

Самосокращение фемтосекундных импульсов в керровских средах: роль модуляционной неустойчивости в формировании спектра

Я.В.Грудцын, А.В.Корибут, Л.Д.Михеев, В.А.Трофимов

Исследован механизм самосокращения фемтосекундных импульсов при взаимодействии с тонкими оптическими материалами с керровской нелинейностью. Проведено сравнение экспериментальной спектрально-угловой зависимости интенсивности излучения на выходе кварцевого образца толщиной 1 мм с результатами численного моделирования, полученного решением нелинейного уравнения Шрёдингера для электромагнитной волны с поперечным возмущением на оси. Качественное согласие расчётных и экспериментальных результатов подтверждает гипотезу о переходном режиме множественной филаментации как о механизме самосокращения фемтосекундных импульсов.

Ключевые слова: самосокращение, фемтосекундные импульсы, множественная филаментация, модуляционная неустойчивость, нелинейное уравнение Шрёдингера.

1. Введение

В настоящее время поиск новых методов сокращения длительности мощных оптических фемтосекундных импульсов является одним из наиболее актуальных направлений в нелинейной оптике. Импульсы с длительностью вплоть до нескольких колебаний световой волны представляют интерес для применений в различных областях фундаментальных и прикладных исследований, включая спектроскопию высокого временного разрешения [1], генерацию терагерцевых импульсов гигаваттного уровня мощности [2] и аттосекундных импульсов в далёком УФ и мягком рентгеновском диапазонах [3]. Сужение спектра при усилении затрудняет получение импульсов длительностью менее 20–30 фс в системах мультитераваттного и петаваттного уровней мощности, что делает актуальным поиск нелинейных методов сокращения длительности на выходе таких систем.

К настоящему времени известны различные методы сокращения длительности мощных импульсов. Все они основаны на нелинейных механизмах уширения спектра и по способу реализации могут быть разбиты на две группы. В первую входят методы, основанные на посткомпрессии, т. е. на компенсации спектральной фазы, приобретённой при нелинейном уширении спектра, с помощью

дополнительных дисперсионных элементов (см., напр., [4, 5]). Во вторую можно включить методы самокомпрессии, которые в процессе взаимодействия приводят к формированию импульса, близкого к спектрально-ограниченному, и, следовательно, не требуют компенсации фазы. Эти методы рассмотрены в работах по сокращению длительности при филаментации в газе (см., напр., [6–8]), по сжатию импульсов в солитонном режиме в области аномальной дисперсии [9] и в средах с квадратичной нелинейностью [10], а также при самокомпрессии в слаборелятивистской плазме [11, 12]. Методы сокращения импульсов на основе самокомпрессии гораздо проще в реализации, поскольку не требуют использования дополнительных дисперсионных элементов. В то же время, в отличие от методов с посткомпрессией, существующие методы самокомпрессии в области видимого и ближнего ИК диапазонов пока не имеют перспектив масштабирования по энергии (в среднем ИК диапазоне это возможно благодаря существованию материалов с аномальной дисперсией [9]).

Ранее в наших работах [13–15] был впервые обнаружен эффект уширения спектра и самосокращения отрицательно chirпированных импульсов в кварцевом стекле на длине волны второй гармоники Ti:сапфировой системы (475 нм). При взаимодействии с кварцевой пластинкой толщиной 1 мм импульс длительностью 70 фс, предварительно отрицательно chirпированный до 120 фс, сокращался до 26 фс. Впоследствии мы провели ряд экспериментов по взаимодействию спектрально-ограниченного импульса с кварцем для выяснения механизмов, лежащих в основе этого процесса. На основании полученных результатов была выдвинута гипотеза, что сокращение длительности связано с переходным режимом множественной филаментации [16]. В этом режиме процесс множественной филаментации начинает интенсивно развиваться в максимуме импульса излучения, постепенно смещаясь к переднему фронту. При достаточно тонком образце филаментация не успевает охватить передний фронт импульса, на котором излучение сохраняет исходную расходимость и формирует центральное ядро пучка. В то же время излучение в центральной части и на заднем фронте

Я.В.Грудцын. Физический институт им. П.Н.Лебедева РАН, Россия, 119991 Москва, Ленинский просп., 53; e-mail: jgrudtsin@gmail.com

А.В.Корибут. Московский физико-технический институт (государственный университет), Россия, Московская обл., 141707 Долгопрудный, Институтский пер., 9; Физический институт им. П.Н.Лебедева РАН, Россия, 119991 Москва, Ленинский просп., 53; e-mail: andrew-koribut@yandex.ru

Л.Д.Михеев. Физический институт им. П.Н.Лебедева РАН, Россия, 119991 Москва, Ленинский просп., 53; Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ», Россия, 115409 Москва, Каширское ш., 31; e-mail: mikheev@sci.lebedev.ru

В.А.Трофимов. Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова, Россия, 119991 Москва, Воробьевы горы; e-mail: vatro@cs.msu.ru

Поступила в редакцию 7 марта 2018 г.

импульса приобретает сильные дифракционные и рефракционные потери в приосевой области пучка. Данное обстоятельство позволяет с помощью пространственной фильтрации выделить излучение с переднего фронта с меньшей длительностью и спектром, смещённым в красную область в результате действия фазовой самомодуляции [16]. В работе [16] наблюдалось самосокращение спектрально-ограниченного импульса длительностью 87 фс до 19 фс в кварцевой пластинке толщиной 1 мм. Формирование спектрально-ограниченного импульса на выходе пластинки обусловлено обращением второй производной нелинейной фазы в нуль на переднем фронте исходного импульса.

В настоящей статье с помощью численной модели, разработанной совместно с лабораторией математического моделирования в физике (МГУ), исследована эволюция поперечного возмущения интенсивности лазерного пучка как главного фактора сокращения длительности фемтосекундных импульсов в переходном режиме множественной филаментации в средах с керровской нелинейностью. Полученные результаты позволяют интерпретировать экспериментально полученные спектрально-угловые зависимости конической эмиссии.

Исследуемый режим сокращения длительности не требует применения дополнительных диспергирующих элементов для компенсации нелинейной фазы и имеет перспективу масштабирования по энергии. Следует отметить, что данный механизм не предполагает увеличения мощности при сокращении длительности, поэтому в наших исследованиях мы используем термин «самосокращение», а не «самокомпрессия».

2. Экспериментальные результаты и их обсуждение

Принципиальная схема исследований взаимодействия спектрально-ограниченного импульса с тонкой кварцевой пластинкой показана на рис.1,а. Более детально эта схема описана в работе [16].

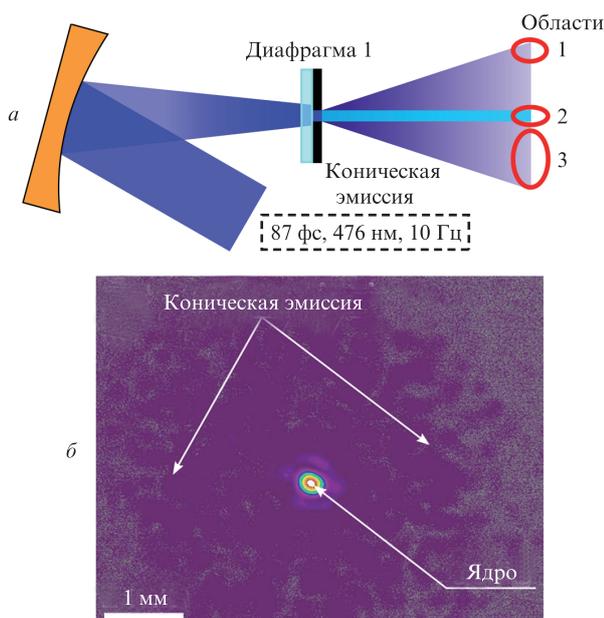


Рис.1. Схема исследований взаимодействия спектрально-ограниченного импульса с тонким кварцевым образцом (а) и профиль излучения за диафрагмой 1 при интенсивности 3 ТВт/см².

Через образец проходил сходящийся пучок фемтосекундного излучения (спектрально-ограниченный импульс длительностью 87 фс на длине волны 476 нм с энергией до 450 мкДж). Для фокусировки использовалось сферическое зеркало с фокусным расстоянием 60 см, образец находился на расстоянии 7 см от перетяжки. Диаметр пучка в плоскости образца по уровню $1/e^2$ составлял 0.63 мм. Сразу за образцом находилась диафрагма 1 с диаметром отверстия 100 мкм, пропускающая центральную часть пучка с однородным распределением интенсивности. Излучение за диафрагмой 1 (рис.1,б) состояло из центрального ядра (область 2), размер которого не зависел от интенсивности в исходном пучке, и конического излучения с углом расходимости до 0.1 рад (угол сходимости начального излучения менее 0.01 рад). Мощность излучения, прошедшего через диафрагму, не превышала 0.2 ГВт, и влиянием нелинейности воздуха в проводимых экспериментах можно было пренебречь.

В [16] исследовались спектральные и временные характеристики излучения в ядре пучка (область 2). При увеличении интенсивности основная часть спектра смещалась в длинноволновую область, а длительность импульса уменьшалась. При интенсивности 3 ТВт/см² наблюдалось формирование спектрально-ограниченного импульса длительностью 19 фс, коротковолновая часть в спектре исчезала. В настоящей работе измерялись спектры: ядра (область 2), всего конического излучения без ядра (область 3) и конического излучения, распространяющегося под углом 0.1 рад к оси пучка (область 1).

Отдельно, с помощью метода переноса изображения, измерялись профили излучения на выходе из образца. При этом излучение после образца ослаблялось двумя клиньями для устранения возможных нелинейных эффектов.

Как показали профили пучка, полученные на выходе из образца без диафрагмы 1 (рис.2), процесс сокращения длительности сопровождается развитием поперечной не-

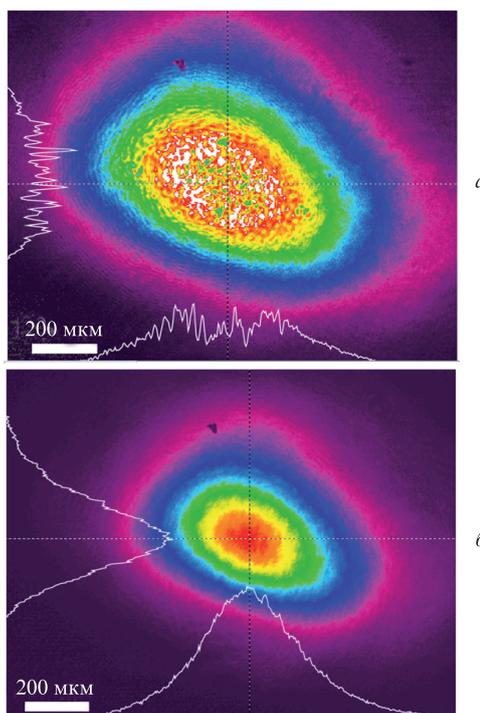


Рис.2. Изображения пучка на выходе из образца при интенсивности 3 (а) и 0.5 ТВт/см² (б).

устойчивости и возникновением множественной филаментации. Согласно теории Беспалова–Таланова [17], пучок неустойчив по отношению к поперечным возмущениям размером $a = (\lambda/n)(2n_2I_0)^{-1/2}$, что при интенсивности 3 ТВт/см² соответствует диаметру образующихся филаментов 7.5 мкм. При этом угол дифракционной расходимости $\lambda/a = 6 \times 10^{-2}$ находится в согласии с углом экспериментально наблюдаемого конического излучения ~ 0.1 рад, что указывает на филаменты как на источник конической эмиссии.

На рис.3 приведены экспериментально полученные в дальней зоне, за диафрагмой 1, спектры излучения, демонстрирующие их угловую зависимость. Легко видеть, что коротковолновые компоненты спектра распространяются под наибольшими углами. Коническое излучение с подобной спектрально-угловой зависимостью наблюдается и в случае формирования одиночного филамента в воздухе [18].

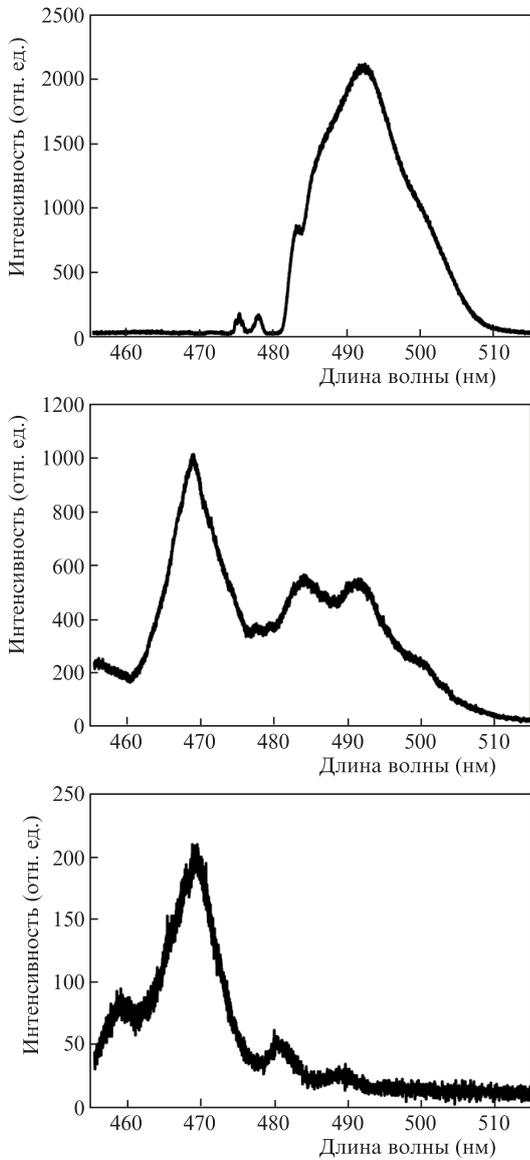


Рис.3. Спектры излучения после прохождения диафрагмы 1 при интенсивности 3 ТВт/см²: в ядре (область 2 на рис.1.а) (а), всего конического излучения без ядра (область 3 на рис.1.а) (б) и конического излучения, распространяющегося под углом 0.1 рад (область 1 на рис.1.а) (в).

Дополнительное подтверждение предложенного в [16] механизма самосокращения фемтосекундных импульсов может быть получено в результате численного моделирования модуляционной неустойчивости в условиях проводимых экспериментов, позволяющего выяснить основные закономерности формирования спектрально-углового распределения излучения за образцом, в дальней зоне, и сравнить его с экспериментальными данными.

Для этого было проведено численное моделирование нелинейного распространения в керровской среде фемтосекундного излучения со слабым возмущением интенсивности на оси пучка. Модель основана на решении нелинейного уравнения Шрёдингера для аксиально-симметричного случая в приближении медленно меняющейся волны [19] и с учетом плазмообразования [20]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \xi} A &= \frac{i\Delta_1}{2k_0} A - \frac{ik^{(2)}}{2} \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} A + \frac{ik_0^2 n_2}{n_0} \left(1 + \frac{i}{\omega_0} \frac{\partial}{\partial \tau}\right) \\ &\times \left[\int_0^\infty R(t') |A(\tau - t')|^2 dt' \right] A - \frac{ik_0}{2n_0^2 \rho_c} \left(1 - \frac{i}{\omega_0} \frac{\partial}{\partial \tau}\right) \rho_c A \\ &- \frac{1}{2} (\sigma \rho_c A + \beta_K |A|^{2(K-1)} A), \\ \frac{\partial}{\partial \tau} \rho_c &= \frac{\sigma_K}{(\hbar\omega)^K} \rho_{nt} |A|^{2K} + \frac{\sigma}{U} \rho_c |A|^2 - \frac{1}{\tau_r} \rho_c. \end{aligned}$$

Здесь $A(\tau, r, \xi)$ – комплексная огибающая электрического поля; $\rho_c(\tau, r, \xi)$ – концентрация свободных зарядов; σ_K – сечение многофотонного поглощения; U – ширина запрещённой зоны; τ_r – время рекомбинации свободных зарядов; ρ_{nt} – концентрация вещества; σ – сечение обратнотормозного поглощения; n_2 – нелинейный показатель преломления; $k^{(2)}$ – дисперсия групповых скоростей; β_K – коэффициент многофотонного поглощения; ρ_c – критическая плотность плазмы; $R(t) = (1 - f_R)\delta(t - t_c) + f_R h_R(t)$;

$$h_R(t) = \frac{\tau_1^2 + \tau_2^2}{\tau_1 \tau_2} \exp\left(-\frac{t}{\tau_2}\right) \sin \frac{t}{\tau_1}$$

– функция молекулярной части отклика с параметрами $f_R = 0.18$, $\tau_1 = 12.2$ фс и $\tau_2 = 32$ фс для кварца [21].

Представленная модель учитывает такие физические процессы, как дифракция, дисперсия, керровская нелинейность, дисперсия нелинейного отклика, вынужденное комбинационное рассеяние, многофотонное и обратнотормозное поглощения, влияние плазмы на показатель преломления. Для простоты моделировался рост отдельной неоднородности с поперечным размером, много меньшим диаметра пучка.

Исходя из ширины запрещённой зоны (9 эВ [22]) и энергии фотона (2.6 эВ) на длине волны 475 нм поглощение следует считать четырёхфотонным ($K = 4$). Согласно модели Друде сечение обратнотормозного поглощения [23]

$$\sigma = \frac{k_0 \omega_0 \tau_c}{n_0 \rho_c (1 + \omega_0^2 \tau_c^2)}.$$

Здесь τ_c – столкновительное время, характеризующее электрон-фононное взаимодействие; $\rho_c = m'_c \epsilon_0 \omega^2 / e^2$; $m'_c = 0.86m_c$ – электрон-дырочная масса в кварце [24]. Используемые нами значения параметров среды таковы: $n_2 =$

$3 \times 10^{-16} \text{ см}^2/\text{Вт}$ [25], $k^{(2)} = 76 \text{ фс}^2/\text{мм}$, $\rho_c = 4.85 \times 10^{-21} \text{ см}^{-3}$, $\tau_c = 23 \text{ фс}$ [26], $\sigma = 2.6 \times 10^{-19} \text{ см}^2$.

В литературе существует большой разброс величин сечений четырёхфотонного поглощения [27–30]. В модели его значение варьировалось для достижения наибольшего согласия с экспериментально наблюдаемой картиной спектрально-угловой зависимости конического излучения и порогом возникновения мелкомасштабной самофокусировки, который лежал вблизи $1.5 \text{ ТВт}/\text{см}^2$. Забегая вперед, отметим, что наилучшее согласие с экспериментом было получено при $\sigma_4 = 7 \times 10^{-116} \text{ см}^8 \cdot \text{с}^3$, что на порядок меньше известных из литературы значений. Такой выбор обусловлен тем, что при $\sigma_4 > 10^{-115} \text{ см}^8 \cdot \text{с}^3$ самофокусировки возмущения при расчётах не происходило из-за сильного многофотонного поглощения и рефракции в образующейся плазме, что противоречит наблюдаемым явлениям.

Расчёты были выполнены для следующих условий: интенсивность излучения $3 \text{ ТВт}/\text{см}^2$, ширина пучка 500 мкм , диаметр области возмущения 7.5 мкм , начальная амплитуда возмущения 0.2% . При этом предполагалось, что источник возмущения находится на входной поверхности образца и разность фаз основной волны и возмущения равна нулю. Как сам пучок, так и возмущение моделировались гауссовой зависимостью, так что начальное распределение амплитуды задавалось формулой

$$A(r, t) = A_0 \exp\left(-\frac{8r^2}{d_1^2}\right) \left[1 + 0.002 \exp\left(-\frac{8r^2}{d_2^2}\right) \right] \times \exp\left(-\frac{2 \ln 2 t^2}{T_{1/2}^2}\right),$$

где $d_1 = 500 \text{ мкм}$; $d_2 = 7.5 \text{ мкм}$; $T_{1/2} = 85 \text{ фс}$.

Численное моделирование показало, что при распространении пучка возмущение создаёт керровскую линзу, и это приводит к пространственной локализации излучения в микрообласти, расположенной за передним невозмущённым фронтом импульса, с интенсивностью в 4–5 раз выше начальной. Результаты расчёта эволюции поля, сравнение расчётного спектра переднего фронта с экспериментальным спектром ядра, расчёты электронной плотности в зависимости от пройденного расстояния приведены на рис.4–7.

В пространственно-временном распределении интенсивности на выходе из образца (рис.4) можно выделить следующие области: сильно расходящегося заднего фронта (выделена на рис.4,а), фокусировки излучения и невозмущённого переднего фронта (рис.4,б). С невозмущённым передним фронтом мы связываем формирование ядра и сокращённого импульса в дальней зоне, что подтверждается совпадением экспериментально полученного спектра ядра и численно рассчитанного спектра переднего фронта излучения на выходе из образца (рис.5). Дополнительным аргументом является полученное в расчете уменьшение в 2–3 раза длительности излучения на переднем фронте (рис.4,б).

На рис.6 продемонстрировано развитие неустойчивости в образце в зависимости от пройденного расстояния. Формирование филамента начинается вблизи временного максимума импульса с небольшим смещением к задней части импульса (рис.6,а,б), что вызвано запаздыванием молекулярной части нелинейного отклика. Затем интенсивность становится примерно постоянной и превышает

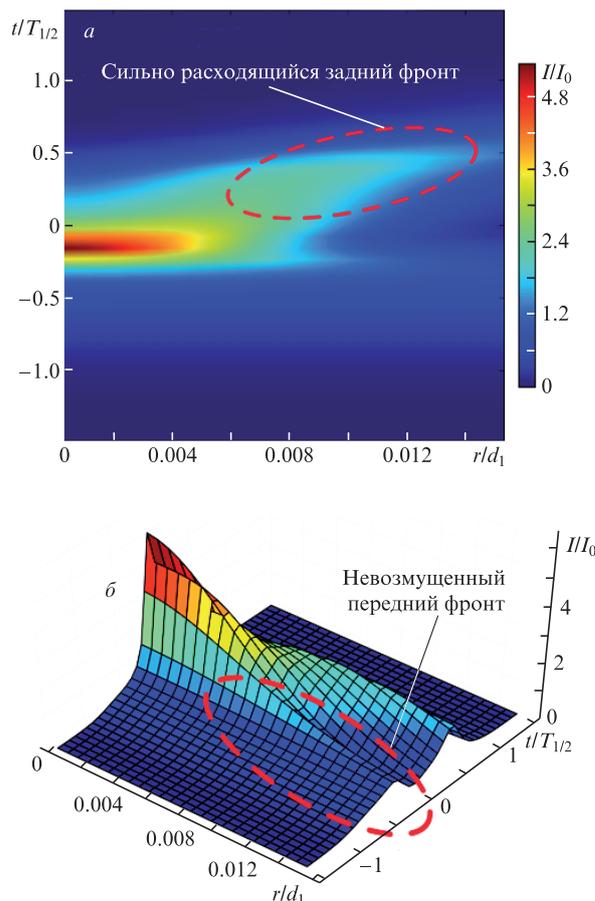


Рис.4. Пространственно-временное распределение интенсивности в пределах диафрагмы 1 на выходе из образца: вид сверху (а) и вид со стороны переднего фронта (б). Здесь и на рис.6 интенсивности нормированы на начальную максимальную интенсивность пучка, время – на длительность импульса на полувысоте, радиус – на диаметр пучка на полувысоте.

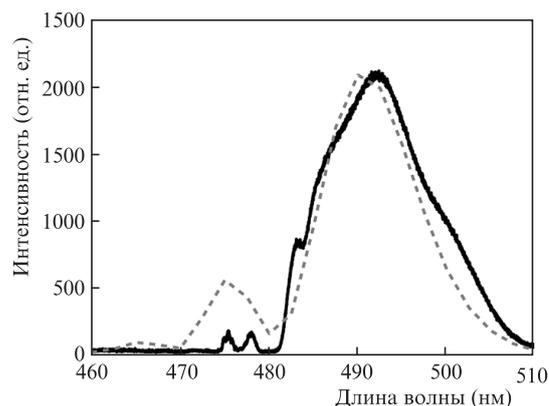


Рис.5. Экспериментально полученный спектр ядра (область 2 на рис.1,а) (сплошная кривая) и спектр переднего фронта на выходе из образца при интенсивности $3 \text{ ТВт}/\text{см}^2$, полученный с помощью численного моделирования (штриховая кривая).

начальную в 4–5 раз (рис.6,в,г). При этом пик интенсивности смещается ближе к переднему фронту, а излучение заднего фронта из-за рефракции в образующейся плазме переходит в расходящуюся волну.

Рисунок 7 иллюстрирует генерацию плазмы в образующемся филаменте с характерной для степенной зависимости скоростью увеличения концентрации электро-

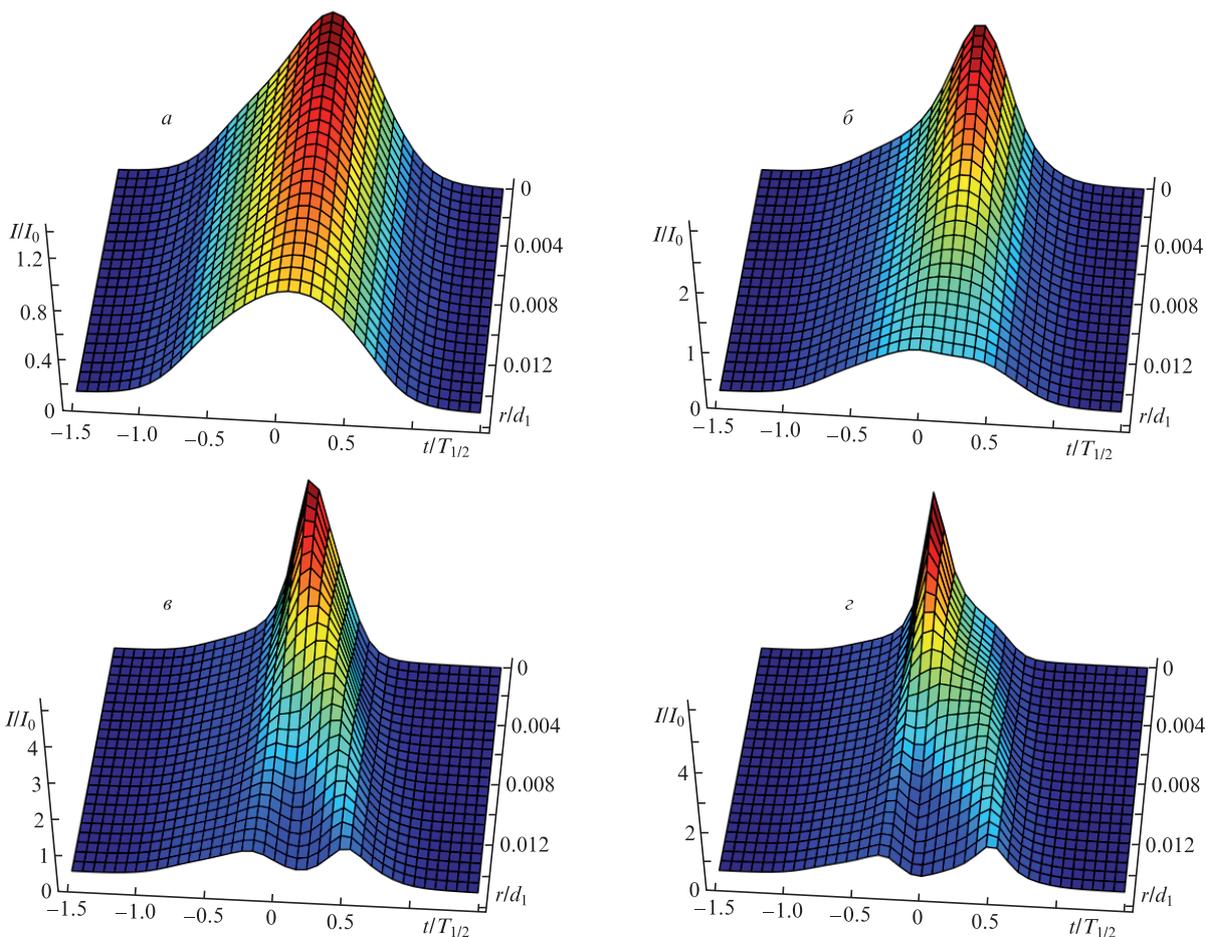


Рис.6. Эволюция возмущения в образце в зависимости от пройденного расстояния: 0.7 (а), 0.8 (б), 0.9 (в) и 1.0 мм (г).

нов при росте интенсивности излучения. Как видно из рис.7,в,г, рост концентрации электронов прекращается, когда интенсивность выходит на постоянный уровень (см. рис.6,в,г). При этом формируется плазменный канал с концентрацией электронов, достигающей $2.9 \times 10^{19} \text{ см}^{-3}$, что составляет 0.7% от критической. Рефракция, вызванная плазмой этого канала, приводит к дополнительному росту расходимости излучения по сравнению с дифракцией на переднем фронте возмущения. Это объясняет наблюдаемый экспериментально (см. рис.3) больший угол распространения излучения в коротковолновом крыле спектра, отвечающем заднему фронту возмущения, по сравнению с углом распространения длинноволнового крыла, генерируемого на переднем фронте возмущения.

Это легко показать из следующих соображений. Градиент показателя преломления в плазменном канале

$$\text{grad}n = \frac{-(2n_0)^{-1} \rho_e / \rho_{\text{crit}}}{d_2/4},$$

где ρ_{crit} – критическая плотность плазмы; d_2 – диаметр филамента;

$$n_0 L \text{grad}n = 2 \frac{-(\rho_e / \rho_{\text{crit}}) L}{d_2}$$

– угол отклонения луча; L – длина плазменного канала. Подставив диаметр филамента $d_2 = 7.5 \text{ мкм}$, длину плазменного канала 100 мкм , $\rho_{\text{crit}} = 0.007$, получим полный

угол расходимости 0.4. Следовательно, рефракция в плазме сильнее влияет на расходимость, чем дифракция $\lambda/d_2 \approx 0.06$, и поэтому излучение заднего фронта возмущения, связанное с коротковолновой частью спектра, расходится значительно сильнее, чем передней, где концентрация плазмы мала.

На рис.8 приведены расчётный спектр возмущения в дальней зоне и экспериментально измеренные спектры конического излучения (см. рис.3,б,в). Для расчёта углового распределения спектра возмущения в дальней зоне выделялась область излучения на выходе из образца, содержащая возмущение. Затем выполнялись прямые расчёты дальней зоны излучения с использованием функции Грина. Приведенный на рис.8,а расчётный спектр представляет собой результат интегрирования в угле распространения 0.02–0.1 рад, что отвечает экспериментально наблюдаемому спектру всего конического излучения. На рис.8,б приведены спектры, полученные расчётным и экспериментальным путём для конического излучения, распространяющегося под углами к оси пучка 0.085 и 0.1 рад соответственно.

Согласие расчётных и экспериментальных результатов, указывающих на общий характер доминирования коротковолнового крыла спектра на периферии конического излучения (под углом 0.1 рад), подтверждает наши предположения относительно происхождения экспериментально наблюдаемой угловой зависимости спектра конического излучения и важной роли плазмы в её формировании.

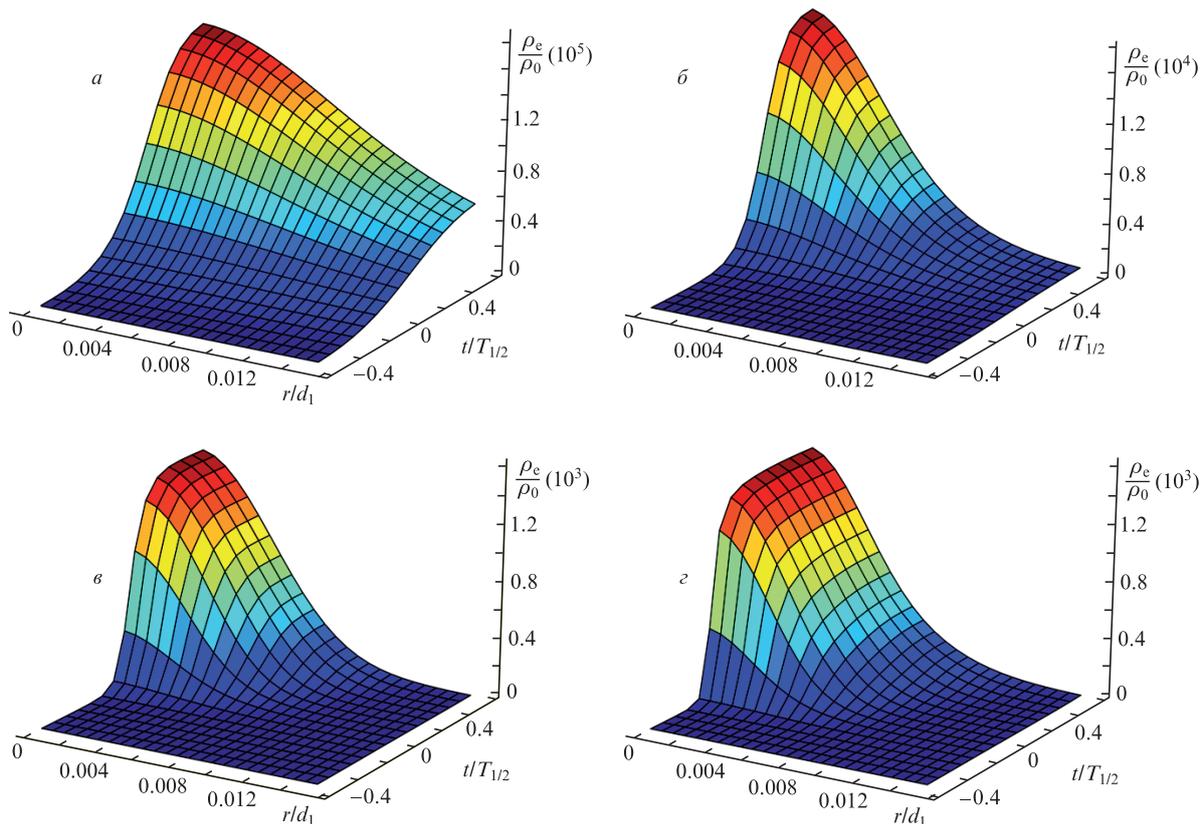


Рис.7. Эволюция пространственно-временного профиля концентрации электронов в образце в зависимости от пройденного расстояния: 0.7 (а), 0.8 (б), 0.9 (в) и 1.0 мм (г). Концентрации нормированы на концентрацию вещества $\rho_0 = 2.1 \times 10^{22} \text{ см}^{-3}$, время – на длительность на полувысоте, радиус – на диаметр пучка на полувысоте.

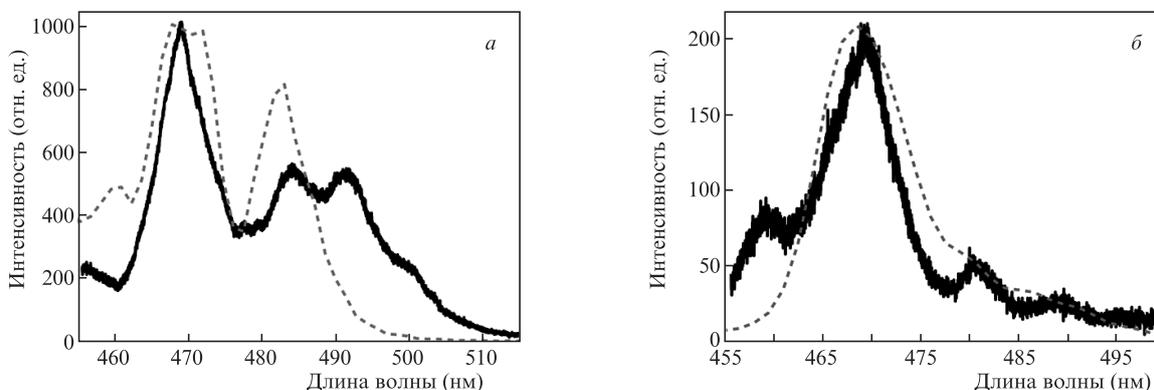


Рис.8. Экспериментальный спектр всего конического излучения без ядра (сплошная кривая) и расчётный спектр возмущения, проинтегрированный по углу 0.02– 0.1 рад (штриховая кривая) (а) и спектр конического излучения, измеренный под углом 0.1 рад к оси пучка (сплошная кривая), а также расчётный спектр возмущения для излучения, распространяющегося под углом 0.085 рад к оси пучка (штриховая кривая) (б).

3. Заключение

С помощью численного моделирования нелинейного взаимодействия фемтосекундного излучения на длине волны 476 нм с образцом кварца толщиной 1 мм дано обоснование предлагаемого механизма самосопряжения длительности фемтосекундных импульсов видимого диапазона в керровских средах, основанного на переходном режиме формирования множественной филаментации. На примере одиночного возмущения амплитуды волны продемонстрирован рост поперечной пространственной

неустойчивости, играющей определяющую роль в формировании множественной филаментации. Полученные на основании расчёта спектрально-угловые зависимости хорошо согласуются с экспериментальными данными, что подтверждает адекватность предложенной теоретической модели.

В результате численного моделирования было также установлено, что экспериментально наблюдаемая множественная филаментация в тонком кварцевом образце возможна лишь при сечениях четырёхфотонного поглощения не выше $10^{-115} \text{ см}^8 \cdot \text{с}^3$. Эти значения более чем на поря-

док меньше общепринятых, которые были получены для KBr, KI, NaCl, TeO₂, GeS₂ и лежат в диапазоне $2 \times 10^{-12} - 10^{-14} \text{ см}^8 \cdot \text{с}^3$ [27–30].

Работа выполнена при поддержке Программы Президиума РАН «Экстремальные световые поля и их взаимодействие с веществом» и Программы повышения конкурентоспособности НИЯУ МИФИ.

1. Kobayashi T., Shirakawa A., Fuji T. *IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron.*, **7**, 525 (2001).
2. Gildenburg V.B., Vvedenskii N.V. *Phys. Rev. Lett.*, **98**, 245002 (2007).
3. Ким А.В., Рябкин М.Ю., Сергеев А.М. *УФН*, **169**, 58 (1999).
4. Rolland C., Corkum P.B. *J. Opt. Soc. Am. B*, **5**, 641 (1988).
5. Mourou G., Mironov S., Khazanov E., Sergeev A. *Eur. Phys. J. Spec. Top.*, **223**, 1181 (2014).
6. Stibenz G., Zhavoronkov N., Steinmeyer G. *Opt. Lett.*, **31**, 274 (2006).
7. Zair A., Guandalini A., Schapper F., Holler M., Biegert J., Gallmann L., Keller U. *Opt. Express*, **15**, 5394 (2007).
8. Курилова М.В., Урюпина Д.С., Мажорова А.В., Волков Р.В., Горгуца С.Р., Панов Н.А., Косарева О.Г., Савельев А.Б. *Квантовая электроника*, **39**, 879 (2009) [*Quantum Electron.*, **39**, 879 (2009)].
9. Shumakova V., Malevich P., Ališauskas S., Voronin A., Zheltikov A.M., Faccio D., Kartashov D., Baltuška A., Pugžlys A. *Nature Commun.*, **7**, 12877 (2016).
10. Ashihara S., Nishina J., Shimura T., Kuroda K. *J. Opt. Soc. Am. B*, **19**, 2505 (2002).
11. Faure J., Glinec Y., Santos J.J., Ewald F., Rousseau J.P., Kiselev S., Hosokai T., Malka V. *Phys. Rev. Lett.*, **95**, 205003 (2005).
12. He Z.-H., Nees J.A., Hou B., Krushelnick K., Thomas A.G.R. *Phys. Rev. Lett.*, **113**, 263904 (2014).
13. Аристов А.И., Грудцын Я.В., Михеев Л.Д., Поливин А.В., Степанов С.Г., Трофимов А.В., Яловой В.И. *Квантовая электроника*, **42**, 1097 (2012) [*Quantum Electron.*, **42**, 1097 (2012)].
14. Алексеев С.В., Аристов А.И., Грудцын Я.В., Иванов Н.Г., Ковальчук Б.М., Лосев В.Ф., Мамаев С.Б. и др. *Квантовая электроника*, **43**, 190 (2013) [*Quantum Electron.*, **43**, 190 (2013)].
15. Грудцын Я.В., Зубарев И.Г., Корибут А.В., Кучик И.Е., Мамаев С.Б., Михеев Л.Д., Семёнов С.Л., Степанов С.Г., Трофимов В.А., Яловой В.И. *Квантовая электроника*, **45**, 415 (2015) [*Quantum Electron.*, **45**, 415 (2015)].
16. Grudtsyn Ya.V., Koribut A.V., Trofimov V.A., Mikheev, L.D. *J. Opt. Soc. Am. B* (2018) (to be published).
17. Беспалов В.И., Таланов В.И. *Письма в ЖЭТФ*, **3**, 471 (1966).
18. Nibbering E.T.J., Curley P.F., Grillon G., Prade B.S., Franco M.A., Salin F., Mysyrowicz A. *Opt. Lett.*, **21**, 62 (1996).
19. Brabec T., Krausz F. *Phys. Rev. Lett.*, **78**, 3282 (1997).
20. Skupin S., Bergé L. *Phys. D: Nonl. Phenomena*, **220**, 14 (2006).
21. Blow K.J., Wood D. *IEEE J. Quantum Electron.*, **25**, 2665 (1989).
22. Arnold D., Cartier E., DiMaria D.J. *Phys. Rev. B*, **45**, 1477 (1992).
23. Stuart B.C., Feit M.D., Herman S., Rubenchik A.M., Shore B.W., Perry M.D. *Phys. Rev. B*, **53**, 1749 (1996).
24. Zafar S., Conrad K.A., Liu Q., Irene E.A., Hames G., Kuehn R., Wortman J.J. *Appl. Phys. Lett.*, **67**, 1031 (1995).
25. Stolen R.H., Ashkin A. *Appl. Phys. Lett.*, **22**, 294 (1973).
26. Sudrie L., Couairon A., Franco M., Lamouroux B., Prade B., Tzortzakis S., Mysyrowicz A. *Phys. Rev. Lett.*, **89**, 186601 (2002).
27. Catalano I.M., Cingolani A., Minafra A. *Phys. Rev. B*, **5**, 1629 (1972).
28. Jones S.C., Fischer A.H., Braunlich P., Kelly P. *Phys. Rev. B*, **37**, 755 (1988).
29. Shen X.A., Jones S.C., Braunlich P., Kelly P. *Phys. Rev. B*, **36**, 2831 (1987).
30. Bindra K.S., Bookey H.T., Kar A.K., Wherrett B.S., Liu X., Jha A. *Appl. Phys. Lett.*, **79**, 1939 (2001).