

## Выделение двумерного контура изображения с использованием поляризационно-независимой акустооптической дифракции

В.М.Котов, С.В.Аверин, Е.В.Котов

*Предложен метод фильтрации двумерных распределений пространственных частот световых волн, основанный на использовании поляризационно-независимой акустооптической (АО) брэгговской дифракции. Метод обеспечивает максимально возможную ширину полосы пропускания пространственных частот и минимальный размер разрешаемого АО элемента. Продемонстрировано выделение двумерного контура в нулевом брэгговском порядке. Основные теоретические выводы экспериментально подтверждены с использованием АО фильтра из парателлурита.*

**Ключевые слова:** акустооптическая дифракция, брэгговский режим, собственные оптические моды кристалла, выделение контура оптического изображения.

### 1. Введение

Акустооптическая (АО) дифракция является одним из эффективных методов, используемых для выделения двумерного контура оптического изображения в процессе его фурье-обработки (см., напр., [1–4]). В этом случае АО элементы выполняют функцию фильтра пространственных частот. В работах [5, 6] подробно исследованы свойства таких фильтров. Показано, что наиболее важными характеристиками фильтра являются ширина полосы пропускания пространственных частот  $\Delta f_p = \Delta \Theta_p / \lambda$  и предельный разрешаемый размер АО элемента  $d_{\min} = 1/\Delta f_p$ , которые по уровню 3 дБ при малой эффективности дифракции определяются как [5, 6]

$$\Delta \Theta_p = 0.89V/Lf, \quad d_{\min} = 1.12\lambda Lf/V. \quad (1)$$

Здесь  $\Theta_p$  – угол АО дифракций;  $\lambda$  – длина волны света;  $L$  – длина АО взаимодействия;  $f$  и  $V$  – частота и скорость звука. Из (1) следует, что для увеличения  $\Delta \Theta_p$  и уменьшения  $d_{\min}$  при заданных  $V$  и  $L$  необходимо уменьшать частоту звука  $f$ . При большой эффективности дифракции происходит небольшое сужение углового диапазона  $\Delta \Theta_p$ , но и в этом случае требуется уменьшение частоты звука для увеличения  $\Delta \Theta_p$  и уменьшения  $d_{\min}$  [5, 6].

В работах [1, 2] для выделения двумерного контура изображения использовалась АО ячейка из  $\text{TeO}_2$ , с помощью которой реализовывалась тангенциальная геометрия АО взаимодействия. В случае оптического излучения с длиной волны  $\lambda = 0.63$  мкм дифракция происходила на частоте 97.9 МГц. В [3, 4] исследовалась коллинеарная геометрия АО дифракции в кристалле  $\text{CaMoO}_4$ , здесь частота звука для той же длины волны света была меньше и составляла

46.6 МГц. В работах [7, 8] для выделения двумерного контура использовалась двукратная и трехкратная брэгговские дифракции в  $\text{TeO}_2$ . Для  $\lambda = 0.63$  мкм звуковые частоты были равны 35 и 27 МГц соответственно. В работе [9] использовался более сложный вариант дифракции, основанный на сложении двух дифрагированных волн в кристалле. При этом оптические моды дифрагируют по одну и ту же сторону по отношению к пучку падающего света. Частота звука равнялась  $\sim 27$  МГц. На более низких частотах начиналась «перекачка» света в более высокие порядки. В этом случае теоретический расчет существенно усложняется и вместо алгебраических уравнений 4-й степени необходимо решать уравнения 6-й степени и выше.

В настоящей работе описывается другой вариант дифракции, который реализуется в  $\text{TeO}_2$  на частоте звука  $\sim 9.5$  МГц для излучения с  $\lambda = 0.63$  мкм, но при этом «перекачка» света в высшие порядки не происходит. Вариант основан на использовании режима так называемой поляризационно-независимой брэгговской дифракции [10–13], когда собственные оптические волны, претерпевая анизотропную дифракцию, отклоняются по разные стороны от падающего пучка излучения. Этот режим реализуется при углах падения света, близких к режиму минимальной анизотропной дифракции в  $\text{TeO}_2$  [6], которая характеризуется высокой угловой селективностью и поэтому исключает дифракцию в более высокие порядки. Полученная частота на сегодняшний момент является минимальной среди всех частот, используемых для выделения двумерного контура изображения. Другими словами, предлагаемый вариант обеспечивает максимально возможное значение  $\Delta \Theta_p$  и минимальное –  $d_{\min}$  при использовании АО элемента в качестве брэгговского фильтра пространственных частот.

### 2. Расчетная часть

Векторная диаграмма используемого варианта дифракции приведена на рис.1. Здесь излучение с волновым вектором  $\mathbf{K}$  падает на оптическую грань кристалла  $XU$  под углом  $\alpha$ . Попадая в кристалл, излучение распадается на две собственных волны с волновыми векторами  $\mathbf{K}_1$  и  $\mathbf{K}_2$ . Анизотропная дифракция лучей происходит на одной

В.М.Котов, С.В.Аверин, Е.В.Котов. Фрязинский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А.Котельникова РАН, Россия, Московская обл., 141190 Фрязино, пл. Акад. Введенского, 1; e-mail: vmk277@ire216.msk.su

Поступила в редакцию 8 декабря 2017 г., после доработки – 9 января 2018 г.

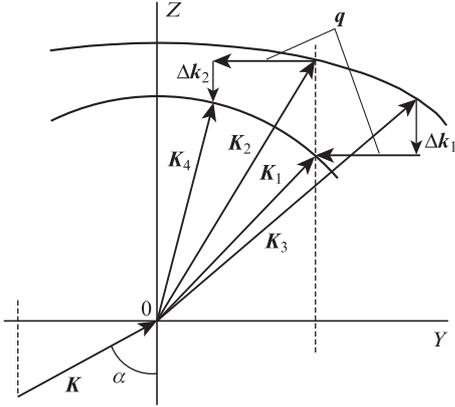


Рис.1. Векторная диаграмма поляризационно-независимой брэгговской дифракции:

Z – оптическая ось кристалла; XY – оптическая грань кристалла; K, K<sub>1</sub> и K<sub>2</sub> – волновые векторы падающего на кристалл и преломленного в кристалле излучения соответственно; α – угол падения луча K на грань XY (проекции K, K<sub>1</sub> и K<sub>2</sub> на грань XY равны между собой); K<sub>3</sub> и K<sub>4</sub> – дифрагировавшие лучи; Δk<sub>1</sub> и Δk<sub>2</sub> – векторы расстройки брэгговского синхронизма; q – волновой вектор звука.

и той же звуковой волне с волновым вектором q. Волна K<sub>1</sub> дифрагирует в направлении волны K<sub>3</sub>, а волна K<sub>2</sub> – в направлении K<sub>4</sub>. Акты дифракции происходят с расстройкой брэгговского синхронизма. Векторы расстройки обозначены как Δk<sub>1</sub> и Δk<sub>2</sub>. Отметим, что рассматриваемый нами вариант отличается от вариантов поляризационно-независимой дифракции [10–13], в которых волны K<sub>1</sub> и K<sub>2</sub> распространяются коллинеарно друг другу. В нашем случае волны преломляются на границе Y кристалла под разными углами, при этом проекции волн K, K<sub>1</sub> и K<sub>2</sub> на Y равны друг другу в соответствии с законом преломления [14]. При этом теоретический расчет существенно упрощается [15].

Мы полагаем, что передаточная функция формируется в результате сложения амплитуд волн K<sub>1</sub> и K<sub>2</sub>, которые можно рассматривать как нулевые порядки брэгговской дифракции. Эти амплитуды даются выражениями [6, 15]:

$$C_{1,2} = \left[ \cos\left(\sqrt{\Delta k_{1,2}^2 + A_{1,2}^2} \frac{L}{2}\right) + i \frac{\Delta k_{1,2}}{\sqrt{\Delta k_{1,2}^2 + A_{1,2}^2}} \times \sin\left(\sqrt{\Delta k_{1,2}^2 + A_{1,2}^2} \frac{L}{2}\right) \right] \exp\left(-i \frac{\Delta k_{1,2}}{2} L\right), \quad (2)$$

где Δk<sub>1,2</sub> – расстройки брэгговского синхронизма; A<sub>1,2</sub> = v(Lf<sub>1,2</sub>)<sup>-1</sup> – коэффициенты связи;

$$v \approx \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{\frac{M_2 L}{2H}} P_{ac} \quad (3)$$

– параметр Рамана–Ната [6]; H – высота акустического столба; M<sub>2</sub> – коэффициент АО качества материала; P<sub>ac</sub> – акустическая мощность;

$$f_1 = \frac{1 + \rho_1 \rho_3}{\sqrt{1 + \rho_1^2} \sqrt{1 + \rho_3^2}}, f_2 = \frac{1 + \rho_2 \rho_4}{\sqrt{1 + \rho_2^2} \sqrt{1 + \rho_4^2}} \quad (4)$$

– коэффициенты, учитывающие эллиптичность оптических волн [15]; ρ<sub>1</sub>, ρ<sub>2</sub>, ρ<sub>3</sub>, ρ<sub>4</sub> – эллиптичности волн K<sub>1</sub>, K<sub>2</sub>, K<sub>3</sub>, K<sub>4</sub>. Эллиптичности вычислялись согласно соотношению [15]:

$$\rho = \frac{1}{2G_{33}} \left[ \sqrt{\tan^4 \theta (n_o^{-2} - n_e^{-2})^2 + 4G_{33}^2} - \tan^2 \theta (n_o^{-2} - n_e^{-2}) \right], \quad (5)$$

здесь G<sub>33</sub> – компонента псевдотензора гирации; n<sub>o</sub> и n<sub>e</sub> – главные показатели преломления кристалла; θ – угол между волновым вектором света и оптической осью кристалла. Поскольку волны K<sub>1</sub>, K<sub>2</sub>, K<sub>3</sub> и K<sub>4</sub> распространяются под разными углами θ, их эллиптичности в общем случае разные. Для определения величин расстроек Δk<sub>1</sub> и Δk<sub>2</sub>, входящих в выражение (2), нами использовалась модель индикатрисы одноосного гиротропного кристалла, выражаемая через проекции волнового вектора света на направления X, Y и Z [15]:

$$k_z^4 \left[ \frac{1}{k_o^4} - \left( \frac{\lambda}{2\pi} \right)^4 G_{33}^2 \right] + T^2 N \left( \frac{k_z^2}{k_o^2} - 1 \right) + \frac{T^4}{k_o^2 k_e^2} - \frac{2k_z^2}{k_o^2} + 1 = 0. \quad (6)$$

Здесь T = √(k<sub>x</sub><sup>2</sup> + k<sub>y</sub><sup>2</sup>); k<sub>x</sub>, k<sub>y</sub>, k<sub>z</sub> – проекции волнового вектора света K<sub>j</sub> (j = 1–4) на направления X, Y, Z; k<sub>o</sub> = 2πn<sub>o</sub>λ<sup>-1</sup>; k<sub>e</sub> = 2πn<sub>e</sub>λ<sup>-1</sup>; N = k<sub>o</sub><sup>-2</sup> + k<sub>e</sub><sup>-2</sup>.

Для конкретных расчетов нами полагалось, что длина волны оптического излучения равна 0.63 мкм, излучение распространяется в кристалле TeO<sub>2</sub> с параметрами n<sub>o</sub> = 2.26, n<sub>e</sub> = 2.41, G<sub>33</sub> = 2.62 × 10<sup>-5</sup>. Дифракция происходит на «медленной» звуковой волне, распространяющейся со скоростью V = 617 м/с. При этих значениях параметров M<sub>2</sub> = 1200 × 10<sup>-18</sup> с<sup>3</sup>/г [16]. Характеристики звукового поля: L = 0.6 см, H = 0.4 см, P<sub>ac</sub> = 36 мВт. Частота звука равна 9.5 МГц. При этом вычисленная с помощью выражений (1) ширина полосы пространственных частот Δf<sub>p</sub> = 160 см<sup>-1</sup>, что на порядок больше ширины, полученной в [1, 2].

Необходимо отметить, что согласно нашим расчетам строгий синхронизм двух собственных волн достигается на частоте звука 9.48 МГц и при угле падения света на кристалл α = 6.12° [15]. Для формирования передаточной функции нами использовалась частота немного выше (она была взята равной 9.5 МГц). Это позволило «расширить» передаточную функцию после сложения двух оптических полей вдоль направления распространения звуковой волны.

На рис.2 приведена передаточная функция нулевого брэгговского порядка, вычисленная с использованием приведенных выше параметров. Угловой размер поля на ри-

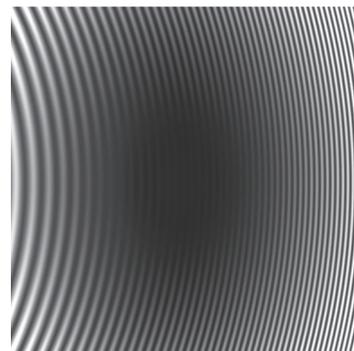


Рис.2. Передаточная функция нулевого порядка дифракции.

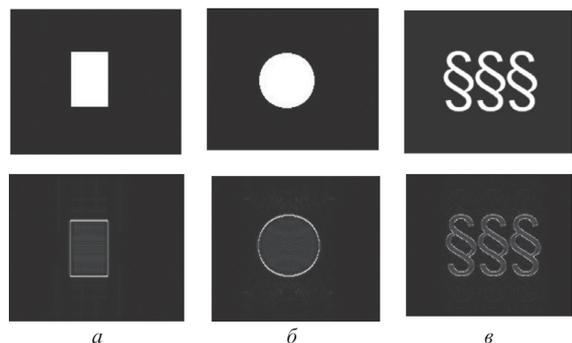


Рис.3. FFT-обработка изображений в виде прямоугольника (*a*), круга (*б*) и символа §§§ (*в*) с помощью передаточной функции, показанной рис.2. Верхние рисунки – изображения до обработки, нижние – после FFT-обработки.

сунке равен  $4^\circ \times 4^\circ$ . Поле представляет собой семейство окружностей с единым центром, на которое накладывается темная овальная область, обусловленная сильным ослаблением пучков  $K_1$  и  $K_2$  вследствие их дифракции на акустической волне. Область смещена относительно центра окружностей. Она имеет практически круговую симметрию, что позволяет получать двумерный контур изображения без существенных искажений. Необходимо добавить, что характер распределения поля зависит от общей длины кристалла, поскольку оптическое излучение пересекает весь кристалл, а не только область АО взаимодействия. В расчетах принималось, что длина кристалла равна 1 см. Кроме того, полагалось, что на выходе кристалла установлен поляризатор в плоскости  $XY$ , ориентированный под углом  $\beta$  относительно оси  $Y$ . Распределение поля на рис.2 получено при  $\beta = 10^\circ$ .

На рис.3 приведена в качестве примера «быстрая» фурье-обработка (FFT-обработка) изображений в виде прямоугольника, круга и символа §§§. В качестве фильтра использовано распределение, показанное рис.2. Видно, что нижние рисунки представляют собой достаточно четко выделенные двумерные контуры.

### 3. Обсуждение экспериментальных результатов

На рис.4 приведена оптическая схема экспериментальной установки, с помощью которой осуществляется оптическая фурье-обработка изображения. Широкий пучок

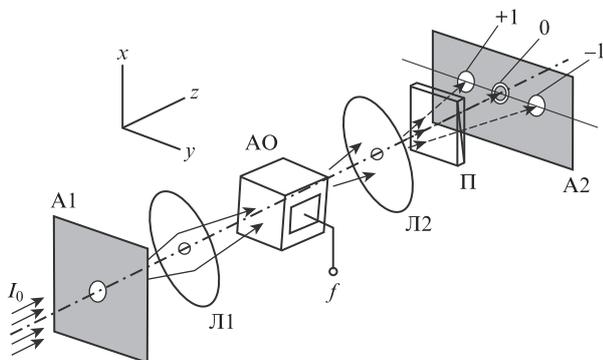


Рис.4. Оптическая схема эксперимента: А1 и А2 – плоскости входного и выходного изображений; Л1, Л2 – линзы; АО – акустооптическая ячейка; П – поляризатор; в плоскости А2 показаны +1-й, 0-й и –1-й дифракционные порядки.

оптического излучения  $I_0$  распространяется вблизи направления  $Z$  и направляется на экран А1, отверстие в котором служит исходным изображением. Прошедшее через отверстие излучение направляется на линзу Л1 с фокусным расстоянием  $F$ . За линзой располагается АО ячейка, служащая фильтром пространственных частот. В ячейке вдоль направления  $Y$  распространяется акустическая волна. Ячейка работает в режиме, обеспечивающем поляризационно-независимую АО дифракцию. Выходящие из АО ячейки оптические лучи располагаются в плоскости дифракции  $YZ$ , они направляются на линзу Л2, идентичную линзе Л1. На выходном экране А2 наблюдаются изображения, являющиеся результатом фурье-обработки. Между линзой Л2 и выходным экраном А2 установлен поляризатор П. Расстояния между элементами схемы А1, Л1, АО, Л2 и А2 равны фокусному расстоянию линз  $F$ . Линза Л1 выполняет фурье-преобразование, линза Л2 – повторное фурье-преобразование, эквивалентное обратному фурье-преобразованию с инверсией координат. На экране А2 в общем случае наблюдаются 3 изображения, формируемые в 0-м, +1-м и –1-м дифракционных порядках. Посредством изменения частоты звука  $f$ , а также мощности звука и угловой ориентации АО ячейки можно менять распределения интенсивности во всех получаемых изображениях.

Источником света являлся He–Ne-лазер, генерирующий излучение с линейной поляризацией и длиной волны 0.63 мкм. В качестве исходного изображения использовалось практически круглое отверстие диаметром  $\sim 1$  мм, проделанное иглой в алюминиевой фольге. Фольга с отверстием располагалась в плоскости А1. Фокусное расстояние линз  $F = 16$  см. На экране А2, расположенном в фокальной плоскости выходной линзы Л2, наблюдался результат фурье-обработки. В качестве фильтра пространственных частот использовалась АО ячейка из парателлуриата, работающая в режиме поляризационно-независимой дифракции. Размеры кристалла составляли  $1.0 \times 1.0 \times 1.0$  см вдоль направлений  $[110]$ ,  $[1\bar{1}0]$  и  $[001]$  соответственно, которые отвечают направлениям  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  на рис.1 и 4. Частота звука  $f$  в АО ячейке составляла 9.2 МГц, скорость звука  $V$  была 0.617 м/с, электрическое напряжение на пьезопреобразователе равнялось 4.4 В. Наилучшие усло-

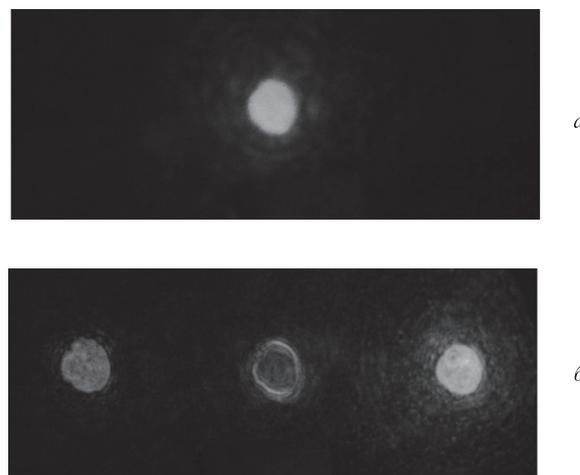


Рис.5. Результат фурье-обработки изображения: выходное изображение, наблюдаемое на экране А2 в отсутствие звука (*a*) и при наличии звуковой волны (*б*). Среднее изображение – нулевой брэгговский порядок, справа и слева от него – +1-й и –1-й порядки соответственно.

вия выделения контура изображения наблюдались при ориентации поляризатора П под углом  $\beta = 45^\circ$ .

На рис.5 приведены фотографии изображений, наблюдаемых на экране без акустической волны и при наличии звука. Пятна на рис.5,б соответствуют трем дифракционным порядкам: нулевому, +1-му и -1-му. Отчетливо виден контур изображения в нулевом дифракционном порядке. Контур сформирован достаточно качественно как в вертикальном, так и в горизонтальном направлениях. Таким образом, по нашему мнению, эксперименты наглядно подтверждают возможность эффективного применения поляризационно-независимой дифракции для двумерной фильтрации оптических изображений. На фотографии 5,б также видно, что эффективности +1-го и -1-го дифракционных порядков не равны друг другу. Это объясняется достаточно сильной несимметричностью зависимостей величин рассинхронизма для актов дифракции в +1-й и -1-й порядки от угла падения света на кристалл. Другие расхождения между теоретическими и экспериментальными результатами могут быть объяснены неточностью использованной модели, неоднородностью кристалла и т. п. В любом случае данные, полученные экспериментально, находятся в хорошем согласии с теорией.

#### 4. Заключение

На основании вышеизложенного можно сделать следующие выводы:

1. Для выделения двумерного контура оптического изображения предложено использовать режим поляризационно-независимой дифракции, когда в результате анизотропного АО взаимодействия собственные волны кристалла дифрагируют в +1-й и -1-й порядки. В одноосных гиротропных кристаллах режим реализуется при углах падения света, которые близки к режиму минимальной брэгговской дифракции, характеризуемой высокой угловой селективностью и поэтому исключающей дифракцию в более высокие порядки. При использовании монокристалла  $\text{TeO}_2$  для обработки изображения с длиной волны 0.63 мкм частота звука равна  $\sim 9.5$  МГц. Эта частота является минимальной на сегодняшний момент, при этом обеспечивается максимально возможная ширина полосы

пропускания пространственных частот и минимальный разрешаемый размер АО элемента.

2. Теоретически рассчитан участок передаточной функции нулевого дифракционного порядка, обеспечивающий выделение двумерного контура при оптической обработке изображения. Продемонстрирована эффективность использования участка в качестве фильтра пространственных частот при FFT-обработке изображений.

3. Экспериментально продемонстрировано выделение контура в нулевом дифракционном порядке при использовании фурье-обработки оптического изображения с длиной волны 0.63 мкм. Фильтром пространственных частот служила АО ячейка, выполненная из монокристалла  $\text{TeO}_2$  и работающая на частоте звука  $\sim 9.2$  МГц.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (грант № 16-07-00064).

1. Балакший В.И., Волошинов В.Б. *Квантовая электроника*, **35**, 85 (2005) [*Quantum Electron.*, **35**, 85 (2005)].
2. Balakshy V.I., Voloshinov V.B., Babkina T.M., Kostyuk D.E. *J. Mod. Opt.*, **52**, 1 (2005).
3. Балакший В.И., Манцевич С.Н. *Оптика и спектроскопия*, **103**, 831 (2007).
4. Balakshy V.I., Kostyuk D.E. *Appl. Opt.*, **48**, C24 (2009).
5. Балакший В.И. *Радиотехника и электроника*, **29**, 1610 (1984).
6. Балакший В.И., Парыгин В.Н., Чирков Л.Е. *Физические основы акустооптики* (М.: Радио и связь, 1985).
7. Котов В.М., Шкердин Г.Н., Булюк А.Н. *Квантовая электроника*, **41**, 1109 (2011) [*Quantum Electron.*, **41**, 1109 (2011)].
8. Котов В.М., Шкердин Г.Н., Аверин С.В. *Радиотехника и электроника*, **61**, 1090 (2016).
9. Котов В.М., Аверин С.В., Кузнецов П.И., Котов Е.В. *Квантовая электроника*, **47**, 665 (2017) [*Quantum Electron.*, **47**, 665 (2017)].
10. Lee H. *Appl. Opt.*, **27**, 815 (1988).
11. Voloshinov V.B., Molchanov V.Ya. *Opt. Laser Technol.*, **27**, 307 (1995).
12. Voloshinov V.B., Molchanov V.Ya., Mosquera J.C. *Opt. Laser Technol.*, **28**, 119 (1996).
13. Молчанов В.Я., Китаев Ю.И., Колесников А.И., Нарвер В.Н., Розенштейн А.З., Солодовников Н.П., Шаповаленко К.Г. *Теория и практика современной акустооптики* (М.: Изд. дом МИСиС, 2015).
14. Борн М., Вольф Э. *Основы оптики* (М.: Наука, 1973).
15. Котов В.М. *Акустооптика. Брэгговская дифракция многоцветного излучения* (М.: Янус-К, 2016).
16. *Акустические кристаллы*. Под ред. М.П.Шаскольской (М.: Наука, 1982).