае система уравнений для параметров уединенного импульса не имеет стационарного решения. Исключением является случай

отсутствия рамановской нелинейности, когда возможно уменьшение длительности лазерного импульса до нуля по степенному закону. Наличие же сколь угодно малого нестационарного нелинейного отклика меняет картину качественно. Этот отклик приводит к значительному сдвигу центральной частоты импульса за пределы области усиления, останавливающему компрессию лазерных импульсов. Получено выражение для минимальной длительности лазерного импульса солитонной формы в зависимости от параметров задачи, которое хорошо согласуется с результатами численного моделирования исходного уравнения.

Работа выполнена при поддержке РНФ (грант № 16-12-10472).

1. Takayanagi J., Kanamori S., Suizu K., et al. *Opt. Express*, **16**, 12859 (2008).
2. Sell A., Scheu R., Leitenstorfer A., Huber R. *Appl. Phys. Lett.*, **93**, 251107 (2008).
3. Drescher M., Hentschel M., Kienberger R., et al. *Science*, **291**, 1923 (2001).
4. Krausz F., Ivanov M. *Rev. Mod. Phys.*, **81**, 163 (2009).
5. Corkum P.B., Krausz F. *Nat. Phys.*, **3**, 381 (2007).
6. Коржиманов А.В., Гоносков А.А., Хазанов Е.А., Сергеев А.М. *УФН*, **181**, 9 (2011) [*Phys. Usp.*, **54**, 9 (2011)].
7. Sung J.H., Lee S.K., Yu T.J., et al. *Opt. Lett.*, **35**, 3021 (2010); Liang X., Leng Y., Wang C., Li C., et al. *Opt. Express*, **15**, 15335 (2007).
8. Herrmann D., Veisz L., Tautz R., et al. *Opt. Lett.*, **34**, 2459 (2009).
9. Balciunas T., Fourcade-Dutin C., Fan G., Witting T., Voronin A.A., Zheltikov A.M., Gerome F., Paulus G.G., Baltuska A., Benabid F. *Nat. Commun.*, **6**, 6117 (2015).
10. Shumakova V., Malevich P., Alisauskas S., Voronin A., Zheltikov A.M., Faccio D., Kartashov D., Baltuska A., Pugzlys A. *Nat. Commun.*, **7**, 12877 (2016).
11. Hauri C.P., Kornelis W., Helbing F.W., et al. *Appl. Phys. B*, **79**, 673 (2004); Stibenz G., Zhavoronkov N., Steinmeyer G. *Opt. Lett.*, **31**, 274 (2006).
12. Wagner N.L., Gibson E.A., Popmintchev T., Christov I.P., Murnane M.M., Kapteyn H.C. *Phys. Rev. Lett.*, **93**, 173902 (2004).
13. Skobelev S.A., Kim A.V., Willi O. *Phys. Rev. Lett.*, **108**, 123904 (2012).
14. Faure J., Glinec Y., Santos J.J., Ewald F., Rousseau J.-P., Kiselev S., Pukhov A., Hosokai T., Malka V. *Phys. Rev. Lett.*, **95**, 205003 (2005).
15. Pipahl A., Anashkina E.A., Toncian M., Toncian T., Skobelev S.A., Bashinov A.V., Gonoskov A.A., Willi O., Kim A.V. *Phys. Rev. E*, **87**, 033104 (2013); Kim A.V., Litvak A.G., Mironov V.A., Skobelev S.A. *Phys. Rev. A*, **90**, 043843 (2014).
16. Anderson D., Kim A.V., Lisak M., Mironov V.A., Sergeev A.M., Stenflo L. *Phys. Rev. E*, **52**, 4564 (1995).
17. Nakazawa M., Kurokawa K., Kubota H., Yamada E. *Phys. Rev. Lett.*, **65**, 1881 (1990).
18. Andrianov A., Kim A., Muraviov S., Sysoliatin A. *Opt. Lett.*, **34**, 3193 (2009).
19. Андрианов А.В., Муравьев С.В., Ким А.В., Сысолятин А.А. *Письма в ЖЭТФ*, **85**, 446 (2007) [*JETP Lett.*, **85**, 364 (2007)].
20. Kim A.V., Litvak A.G., Mironov V.A., Skobelev S.A. *Phys. Rev. A*, **92**, 033856 (2015).
21. Shumakova V., Malevich P., Ališauskas S., Voronin A., Zheltikov A.M. *Nat. Commun.*, **7**, 12877 (2016).
22. Balakin A.A., Kim A.V., Litvak A.G., Mironov V.A., Skobelev S.A. *Phys. Rev. A*, **94**, 043812 (2016).
23. Balakin A.A., Litvak A.G., Mironov V.A., Skobelev S.A. *J. Opt.*, **19**, 095503 (2017).
24. Mourou G., Tajima T., Quinbn M.N., Brocklesby B., Limpert J. *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A*, **740**, 17 (2014).
25. Mourou G., Brocklesby B., Tajima T., Limpert J. *Nat. Photonics*, **7**, 258 (2013).
26. Belanger P.A., Gagnon L., Pare C. *Opt. Lett.*, **14**, 943 (1989).
27. Liou L.W., Agrawal G.P. *Opt. Commun.*, **124**, 500 (1996).
28. Turitsyn S.K., Bale B.G., Fedoruk M.P. *Phys. Rep.*, **521**, 135 (2012).
29. Ankiewicz A., Akhmediev N., Devine N. *Opt. Fiber Technol.*, **13**, 91 (2007).
30. Deissler R.J. *J. Stat. Phys.*, **54**, 1459 (1989).
31. Kivshar Y.S., Agrawal G.P. *Optical Solitons: From Fibers to Photonic Crystals* (New York: Academic Press, 2003).
32. Ma D., Cai Y., Zhou C., Zong W., Chen L., Zhang Z. *Opt. Lett.*, **35**, 2858 (2010).