

## ФИЗИКА УЛЬТРАХОЛОДНЫХ АТОМОВ И ИХ ПРИМЕНЕНИЯ

### Работы по физике ультрахолодных атомов в России

В декабре 2017 года состоялась очередная Всероссийская конференция «Физика ультрахолодных атомов». В работе конференции принимали участие несколько десятков отечественных ученых, представляющих крупные научные центры страны, а также ряд ведущих зарубежных ученых. Тематика конференции охватывала широкий круг актуальных направлений: квантовая метрология, квантовые газы, волны материи, спектроскопия, квантовые вычисления, лазерное охлаждение. В этом номере «Квантовой электроники» опубликованы работы, доложенные на конференции и отобранные для журнала оргкомитетом.

Н.Н.Колачевский, А.В.Тайченачев

### Переход от ферми-газа атомов к бозе-газу молекул в двумерной системе

В.Б.Махалов, А.В.Турлапов

*Проведено сравнение результатов экспериментальных и теоретических работ о плавном преобразовании кинематически двумерного ферми-газа ультрахолодных атомов в бозе-газ молекул-димеров. Основное внимание обращено на измерения и расчёты в приближении нулевой температуры. Обсуждены расхождения результатов и вопросы, которые остаются открытыми.*

**Ключевые слова:** лазерное охлаждение, низкие температуры, конденсация Бозе–Эйнштейна, ферми-газ.

Лазерное охлаждение и пленение вещества [1–3] находят широкое применение в фундаментальных и прикладных исследованиях: на основе ультрахолодных атомных газов созданы стандарты частоты и времени [4, 5]; интерференция волн де-Бройля атомов позволила осуществить высокоточные измерения угловых и линейных ускорений, в том числе ускорения свободного падения [6]; разрабатываются гироскопы на основе ультрахолодных атомов [7, 8]; газ ультрахолодных атомов, возбуждённых в ридберговские состояния [9, 10], является перспективной средой для реализации алгоритмов квантовой информатики [11].

В экспериментах с ультрахолодными газами бозе- и ферми-атомов впервые наблюдался ряд эффектов, математические модели которых составляют основу квантовой физики, например давление Ферми [12] и бозе-конденсация [13]. К настоящему моменту выполнен широкий круг экспериментов с бозе-конденсатами [14–16] и ферми-газами [14, 17, 18].

**В.Б.Махалов.** Федеральный исследовательский центр Институт прикладной физики РАН, Россия, 603950 Н.Новгород, ул. Ульянова, 46; e-mail: vasily.makhalov@appl.sci-nnov.ru

**А.В.Турлапов.** Федеральный исследовательский центр Институт прикладной физики РАН, Россия, 603950 Н.Новгород, ул. Ульянова, 46; Нижегородский государственный университет им. Н.И.Лобачевского, Россия, 603950 Н.Новгород, просп. Гагарина, 23; e-mail: turlapov@appl.sci-nnov.ru

Поступила в редакцию 21 февраля 2018 г., после доработки – 25 марта 2018 г.

Перестройка взаимодействий при помощи резонанса Фано–Фешбаха [19] позволила адиабатически преобразовать газ ферми-атомов в бозе-конденсат молекул-димеров [14, 17]. С точки зрения теории подобное преобразование рассматривалось в конце 1960-х годов для электронов [20] и электронов [21], а позже для кварков [22], однако выполнено оно было лишь недавно в газе ультрахолодных ферми-атомов [23] для трехмерных систем, а затем и для двумерных [24].

Кинематически двумерные квантовые системы привлекают внимание благодаря роли флуктуаций, которая возрастает с понижением размерности. С одной стороны, это усложняет описание таких систем, с другой – делает их физику более интересной [25, 26]. К двумерным фермионным системам относится газ электронов в слоистых системах, таких как гетероструктуры [27] и высокотемпературные сверхпроводники [28], плёнки  $^3\text{He}$  [29], так называемая ядерная лазанья нейтронных звёзд – область с преобладающей двумерной кинематикой, возможно, ограничивающая период вращения пульсаров [30].

В настоящей работе обсуждаются результаты исследования перехода между фермионным и бозонным состояниями двумерного ферми-газа, т.е. перехода между состоянием Бардина–Купера–Шриффера и бозе-эйнштейновским конденсатом (переход БКШ–БЭК). Рассматривается газ ферми-атомов в двух равнонаселённых спиновых состояниях, взаимодействующих путём  $s$ -рассеяния, величина которого может непрерывно меняться в максимально широких пределах. Проведено сравнение ранее опубликованных экспериментальных данных и теорети-

ческих расчётов. При этом основное внимание сосредоточено на измерениях и расчётах в приближении нулевой температуры. В экспериментах [24, 31, 32] измерения выполнены в ультрахолодном газе ферми-атомов  ${}^6\text{Li}$ , плённом в дископодобном потенциале, форма которого близка к параболической:

$$V(x) = \frac{m\omega_z^2 z^2}{2} + \frac{m\omega_\perp^2 (x^2 + y^2)}{2}, \quad (1)$$

где  $m$  – масса атома;  $\omega_z$ ,  $\omega_\perp$  – частоты потенциала. Удержание вдоль оси  $z$  гораздо «плотнее», чем вдоль других направлений, т. е.  $\omega_z \gg \omega_\perp$ . Атомы или пары атомов в основном заселяют состояния основного движения вдоль оси  $z$ , что делает систему кинематически двумерной.

Величина давления является индикатором перехода между бозонным и фермионным режимами. В случае, когда полное давление обеих спиновых компонент  $P$  близко к давлению идеального ферми-газа  $P_{\text{ideal}}$ , система является фермионной, тогда как  $P/P_{\text{ideal}} \ll 1$  соответствует бозонному режиму. Отметим, что  $P_{\text{ideal}} = 2\pi n^2 \hbar^2 / m$ , где  $n$  – двумерная концентрация каждой из спиновых компонент, она же концентрация молекул в пределе БЭК, а единицы измерения двумерного давления – сила, делённая на длину.

Измеренная зависимость нормированного давления  $P/P_{\text{ideal}}$  от параметра взаимодействия  $a_2 \sqrt{n}$ , где  $a_2$  – двумерная длина  $s$ -рассеяния, представлена на рис.1. Другой принятый в литературе вариант параметра взаимодействия  $-k_F a_2$ , где  $k_F = \sqrt{4\pi n}$  – волновой вектор Ферми. Рост относительного давления с увеличением  $a_2 \sqrt{n}$  качественно соответствует картине перехода от бозе-газа молекул-димеров ( $a_2 \sqrt{n} \ll 1$ ) к ферми-газу атомов ( $a_2 \sqrt{n} \gg 1$ ). Давление и концентрация измерены в центре дископодобных облаков, поскольку в окрестностях центра состояние газа ближе, чем в других точках, к состоянию однородного газа и обладает наибольшим вырождением из-за наименьшего локального значения  $T/\epsilon_F$ , где  $T$  – температура, а  $\epsilon_F = 2\pi \hbar^2 / m$  – энергия Ферми. Представленную на рис.1 зависимость можно считать уравнением состояния газа, поскольку она связывает термодинамические величины  $P$  и  $n$ .

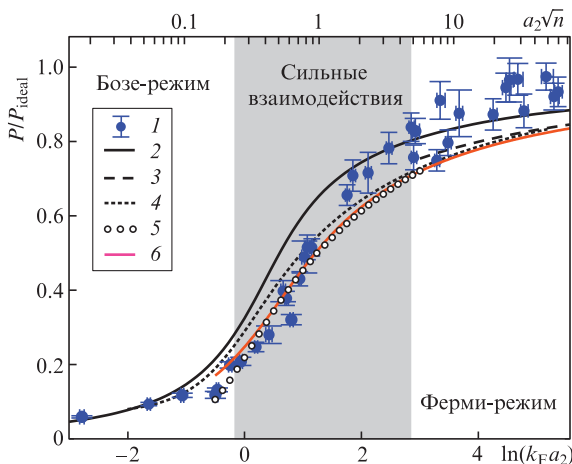


Рис.1. Нормированное давление в центре облака в зависимости от параметра взаимодействия: 1 – данные [24]; 2 – среднеполювое приближение, дополненное флуктуациями [33]; 3 – теория ферми-жидкости [34]; 4 – диффузионный метод Монте-Карло [35]; 5 – метод Монте-Карло на решётке [37]; 6 – расчет методом Монте-Карло с дополнительными полями [36].

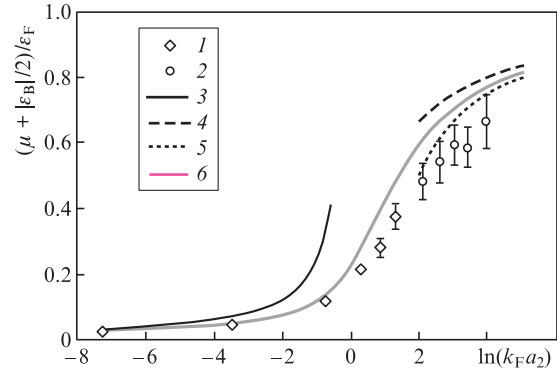


Рис.2. Низкотемпературное уравнение состояния в области двумерного перехода БЭК–БКШ. Экспериментальные данные [32] получены для квазидвумерного газа при наименьших достижимых температурах, которые соответствуют  $T/\epsilon_F \approx 0.05$  и  $0.1$  на бозонной и фермионной сторонах. Ромбы и кружки – сверхтекучая (1) и нормальная (2) фазы; 3 – среднеполювая формула  $(\mu + |\epsilon_B|/2)/\epsilon_F = -1/[4\ln(k_F a_2)]$ ; 4, 5 – несамосогласованный  $(1/[1 + \ln^{-1}(k_F a_2)])$  и самосогласованный  $(1 - \ln^{-1}(k_F a_2))$  расчёты методом Хартри–Фока для слабо притягивающихся фермионов; 6 – уравнение состояния, рассчитанное для основного состояния методом Монте-Карло с дополнительными полями [36] (воспроизводится с разрешения из работы [32], правообладатель – Американское физическое общество, 2016).

Переход между фермионным и бозонным режимами можно также наблюдать по изменению химического потенциала  $\mu$ , результаты измерения которого представлены на рис.2, обозначение  $\epsilon_B$  соответствует энергии связи двухатомной молекулы. В приближении нулевой температуры  $dP = nd\mu$ , что позволяет сравнить данные рис.1 и 2. Кроме того, можно сравнить данные с расчётами, результаты которых также представлены на этих рисунках.

Сравнение начнём с фермионного режима,  $a_2 \sqrt{n} \gg 1$ , или (условно)  $a_2 \sqrt{n} > 5$ , для которого известно разложение по малому параметру. В приближении ферми-жидкости [34] давление задаётся выражением

$$\frac{P}{P_{\text{ideal}}} = 1 + 2f_0 + (7 - 4\ln 2)f_0^2, \quad (2)$$

где  $f_0 = -1/[2\ln(k_F a_2)]$ . Это приближение показано на рис.1 кривой 3. При  $T = 0$  должна присутствовать энергетическая щель, возникающая из-за спаривания, которая, однако, существенно не изменяет давление ввиду своей малости в фермионном режиме и непрерывности давления при фазовом переходе.

Кроме того, для данных рис.1 при  $a_2 \sqrt{n} \geq 5$  ( $\ln(k_F a_2) \geq 2.9$ ) газ, скорее всего, находится в режиме ферми-жидкости, поскольку температура  $T = (0.02 - 0.15)\epsilon_F$  превышает температуру спаривания и фазового перехода, которая составляет  $0.01\epsilon_F$  при  $a_2 \sqrt{n} = 5$  и падает с ростом  $a_2 \sqrt{n}$  [38]. Для данных рис.2 также отмечено [36], что при  $\ln(k_F a_2) > 2$  газ находится в нормальной несверхтекучей фазе, соответствующая часть данных отображена кружками. Расчет из уравнения состояния ферми-жидкости (2) при  $a_2 \sqrt{n} \gg 1$  совпадает с расчётом методом Монте-Карло с дополнительными полями [36]. Расчёты этим методом показаны кривыми 6 на рис.1 и 2 и служат ориентиром для сравнения данных этих рисунков.

Данные рис.1 лежат систематически выше кривых, рассчитанных по уравнению состояния ферми-жидкости (2) или указанным методом Монте-Карло [36]. В экспери-

менте [32] очевиден противоположный сдвиг данных, которые в фермиевской области,  $\ln(k_F a_2) > 2.9$ , лежат систематически ниже кривой, рассчитанной методом Монте-Карло [36], а значит, и систематически ниже кривой, соответствующей теории ферми-жидкости (2). Таким образом, очевидно различие между экспериментальными данными рис.1 и 2, полученными в разных коллективах в работах [24] и [32] соответственно. Следовательно, если бы по данным рис.2 были восстановлены соответствующие значения давления, то они лежали бы существенно ниже данных рис.1. В указанных экспериментах использовано существенно разное число атомов,  $\sim 10^3$  и  $\sim 10^5$  соответственно. Остаётся открытым вопрос, является ли различие результатов двух экспериментов следствием различия в числе частиц или ошибкой эксперимента. Также стоит отметить, что для сравнения с данными рис.1 используются модели для однородной среды. Моделей, учитывающих удержание в параболическом потенциале, в настоящее время нет.

Построение модели, описывающей двумерную ферми-систему при произвольных значениях параметра взаимодействия, долгое время оставалось нерешённой задачей. Такая модель должна включать в себя описание фермионного и бозонного пределов, а также промежуточной области сильных взаимодействий. Для трёхмерных систем оказался удачным подход, основанный на самосогласованном среднем поле куперовских пар [14, 21, 39]. Этот подход позволил качественно верно вычислить термодинамические величины при  $T = 0$ . После учёта флуктуаций параметра порядка оказалось возможным получить и количественное совпадение с экспериментом, включая бозонный режим [40, 41]. Для двумерной системы среднеполевой подход [42] даёт качественную ошибку при вычислении многочастичных величин, например давления, которое в рамках модели остаётся равным давлению Ферми даже в бозевском пределе.

Качественно верное описание перехода для двумерных систем появилось лишь в последние годы. Первый подобный расчёт выполнен диффузионным методом Монте-Карло [35] для основного состояния, результат расчёта показан на рис.1. В последующие несколько лет методы Монте-Карло получили существенное развитие. Так, в методе Монте-Карло с дополнительными полями [36] удалось отказаться от ранее использованного в [35] приближения фиксированных узлов, которое может приводить к сложно прогнозируемым ошибкам [36]. Кроме того, получил развитие и исходный диффузионный метод Монте-Карло: была усовершенствована схема оптимизации вариационных параметров, а также использован гладкий потенциал двухчастичного взаимодействия вместо квадратной ямы [43]. Результаты этого усовершенствованного расчёта оказались почти идентичными значениям, полученным методом Монте-Карло с дополнительными полями [36], и поэтому на рис.1 не показаны. Оба диффузионных метода [35, 43] являются вариационными, и, таким образом, меньшие значения давления отвечают более верной модели. Также, в дополнение к расчётам основного состояния, появился метод Монте-Карло для конечной температуры [37]. Стоит отметить, что все методы Монте-Карло дают достаточно близкие значения давления, что можно видеть на рис.1. Небольшие различия проявляются в области сильных взаимодействий, лежащей между фермиевским и бозевским пределами при  $a_2 \sqrt{n} \sim 1$ .

Основное состояние исследовалось также в рамках модели [33], в которой используется среднее поле куперовских пар и при этом учитываются флуктуации параметра порядка. Результат расчёта показан на рис.1 кривой 2. Отметим, что, в отличие от полностью среднеполевого подхода [42], эта модель даёт качественно верную зависимость давления от параметра связи  $a_2 \sqrt{n}$ , которая лежит выше предсказаний методами Монте-Карло и ближе к данным эксперимента [24] (см. рис.1).

Свойства системы, в том числе и при конечной температуре, рассчитаны также методом самосогласованной T-матрицы (метод Латтинжера–Варда) [44] и в рамках аналитического подхода [45], основанного на интегральном уравнении Бете–Голдстона и учитывающего многочастичные эффекты приближённо.

В бозевском режиме давление и химический потенциал определяются слабым расталкиванием между молекулами-димерами. Таким образом, для расчёта давления можно воспользоваться аналитическим приближением для точечных бозонов [46]:

$$P_B = -\frac{P_{\text{ideal}}}{4 \ln(k_F a_{2-2})}, \quad (3)$$

где  $a_{2-2}$  – двумерная длина  $s$ -рассеяния молекул друг на друге. В пределе  $|\epsilon_B| \gg \hbar \omega_z$  давление можно выразить через трёхмерную длину  $s$ -рассеяния молекул  $a_{\text{mol}}$ :

$$P \simeq P_B \simeq P_{\text{ideal}} \frac{a_{\text{mol}}}{l_z \sqrt{8\pi}}, \quad (4)$$

где  $l_z \equiv \sqrt{\hbar/(2m\omega_z)}$ . В свою очередь  $a_{\text{mol}}$  может быть отнесена к трёхмерной длине  $s$ -рассеяния атомов  $a$  как  $a_{\text{mol}} = 0.6a$  [47–49], откуда следует закон масштабирования  $P/P_{\text{ideal}} \propto all_z$ . Для бозевской области зависимость нормированного давления от параметра взаимодействия показана на рис.3. Сравниваются данные эксперимента [24] и формула (4). Направление вертикальной оси выбрано таким, чтобы проверить зависимость  $P/P_{\text{ideal}} \propto all_z$ . Видно, что она выполняется в широком диапазоне значений  $a_2 \sqrt{n}$ .

Для области сильных взаимодействий,  $a_2 \sqrt{n} \sim 1$ , вопрос о нарушении двумерности межчастичными взаимодействиями остаётся нетривиальным [24, 50–52]. Даже небольшое взаимодействие между двумя атомами перемещает состояния движения атома в потенциале (1) вдоль

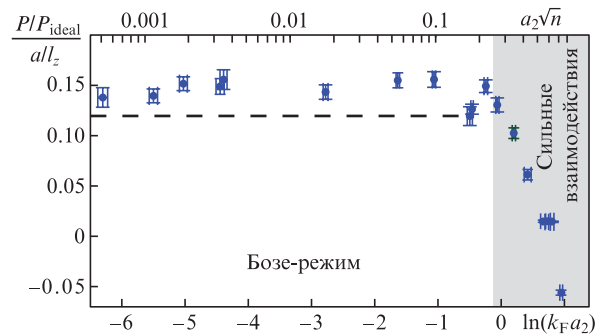


Рис.3. Проверка линейного масштабирования для нормированного давления,  $P/P_{\text{ideal}} \propto all_z$ , в бозевской области перехода. Точками показаны результаты измерения  $(P/P_{\text{ideal}})/(all_z)$  в зависимости от параметра взаимодействия [24], штриховая линия – приближение (4).

оси  $z$ . При этом движение пары атомов остаётся строго двумерным, поскольку в гармоническом потенциале задачи о движении центра масс и о парном взаимодействии разделены. Вклад трёх-, четырёх- и многочастичного взаимодействий в кинематическую размерность требует пояснения. Такой вклад безусловно присутствует в режиме сильного взаимодействия, т. е. при энергии межчастичного взаимодействия порядка кинетической. В работе [50] приводятся экспериментальные данные в пользу нарушения кинематической двумерности при сильном межатомном притяжении. В то же время эти данные можно объяснить и без нарушения кинематической двумерности [52].

Таким образом, наблюдения и современные расчёты перехода между ферми-газом атомов и бозе-газом молекул находятся в качественном согласии друг с другом. В количественном плане присутствуют расхождения. В первую очередь, это расхождение между данными двух различных экспериментов, выполненных с существенно разным числом частиц. Также остаётся открытым вопрос о нарушении кинематической двумерности в режиме сильных взаимодействий.

Авторы благодарят за финансовую поддержку программы Президиума РАН № 2 «Нелинейная динамика: фундаментальные проблемы и приложения» и № 1.4 «Актуальные проблемы физики низких температур».

1. Balykin V.I., Minogin V.G., Letokhov V.S. *Rep. Progr. Phys.*, **63**, 1429 (2000).
2. Онофрио Р. *УФН*, **186**, 1229 (2016).
3. Колачевский Н.Н., Тайченачев А.В. *Квантовая электроника*, **47**, 393 (2017) [*Quantum Electron.*, **47**, 393 (2017)].
4. Вишнякова Г.А., Головизин А.А., Калганова Е.С., Сорокин В.Н., Сукачев Д.Д., Трегубов Д.О., Хабарова К.Ю., Колачевский Н.Н. *УФН*, **186**, 176 (2016).
5. Тайченачев А.В., Юдин В.И., Багаев С.Н. *УФН*, **186**, 193 (2016).
6. De Angelis M., Bertoldi A., Cacciapuoti L., Giorgini A., Lamporesi G., Prevedelli M., Saccorotti G., Sorrentino G., Tino G.M. *Measur. Sci. Technol.*, **20**, 022001 (2009).
7. Gustavson T.L., Landragin A., Kasevich M.A. *Classic. Quantum Grav.*, **17**, 2385 (2000).
8. Marti G.E., Olf R., Stamper-Kurn D.M. *Phys. Rev. A*, **91**, 013602 (2015).
9. Lim J., Lee H., Ahn J.J. *Korean Phys. Soc.*, **63**, 867 (2013).
10. Sautenkov V.A., Saakyan S.A., Vilshanskaya E.V., Murashkin D.A., Zelener B.V., Zelener V.V. *Laser Phys.*, **26**, 115701 (2016).
11. Рябцев И.И., Бетеров И.И., Третьяков Д.Б., Энтин В.М., Якшина Е.А. *УФН*, **186**, 206 (2016).
12. Truscott A.G., Strecker K.E., McAlexander W.I., Partridge G.B., Hulet R.G. *Science*, **291**, 2570 (2001).
13. Anderson M.H., Ensher J.R., Matthews M.R., Wieman C.E., Cornell E.A. *Science*, **269**, 198 (1995).
14. Bloch I., Dalibard J., Zwerger W. *Rev. Mod. Phys.*, **80**, 885 (2008).
15. Courteille P.W., Bagnato V.S., Yukalov V.I. *Laser Phys.*, **11**, 659 (2001).
16. Лиханова Ю.В., Медведев С.Б., Федорук М.П., Чаповский П.Л. *Письма в ЖЭТФ*, **103**, 452 (2016).
17. Giorgini S., Pitaevskii L.P., Stringari S. *Rev. Mod. Phys.*, **80**, 1215 (2008).
18. Турлапов А.В. *Письма в ЖЭТФ*, **95**, 104 (2012).
19. Chin C., Grimm R., Julienne P., Tiesinga E. *Rev. Mod. Phys.*, **82**, 1225 (2010).
20. Келдыш Л.В., Козлов А.Н. *ЖЭТФ*, **54**, 978 (1968).
21. Eagles D.M. *Phys. Rev.*, **186**, 456 (1969).
22. Kerbikov B.O. *Phys. At. Nucl.*, **65**, 1918 (2002).
23. Bartenstein M., Altmeyer A., Riedl S., Jochim S., Chin C., Denschlag J.H., Grimm R. *Phys. Rev. Lett.*, **92**, 120401 (2004).
24. Makhalov V., Martiyanov K., Turlapov A. *Phys. Rev. Lett.*, **112**, 045301 (2014).
25. Loktev V.M., Quick R.M., Sharapov S.G. *Phys. Rep.*, **349**, 1 (2001).
26. Коршунов С.Е. *УФН*, **176**, 233 (2006).
27. Ando T., Fowler A.B., Stern F. *Rev. Mod. Phys.*, **54**, 437 (1982).
28. Кобаев Ю.В., Белявский В.И., Капаев В.В. *УФН*, **178**, 202 (2008).
29. Каган М.Ю. *УФН*, **164**, 77 (1994).
30. Pons J.A., Vigano D., Rea N. *Nature Phys.*, **9**, 431 (2013).
31. Ong W., Cheng C., Arakelyan I., Thomas J.E. *Phys. Rev. Lett.*, **114**, 110403 (2015).
32. Boettcher I., Bayha L., Kedar D., Murthy P.A., Neidig M., Ries M.G., Wenz A.N., Zurn G., Jochim S., Enss T. *Phys. Rev. Lett.*, **116**, 045303 (2016).
33. He L., Lu H., Cao G., Hu H., Liu X.-J. *Phys. Rev. A*, **92**, 023620 (2015).
34. Engelbrecht J.R., Randeria M., Zhang L. *Phys. Rev. B*, **45**, 10135 (1992).
35. Bertaina G., Giorgini S. *Phys. Rev. Lett.*, **106**, 110403 (2011).
36. Shi H., Chiesa S., Zhang S. *Phys. Rev. A*, **92**, 033603 (2015).
37. Anderson E.R., Drut J.E. *Phys. Rev. Lett.*, **115**, 115301 (2015).
38. Petrov D.S., Baranov M.A., Shlyapnikov G.V. *Phys. Rev. A*, **67**, 031601 (2003).
39. Combescot R., Leyronas X., Kagan M.Y. *Phys. Rev. A*, **73**, 023618 (2006).
40. Hu H., Liu X.-J., Drummond P.D. *Europhys. Lett.*, **74**, 574 (2006).
41. Diener R.B., Sensarma R., Randeria M. *Phys. Rev. A*, **77**, 023626 (2008).
42. Randeria M., Duan J.-M., Shieh L.-Y. *Phys. Rev. Lett.*, **62**, 981 (1989).
43. Galea A., Dawkins H., Gandolfi S., Gezerlis A. *Phys. Rev. A*, **93**, 023602 (2016).
44. Bauer M., Parish M.M., Enss T. *Phys. Rev. Lett.*, **112**, 135302 (2014).
45. Klawunn M. *Phys. Lett. A*, **380**, 2650 (2016).
46. Schick M. *Phys. Rev. A*, **3**, 1067 (1971).
47. Petrov D.S., Salomon C., Shlyapnikov G.V. *Phys. Rev. Lett.*, **93**, 090404 (2004).
48. Brodsky I.V., Klaptsov A.V., Kagan M.Yu., Combescot R., Leyronas X. *Письма в ЖЭТФ*, **82**, 306 (2005).
49. Brodsky I.V., Kagan M.Y., Klaptsov A.V., Combescot R., Leyronas X. *Phys. Rev. A*, **73**, 032724 (2006).
50. Dyke P., Fenech K., Peppler T., Lingham M.G., Hoinka S., Zhang W., Peng S.-G., Mulkerin B., Hu H., Liu X.-J., Vale C.J. *Phys. Rev. A*, **93**, 011603 (2016).
51. Martiyanov K., Barmashova T., Makhalov V., Turlapov A. *Phys. Rev. A*, **93**, 063622 (2016).
52. Turlapov A.V., Kagan M.Y. *J. Phys.: Cond. Matt.*, **29**, 383004 (2017).