

Анализ влияния изменений геометрических размеров и внешнего магнитного поля на оптические свойства замедлителей света на квантовых точках InGaAs/GaAs*

Б.Чупанзаде, Х.Катузян, Р.Кохандани

Проведено моделирование влияния размеров квантовых точек (КТ) и внешнего магнитного поля на замедлители света, действие которых основано на когерентных осцилляциях населенностей в ансамбле квантовых точек InGaAs/GaAs. Физические параметры КТ, такие как радиус и высота, варьировались около средних значений, которые полагались равными 8 и 5 нм соответственно. Предпринята попытка улучшить оптические характеристики путем наложения внешнего сильного магнитного поля. Обсуждаются методы изменения таких оптических свойств замедлителя света, как фактор замедления, ширина полосы и энергия связи экситона. Показано, что для замедлителя света на КТ возможен сдвиг центральной частоты до 5 ТГц и достижение фактора замедления до 5000.

Ключевые слова: квантовые точки, осцилляции населенностей экситонных состояний, медленный свет, сдвиг центральной частоты, фактор замедления.

1. Введение

В последнее время замедление света как способ управления его скоростью привлекает большое внимание [1]. Замедленный свет играет важную роль в фотонных устройствах. Одним из применений замедленного света является хранение светового сигнала в оптических буферах [2] для создания линий задержки [3]. Другие приложения замедленного света – это синхронизация пакетов данных, оптические затворы и битовая синхронизация [4–6]. Для уменьшения скорости света и получения замедленного света используются резкие изменения показателя преломления, происходящие на резонансной частоте материала [7]. Существуют разные способы снижения скорости света: электромагнитно-индуцированная прозрачность (ЭИП), когерентные осцилляции населенностей (КОН), вынужденное комбинационное рассеяние (ВКР) и вынужденное рассеяние Мандельштама–Бриллюэна (ВРМБ) [8, 9]. В частности, метод ЭИП был реализован в нормальных и холодных газах из трехуровневых атомов, где с его помощью удалось понизить групповую скорость света до 8 м/с [7].

Важное значение имеет управление скоростью света в твердотельных полупроводниках, поскольку эти материалы подходят для использования в таких устройствах фотоники, как оптическая память и оптические квантовые процессоры [10]. Для уменьшения скорости света в полупроводниках было предложено несколько методов. В последние годы многие исследователи рассматривают возможность использования для этой цели метода КОН, к преимуществам которого относятся широкий диапазон

рабочих температур, возможность задания параметров буфера и хорошая совместимость с оптическими схемами [11, 12].

КОН возможны в полупроводниковых квантовых ямах (КЯ) и квантовых точках (КТ) в широком диапазоне рабочих температур [11, 12]. В этих структурах для управления скоростью света за счет КОН используется большое время жизни экситонов. Данный метод обеспечивает крутой наклон действительной части показателя преломления и уменьшение групповой скорости. Замедление света в полупроводниковых КЯ и КТ широко изучалось как теоретически, так и экспериментально [13–18]. Метод КОН в КТ аналогичен таковому в КЯ, однако в КТ присутствует трехмерное (3D) ограничение движения носителей, увеличивающее вероятность получения медленного света при комнатной температуре [11, 12].

В настоящей работе нами теоретически рассмотрены несколько методов модификации оптических свойств замедлителя света на КТ, работающего на основе КОН. В этих методах к структуре из КТ переменного размера прикладывается внешнее магнитное поле, в результате чего появляется возможность управления такими оптическими характеристиками, как фактор замедления и центральная частота.

2. Теория

2.1. Структура полупроводникового замедлителя света на КТ с использованием КОН

Медленный свет – это оптический сигнал, распространяющийся с очень малой групповой скоростью. В среде с дисперсией групповая скорость [7]

$$v_{gr} = \frac{c}{n(\omega) + \omega \partial n(\omega) / \partial \omega}, \quad (1)$$

где ω – частота; c – скорость света в вакууме; $n(\omega)$ – показатель преломления [7]. В двухуровневой системе при условии, что разность частот действующих на систему волн сиг-

* Перевод с англ. В.Л.Дербова.

нала и накачки (расстройка) находится в пределах обратного времени жизни носителей, возникают значительные осцилляции населенностей [1]. Они приводят к появлению узкого провала на спектральной кривой поглощения и резкого изменения действительной части показателя преломления, что в свою очередь резко уменьшает групповую скорость. Такой двухуровневой системой в полупроводнике могут быть зона проводимости и экситонная зона с тяжелыми дырками. Динамические уравнения для элементов матрицы плотности системы КТ в двухуровневом приближении можно найти в работе [19].

Зависящие от времени частоты Раби $\Omega_{1\uparrow(2\downarrow)}$ выражаются через параметры накачки и сигнала следующим образом:

$$\Omega_{1\uparrow}(t) = \Omega_{s,1\uparrow} \exp(-j\omega_p t) + \Omega_{p,1\uparrow} \exp(-j\omega_s t), \quad (2)$$

$$\Omega_{2\downarrow}(t) = \Omega_{s,2\downarrow} \exp(-j\omega_p t) + \Omega_{p,2\downarrow} \exp(-j\omega_s t), \quad (3)$$

$$|\Omega_{p,1\uparrow}| = |\Omega_{p,1\downarrow}| = \frac{|I_{ch} er_{ch} E_p|}{2\sqrt{2} h}, \quad (4)$$

$$|\Omega_{s,1\uparrow}| = |\Omega_{s,1\downarrow}| = \frac{|I_{ch} er_{ch} E_s|}{2\sqrt{2} h}, \quad (5)$$

где $p_{1\uparrow(2\downarrow)}$ – поляризация среды, наведенная полями накачки и сигнала; I_{ch} – перекрытие волновых функций электрона и дырки в вариационной волновой функции экситона; er_{ch} – межзонный дипольный момент перехода; E_s – оптическое поле сигнала; E_p – оптическое поле накачки.

После решения вышеприведенных динамических уравнений можно рассчитать тензор диэлектрической проницаемости устройства [19]:

$$\varepsilon_s(\omega_s) = \varepsilon_{bgd} + n_d \pi \int f(r) r^2 \chi_x(\omega_s, r) dr. \quad (6)$$

Здесь $n_d = N_d/A$ – число квантовых точек на единицу площади; χ_x – восприимчивость; ω_s – частота сигнала; $f(r)$ моделируется гауссовым распределением и определяется выражением [19]

$$f(r) = \frac{1}{\sigma_s \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(r - \bar{r})^2}{2\sigma_s^2}\right]; \quad (7)$$

\bar{r} – среднее значение радиуса КТ; r – радиус КТ; σ_s – стандартное отклонение радиуса КТ. Полное описание расчета приведено в работе [19].

Показатель преломления, коэффициент поглощения и фактор замедления в полупроводниковых структурах определяются следующим образом [19]:

$$n_s(\omega_s) = \sqrt{\varepsilon_{bgd} + \chi_x(\omega_s)}, \quad (8)$$

$$A_s(\omega_s) = 2 \operatorname{Im}(n_s(\omega_s)), \quad (9)$$

$$R_s(\omega_s) = \operatorname{Re}(n_s(\omega_s)) + \omega_s \frac{\partial \operatorname{Re}(n_s(\omega_s))}{\partial \omega_s}. \quad (10)$$

На рис.1,а схематически представлена система КТ для замедления света на основе КОН. В таком замедлителе КТ одинаковы и равномерно распределены в плоскости «смачивающего» слоя. Геометрия одиночной КТ показана

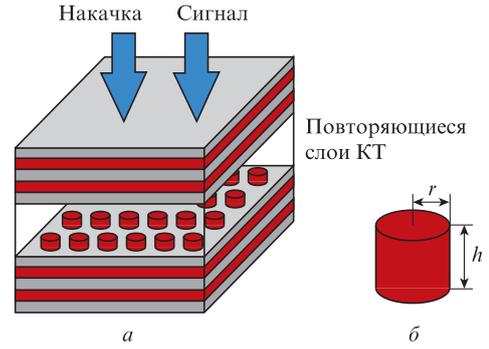


Рис.1. Схема «накачка-сигнал» для возбуждения осцилляций населенностей в ансамбле КТ (а) и геометрия одиночной КТ (б). КТ моделируется цилиндром высотой h и радиусом r [19].

на на рис.1,б. В данном устройстве волны сигнала и накачки распространяются в одном направлении [19].

Рассмотрим замедлитель света на КТ $\text{In}_{0,25}\text{Ga}_{0,75}\text{As}/\text{GaAs}$, аналогичный показанному на рис.1 и основанный на использовании КОН. Согласно работе [19], радиус точки равен 8 нм, ее высота составляет 5 нм, а поверхностная плотность – 10^{14} м^{-2} . Рассмотрим накачку данного устройства излучением с мощностью 1 кВт/см². При среднем радиусе КТ 8 нм энергия экситона составляет 1.294 эВ (при $\lambda = 958 \text{ нм}$) [19]. Используя формулы (2)–(5) и приведенные выше параметры, можно провести моделирование замедлителя света. На рис.2 приведены зависимо-

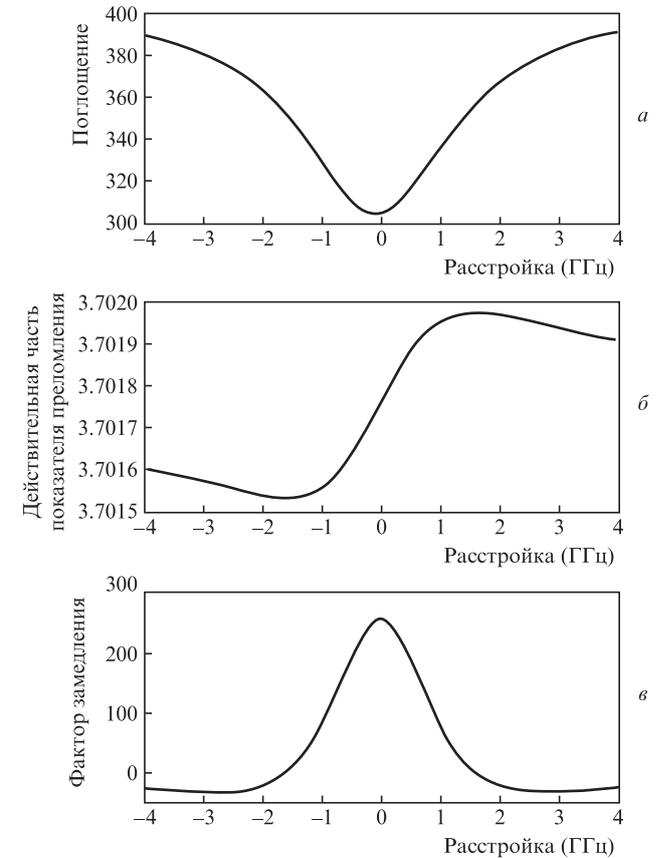


Рис.2. Поглощение (а), действительная часть показателя преломления (б) и фактор замедления (в) как функции расстройки между частотами сигнала и накачки при осцилляциях населенности экситонных состояний в квантовых точках $\text{InGaAs}/\text{GaAs}$, описанных в [19, 20].

сти коэффициента поглощения, действительной части показателя преломления и фактора замедления от частотной расстройки для замедлителя света, описанного в работе [19].

Как видно из рис.2,б, наибольший положительный наклон действительной части показателя преломления имеет место при нулевой частотной расстройке. Поэтому можно ожидать, что максимум фактора замедления также будет расположен на этой частоте; точность этого предсказания видна из рис.2,в. Из рис.2 также видно, что максимальный фактор замедления равен 250. Одной из целей настоящей работы является увеличение этого значения [19,20].

2.2. Изменение энергии связи экситона из-за изменения радиуса КТ

Энергия связи экситонов в структуре, состоящей из КТ, может быть определена как функция радиуса точки [21]:

$$E_B = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2r^2} \left[\frac{1}{m_c} + \frac{1}{m_h} \right] - \frac{1.786e^2}{\epsilon r} - 0.248E_R, \quad (11)$$

где m_c и m_h – эффективные массы электрона и дырки соответственно; ϵ – диэлектрическая постоянная; E_R – энергия связи экситона в объемном полупроводнике. На рис.3 показана зависимость энергии связи экситона от радиуса КТ. Подробности расчета можно найти в работах [21,22].

Энергия экситона в полупроводниковых замедлителях света на КТ может быть выражена через энергию связи экситона и ширину запрещенной зоны. Это выражение имеет следующий вид [16]:

$$E_{ex} = E_{band\ gap} - E_{binding\ energy}. \quad (12)$$

Центральную частоту полупроводникового замедлителя света на основе осцилляций населенности экситонных состояний можно определить по энергии экситона [16].

2.3. Влияние внешнего магнитного поля на структуры из КТ

Здесь мы исследуем эффект наложения внешнего магнитного поля на замедлитель света на КТ. Согласно работе [23], при наложении магнитного поля меняется энергия экситона (13). Связь между приложенным магнитным полем и сдвигом энергии экситона определяется формулой [23]

$$\Delta E = \frac{1}{2} \hbar \sqrt{w_c^2 + 4w_p^2}. \quad (13)$$

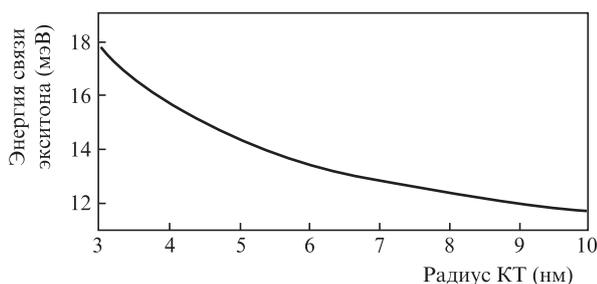


Рис.3. Энергия связи экситона как функция радиуса КТ [22].

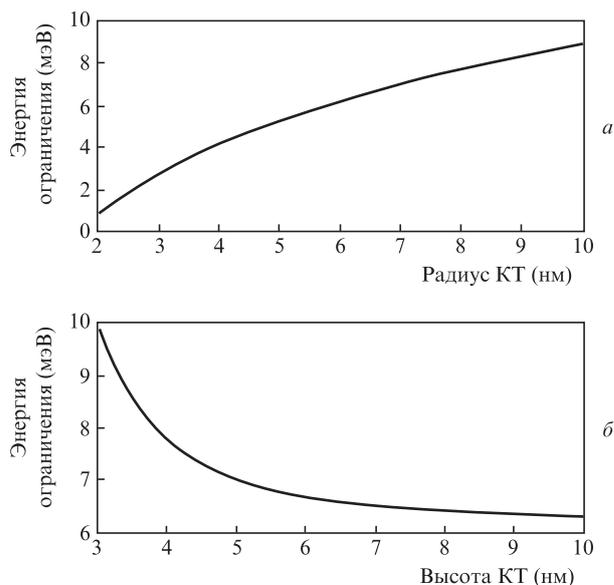


Рис.4. Зависимости энергии квантового ограничения от радиуса (а) и высоты (б) КТ [24,25].

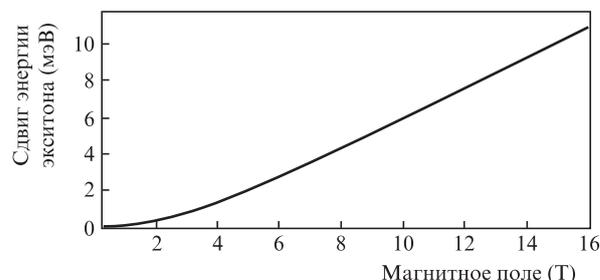


Рис.5. Сдвиг энергии экситона как функция напряженности магнитного поля [23].

Здесь $w_c = eB/\mu$ – циклотронная частота электрона, а $2\hbar w_p$ задает энергию квантового ограничения в плоскости КТ-структуры [23]. В КТ-структурах энергия квантового ограничения зависит от геометрических размеров КТ. На рис.4 энергия квантового ограничения показана как функция радиуса и высоты КТ [24,25].

На рис.5 представлена связь между внешним магнитным полем и энергией экситона. Видно, что она близка к прямой пропорциональной зависимости. Это означает, что путем увеличения магнитного поля можно линейно увеличивать энергию экситона до тех пор, пока связанное с циклотронной частотой сильное магнитное взаимодействие преобладает над кулоновским [22].

Как отмечалось в п.2.2, центральная частота замедлителя света на КТ определяется энергией экситона. Таким образом, накладывая внешнее магнитное поле, можно менять центральную частоту замедлителя света.

2.4. Влияние высоты КТ на энергию связи экситона

Энергия связи экситона зависит от геометрических размеров КТ. Соотношение между радиусом КТ и энергией связи экситона определено в п.2.2. На рис.6 показана зависимость энергии связи экситона от высоты КТ (подробнее см. в работе [26]). Видно, что энергия связи экситона зависит от высоты КТ. Следовательно, происходит и сдвиг центральной частоты замедлителя света.

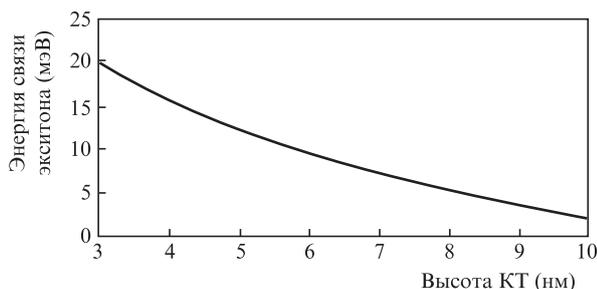


Рис.6. Энергия связи экситона как функция высоты КТ [26].

3. Результаты и их обсуждение

3.1. Влияние изменения радиуса КТ на свойства замедлителя света

Согласно п.2.2, изменение радиуса КТ влияет на энергию экситона и приводит к сдвигу центральной частоты замедлителя света. На рис.7 показаны спектральные зависимости действительной части показателя преломления и фактора замедления при трех значениях радиуса КТ. Видно, что если радиус КТ растет, то энергия связи убывает. В соответствии с формулой (12) при этом растут энергия экситона и центральная частота замедлителя. Более того, с увеличением радиуса КТ фактор замедления снижается.

Для лучшего понимания зависимости фактора замедления от сдвига центральной частоты может быть полезен рис.8. Графическое 3D изображение на нем построено при одновременном изменении радиуса и частоты. Когда радиус уменьшается, наклон действительной части показателя преломления растет, а следовательно, увеличивается фактор замедления и уменьшается центральная частота.

3.2. Влияние внешнего магнитного поля на оптические характеристики замедлителя света на КТ

Наложение внешнего магнитного поля повышает энергию экситона. Изменение энергии экситона в зависимо-

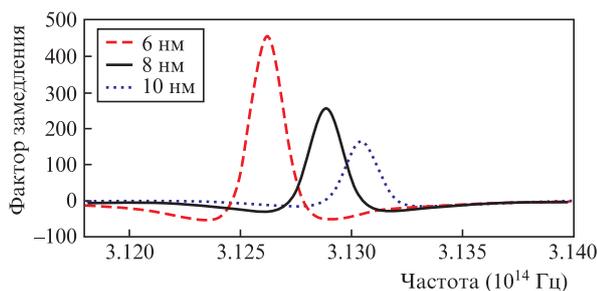


Рис.7. Фактор замедления света при трех различных радиусах КТ как функция частоты. Сплошная кривая – результат из работы [19].

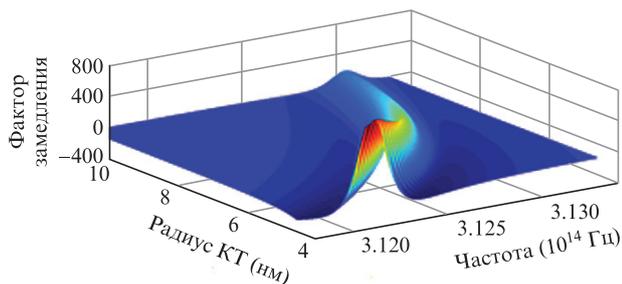


Рис.8. Фактор замедления как функция радиуса КТ и частоты.

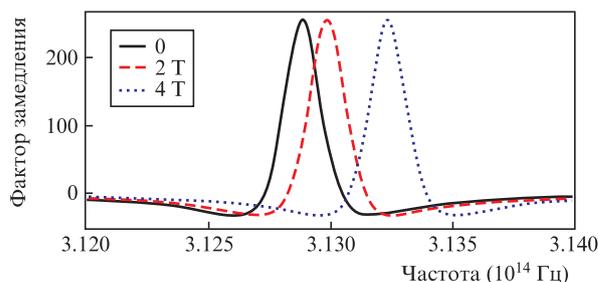


Рис.9. Фактор замедления рассматриваемого устройства при трех различных значениях внешнего магнитного поля. Сплошная кривая – результат из работы [19].

сти от приложенного магнитного поля показано на рис.9. При трех различных значениях магнитного поля наклон зависимости фактора замедления на рис. 9 не изменился. Это означает, что наложение внешнего магнитного поля не оказывает воздействия на групповую скорость и фактор замедления для данного устройства. Тем не менее при приложении к устройству внешнего магнитного поля энергия увеличивается; при этом, как и ожидалось, центральная частота прибора смещается в сторону больших значений. Данный подход можно использовать для подстройки уже изготовленного замедлителя света.

3.3. Влияние высоты КТ на свойства замедлителя света

На рис.10 показаны зависимости фактора замедления от частоты для трех высот КТ. Согласно этому рисунку, с уменьшением высоты КТ наклон действительной части показателя преломления растет и, следовательно, фактор замедления увеличивается. Уменьшая высоту КТ, мы уменьшаем энергию экситона, и центральная частота уменьшается.

Рисунок 11 позволяет лучше понять сделанный выше вывод о поведении фактора замедления и сдвига центральной частоты. 3D зависимость для фактора замедле-

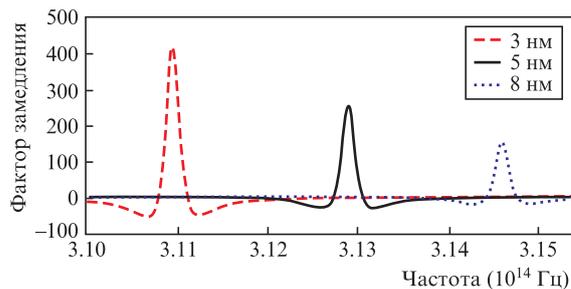


Рис.10. Фактор замедления как функция частоты при трех высотах КТ. Сплошная кривая – результат из работы [19].

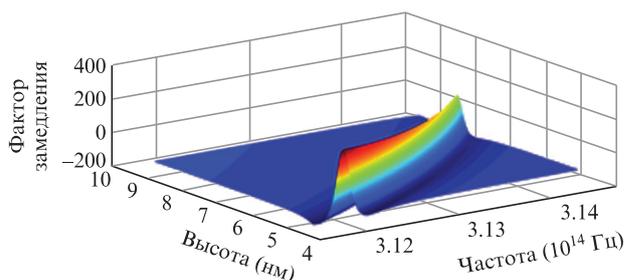


Рис.11. Изменение фактора замедления прибора в зависимости от высоты КТ и частоты.

ния на рис.11 построена при одновременном изменении высоты КТ и частоты. Проследивая зависимость от высоты, мы видим, что с ее уменьшением наклон действительной части показателя преломления увеличивается. Вследствие этого фактор замедления также увеличивается, а центральная частота уменьшается. Напротив, увеличение высоты КТ приводит к уменьшению фактора замедления и к сдвигу центральной частоты в сторону больших значений. Следовательно, изменение радиуса или высоты КТ приводит к схожим изменениям свойств прибора.

3.4. Влияние радиуса КТ при одновременном наложении магнитного поля

На рис.12 показано максимальное значение фактора замедления в зависимости от радиуса КТ и внешнего магнитного поля. Видно, что наложение внешнего магнитного поля не влияет на максимальное значение фактора замедления. Таким образом, фактор замедления не зависит от величины внешнего магнитного поля.

На рис.13 в виде 3D графика показан сдвиг центральной частоты как функция радиуса КТ и приложенного магнитного поля. Согласно этому рисунку и теоретическим соображениям, приведенным в предыдущих разделах, до наложения на прибор внешнего магнитного поля сдвиг центральной частоты при радиусе КТ 8 нм равен нулю. При радиусе КТ более 8 нм сдвиг центральной частоты положителен, в противном случае – отрицателен.

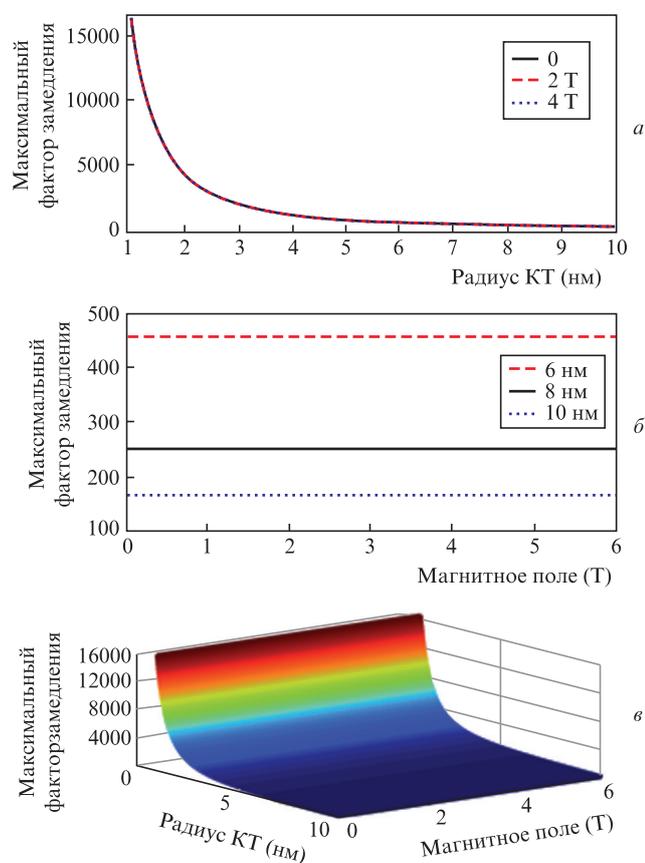


Рис.12. Максимальное значение фактора замедления как функция радиуса КТ при магнитном поле 0, 2 и 4 Т (а), как функция магнитного поля при радиусе КТ 5, 8 и 10 нм (б) и при одновременном изменении радиуса и магнитного поля (в).

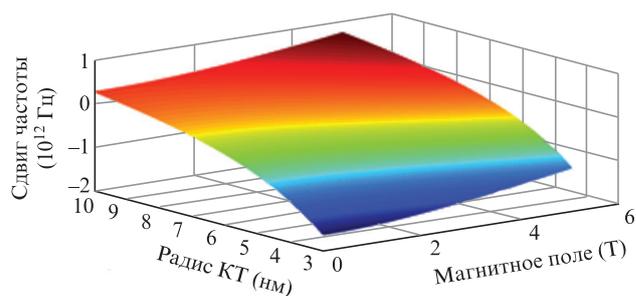


Рис.13. Сдвиг частоты как функция радиуса КТ и магнитного поля.

При одновременном наложении магнитного поля и изменении радиуса КТ сдвиг центральной частоты достигается за счет обоих факторов. Влияние приложенного магнитного поля на центральную частоту можно объяснить с помощью формулы (13), согласно которой при наложении магнитного поля на устройство энергия экситона растет, что ведет к увеличению центральной частоты. Кроме того, при одновременном изменении приложенного магнитного поля и радиуса КТ величина энергетического сдвига в формуле (13) будет определяться обоими явлениями. Во-первых, при изменении магнитного поля будет меняться переменная w_c . Во-вторых, при изменении радиуса КТ в присутствии приложенного магнитного поля будет меняться переменная w_p – энергия квантового ограничения в КТ (см. рис.4,а). Таким образом, сдвиг центральной частоты при приложении магнитного поля происходит за счет как самого магнитного поля, так и изменения энергии квантового ограничения, зависящей от радиуса КТ. Эти результаты могут быть полезны при настройке оптических свойств рассматриваемого устройства как до, так и после его изготовления.

3.5. Влияние высоты КТ в присутствии внешнего магнитного поля

Здесь мы исследуем влияние изменений высоты КТ на замедлитель света в присутствии внешнего магнитного поля. На рис.14 показана зависимость максимального фактора замедления от высоты КТ и внешнего магнитного поля. Видно, что при увеличении высоты КТ максимальный фактор замедления уменьшается. В согласии с результатами пп.3.2 и 3.4, данные на рис. 14 демонстрируют отсутствие влияния магнитного поля на максимальный фактор замедления.

На рис.15 показан сдвиг центральной частоты замедлителя света как функция высоты КТ и приложенного магнитного поля. В отсутствие магнитного поля изменение высоты КТ приводит к изменению центральной частоты. Частотный сдвиг положителен при высоте КТ более 5 нм и отрицателен при высоте КТ менее 5 нм. После наложения магнитного поля центральная частота определяется как изменением высоты КТ, так и величиной магнитного поля. Влияние высоты КТ уже обсуждалось выше, а влияние приложенного магнитного поля можно описать с помощью формулы (13). Согласно этой формуле, магнитное поле увеличивает энергию экситона и, следовательно, центральная частота растет. Одновременное изменение внешнего магнитного поля и высоты КТ приводит к двум эффектам. Во-первых, из-за изменения приложенного магнитного поля будет изменяться параметр w_c в формуле (13), что вызовет сдвиг центральной

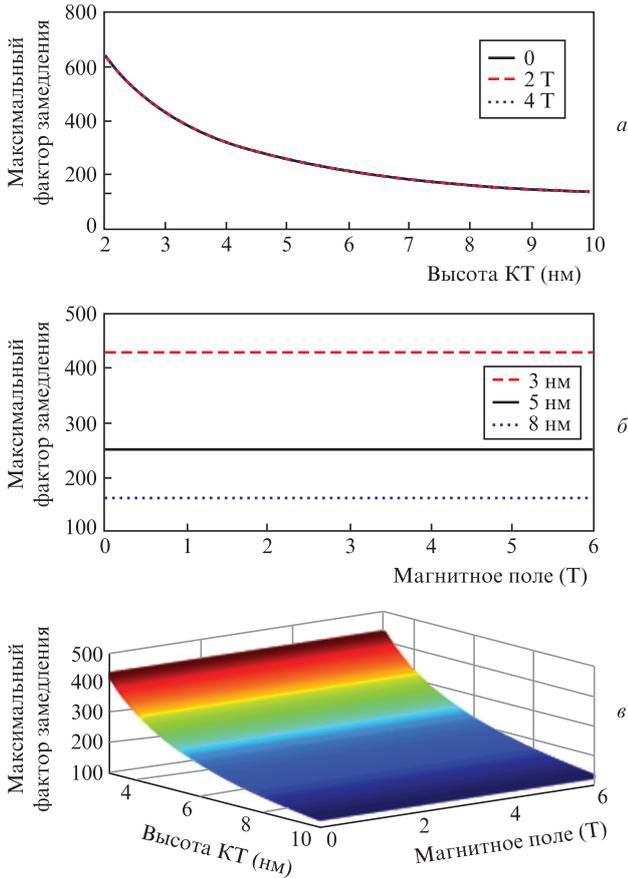


Рис.14. Максимальный фактор замедления как функция высоты КТ при магнитном поле 0, 2 и 4 Т (а), как функция магнитного поля при высоте КТ 3, 5 и 8 нм (б) и при одновременном изменении высоты КТ и магнитного поля (в).

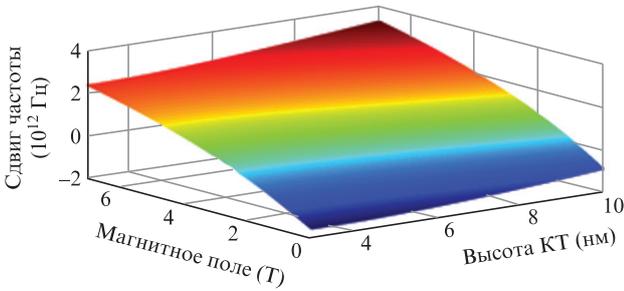


Рис.15. Сдвиг частоты как функция высоты КТ и магнитного поля.

частоты. Во-вторых, параметр w_p изменится за счет как магнитного поля, так и высоты КТ. Зависимость энергии квантового ограничения от высоты КТ уже была проиллюстрирована на рис.4,б.

3.6. Влияние одновременного изменения радиуса и высоты КТ на замедление света

На рис.16 показано изменение максимального фактора замедления при изменении радиуса и высоты КТ. Максимальный фактор замедления в нашем случае составляет 5000. Варьируя размеры КТ, можно менять не только фактор замедления, но и центральную частоту замедлителя света. На рис.17 представлен частотный сдвиг замедлителя света в зависимости от радиуса и высоты КТ.

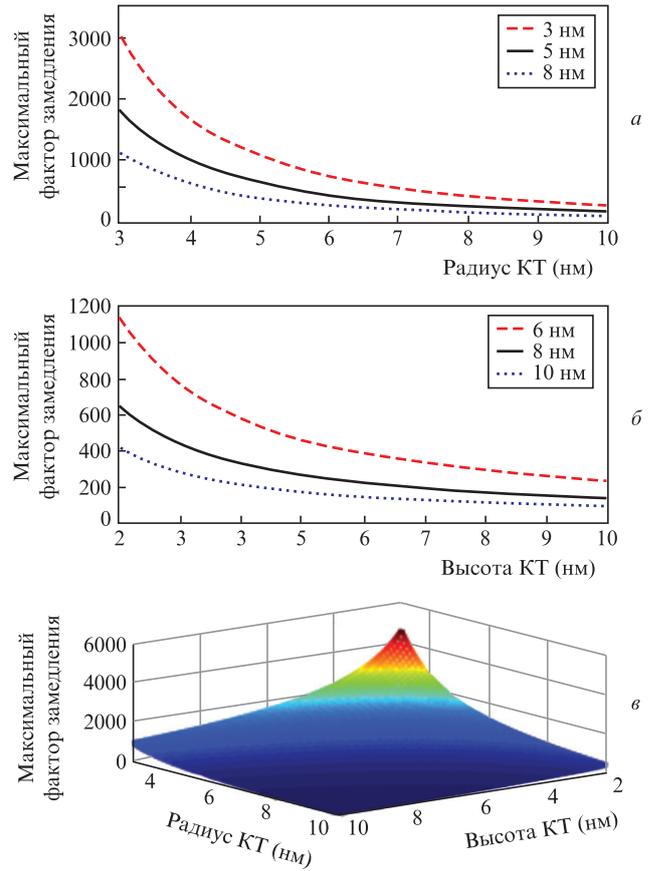


Рис.16. Максимальный фактор замедления как функция радиуса КТ при высоте КТ 3, 5, и 8 нм (а), как функция высоты КТ при радиусе КТ 6, 8 и 10 нм (б) и при одновременном изменении радиуса и высоты КТ (в).

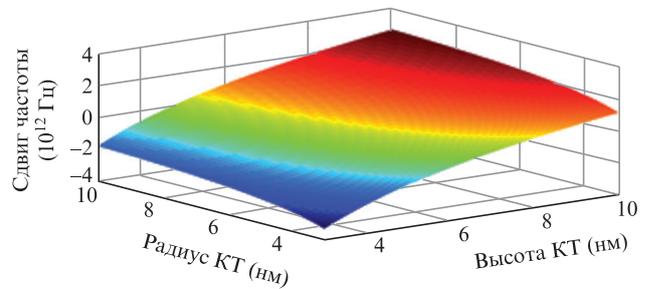


Рис.17. Сдвиг центральной частоты как функция радиуса и высоты КТ.

4. Заключение

В работе исследован замедлитель света, действие которого основано на использовании осцилляций населенности экситонных состояний в полупроводниковых квантовых точках InGaAs/GaAs, при наложении внешнего магнитного поля. Приведены результаты моделирования для КТ различного радиуса и высоты. На основе полученных результатов, меняя физические размеры КТ, находящиеся под действием сильного внешнего магнитного поля, можно управлять такими важными характеристиками замедлителя света, как центральная частота и фактор замедления. При увеличении как радиуса, так и высоты КТ происходит сдвиг центральной частоты в сторону ее увеличения, а фактор замедления снижается. В насто-

ящей работе нам удалось достичь фактора замедления 5000. Наложение внешнего магнитного поля приводит к увеличению центральной частоты, но не влияет на фактор замедления. Частотный сдвиг можно максимизировать посредством наложения сильного магнитного поля на оптимизированное по радиусу и высоте КТ устройство, при этом центральная частота может перестраиваться в полосе шириной 5 ТГц. Полученные результаты могут быть использованы для усиления оптических нелинейностей в приложениях, предназначенных для полностью оптической обработки сигналов и оптической связи [16].

1. Chang S.W., Chuang S.L., Ku P.C., Chang-Hasnain C.J., Palinginis P., Wang H. *Phys. Rev. B*, **70**, 235333 (2004).
2. Chang-Hasnain C.J. *J. Lightwave Technol.*, **24** (12), 4642 (2006).
3. Chang Shu-Wei, Kondratko P.K., Su H. *IEEE J. Quantum Electron.*, **43** (2), 249 (2007).
4. Parra E., Lowell J.R. *Opt. Photon. News*, **18**, 40 (2007).
5. Kash M.M., Sautenkov V.A., Zibrov A.S., Hollberg L., Welch G.R., Lukin M.D., Rostovtsev Y., Fry E.S., Scully M.O. *Phys. Rev. Lett.*, **82**, 5229 (1999).
6. Pesala B., Chen Z.Y., Uskov A.V., Chang-Hasnain C. *Opt. Express*, **14**, 12968 (2006).
7. Gauthier D.J., Gaeta A.L., Boyd R.W. *Photon. Spectra*, **44** (Mar. 2006).
8. Kaatuzian H. *Photonics* (AKU Press, 2017, Vol. 2).
9. Bigelow M.S., Lepeshkin N., Boyd R.W. *Science*, **301** (5630), 200 (2003).
10. Ma S.M., Xu H., Ham B.S. *Opt. Soc. Am.*, **17** (17), 2850 (2009).
11. Sun D., Ku P.C. *J. Lightwave Technol.*, **26**, 3811 (2008).
12. Chang-Hasnain C.J., Ku P.C., Kim J., Chuang S.L. *Proc. IEEE*, **91**, 1884 (2003).
13. Kaatuzian H., Kohandani R. *Proc. 23rd Iranian Conference on Electrical Engineering* (Tehran, 2015, pp. 1385–1388).
14. Кохандани Р., Каатузян Х. *Квантовая электроника*, **45** (1), 89 (2014) [*Quantum Electron.*, **45** (1), 89 (2014)].
15. Kaatuzian H., Kojori H.S., Zandi A., Kohandani R. *Opt. Photon. J.*, **3** (2), 298 (2013).
16. Kohandani R., Zandi A., Kaatuzian H. *Appl. Opt.*, **53**, 1228 (2014).
17. Mork J., Kjaer R., van der Poel M., Yvind K. *Opt. Express*, **13** (20), 8136 (2005).
18. Su H., Chuang S.L. *Opt. Lett.*, **31** (2), 271 (2006).
19. Chang S.-W., Chuang S.L. *Phys. Rev. B*, **72**, 235330 (2005).
20. Choupanzadeh B., Kaatuzian H., Kohandani R., Abdolhosseini S. *Opt. Photon. J.*, **6**, 114 (2016).
21. Thao T.T., Viet N.A. *Commun. Phys.*, **14** (2), 95 (2004).
22. Bayer M., Walck S.N., Reinecke T.L., Forchel A. *Phys. Rev. B*, **57**, 6584 (1998).
23. Tyan S.L., Lin Y.G., Tsai F.Y., Lee C.P., Shields P.A., Nicholas R.J. *InGaAs/GaAs Quantum Wells and Quantum Dots on (111)B Orientation* (Elsevier Sci. Ltd, 2001, vol. 117, p. 649).
24. Chukwuocha E.O., Onyeaju M.C., Harry T.S.T. *World J. Condens. Matter Phys.*, **2**, 96 (2012).
25. Perinetti U. *Optical Properties of Semiconductor Quantum Dots* (Delft–Leiden, Casimir PhD Series, 2011).
26. Holma M., Pistol M.E. *Appl. Opt.*, **92**, 15 (2002).