

Длина пробега и спектр световых пульс среднего ИК диапазона длительностью в один цикл в прозрачных диэлектриках

С.В.Чекалин, В.О.Компанец, А.Е.Дормидонов, В.П.Кандидов

Филаментация фемтосекундного лазерного излучения с длиной волны 800 – 3900 нм и мощностью, немного превышающей критическую мощность самофокусировки, исследована спектральным методом и методом лазерной колорации в кристалле LiF. Обнаружено, что длина филамента, образующегося в одноимпульсном режиме, растет с увеличением длины волны возбуждения от нескольких десятков микрон на 800 нм до сотен микрон на 3900 нм. При этом в области аномальной дисперсии групповой скорости, начиная с 2600 нм, первоначально гладкий профиль люминесценции наведенных долгоживущих центров окраски приобретает периодическую структуру, свидетельствующую об образовании световой пули с длительностью около одного периода колебаний светового поля диаметром менее 10 мкм. Длина пробега таких пульс не превышает 0.5 мм для одноимпульсного режима и 2.7 мм в волноводном режиме. Следствием периодической модуляции светового поля пули в процессе ее распространения, наблюдаемым в эксперименте и подтвержденным расчетом, является появление боковых частот вблизи длины волны возбуждения, а также возникновение в излучении суперконтинуума спектральных компонент в видимом диапазоне, угловая расходимость которых возрастает с увеличением длины волны.

Ключевые слова: филаментация, фемтосекундные импульсы, аномальная дисперсия групповой скорости, плазменные каналы, световые пули.

1. Введение

Одной из интересных и актуальных задач современной нелинейной оптики является исследование процессов, приводящих под воздействием мощных ультракоротких лазерных импульсов к формированию в прозрачных диэлектриках самосогласованных нелинейных возбуждений, локализованных как в пространстве, так и во времени, – световых пульс (СП) [1]. Реализация подобных самосогласованных структур, способных распространяться на значительные расстояния в среде без расплывания и заметных искажений, является одной из наиболее сложных с точки зрения эксперимента и до сих пор нерешенных задач. В однородных средах с кубической нелинейностью трехмерные солитоны неустойчивы и могут коллапсировать [2], поэтому вопрос об их экспериментальной реализации остается открытым. С другой стороны, исследования сверхбыстрой динамики сжатых волновых пакетов длительностью в одну-две оптические осцилляции, с поперечным размером порядка длины волны и пиковой интенсивностью до 10^{14} Вт/см², возникающих при филаментации фемтосекундных лазерных импульсов в объеме изотропных прозрачных диэлектриков без каких-либо направляющих структур, становятся с появлением субтераваттных источников сверхкоротких им-

пульсов в перспективном для многих приложений среднем ИК диапазоне спектра [3] весьма актуальными для экстремальной лазерной оптики.

С точки зрения формального описания возможность сжатия импульса во времени аналогична пространственной самофокусировке, только роль дифракции выполняет дисперсия среды. При этом сжатие возможно при отрицательном значении дисперсии групповой скорости (ДГС) [4]. В отличие от пространственного сжатия световых пучков в усиливающей среде при самофокусировке импульсов ближнего ИК диапазона, приводящего к изученному еще в прошлом веке ограничению роста мощности [4, 5], при переходе в среднюю ИК область спектра дисперсия групповой скорости становится аномальной, приводя к нелинейной компрессии импульсов одновременно не только в пространстве, но и во времени, т. е. к формированию СП. Пиковые мощности фемтосекундных импульсов, генерируемых современными лазерами, могут достигать нескольких петаватт, в то время как пиковые интенсивности нефокусированного излучения достигают $10^{13} - 10^{14}$ Вт/см². Эти значения могут существенно превысить порог образования СП, сопровождающегося заметными потерями за счет изменения не только пространственных, но также временных и спектральных параметров импульсов при их прохождении через оптические элементы установки. В спектре импульса формируется излучение суперконтинуума (СК), полоса которого охватывает спектральный диапазон от УФ до ИК.

Термин «световые пули» был введен в [1], где концепция образования СП при нелинейно-оптическом взаимодействии волнового пакета в диспергирующей среде с кубической нелинейностью сформулирована на основе анализа уравнения квазиоптики в безаберрационном приближении [6]. В условиях аномальной дисперсии групповой скорости (АДГС) роль компрессора вы-

С.В.Чекалин, В.О.Компанец, Институт спектроскопии РАН, Россия, 108840 Москва, Троицк, ул. Физическая, 5; e-mail: chekalin@isan.troitsk.ru

А.Е.Дормидонов, В.П.Кандидов, Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова, физический факультет, Россия, 119991 Москва, Воробьевы горы; Международный учебно-научный лазерный центр МГУ им. М.В.Ломоносова, Россия, 119991 Москва, Воробьевы горы

Поступила в редакцию 16 февраля 2018 г.

полняет непосредственно среда распространения, в которой происходит сжатие во времени импульса при фазовой самомодуляции, вызванной керровской нелинейностью. Возможность формирования квазипериодической последовательности СП в изотропной нелинейной среде с АДГС предсказана в работе [7]. Поскольку для многих прозрачных диэлектриков ДГС является аномальной в среднем ИК диапазоне, создание мощных фемтосекундных источников излучения в этом диапазоне длин волн [3] открыло путь для экспериментального наблюдения генерации широкополосного СК при филаментации в условиях нулевой и аномальной ДГС многими научными группами [8–12]. Исследования формирования последовательности СП при филаментации импульса в условиях АДГС, выполненные численно в [13], подтверждены экспериментально автокорреляционными измерениями [14]. Возникновение последующих пуль происходит в результате подкачки энергии с переднего фронта импульса при фазовой самомодуляции светового поля в условиях АДГС. Измеренная длительность СП составила около двух периодов оптических осцилляций при филаментации в плавленом кварце импульса на длине волны 1800 нм; при этом длина пробега пули по оценкам длины плазменного канала составляла не более нескольких миллиметров [14]. Согласно интерпретации подобных экспериментов в [15], длина пробега СП в сапфире составляет 10 мм, а в [16] длина пробега в плавленом кварце оценена в несколько сантиметров, что существенно превышает величины, полученные в работах [13, 14]. В настоящее время отсутствует однозначная оценка длины пробега СП, и ее определение представляет значительный практический интерес, в частности для задач атмосферной оптики, на которые возможно масштабирование результатов, полученных для твердотельных диэлектриков.

СП могут быть обнаружены по свечению плазменных каналов и рассеянному излучению СК, создаваемых каждой пулей. В сильном поле световой пули происходит генерация низкотемпературной лазерной плазмы, дефокусировка в которой приводит к резкому падению интенсивности на ее заднем фронте и, как следствие, к сужению спектра СК в антистоксову область [17]. В условиях АДГС в этой спектральной области формируется узкое изолированное крыло, детально изученное в работах [18, 19]. В наших экспериментах [20], выполненных с SiO_2 , было обнаружено, что при филаментации излучения, мощность которого превышает критическую мощность самофокусировки, образуется последовательность СП, в которой пули выбрасывают дискретную порцию энергии СК равной величины. Плазменные каналы вместе с цветным треком рассеянного СК фотографировались сбоку, однако экспозиция полученных фотографий (~10000 импульсов) слишком велика, чтобы однозначно определить их параметры при естественных флуктуациях энергии импульсов. Одновременное появление плазменного канала и скачкообразное возрастание сигнала, регистрирующего энергию в видимой полосе СК, свидетельствовало об образовании очередной СП в филаменте, которое имело пороговый характер. Проведенный эксперимент позволил связать формирование СП с появлением плазменного канала и выбросом дискретной порции энергии в видимой полосе спектра СК в соответствии с результатами численного моделирования [13] и интерференционной моделью генерации суперконтинуума [21]. При этом, хотя энергия СК измерялась в каждом импуль-

се, для получения информации о длине пробега пули по светящимся трекам плазменных каналов и рассеянного СК, наведенным ее световым полем, принципиально необходимо накопление сигнала по крайней мере от нескольких сотен лазерных импульсов, так же, как в используемом рядом зарубежных групп методе трехмерного изображения [15]. Невоспроизводимость параметров лазерного импульса от импульса к импульсу приводит к существенному искажению получаемой информации.

2. Методы

От этих недостатков свободен метод лазерной колорации [22–24], в котором динамика возникновения и развития СП при филаментации одиночных фемтосекундных импульсов среднего ИК диапазона в LiF изучается по изменению плотности долгоживущих центров окраски (ЦО), возникающих в световом поле за счет многофотонных процессов в образующемся филаменте. Упомянутые ЦО обладают столь интенсивной люминесценцией, что состоящие из них долгоживущие структуры, созданные всего одним лазерным импульсом, могут быть легко зарегистрированы и исследованы при последующей подсветке в полосе их поглощения вблизи 450 нм непрерывным лазером. Применение метода лазерной колорации в кристалле LiF позволяет непосредственно регистрировать изменение амплитуды светового поля и параметры экстремально сжатого волнового пакета при распространении в филаменте [23, 24]. Этот метод, во-первых, позволяет подробно исследовать трехмерную структуру оптического поля СП на всей длине ее пробега внутри материала с пространственным разрешением, превышающим 1 мкм (определяемым исключительно разрешающей способностью используемого микроскопа), после прохождения через материал всего одного импульса. Во-вторых, вследствие многофотонности процесса генерации ЦО этот метод обеспечивает регистрацию параметров только в приосевой части волнового пакета, т.е. распределение интенсивности непосредственно в сечении СП без окружающего ее фона. В-третьих, метод лазерной колорации не является онлайн-методом, поэтому в нем не регистрируется всегда присутствующее в онлайн-методах излучение СК, конической эмиссии и плазменного канала, что при неизбежной необходимости накопления сигнала от многих сотен и тысяч лазерных импульсов ведет к неверной оценке времени жизни СП и длины ее пробега в материале. Здесь эти величины определяются однозначно, т.к. в методе используется только один лазерный импульс. Возникновение долгоживущих центров окраски в LiF сопровождается увеличением показателя преломления на оси филамента и образованием оптического волновода в объеме диэлектрика [22]. Использование многоимпульсного возбуждения позволяет реализовать волноводный режим распространения СП, практически не исследованный в однородных материалах.

3. Схема измерений и экспериментальные результаты

Экспериментальные исследования выполнены на спектроскопическом стенде ЦКП Института спектроскопии РАН. Схема эксперимента подробно описана в [23, 24]. Использовались импульсы с частотой следования от единиц Гц до 1 кГц на длинах волн 800–3900 нм, относящихся

ся к области нормальной, нулевой и аномальной ДГС в LiF. Длительность импульсов по половине высоты составляла 40 фс на длине волны 800 нм, 70 фс на длине волны 1240 нм и 100 фс на длине волны 2500–3900 нм, энергия варьировалась от 0.2 до 100 мкДж. Лазерные импульсы фокусировались на входную грань кристалла LiF длиной 40 мм тонкой CaF₂-линзой с фокусным расстоянием, равным 200 мм для длины волны 800 нм.

На рис.1–4 представлены результаты измерения методом лазерной колорации ЦО-структур, а также спектров СК, полученные как в одноимпульсном, так и в многоимпульсном режимах филаментации в LiF. В последнем случае долгоживущие волноводы создавались различным числом импульсов при низкой частоте следования (4 Гц) для исключения тепловых эффектов, а затем без изменения положения образца измерялись спектрально-угловые характеристики СК или треки СП для различного числа импульсов. Схема измерений подобна приведенной в работе [24]. Профили плотности ЦО, наведенных в LiF при одноимпульсной филаментации фемтосекундных импульсов среднего и ближнего ИК диапазонов на длине волны, варьируемой от 800 до 3500 нм, приведены на рис.1. Видно, что при воздействии одиночного импульса на длине волны, соответствующей нормальной ДГС в LiF, протяженность области с высокой интенсивностью светового поля (т.е. длина филамента) увеличивается с длиной волны от 70 мкм на 800 нм до 120 мкм на 1240 нм (область нулевой ДГС) и далее до 250 мкм на 2100 нм (область слабой АДГС). При этом профили филамента довольно гладкие. При достаточно большой АДГС (начиная с 2600 нм) в профилях появляется регулярная структура из центров окраски, которая непосредственно воспроизводит влияние абсолютной фазы светового поля экстремально сжатого волнового пакета на нелинейно-оптическое взаимодействие (рис.2). Это влияние, которое регистрируется как строго периодическое изменение плотности ЦО с расстоянием, приводит к «дыханию» световой пули на длине ее пробега в филаменте [23, 24]. При этом период «дыхания» СП убывает с ростом длины волны (см. вставку на рис.1 и рис.2). Хорошо известно, что при распространении в диспергирующей среде светового импульса длительностью порядка одного

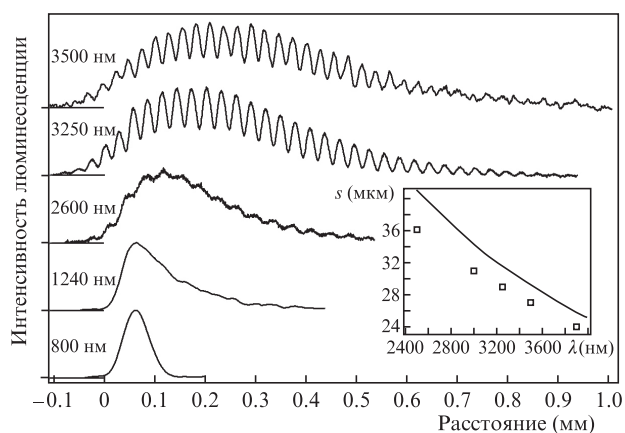


Рис.1. Профили люминесценции центров окраски, наведенных в LiF при одноимпульсной филаментации фемтосекундных импульсов среднего и ближнего ИК диапазонов на длине волны, варьируемой от 800 до 3500 нм. На вставке показана зависимость периода модуляции плотности ЦО от длины волны (см. также рис.2); сплошная линия – результат расчета.

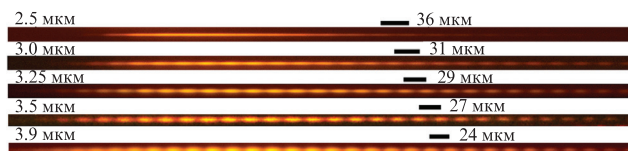


Рис.2. Треки люминесценции ЦО, наведенных в LiF при одноимпульсной филаментации фемтосекундных импульсов на длине волны, варьируемой от 2500 до 3900 нм

цикла оптических колебаний (так называемые одноцикловые импульсы) за счет разницы скоростей огибающей импульса и его несущей частоты происходит циклическая периодическая модуляция максимальной амплитуды светового поля по мере его распространения [25]. Этот процесс характерен только для одноцикловых импульсов, с увеличением числа периодов эффект модуляции практически исчезает. Что касается СП, то теоретически при их образовании в среде с достаточно большой аномальной дисперсией они должны сжиматься до длительности в одну осцилляцию поля, хотя экспериментально это до сих пор не наблюдалось. В наших экспериментах [23, 24] впервые реализована возможность регистрации таких СП методом лазерной колорации. Поэтому появление наблюдаемой регулярной модуляции профиля плотности ЦО, наведенных при филаментации в LiF (см. рис.2), свидетельствует о формировании одноцикловой СП.

4. Длина пробега СП

Длина пробега СП, судя по данным эксперимента, несколько растет с длиной волны, но, в отличие от данных [13, 14], не превышает нескольких сотен микрометров, что соответствует времени жизни порядка единиц пикосекунд. Вид трека СП не меняется при увеличении энергии лазерного импульса от порога появления филамента до возникновения второй СП, структура которой в точности совпадает со структурой первой СП (рис.3), что свидетельствует об устойчивости пули [20]. Однако разброс точек старта филамента при образовании второй СП значительно больше соответствующего разброса для первой пули. Поэтому регистрируемая при многоимпульсной экспозиции длина второго филамента (как и длина плазменного канала) существенно превышает длину первого, не говоря уже о реальной длине, регистрируемой в одноимпульсном режиме. Это приводит к неверной оценке времени жизни СП и длины ее пробега в материале при интерпретации практически всех проведенных

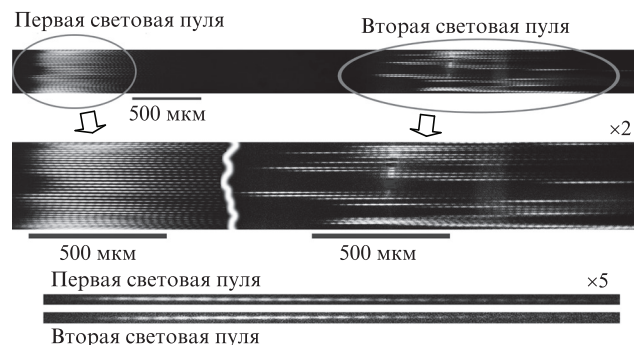


Рис.3. Треки люминесценции ЦО, наведенных при одноимпульсной филаментации в LiF фемтосекундных импульсов на длине волны 3500 нм при энергии импульса, соответствующей появлению двух световых пуль.

ранее экспериментов (см., напр., [15, 16]), т.к. в них использовалась многоимпульсная экспозиция.

5. Спектральные измерения и аналитический расчет

При возникновении СП в процессе филаментации в LiF в спектре фемтосекундного импульса на выходе образца зарегистрировано возникновение боковых полос, сдвинутых в коротковолновую и длинноволновую стороны (рис.4). Мы объясняем эти полосы вкладом СП, периодическая модуляция светового поля которой в процессе ее распространения приводит к появлению в спектре вблизи длины волны возбуждения боковых компонент, сдвинутых на частоту модуляции, – эффект, хорошо известный в радиофизике. Аналогичная структура спектра световой пули наблюдалась (без объяснения причин) в недавней работе [26] при филаментации в сапфире фемтосекундных импульсов на 2250 нм (см. рис.8 в [26]). Следствием такой модуляции является также наблюдаемое в нашем эксперименте [27] возникновение в излучении СК спектральных компонент в видимом диапазоне, угловая расходимость которых возрастает с увеличением длины волны, т.е., в отличие от обычной конической эмиссии в филаменте, длинноволновые компоненты распространяются под большими углами, чем коротковолновые.

Рост угловой расходимости с увеличением длины волны спектральных компонент СК объясняется в рамках интерференционной модели [21], которая рассматривает СП как широкополосный источник СК, движущийся в среде со скоростью, близкой к групповой скорости импульса. Ранее с помощью этой модели получена физическая интерпретация появления антистоксовой полосы в спектре СК, излучаемого СП, а также сдвига и сужения этой полосы с увеличением длины волны воздействующего излучения [28]. На основе интерференционной модели получено дисперсионное уравнение, которое позволяет рассчитать положение максимума антистоксовой полосы СК и обобщает результаты известных экспериментов [29].

Рассмотрим в рамках интерференционной модели частотно-угловой спектр конической эмиссии, излучаемой одноциклового СП. «Дыхание» СП является периодическим изменением с расстоянием z амплитуды E напряженности ее электрического поля, которое в первом приближении можно представить в виде

$$E(z) = E_0 - E_0 \frac{h}{2} \left(1 - \cos \frac{2\pi}{\Lambda} z\right), \tag{1}$$

где E_0 – максимальное значение напряженности светового поля в СП; h – относительная величина осцилляций напряженности; $\Lambda = \lambda_0 v_g / [2\pi n(\lambda_0) \Delta v]$ – период осцилляций; λ_0 – центральная длина волны; v_g – групповая скорость СП; Δv – разница между фазовой и групповой скоростями; $n(\lambda)$ – показатель преломления среды. С точки зрения интерференционной модели периодические изменения амплитуды поля СП приводят к аналогичным осцилляциям амплитуды движущегося точечного источника суперконтинуума. В этом случае частотно-угловое распределение интенсивности спектральных компонент СК, формируемого СП на длине ее пробега L , определяется в дальней зоне выражением [21]

$$I(\theta, \omega) = \text{const} \times \left| \int_0^L \left[1 - \frac{h}{2} \left(1 - \cos \frac{2\pi}{\Lambda} z\right)\right] \exp[i\Delta\varphi(\theta, \omega, z)] dz \right|^2, \tag{2}$$

где

$$\Delta\varphi(\theta, \omega, z) = z \left\{ \frac{\omega_0 - \omega}{v_g} - [k_0 - k(\omega) \cos \theta] \right\}; \tag{3}$$

ω_0 – центральная частота импульса; ω – частота излучения СК; $k(\omega)$ – уравнение материальной дисперсии среды; $k_0 = 2\pi/\lambda_0$. Выполнив интегрирование (2), получим

$$I(\theta, \omega) = \text{const} \times \left| \left(1 - \frac{h}{2}\right) \frac{L}{2} \text{sinc } \Psi_0 \exp(i\Psi_0) + \frac{h}{2} \frac{L}{4} \text{sinc } \Psi_1 \exp(i\Psi_1) + \frac{h}{2} \frac{L}{4} \text{sinc } \Psi_2 \exp(i\Psi_2) \right|^2, \tag{4}$$

где

$$\Psi_0 = \frac{L}{2} \left\{ \frac{\omega_0 - \omega}{v_g} - [k_0 - k(\omega) \cos \theta] \right\}; \tag{5}$$

$$\Psi_1 = \frac{L}{2} \left\{ \frac{\omega_0 - \omega}{v_g} - [k_0 - k(\omega) \cos \theta] + \frac{2\pi}{\Lambda} \right\}; \tag{6}$$

$$\Psi_2 = \frac{L}{2} \left\{ \frac{\omega_0 - \omega}{v_g} - [k_0 - k(\omega) \cos \theta] - \frac{2\pi}{\Lambda} \right\}. \tag{7}$$

Условия $\Psi_0 = 0$, $\Psi_1 = 0$ и $\Psi_2 = 0$ определяют угловое положение интерференционных максимумов излучения конической эмиссии в зависимости от частоты ω спектральной компоненты СК.

На рис.5 показаны экспериментальный и аналитически рассчитанный по (4)–(7) (для условий проведенного эксперимента) частотно-угловые спектры видимой части СК в LiF. В расчетном спектре, как и в экспериментально зарегистрированном, видно появление колец конической эмиссии «обратного» направления, за которые ответственна компонента спектра с аргументом Ψ_2 . Очевидно, что с ростом длины пробега L яркость колец должна возрастать, что и наблюдалось в эксперименте [27] при увеличении числа импульсов и переходе в волноводный режим. Компоненты суперконтинуума с аргументами Ψ_0 и

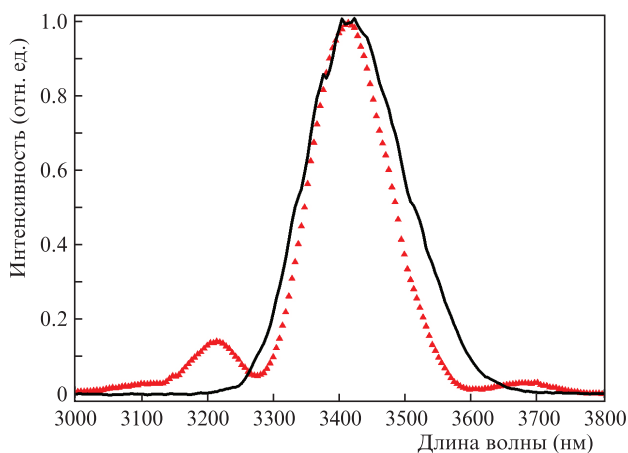


Рис.4. Спектры фемтосекундных импульсов на длине волны 3425 нм на входе (сплошная кривая) и выходе из образца (точки) при одноимпульсной филаментации в LiF.

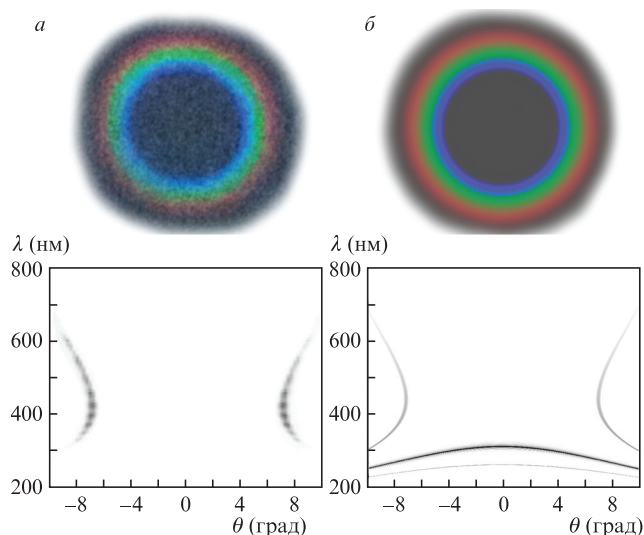


Рис.5. Вид (вверху) и спектрально-угловое распределение (внизу) антистоксова крыла СК для импульса на 3100 нм: измеренное в эксперименте после воздействия последовательности из 2000 импульсов (а) и результат аналитического расчета по интерференционной модели (б).

Ψ_1 лежат в области длин волн от 200 до 300 нм и поглощаются в наведенных центрах окраски при многоимпульсной филаментации, что объясняет их отсутствие в спектрально-угловом распределении, полученном в эксперименте (см. рис.5,а).

Таким образом, зарегистрированная «аномалия» в частотно-угловом спектре конической эмиссии СП в наведенном волноводе из ЦО является еще одним, спектральным, проявлением «дыхания» СП в процессе ее распространения вдоль филамента

6. Длина пробега СП в наведенном волноводе

В режиме многоимпульсной филаментации в LiF образуется волновод, в котором длина пробега СП может значительно возрасти. На рис.6 видно появление одноциклового СП на выходе волновода длиной до 3 мм, наведенного десятками и даже сотнями импульсов. Однако с ростом числа импульсов вероятность этого события па-

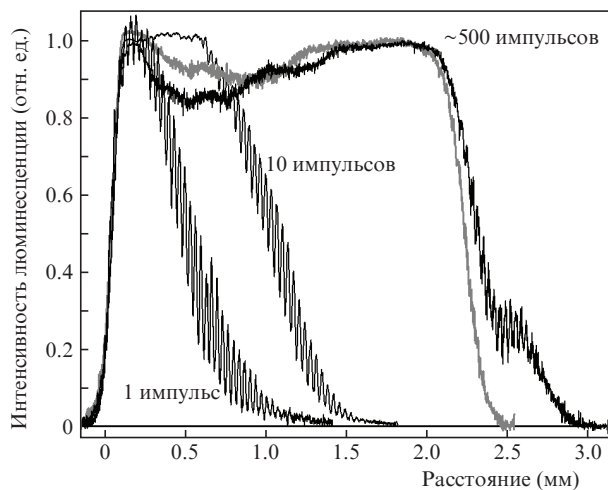


Рис.6. Профили люминесценции ЦО, наведенных в LiF при филаментации фемтосекундных импульсов на длине волны 3100 нм после прохождения одного, 10 и 500 импульсов.

дает, и после 500 импульсов СП появляется не всегда (статистических исследований не проводилось). Наиболее важным выводом является тот факт, что во всех исследованных волноводных режимах длина пробега световой пули не превышала 3 мм.

7. Заключение

Эксперименты, проведенные методом лазерной колокации, впервые позволили измерить длину филамента, возникающего в прозрачном диэлектрике при воздействии одиночного фемтосекундного импульса. Показано, что эта длина существенно меньше наблюдавшейся в более ранних работах, где измерения были выполнены с необходимостью накопления данных от многих сотен и тысяч импульсов с флуктуирующей энергией. Установлено, что длина филамента, образующегося в одноимпульсном режиме, растет с увеличением длины волны возбуждения от нескольких десятков мкм на 800 нм до сотен мкм на 3900 нм. При этом, начиная с 2600 нм, профиль люминесценции наведенных долгоживущих центров окраски приобретает периодическую структуру, свидетельствующую об образовании одноциклового световой пули на длинах волн в области сильной аномальной дисперсии групповой скорости. Таким образом, впервые зарегистрирована СП длительностью около одного периода колебаний светового поля и диаметром менее 10 мкм и измерена длина ее пробега, которая не превысила 0.5 мм для одноимпульсного режима и 2.7 мм в случае возникновения волновода при многоимпульсной филаментации. Наблюдалось появление боковых максимумов вблизи длины волны возбуждения при возникновении СП в фемтосекундном филаменте. Впервые зарегистрировано возникновение в излучении суперконтинуума спектральных компонент в видимом диапазоне, угловая расходимость которых возрастает с увеличением длины волны. Как следует из интерференционной модели, появление боковых частот и инверсия угловой расходимости конической эмиссии возникает вследствие периодической модуляции светового поля в процессе распространения одноциклового СП, связанной с различием ее фазовой и групповой скоростей. Возникновение боковых максимумов вблизи длины волны возбуждения при такой модуляции может быть использовано для обнаружения одноциклового СП в различных диэлектриках при фемтосекундной филаментации в условиях аномальной дисперсии групповой скорости.

Работа выполнена в рамках Программы Президиума РАН «Экстремальные световые поля и их взаимодействие с веществом». Эксперименты выполнены на уникальной научной установке «Многоцелевой фемтосекундный лазерно-диагностический спектрометрический комплекс» Института спектроскопии РАН.

1. Silberberg Y. *Opt. Lett.*, **22**, 1282 (1990).
2. Kuznetsov E A., Dias F. *Phys. Rep.*, **507**, 43 (2011).
3. Ališauskas S., Kartashov D., Pugžlys A., Faccio D., Zheltikov A.M., Voronin A., Baltuska A. *Techn. Dig. CLEO' 2013* (San Jose, USA, 2013, QW1E.6).
4. Баранова Н.Б., Быковский Н.Е., Сенатский Ю.В., Чекалин С.В. *Труды ФИАН*, **103**, 84 (1978).
5. Чекалин С.В., Кандидов В.П. *УФН*, **183** (2), 133 (2013).
6. Ахманов С.А., Сухоруков А.П., Хохлов Р.В. *УФН*, **93** (1), 19 (1967).
7. Bergé L., Skupin S. *Phys. Rev. E*, **71**, 065601 (2005).

8. Silva F., Austin D.R., Thai A. Baudisch M., Hemmer M., Faccio D., Couairon A. Biegert J. *Nat. Commun.*, **3**, 807 (2012).
9. Liao M., Gao W., Cheng T., Xue X., Duan Z., Deng D., Kawashima H., Suzuki T., Ohishi Y. *Appl. Phys. Express*, **6**, 032503 (2013).
10. Jiang J., Zhong Y., Zheng Y., Zeng Z., Ge X., Li R. *Phys. Lett. A*, **379**, 1929 (2015).
11. Darginavičius J., Majus D., Jukna V., Garejev N., Valiulis G., Couairon A., Dubietis A. *Opt. Express*, **21**, 25210 (2013).
12. Dharmadhikari J.A., Deshpande R.A., Nath A., Dota K., Mathur D., Dharmadhikari A.K. *Appl. Phys. B*, **117**, 471 (2014).
13. Сметанина Е.О., Компанец В.О., Чекалин С.В., Кандидов В.П. *Квантовая электроника*, **42**, 913 (2012) [*Quantum Electron.*, **42**, 913 (2012)].
14. Smetanina E.O., Kompanets V.O., Dormidonov A.E., Chekalin S.V., Kandidov V.P. *Laser Phys. Lett.*, **10**, 105401 (2013).
15. Majus D., Tamošauskas G., Gražulevičiūtė I., Garejev N., Lotti A., Couairon A., Faccio D., Dubietis A. *Phys. Rev. Lett.*, **112**, 193901 (2014).
16. Durand M., Jarnac A., Houard A., Liu Y., Grabielle S., Forget N., Durécu A., Couairon A., Mysyrowicz A. *Phys. Rev. Lett.*, **110**, 115003 (2013).
17. Сметанина Е.О., Компанец В.О., Чекалин С.В., Кандидов В.П. *Квантовая электроника*, **42**, 920 (2012) [*Quantum Electron.*, **42**, 920 (2012)].
18. Smetanina E.O., Kompanets V.O., Chekalin S.V., Dormidonov A.E., Kandidov V.P. *Opt. Lett.*, **38** (1), 16 (2013).
19. Durand M., Lim K., Jukna V., McKee E., Baudelet M., Houard A., Richardson M., Mysyrowicz A., Couairon A. *Phys. Rev. A*, **87**, 043820 (2013).
20. Chekalin S.V., Dokukina A.E., Dormidonov A.E., Kompanets V.O., Smetanina E.O., Kandidov V.P. *J. Phys. B*, **48**, 094008 (2015).
21. Dormidonov A.E., Kandidov V.P. *Laser Phys.*, **19**, 1993 (2009).
22. Мартынович Е.Ф., Кузнецов А.В., Кирпичников А.В., Пестряков Е.В., Багаев С.Н. *Квантовая электроника*, **43**, 463 (2013) [*Quantum Electron.*, **43**, 463 (2013)].
23. Кузнецов А.В., Компанец В.О., Дормидонов А.Е., Чекалин С.В., Шленов С.А., Кандидов В.П. *Квантовая электроника*, **46**, 379 (2016) [*Quantum Electron.*, **46**, 379 (2016)].
24. Chekalin S.V., Kompanets V.O., Kuznetsov A.V., Dormidonov A.E., Kandidov V.P. *Laser Phys. Lett.*, **13**, 065401 (2016).
25. Xu L., Spielmann C., Poppe A., Brabec T., Krausz F., Hänsch T.W. *Opt. Lett.*, **21**, 2008 (1996).
26. Gražulevičiūtė T., Garejev N., Majus D., Jukna V., Tamošauskas G., Dubietis A. *J. Opt.*, **18**, 025502 (2016).
27. Чекалин С.В., Компанец В.О., Дормидонов А.Е., Кандидов В.П. *Квантовая электроника*, **47**, 259 (2017) [*Quantum Electron.*, **47**, 259 (2017)].
28. Dormidonov A.E., Kompanets V.O., Chekalin S.V., Kandidov V.P. *Opt. Express*, **23**, 29202 (2015).
29. Дормидонов А.Е., Компанец В.О., Чекалин С.В., Кандидов В.П. *Письма в ЖЭТФ*, **104**, 173 (2016).