

Операционная компенсация неопределенностей высших порядков в стандартах частоты на атомах магния и кальция в оптических решетках

В.Д.Овсянников, С.И.Мармо, С.Н.Мохненко, В.Г.Пальчиков

Изучены возможности и способы операционной настройки параметров оптической решетки, позволяющие минимизировать неопределенности стандартов частоты, обусловленные нелинейными, недипольными и ангармоническими эффектами взаимодействия атомов магния и кальция с полем оптической решетки с магической длиной волны.

Ключевые слова: атом, электромагнитное излучение, стоячая волна, магнитное поле, поляризуемость, гиперполяризуемость, мультипольное взаимодействие.

1. Введение

Атомы групп IIА (Mg, Ca, Sr) и IIВ (Zn, Cd, Hg) Периодической системы элементов, а также редкоземельного элемента Yb рассматриваются сейчас как наиболее перспективные объекты для создания ультрапрецизионных стандартов частоты и времени нового поколения. Внимание исследователей привлекает наличие у этих атомов метастабильного состояния $nsnp(^3P_0)$, радиационный распад которого в основное состояние $ns^2(^1S_0)$ соответствует колебаниям осциллятора с экстремально высокой добротностью. Рекордные стабильность и точность воспроизведения периода этих колебаний (на уровне 18 десятичных знаков) [1–6] стимулируют устойчивый интерес к изучению возможностей практического использования перечисленных атомов для создания стандартов частоты и времени. Применение оптических решеток с магическими длинами волн λ_{mag} , экспериментально измеренными к настоящему времени с большой точностью [7, 8], позволяет существенно продвинуться в решении данной задачи. При этом учет нелинейных, недипольных и ангармонических эффектов взаимодействия атомов с полем оптической решетки требует прецизионной подстройки частоты решетки с введением понятия «операционная магическая частота» [9–11].

Атомы магния и кальция являются самыми легкими среди указанных выше атомов и поэтому труднее других поддаются охлаждению, захвату и удержанию полем оптической решетки. Кроме того, низкое природное содержание нечетных (фермионных) изотопов этих элементов (менее 10% у магния и менее 0.15% у кальция) с ненулевым магнитным моментом атомного ядра, обеспечиваю-

щим магнитоиндуцированное примешивание к метастабильному состоянию 3P_0 состояния 3P_1 , существенно затрудняет наблюдение сильно запрещенной линии радиационного распада метастабильного состояния атомов данных изотопов. Однако осуществлять наблюдение этого перехода в атомах бозонных изотопов можно с помощью внешнего магнитного поля, смешивающего состояния 3P_0 и 3P_1 [12]. В частности, магнитное поле с индукцией $B = 100$ Гс индуцирует распад метастабильного 3P_0 -состояния в атомах магния и кальция с вероятностью ~ 0.01 с $^{-1}$. Таким образом, магнитное поле способно индуцировать доступный для наблюдения радиационный переход атома с метастабильного уровня в основное состояние [13, 14]. Квадратичный по B сдвиг частоты часового перехода $\Delta\nu_{\text{cl}}(B) = -\nu_B B^2$ ($\nu_B = 2.173$ Гц/Гс 2) при $B = 100$ Гс в атомах магния составит 21.7 кГц. Такой сдвиг частоты стандарта может быть учтен в процессе измерений с неопределенностью ~ 4 мГц при $\Delta B/B \approx 10^{-7}$, т. е. при неопределенности амплитуды магнитного поля $|\Delta B|$ на уровне 0.01 мГс. Эти оценки показывают, что необходимость использования магнитного поля создает серьезные препятствия для достижения рекордных точностей стандартов частоты на бозонных изотопах.

Переход $nsnp(^3P_0) \rightarrow ns^2(^3S_0)$ представляет собой уникальный естественный осциллятор с максимальной достижимой добротностью частоты колебаний, определяемой в атомах магния и кальция напряженностью внешнего магнитного поля и энергией спин-орбитального расщепления. При этом, однако, преимущество легких атомов, которое обеспечивается меньшей величиной расщепления триплетных состояний $^3P_{J=0,1,2}$ на подуровни тонкой структуры и облегчает их перемешивание магнитным полем, в значительной степени теряется вследствие более низкой по сравнению с тяжелыми атомами вероятностью интеркомбинационного перехода $^3P_1 - ^1S_0$. Кроме того, большие энергии радиационной отдачи существенно препятствуют вторичному охлаждению легких атомов и достижению рабочих температур на уровне нескольких микрокельвинов, требуемых для эффективного захвата и удержания атомов оптической решеткой.

Перечисленные особенности атомов магния и кальция до сих пор препятствовали детальному исследованию возможности их использования для создания стандартов

В.Д.Овсянников, С.И.Мармо, С.Н.Мохненко. Воронежский государственный университет, Россия, 394006 Воронеж, Университетская пл., 1

В.Г.Пальчиков. ФГУП «Всероссийский научно-исследовательский институт физико-технических и радиотехнических измерений», Россия, Московская обл., 141570 Менделеево; Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ», Россия, 115409 Москва, Каширское ш., 31; e-mail: vitpal@mail.ru

Поступила в редакцию 21 февраля 2018 г., после доработки – 3 апреля 2018 г.

частоты. Тем не менее теоретические расчеты магической длины волны для атомов кальция [15], а также приближенные ее оценки на основе одноэлектронного метода модельного потенциала [16] для атомов магния и еще более легких двухвалентных атомов гелия и бериллия были получены более десяти лет назад [17–19].

Однако приближение модельного потенциала, дающее удовлетворительные результаты для одновалентных атомов щелочных металлов, оказалось достаточно грубым для оценок восприимчивостей двухвалентных атомов и потребовало дополнительных модификаций, позволяющих получить более корректные результаты, которые удовлетворительно согласуются с количественными данными экспериментов и более детальных теоретических расчетов. Сравнение с прецизионными данными экспериментальных измерений магических длин волн для атомов стронция, иттербия и ртути [7, 8], а также с недавно измеренной магической длиной волны для атомов магния [20], позволило уточнить правила выбора параметров модельного потенциала и алгоритм учета вкладов от внутренних электронов для численных оценок электромагнитных восприимчивостей атомов [9–11, 21].

Экспериментальное наблюдение часового перехода атомов магния в достаточно сильном магнитном поле [20] открывает возможность создания стандарта частоты и времени на основе оптического осциллятора с экстремально высокой добротностью, регулируемой постоянным магнитным полем. Поскольку тонкое расщепление триплетных состояний $^3P_J = 0,1,2$ атома кальция почти втрое превышает аналогичное расщепление в атомах магния, то вполне очевидно, что для детектирования линии часового перехода в атомах кальция потребуются магнитное поле с большей напряженностью. Для учета сдвига частоты часового перехода за счет квадратичного эффекта Зеемана и связанной с ним неопределенности частоты стандарта потребуются прецизионные измерения амплитуды магнитного поля в области локализации атомов.

В настоящей работе рассматриваются оптимальные параметры оптической решетки для атомов магния и кальция, необходимые для минимизации неопределенностей частоты стандарта, индуцируемых нелинейными и недипольными взаимодействиями атомов с полем стоячей волны. В предлагаемых здесь расчетах используются ранее вычисленные значения поляризуемостей для часовых переходов [11, 21].

В дальнейшем в тексте статьи, если специально не оговорено, используется атомная система единиц, в которой $e = \hbar = m = 1$, а скорость света c численно совпадает с обратной величиной постоянной тонкой структуры $\alpha = 1/137.036$ ($c = 1/\alpha$).

2. Энергия вибрационного движения атома в потенциальной яме оптической решетки

Колебательный характер движения атомов в поле штарковского потенциала оптической решетки приводит к отличию частот излучения, испускаемого (поглощаемого) захваченными решеткой атомами, от частот излучения изолированного атома даже при выборе магической частоты лазерного излучения ω_{mag} , формирующего оптическую решетку [9–11]. Это связано с различием пространственных распределений эффективностей дипольной (E1) и мультипольных (M1 и E2) составляющих взаи-

модействия атома с полями бегущей и стоячей электромагнитных волн [22, 23]. Поэтому равенство сдвигов уровней часового перехода в бегущей волне вовсе не означает их равенства в стоячей волне. Кроме того, выравнивания поляризуемостей, определяющих линейный по интенсивности эффект Штарка, оказывается недостаточно в поле удерживающей атомы оптической решетки. В реальных условиях интенсивность лазерного поля решетки, необходимая для удержания атомов, настолько высока, что без учета нелинейных эффектов, обусловленных гиперполяризуемостями высших порядков, определение магической частоты с точностью, необходимой для полной компенсации штарковского сдвига частоты стандарта, становится невозможным. Кроме различия частотных зависимостей, гиперполяризуемости часовых уровней имеют разные зависимости еще и от степени эллиптической поляризации лазерного излучения оптической решетки [24].

Перечисленные эффекты приводят к появлению дополнительных «немагических» неопределенностей, связанных с отличием частоты решетки от магической частоты и требующих их компенсации или учета при измерении частоты стандарта с повышенной точностью. Для того чтобы оценить, скомпенсировать и успешно контролировать влияние таких неопределенностей на точность измерений, можно использовать изменение настройки частоты, интенсивности лазерного поля и других параметров оптической решетки. При этом необходимо знать детали индуцированных решеткой сдвигов энергий часовых уровней с учетом нелинейных и недипольных эффектов взаимодействия атома с полем стоячей волны.

Атом, захваченный оптической решеткой, которая создается лазерным излучением с частотой ω и интенсивностью I , совершает колебания в окрестности минимума штарковской потенциальной ямы. Зависимость удерживающего атом потенциала от смещения X относительно положения равновесия с учетом первого исчезающего ангармонического слагаемого можно представить в виде [9–11]

$$U_{g(e)}^{\text{latt}}(X, I, \xi) \approx -D_{g(e)}(I, \xi) + U_{g(e)}^{\text{harm}}(I, \xi)X^2 - U_{g(e)}^{\text{anh}}(I, \xi)X^4 + \dots, \quad (1)$$

где

$$D_{g(e)}(I, \xi) = \alpha_{g(e)}^{E1}(\omega)I + \beta_{g(e)}(\omega, \xi)I^2 \quad (2)$$

– глубина ямы, отсчитываемая от минимальной энергии свободного атома; $\alpha_{g(e)}^{E1}(\omega)$ и $\beta_{g(e)}(\omega, \xi)$ – динамические дипольные поляризуемость и гиперполяризуемость атома в основном (g) или в возбужденном (e) состоянии соответственно. Параметр ξ определяет степень круговой поляризации лазерного излучения решетки, от которой зависит гиперполяризуемость [24]:

$$\beta_{g(e)}(\omega, \xi) = \beta_{g(e)}^{\text{lin}}(\omega) + \xi^2[\beta_{g(e)}^{\text{c}}(\omega) - \beta_{g(e)}^{\text{lin}}(\omega)], \quad (3)$$

где $\beta_{g(e)}^{\text{lin}}(\omega)$ – гиперполяризуемость в поле линейно (циркулярно) поляризованного излучения. Частота осцилляций атома в потенциальной яме (1) имеет корневую зависимость от интенсивности [22, 23]:

$$\Omega_{g(e)}(I, \xi) = 2\sqrt{E^{\text{rec}} \left[\alpha_{g(e)}^{\text{dqm}}(\omega)I + 2\beta_{g(e)}(\omega, \xi)I^2 \right]}, \quad (4)$$

и определяется разностью $\alpha_{c(g)}^{\text{dqm}}(\omega) = \alpha_{c(g)}^{\text{E1}}(\omega) - \alpha_{c(g)}^{\text{qm}}(\omega)$ дипольной и мультипольных ($\alpha_{c(g)}^{\text{qm}}(\omega) = \alpha_{c(g)}^{\text{E2}}(\omega) + \alpha_{c(g)}^{\text{M1}}(\omega)$) поляризуемостей, а также гиперполяризуемостями часовых уровней. Соотношение для частоты (4) получается из выражения для коэффициента в гармоническом (квадратичном по X) слагаемом потенциала (1)

$$U_{g(e)}^{\text{harm}}(I, \xi) = \left[\alpha_{g(e)}^{\text{dqm}}(\omega)I + 2\beta_{g(e)}(\omega, \xi)I^2 \right] k^2 = \frac{M\Omega_{g(e)}^2(I, \xi)}{2}, \quad (5)$$

где M – масса атома; $k = \omega/c$ – волновое число, совпадающее с импульсом фотона оптической решетки. Фактически, с учетом малости мультипольных поляризуемостей по сравнению с дипольной ($|\alpha_{c(g)}^{\text{qm}}(\omega_{\text{mag}})| \ll |\alpha_{c(g)}^{\text{E1}}(\omega_{\text{mag}})|$), частота осцилляций атома (4) представляет собой удвоенное среднегеометрическое значение энергии отдачи фотона атому $E^{\text{rec}} = k^2/(2M)$ и глубины потенциала (2). Выражение для коэффициента в ангармоническом слагаемом потенциала (1) тоже зависит от разности дипольной и мультипольных поляризуемостей, а также от гиперполяризуемости:

$$U_{g(e)}^{\text{anh}}(I, \xi) = \left[\alpha_{g(e)}^{\text{dqm}}(\omega)I + 5\beta_{g(e)}(\omega, \xi)I^2 \right] \frac{k^4}{3}. \quad (6)$$

Уровни энергии связанных вибрационных состояний атома в потенциале (1) имеют вид

$$E_{g(e)}^{\text{vib}}(I, \xi, n) = -D_{g(e)}(I, \xi) + \Omega_{g(e)}(I, \xi) \left(n + \frac{1}{2} \right) - E_{g(e)}^{\text{anh}}(I, \xi) \left(n^2 + n + \frac{1}{2} \right), \quad (7)$$

где $n = 0, 1, \dots$ – колебательное квантовое число, которое можно сделать минимальным ($n = 0$) с помощью дополнительного охлаждения захваченных решеткой атомов.

При считывании частоты часового перехода разность энергий начального и конечного состояний атома автоматически включает в себя и разность энергий колебательных состояний (7). В результате регистрируемая частота часового перехода приобретает дополнительный сдвиг, который в пренебрежении побочными вибрационными частотами, т.е. в предположении о неизменности колебательного квантового числа n в процессе перехода атома между часовыми уровнями (режим Лэмба–Дике), можно представить в виде

$$\Delta\nu_{\text{cl}}^{\text{latt}}(I, \xi, n) = E_e^{\text{vib}}(I, \xi, n) - E_g^{\text{vib}}(I, \xi, n) = -\Delta D(I, \xi) + \Delta\Omega(I, \xi) \left(n + \frac{1}{2} \right) - \Delta E^{\text{anh}}(I, \xi) \left(n^2 + n + \frac{1}{2} \right). \quad (8)$$

Особенностью ангармонического слагаемого вибрационной энергии (7) является его линейная зависимость от интенсивности:

$$E_{g(e)}^{\text{anh}}(I) = \frac{E^{\text{rec}}}{2} \left[1 + \frac{3\beta_{g(e)}(\omega, \xi)I}{\alpha_{g(e)}^{\text{dqm}}(\omega)} \right], \quad (9)$$

так что ангармоническое взаимодействие дает дополнительный вклад в линейное по I слагаемое индуцированно-

го оптической решеткой сдвига, пропорциональное гиперполяризуемости [11]:

$$\Delta E^{\text{anh}}(I) = E_e^{\text{anh}}(I) - E_g^{\text{anh}}(I) = \frac{3E^{\text{rec}}\beta_{g(e)}(\omega, \xi)}{2\alpha_{g(e)}^{\text{dqm}}(\omega)} I. \quad (10)$$

Сдвиг (8) вносит неопределенность в измеряемую частоту стандарта, связанную с неоднородностью распределения интенсивности излучения $\Delta I = I - I_0$ в области локализации захваченных решеткой атомов (предполагается, что I_0 – интенсивность на оси лазерного пучка, а в поперечном направлении распределение интенсивности имеет гауссову зависимость от расстояния до оси). Кроме того, неопределенность в сдвиг (8) вносят отклонение $\delta = \omega - \omega_{\text{mag}}$ частоты ω оптической решетки от точного значения магической частоты ω_{mag} , а также неопределенность распределения колебательных квантовых чисел n по атомам, испускающим фотоны с частотой ω . Снизить неопределенность распределения атомов по колебательным состояниям с разными n можно путем уменьшения кинетической составляющей энергии осцилляций (7) до энергии отдачи E^{rec} , которая должна быть меньше энергии перехода с частотой Ω между колебательными уровнями. Для уменьшения неопределенностей частоты стандарта, связанных с неопределенностями интенсивности лазерного поля и частоты оптической решетки, необходим подробный анализ зависимостей сдвига (8) от I, δ, ξ .

3. Определение операционных магических частот оптических решеток для атомов магния и кальция

Точность теоретического расчета магических частот таких многоэлектронных объектов, как двухвалентные атомы щелочноземельноподобных элементов, ограничивается четырьмя-пятью десятичными знаками. В конечном счете точность определения магической частоты на уровне восьми-девяти значащих цифр достигается только в прецизионных экспериментальных измерениях [7, 8]. При этом следует иметь в виду, что магическая частота излучения, обеспечивающая равенство штарковских сдвигов часовых уровней атома в бегущей волне, отличается от магической частоты в стоячей волне оптической решетки [11].

Отсутствие внутриатомного магнитного поля в бозонных изотопах существенно затрудняет наблюдение линии часового перехода и определение магических частот для атомов магния и кальция. Очевидно, что по этой причине магическая частота для атомов магния измерена экспериментально лишь с точностью до пятого десятичного знака [20], а для кальция сейчас известны лишь приближенные теоретические оценки ω_{mag} [11, 15], точность которых не превышает трех десятичных знаков. Тем не менее полученные к настоящему времени количественные оценки электромагнитных восприимчивостей на магических частотах позволяют определить возможную стратегию минимизации нелинейных и недипольных вкладов в сдвиг (8) с помощью операционного подбора частоты, поляризации и интенсивности лазерного поля оптической решетки.

Для простоты будем рассматривать одномерную решетку, определяя магическую частоту условием равенства электродипольных поляризуемостей атомов в состояниях, соответствующих уровням часового перехода:

$$\alpha_g^{E1}(\omega_{\text{mag}}) = \alpha_e^{E1}(\omega_{\text{mag}}). \quad (11)$$

Представляя сдвиг (8) в виде разложения по первым неисчезающим степеням интенсивности I , которое включает в себя корневые зависимости разности частот $\Delta\Omega(I, \xi)$ осцилляций атома с одним и тем же квантовым числом n в нижнем и верхнем часовых состояниях,

$$\Delta\nu_{\text{cl}}^{\text{latt}}(n, I, \omega, \xi) = c_{1/2}(n, \omega)I^{1/2} + c_1(n, \omega, \xi)I + c_{3/2}(n, \omega, \xi)I^{3/2} + c_2(\omega, \xi)I^2, \quad (12)$$

получаем выражения для коэффициентов $c_j(n, \omega, \xi)$ ($j = 1/2, 1, 3/2, 2$) в виде комбинации электромагнитных поляризуемостей и сдвига $\delta = \omega - \omega_{\text{mag}}$:

$$\begin{aligned} c_{1/2}(n, \omega_{\text{mag}}) &= \left(\frac{\partial \Delta\alpha_m^{E1}}{\partial \omega} \delta - \Delta\alpha_m^{\text{gm}} \right) \sqrt{\frac{E^{\text{rec}}}{\alpha_m^{E1}}} \left(n + \frac{1}{2} \right), \\ c_1(n, \omega_{\text{mag}}, \xi) &= -\frac{\partial \Delta\alpha_m^{E1}}{\partial \omega} \delta - \frac{3E^{\text{rec}}}{2\alpha_m^{E1}} \Delta\beta_m(\xi) \left(n^2 + n + \frac{1}{2} \right), \\ c_{3/2}(n, \omega_{\text{mag}}, \xi) &= 2\Delta\beta_m(\xi) \sqrt{\frac{E^{\text{rec}}}{\alpha_m^{E1}}} \left(n + \frac{1}{2} \right), \\ c_2(\omega_{\text{mag}}, \xi) &= -\Delta\beta_m(\xi). \end{aligned} \quad (13)$$

Здесь $\Delta\alpha_m^{E1(\text{qm})}$ и $\Delta\beta_m$ – разности поляризуемостей и гиперполяризуемостей атомов в состояниях, соответствующих уровням часового перехода. Рост коэффициентов $c_{1/2}, c_1, c_{3/2}$ с ростом колебательного квантового числа указывает на необходимость поддерживать атомы в основном вибрационном состоянии с $n = 0$. Поэтому результаты численных расчетов сдвига (12) представлены ниже только для основного вибрационного состояния. Как видно из (13), при точной настройке частоты решетки на магическую частоту ($\delta = 0$) и без учета мультипольных ($\Delta\alpha_m^{\text{qm}} = 0$) и нелинейных ($\Delta\beta_m = 0$) эффектов все коэффициенты $c_j(n, \omega, \xi)$ обращаются в нуль вместе со сдвигом (12). Мультипольные эффекты и смещение частоты решетки относительно магической ($\delta \neq 0$) индуцируют корневое и линейное по I слагаемые, причем вклад гиперполяризуемости ($\Delta\beta_m(\xi) \neq 0$) в линейное слагаемое связан с различием ангармонических частей энергии колебаний атома (9), (10) на верхнем и нижнем часовых уровнях. Слагаемые более высоких порядков ($j = 3/2, 2$) возникают лишь при учете гиперполяризуемостей атомов в верхнем и нижнем состояниях часового перехода. Поляризуемости атома в выражениях (13) имеют индекс m , что соответствует частотному аргументу коэффициентов формулы (12), равному магической частоте ($\omega = \omega_{\text{mag}}$).

В табл.1 приведены численные значения всех входящих в выражения (13) величин, единицы измерения которых предполагают, что сдвиг частоты стандарта (12) выражается в милегерцах, а интенсивность излучения лазера – в кВт/см². Видно, что минимальные значения гиперполяризуемостей атомов магния и кальция соответствуют линейно поляризованному лазерному излучению оптической решетки ($\xi = 0$). Именно этот случай мы и выбираем для дальнейших численных расчетов. В частности, выражая $\delta = \omega - \omega_{\text{mag}}$ в мегагерцах, для атомов магния получаем

$$\begin{aligned} \Delta\nu_{\text{cl}}^{\text{latt}}(n, I, \delta) &= (6.33\delta - 8.25)(n + 1/2)I^{1/2} \\ &- [0.42\delta + (0.397 + 0.021i)(n^2 + n + 1/2)]I \\ &+ (0.334 + 0.0177i)(n + 1/2)I^{3/2} - (0.111 + 0.0059i)I^2. \end{aligned} \quad (14)$$

Мнимая часть этого сдвига определяет уширение линии часового перехода, связанное с двухфотонной ионизацией верхнего часового уровня $3s3p(^3P_0)$. Из данных табл.1 следует, что хотя бы два связанных вибрационных состояния с квантовыми числами $n = 0, 1$ в потенциальной яме оптической решетки могут существовать лишь при $I \geq 20$ кВт/см². При этом энергия связи основного вибрационного уровня с $n = 0$ примерно в шесть раз превышает энергию отдачи E^{rec} , а энергия связи состояния с $n = 1$ практически совпадает с E^{rec} , так что атом, находящийся на этом вибрационном уровне, оказывается свободным после первого же рассеяния фотона оптической решетки. Для основного вибрационного состояния при $I > 20$ кВт/см² наиболее важную роль в выражении (14) играет квадратичное по I слагаемое. Численные оценки показывают, что при $I < 200$ кВт/см² поправки к выражению (14), пропорциональные более высоким степеням интенсивности ($I^{5/2}, I^3, \dots$), не превышают 0.01% от квадратичной поправки. Отрицательный вклад последнего слагаемого в правой части (14) можно скомпенсировать только линейным слагаемым с отрицательным значением δ . Соотношение (14) можно использовать для численных оценок параметров решетки, удовлетворяющих важнейшим условиям для метрологии атомов магния, которые требуют, с одной стороны, удержания атомов в связанных состояниях потенциала (1), а с другой – минимизации неопределенностей частоты часового перехода.

На рис.1 представлена зависимость сдвига (14) от интенсивности I и отстройки δ . Очевидно, что при небольшом снижении частоты решетки относительно магической ($-80 < \delta < -40$ МГц) и интенсивностях $I < 100$ кВт/см² линейное по I слагаемое дает положительный вклад в сдвиг частоты стандарта. При достаточно больших интенсивностях ($I > 100$ кВт/см²) этот вклад компенсируется от-

Табл.1. Поляризуемости атомов магния и кальция, определяющие основные параметры «магической» решетки, которые необходимы для расчета индуцированных решеткой сдвигов (12)–(15) и связанных с ними неопределенностей частоты стандартов.

Атом	λ_{mag} (нм)	ν_{cl} (ТГц)	α_m^{E1} [кГц/ (кВт·см ⁻²)]	$\Delta\alpha_m^{\text{qm}}$ [мГц/ (кВт·см ⁻²)]	$\Delta\beta_m^{\text{lin}}$ [мкГц/ (кВт·см ⁻²) ²]	$\Delta\beta_m^{\text{c}}$ [мкГц/ (кВт·см ⁻²) ²]	$\Omega_m/I^{1/2}$ [кГц/ (кВт·см ⁻²) ^{1/2}]	$\partial(\Delta\alpha_m^{E1})/\partial\nu$ [10 ⁻⁹ /(кВт·см ⁻²)]	E^{rec} (кГц)	ν_0^{BBR} (ГГц)	ν_B (Гц/Гц ²)
Mg	468.46 [20]	655	17.5	5.48	111 + 5.88i	1735 + 8.69i	51.5	0.42	39.7	0.424	2.173
Ca	747	455	48.0	-2.0	497	1024	41.4	0.273	8.94	0.64	0.8355

Примечания: константа ν_0^{BBR} определяет зависимость $\Delta\nu_0^{\text{BBR}}(T) = -\nu_0^{\text{BBR}}(T/300)^4$ термоиндуцированного сдвига частоты от температуры T окружающей среды, а константа ν_B – зависимость квадратичного зеемановского сдвига частоты от магнитного поля; $\Delta\nu_{\text{cl}}(B) = -\nu_B B^2$.

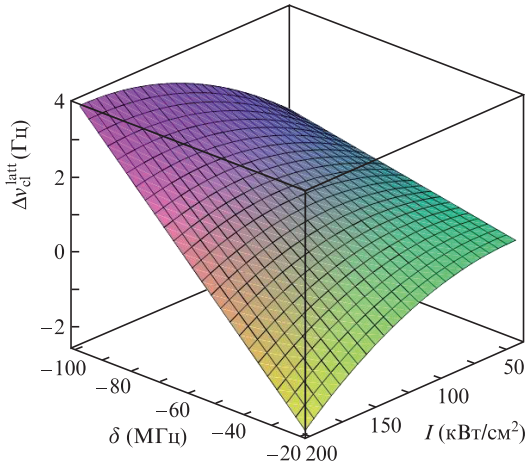


Рис.1. Зависимость сдвига (14) частоты часового перехода в атомах магния от интенсивности I и отстройки δ .

рицательным квадратичным слагаемым. Таким образом, флуктуации интенсивности в диапазоне 90–110 кВт/см² практически не влияют на сдвиг частоты, сводя к минимуму неопределенность измерения частоты часового перехода. Из рис.1 видно, что наиболее слабая зависимость $\Delta\nu_{cl}^{latt}(I)$ имеет место при значениях δ , лежащих в окрестности –50 МГц. При этом сдвиг $\Delta\nu_{cl}^{latt}$ близок к нулю.

На рис.2 приведены зависимости $\Delta\nu_{cl}^{latt}(I)$ для $\delta = -50 \pm 0.02$ МГц. Видно, что для $\delta = -50$ МГц (кривая 3) при распределении интенсивности $I = 100.5$ кВт/см² по различным позициям атомов в решетке с относительной неопределенностью $\pm 1.5\%$ индуцированный полем решетки сдвиг составит 938.7 ± 0.1 мГц, что соответствует неопределенности частоты стандарта не более трех единиц 19-го десятичного знака. При смещении частоты решетки относительно магической на $\delta = -50 \pm 0.2$ МГц и относительном разбросе интенсивности по расположениям атомов 10% вклад сдвига (14) в неопределенность частоты стандарта составит не более двух единиц 17-го десятичного знака.

Аналогичное (14) выражение для индуцированного решеткой с магической частотой сдвига частоты часового перехода в атомах кальция можно представить в виде

$$\Delta\nu_{cl}^{latt}(n, I, \delta) = (0.0589\delta + 0.432)(n + 1/2)I^{1/2}$$

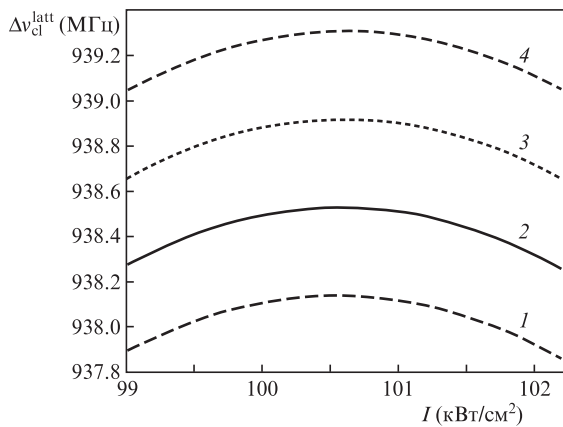


Рис.2. Зависимости сдвига (14) частоты часового перехода в атомах магния от интенсивности I при отстройках $\delta = -49.98$ (1), -49.99 (2), -50.0 (3) и -50.02 МГц (4).

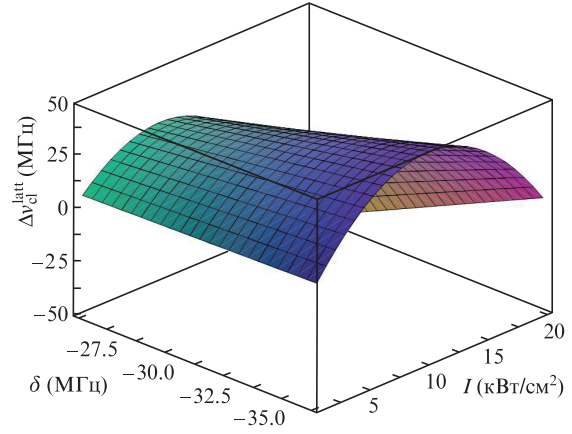


Рис.3. Зависимость сдвига (15) частоты часового перехода в атомах кальция от интенсивности I и отстройки δ .

$$\begin{aligned} & -[0.273\delta + 0.138(n^2 + n + 1/2)]I \\ & + 0.428(n + 1/2)I^{3/2} - 0.497I^2. \end{aligned} \quad (15)$$

Численные данные табл.1 показывают, что для захвата и удержания атомов кальция с четырьмя связанными вибрационными состояниями с колебательными квантовыми числами $n = 0, 1, 2, 3$ достаточно интенсивности $I = 10$ кВт/см². При этом глубина ямы D составит более $55E^{rec}$, вибрационная частота $\Omega \approx 15E^{rec}$, а энергия связи основного состояния превысит $50E^{rec}$.

На рис.3 представлена зависимость сдвига (15) от интенсивности I и отстройки δ для атомов кальция. Видно, что при $\delta = -30$ МГц зависимость сдвига (15) от интенсивности является достаточно плавной, так что $\Delta\nu_{cl}^{latt} \approx 34.5$ мГц с неопределенностью не более 1.5 мГц, обусловленной, например, двадцатипроцентной неоднородностью распределения интенсивности по позициям атомов в оптической решетке ($I = 9 \times (1 \pm 0.2)$ кВт/см²). Такая неопределенность соответствует неопределенности частоты стандарта в три-четыре единицы 18-го десятичного знака.

Проведенные расчеты демонстрируют ряд преимуществ использования атомов кальция по сравнению с атомами магния для прецизионной спектроскопии в оптических решетках с магической частотой, связанных с большим весом атома и соответствующим меньшим его «разогревом» энергией отдачи, а также с большей электродипольной поляризуемостью, обеспечивающей эффективное удержание атомов решеткой при интенсивности лазерного поля не более 10 кВт/см² (для магния необходима интенсивность не менее 100 кВт/см²).

4. Заключение

Выполненные в настоящей работе теоретические расчеты и оценки сдвигов частот оптических стандартов, индуцированных нелинейными и недипольными эффектами взаимодействия атомов с полем оптической решетки с магической частотой, предоставляют количественную информацию для прецизионной спектроскопии ультрахолодных атомов магния и кальция в оптических решетках. Сильно запрещенные переходы между основным и метастабильным состояниями этих атомов могут использоваться для создания новых стандартов частоты.

Индукцированные эффектами высших порядков взаимодействия атомов с полем оптической решетки сдвиги

частоты часового перехода в атомах магния и кальция и их зависимости от неопределенности частоты и интенсивности излучения лазера, создающего оптическую решетку, должны учитываться наряду с поправками на излучение черного тела (см. табл. 1) при измерениях и определении точности частоты стандартов. В частности, для достижения точности воспроизведения частоты часового перехода в атомах магния с относительной неопределенностью не более 10^{-17} операционная магическая частота должна быть на 40–60 МГц меньше магической, измеряемой в слабом поле бегущей волны, а абсолютная величина отклонения частоты излучения лазера от операционной не должна превышать 100 кГц. При этом относительное отклонение интенсивности от оптимального значения $I = 100 \text{ кВт/см}^2$, необходимого для удержания ультрахолодных атомов в решетке, не должно превышать 10%–15%.

Аналогичное уменьшение на 29–30 МГц операционной частоты решетки по сравнению с магической для атомов кальция позволяет снизить неопределенность частоты стандарта, индуцированную нелинейными, недипольными и ангармоническими эффектами взаимодействия атомов кальция с полем оптической решетки. В частности, неопределенность частоты стандарта на уровне трех-четырех единиц 18-го десятичного знака может быть достигнута при относительной неопределенности частоты лазерного излучения в десятом знаке и при двадцатипроцентной неоднородности распределения интенсивности по позициям атомов в решетке. Благодаря почти втрое большему значению электродипольной поляризуемости атомов кальция и их меньшей энергии отдачи, оптимальная интенсивность лазерного излучения решетки может быть почти на порядок меньше, чем для атомов магния.

В природных изотопах магния и кальция доминируют бозонные атомы с нулевыми магнитными моментами ядер. Данное обстоятельство требует использования достаточно сильных магнитных полей для индуцирования и обнаружения сильно запрещенного радиационного перехода между часовыми уровнями энергии в этих элементах. Оценки вероятности магнитоиндуцированного распада метастабильного состояния показывают, что для устойчивого наблюдения часового перехода необходимы магнитные поля с индукцией, превышающей 100 Гс. При этом частота часового перехода за счет квадратичного эффекта Зеемана в атомах магния изменится более чем на 20 кГц, а в атомах кальция – более чем на 8 кГц. При неопределенности действующего на атомы магнитного поля на уровне седьмого десятичного знака зеемановский сдвиг вносит неопределенность в частоту стандарта на уровне 17-го десятичного знака.

Численные расчеты электромагнитных поляризуемостей, результаты которых представлены в табл. 1, были выполнены на основе модифицированного метода модельного потенциала, погрешность которого можно оце-

нить в 5%–7% [11]. Полученные данные указывают на существенные различия в возможностях практического манипулирования атомами магния и кальция в оптических решетках. В частности, неопределенность сдвига частоты стандарта, обусловленная неоднородностью распределения интенсивности излучения в поперечном к лазерному пучку направлении, для атомов кальция существенно меньше, чем для атомов магния, как это следует из сопоставления рис. 3 с рис. 1 и 2.

Настоящая работа поддержана Министерством образования и науки РФ (проект № 3.7514.2017/8.9) и РФФИ (грант № 18-02-00053-а).

1. Westergaard P.G., Lodewyck J., Lorini L., Lecallier A., Burt E.A., Zawada M., Millo J., Lemonde P. *Phys. Rev. Lett.*, **106**, 210801 (2011).
2. Hinkley N., Sherman J.A., Phillips N.B., et al. *Science*, **341**, 1215 (2013).
3. Ushijima I., Takamoto M., Das M., Okhubo T., Katori H. *Nat. Photonics*, **5**, 1 (2015).
4. Ludlow A.D., Boyd M.M., Ye J. *Rev. Mod. Phys.*, **87**, 637 (2015).
5. Zhang X., Ye J. *National Sci. Rev.*, **3**, 189 (2016).
6. Schioppo M., Brown R.C., McGrew W.F., et al. *Nat. Photonics*, **11**, 48 (2017).
7. Yamanaka K., Ohmae N., Ushijima I., Takamoto M., Katori H. *Phys. Rev. Lett.*, **114**, 230801 (2015).
8. Takamoto M., Ushijima I., Das M., et al. *Comptes Rendus Physique*, **16**, 489 (2015).
9. Ovsianikov V.D., Palchikov V.G., Taichenachev A.V., Yudin V.I., Katori H. *Phys. Rev. A*, **88**, 013405 (2013).
10. Katori H., Ovsianikov V.D., Marmo S.I., Palchikov V.G. *Phys. Rev. A*, **91**, 052503 (2015).
11. Ovsianikov V.D., Marmo S.I., Palchikov V.G., Katori H. *Phys. Rev. A*, **93**, 043420 (2016).
12. Овсянников В.Д., Чаплыгин Е.В. *Оптика и спектроскопия*, **90**, 185 (2001).
13. Taichenachev A.V., Yudin V.I., Oates C.W., et al. *Phys. Rev. Lett.*, **96**, 083001 (2006).
14. Barber Z.W., Hoyt C.W., Oates C.W., et al. *Phys. Rev. Lett.*, **96**, 083002 (2006).
15. Gedenhardt C., Stoehr H., Sterr U., Riehle F., Lisdat C. *Phys. Rev. A*, **70**, 023414 (2004).
16. Manakov N.L., Ovsianikov V.D., Rapoport L.P. *Phys. Rep.*, **141**, 319 (1986).
17. Ovsianikov V.D., Palchikov V.G. *Laser Phys.*, **15**, 1040 (2005).
18. Овсянников В.Д., Пальчиков В.Г., Катори Х., Такамото М. *Квантовая электроника*, **36**, 3 (2006) [*Quantum Electron.*, **36**, 3 (2006)].
19. Ovsianikov V.D., Palchikov V.G., Taichenachev A.V., et al. *Phys. Rev. A*, **75**, 020501(R) (2007).
20. Kulosa A.P., Fim D., Zipfel K.H., et al. *Phys. Rev. Lett.*, **115**, 240801 (2015).
21. Ovsianikov V.D., Marmo S.I., Mokhnenko S.N., Palchikov V.G. *J. Phys. Conf. Ser.*, **793**, 012020 (2017).
22. Taichenachev A.V., Yudin V.I., Ovsianikov V.D., Palchikov V.G., Oates C.W. *Phys. Rev. Lett.*, **101**, 193601 (2008).
23. Katori H., Hashiguchi K., Il'ina E.Yu., Ovsianikov V.D. *Phys. Rev. Lett.*, **103**, 153004 (2009).
24. Taichenachev A.V., Yudin V.I., Ovsianikov V.D., Palchikov V.G. *Phys. Rev. Lett.*, **97**, 173601 (2006).