

Частота автомодуляционных колебаний в твердотельном кольцевом лазере со связанными резонаторами

И.И.Золотоверх, Е.Г.Ларионцев

Теоретически исследованы автомодуляционные колебания интенсивности излучения твердотельного кольцевого лазера со связанными резонаторами. Полученные аналитические результаты показали, что с помощью внешней оптической связи можно в широком диапазоне (от нескольких килогерц до сотен мегагерц) изменять частоту автомодуляционных колебаний. Используя связанные резонаторы можно существенно ослабить влияние связи встречных волн через обратное рассеяние на частоту автомодуляции и увеличить масштабный коэффициент, определяющий зависимость частоты автомодуляции от скорости вращения.

Ключевые слова: твердотельный кольцевой лазер, связанные резонаторы, автомодуляционные колебания, лазерный гироскоп, масштабный коэффициент.

1. Введение

В исследованиях, связанных с применениями лазерных гироскопов (ЛГ), значительное внимание уделяется возможности увеличения их масштабного коэффициента и чувствительности. В работах [1–5] теоретически и экспериментально было показано, что можно увеличить масштабный коэффициент ЛГ, используя аномальную дисперсию света в среде, помещенной внутрь лазерного резонатора. При критической величине аномальной дисперсии возникает полюс в выражении для масштабного коэффициента, и в [1, 2] показано, что в этом случае можно увеличить масштабный коэффициент в 10^5 раз. В работе [3] при использовании пассивного кольцевого резонатора, заполненного парамагнитной рубидия, было достигнуто увеличение масштабного коэффициента в 2.4 раза. Анализ, проведенный в работе [4], показал, что линейные газовые среды с аномальной дисперсией неперспективны для применения в ЛГ на основе He–Ne-лазеров. Для полупроводниковых кольцевых лазеров возможности использования аномальной дисперсии для увеличения масштабного коэффициента обсуждались в [5].

Другой способ увеличения масштабного коэффициента, основанный на применении связанных резонаторов, был исследован теоретически в работах [6–8]. В них вместо резонансов во внутррезонаторной среде с аномальной дисперсией используются резонансы дополнительно резонатора, связанного с основным лазерным резонатором через частично пропускающее зеркало связи. В [6–8] показано, что в кольцевом He–Ne-лазере со связанными резонаторами можно управлять внутррезонаторной дисперсией и создавать аномальную дисперсию, позволяющую значительно увеличить масштабный коэффи-

циент. К сожалению, насколько нам известно, эти возможности пока еще не реализованы экспериментально. В работе [9] для пассивных связанных резонаторов возможность увеличения масштабного коэффициента была исследована теоретически и экспериментально.

Проведенные ранее исследования показали, что в твердотельных кольцевых лазерах (ТКЛ), в частности в монолитных кольцевых чип-лазерах, вследствие конкуренции встречных волн возбуждаются противофазные автомодуляционные колебания интенсивностей встречных волн с частотой, зависящей от угловой скорости вращения. Такой режим генерации был назван автомодуляционным режимом первого рода (AP1). Первые экспериментальные и теоретические исследования этого режима в кольцевых чип-лазерах с полупроводниковой накачкой выполнены в работах [10–13]. На основе ТКЛ, работающего в автомодуляционном режиме, можно, в принципе, создать один из вариантов ЛГ, который отличается от обычного способом измерения скорости вращения. В обычном ЛГ обрабатывается сигнал биений, возникающий при интерференции встречных волн в результате их смещения вне резонатора, а в варианте с использованием AP1 надо измерять частоту автомодуляционных колебаний интенсивности одной из встречных волн, выходящих из лазерного резонатора. AP1 является основным режимом работы монолитных кольцевых чип-лазеров, однако возможности использования таких датчиков для навигационных применений ограничены малой величиной масштабного коэффициента, связанной с малыми размерами чип-лазера.

В работе [14] автомодуляционные колебания интенсивности излучения в ТКЛ со связанными резонаторами были исследованы экспериментально и на основе численного моделирования. Эти исследования показали, что использование внешней оптической связи открывает новые возможности для управления частотой автомодуляционных колебаний. Целью настоящей работы является аналитическое исследование автомодуляционных колебаний и анализ возможностей управления частотой автомодуляции с помощью внешней оптической связи.

И.И.Золотоверх, Е.Г.Ларионцев. НИИ ядерной физики им. Д.В.Скобельцына МГУ им. М.В.Ломоносова, Россия, 119991 Москва, Воробьевы горы; e-mail: e.lariontsev@yahoo.com

Поступила в редакцию 7 декабря 2017 г., после доработки – 5 февраля 2018 г.

2. Система уравнений

На рис.1,*а* показана схема кольцевого лазера со связанными резонаторами. Внутри основного кольцевого резонатора, содержащего активный элемент, распространяются две встречные волны с комплексными амплитудами $E_{1,2}$. Излучение, вышедшее из основного резонатора через частично пропускающее зеркало 3, возбуждает оптические поля во внешнем кольцевом резонаторе и возвращается снова в основной резонатор через то же зеркало.

В работе [14] получена система дифференциальных и разностных уравнений, относящаяся к лазеру с двумя связанными резонаторами. Возбуждение встречных волн с комплексными амплитудами $E_{c1,c2}$ во внешнем резонаторе описывается разностным уравнением

$$E_{c1,c2}(t) = r_c \exp(-i\omega_n T_c \pm i\Omega_c T_c/2) \times [rE_{c1,c2}(t - T_c) + t_r \exp(i\varphi)E_{1,2}(t - T_c)]. \quad (1)$$

Здесь r и $t_r = \sqrt{1 - r^2}$ – амплитудные коэффициенты отражения и пропускания для зеркала связи 3 (рис.1,*б*); множитель $\exp(i\varphi)$ учитывает, что прошедшая волна по отношению к отраженной приобретает фазовый сдвиг, равный φ ; r_c – эффективный коэффициент, который равен произведению коэффициентов отражения всех зеркал дополнительного резонатора, за исключением зеркала связи (этот коэффициент учитывает также ослабление поля за счет всех остальных потерь в дополнительном резонаторе); Ω_c – разность собственных частот для встречных волн в дополнительном резонаторе; T_c – время обхода светом дополнительного резонатора; ω_n – собственная частота основного резонатора для генерируемых встречных волн в отсутствие вращения.

Будем считать, что частота автомодуляционных колебаний ω_m мала по сравнению с интервалом между соседними аксиальными модами $1/T_c$ дополнительного резонатора:

$$\omega_m T_c \ll 1. \quad (2)$$

Тогда можно перейти от разностных уравнений (1) к дифференциальным, используя соотношение

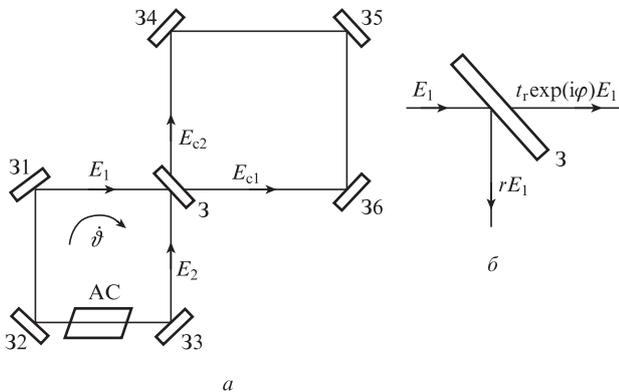


Рис.1. Схема кольцевого лазера со связанными резонаторами (*а*) и волны на зеркале связи 3 (*б*): 31, 32, 33 – зеркала основного резонатора; 3 – зеркало связи; 34, 35, 36 – зеркала дополнительного резонатора; АС – активная среда; E_1, rE_1 и $t_r \exp(i\varphi)E_1$ – амплитуды падающей, отраженной и прошедшей волн соответственно.

$$E_{c1,c2}(t - T_c) = E_{c1,c2}(t) - T_c \dot{E}_{c1,c2}(t). \quad (3)$$

Кроме того, будем рассматривать случай низкочастотного дополнительного резонатора, полагая эффективный коэффициент отражения r_c малым:

$$r_c \ll 1. \quad (4)$$

В этом случае можно пренебречь членом с множителем $rE_{c1,c2}$ по сравнению с членом с множителем $t_r \exp(i\varphi)E_{1,2}$ в правой части уравнения (1).

В лазере с низкочастотным дополнительным резонатором не происходит накопления внутрирезонаторного поля за счет многократных проходов, и резонансные свойства дополнительного резонатора проявляются слабо. Этот резонатор в основном играет роль оптической линии задержки на время одного прохода по нему (T_c). В результате полученная в [14] система уравнений, относящаяся к лазеру с двумя связанными резонаторами, принимает вид

$$\dot{E}_{1,2}(1 + \alpha_{1,2} T_c) = -\frac{\omega}{2Q} E_{1,2} \pm i\frac{\Omega}{2} E_{1,2} + \frac{i}{2} \tilde{m}_{1,2} E_{2,1} + \frac{\sigma l}{2T} (N_0 E_{1,2} + N_{\pm} E_{2,1}) + \alpha_{1,2} E_{1,2}, \quad (5)$$

$$T_1 \dot{N}_0 = N_{th}(1 + \eta) - N_0 - N_0 a (|E_1|^2 + |E_2|^2) - N_+ a E_1 E_2^* - N_- a E_1^* E_2, \quad (6)$$

$$T_1 \dot{N}_{\pm} = -N_{\pm} - N_{\pm} a (|E_1|^2 + |E_2|^2) - N_0 a E_1^* E_2,$$

где

$$\alpha_{1,2} = \frac{r_c}{T} (1 - r^2) \exp[i(2\varphi - \omega_n T_c \pm \Omega_c T_c/2)]. \quad (7)$$

В уравнениях (5) и (6) использованы следующие обозначения: ω/Q – ширина полосы основного резонатора (потери внутри резонатора для встречных волн полагаются одинаковыми); ω – оптическая частота; Q – добротность резонатора; Ω – разность собственных частот для встречных волн в основном резонаторе; σ – сечение лазерного перехода; l – длина активной среды; T – время обхода светом основного резонатора; T_1 – время продольной релаксации; $a = T_1 c \sigma / (8\eta \omega \pi)$ – параметр насыщения; c – скорость света. Скорость накачки равна $N_{th}(1 + \eta)/T_1$, где N_{th} – пороговая инверсная населенность, а η – превышение мощностью накачки порогового значения. Линейная связь встречных волн определяется феноменологически введенными комплексными коэффициентами связи

$$\tilde{m}_1 = m_1 \exp(i\vartheta_1), \quad \tilde{m}_2 = m_2 \exp(-i\vartheta_2), \quad (8)$$

где $m_{1,2}$ – модули коэффициентов связи, а $\vartheta_{1,2}$ – их фазы.

Инверсная населенность разложена в ряд по пространственным гармоникам с учетом нулевой (N_0) и вторых (N_{\pm}) гармоник:

$$N(z, t) = N_0(t) + N_+(t) \exp(i2kz) + N_-(t) \exp(-i2kz), \quad (9)$$

где k – волновое число. Вследствие интерференции встречных волн интенсивность излучения внутри резонатора

периодически меняется вдоль оси резонатора z и, в результате насыщения инверсии населенностей внутрирезонаторным полем, в активной среде наводятся решетки, амплитуды которых определяются гармониками N_{\pm} .

Уравнения (5) и (6) записаны для случая генерации в центре линии усиления. В этих уравнениях оптическая частота ω положена равной ω_n . Чувствительность к вращению возникает из-за эффекта Саньяка: в основном и дополнительном резонаторах появляется разность собственных частот для встречных волн [15, 16]

$$\Omega = \frac{8\pi S \dot{\vartheta}}{n\lambda L}, \quad (10a)$$

$$\Omega_c = \frac{8\pi S_c \dot{\vartheta}}{\lambda L_c}, \quad (10b)$$

где λ – длина волны лазерного излучения. В (10) полагается, что основной резонатор заполнен оптической средой с показателем преломления n , а в дополнительном резонаторе среда отсутствует; S, S_c – проекции векторов площадей основного и дополнительного резонаторов на ось вращения; L, L_c – периметры кольцевых резонаторов.

3. Автомуляционные колебания интенсивности излучения

3.1. Вывод основных формул

Можно найти приближенное аналитическое решение системы уравнений (5) и (6), предполагая, что частота автомуляционных колебаний ω_m велика по сравнению с основной релаксационной частотой $\omega_r = \sqrt{(\omega/Q)\eta/T_1}$. Будем использовать метод последовательных приближений по малому параметру

$$\varepsilon = \omega_r/\omega_m \ll 1. \quad (11)$$

В нулевом приближении пренебрегаем модуляцией инверсной населенности с частотой автомуляционных колебаний и учитываем лишь постоянные составляющие пространственных гармоник N_0 и N_{\pm} ; гармоники N_{\pm} запишем в виде

$$N_{\pm} = N_r \pm iN_i. \quad (12)$$

В этом приближении уравнения (5) и (6) для комплексных амплитуд полей $E_{1,2}$ представляют собой систему двух дифференциальных уравнений первого порядка с постоянными коэффициентами.

Для простоты будем считать, что комплексные коэффициенты связи $\tilde{m}_{1,2}$ являются комплексно-сопряженными (симметричная связь с одинаковыми модулями коэффициентов связи, $m_1 = m_2 = m$, и фазами $\vartheta_1 = \vartheta_2 = 0$). В соответствии с уравнениями (5) комплексную амплитуду E_1 можно представить в виде

$$E_1 = \frac{2\dot{E}_2 + (\omega/Q + i\Omega - \sigma N_0/T)E_2 - 2\beta(E_2 - T_c\dot{E}_2)}{\sigma N_+/T + im}, \quad (13)$$

где

$$\beta = \beta_r + i\beta_i;$$

$$\beta_r = r_c(1 - r^2)\frac{1}{T} \cos \Phi \cos(\Omega_c T_c/2); \quad (14)$$

$$\beta_i = r_c(1 - r^2)\frac{1}{T} \cos \Phi \sin(\Omega_c T_c/2);$$

$$\Phi = 2\varphi - \omega_n T_c.$$

Параметр Φ определяет фазу внешней оптической связи. Он зависит от сдвига фазы φ между отраженной и прошедшей волнами на зеркале связи, а также от набега фазы $\omega_n T_c$ в дополнительном резонаторе. В общем случае, при произвольной фазе Φ , анализ оказывается очень громоздким. Далее рассмотрим два частных случая: $\Phi = 2\pi p$ – синфазная оптическая связь и $\Phi = 2\pi p + \pi$ – противофазная связь (p – целое число).

Из (14) следует, что в случае синфазной оптической связи

$$\beta_r = \beta_r^s = r_c(1 - r^2)\frac{1}{T} \cos(\Omega_c T_c/2), \quad (15)$$

$$\beta_i = \beta_i^s = r_c(1 - r^2)\frac{1}{T} \sin(\Omega_c T_c/2),$$

а в случае противофазной связи

$$\beta_r = \beta_r^a = -r_c(1 - r^2)\frac{1}{T} \cos(\Omega_c T_c/2), \quad (16)$$

$$\beta_i = \beta_i^a = -r_c(1 - r^2)\frac{1}{T} \sin(\Omega_c T_c/2).$$

Подставив (13) в уравнение (5), для комплексной амплитуды E_2 получим дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами. Характеристические частоты $\omega_{1,2}$, найденные из этого уравнения, должны быть действительными величинами. Это условие выполняется, если

$$\frac{\sigma I}{T} N_0 = \frac{\omega}{Q} - 2\beta_r + \frac{\beta_i T_c (\Omega - 2\beta_i)}{1 + \beta_r T_c}, \quad (17)$$

$$N_r = 0. \quad (18)$$

Частоты $\omega_{1,2}$ определяются следующими выражениями:

$$\omega_{1,2} = \pm \frac{1}{2} \sqrt{\frac{m^2 - \sigma N_i^2/T}{(1 + \beta_r T_c)^2 + (\beta_i T_c)^2} + \frac{(\Omega - 2\beta_i)^2}{(1 + \beta_r T_c)^2}}. \quad (19)$$

Выражения для амплитуд полей встречных волн в установленном автомуляционном режиме запишем в виде

$$E_{1,2} = A_{1,2} \exp(i\omega_1 t) + B_{1,2} \exp(i\omega_2 t). \quad (20)$$

Подставив (20) в уравнения (6), получим систему алгебраических уравнений для неизвестных постоянных величин $A_{1,2}, B_{1,2}$ и N_i . Учитывая, что решение аналогичной системы уравнений подробно описано в работах [17, 18], опустим промежуточные выкладки и приведем лишь полученные результаты:

$$N_i = 0, \quad (21)$$

$$|A_2|^2 = \frac{[\omega_1(1 + \beta_r T_c) + (\Omega - 2\beta_i)/2]^2}{4\omega_1^2(1 + \beta_r T_c)^2} \eta, \quad (22)$$

$$|B_2|^2 = \frac{\omega_1(1 + \beta_r T_c) - (\Omega - 2\beta_i)/2}{\omega_1(1 + \beta_r T_c) + (\Omega - 2\beta_i)/2} |A_2|^2. \quad (23)$$

Частота автомодуляции ω_m равна частоте биений двух спектральных компонент:

$$\omega_m = \omega_1 - \omega_2 = \sqrt{\frac{m^2}{(1 + \beta_r T_c)^2 + (\beta_i T_c)^2} + \frac{(\Omega - 2\beta_i)^2}{(1 + \beta_r T_c)^2}}. \quad (24)$$

В формулах (17), (19), (22)–(24) в случае синфазной оптической связи величины β_r и β_i следует положить равными β_r^s и β_i^s , а в случае противофазной связи – β_r^a и β_i^a .

Детальный анализ амплитудных характеристик автомодуляционных колебаний в настоящей работе проводится не будет, основное внимание уделено анализу частотных характеристик. Отметим, что полученные результаты являются приближенными. В формуле (24) в первом приближении по параметру ε (см. (11)) возникает смещение частоты автомодуляции, обусловленное взаимодействием автомодуляционных колебаний с релаксационными [19, 20]. Поправки в первом приближении далее будут рассмотрены при численном решении уравнений (5) и (6).

3.2. Синфазная оптическая связь

В случае синфазной связи, как следует из (17), уменьшаются потери в основном резонаторе, что приводит к увеличению средней интенсивности выходного излучения ТКЛ и амплитуды автомодуляционных колебаний интенсивности.

Рассмотрим влияние внешней оптической связи на частоту автомодуляционных колебаний при синфазной связи. Вначале ограничимся случаем, когда дополнительный резонатор оказывается нечувствительным к вращению (проекция S_c вектора площади на ось вращения в (10б) равна нулю или является малой). В этом случае $\Omega_c = 0$, и формула (24) существенно упрощается. При синфазной связи резонаторов из этой формулы получим выражение

$$\omega_m = \omega_m^s = \frac{\sqrt{m^2 + \Omega^2}}{1 + r_c(1 - r^2) T_c/T}. \quad (25)$$

В отсутствие дополнительного резонатора ($r_c = 0$) частота автомодуляции определяется известной формулой $\omega_m = \sqrt{m^2 + \Omega^2}$. Из (25) следует, что при синфазной связи резонаторов частота ω_m меньше ее значение $\sqrt{m^2 + \Omega^2}$ в отсутствие внешней оптической связи.

На рис.2 приведены зависимости частот автомодуляции $f_m = \omega_m/2\pi$ от периметра дополнительного резонатора L_c при разных параметрах внешней оптической связи. Зависимость, показанная на рис.2,а, рассчитана при следующих предположениях. Полагалось, что основным резонатором является монолитный кольцевой резонатор на кристалле YAG:Nd (резонатор кольцевого чип-лазера). Периметр основного резонатора $L = 5$ см, коэффициент отражения зеркала связи $r = 0.97$, ширина полосы основного резонатора $\omega/Q = 4.5 \times 10^8$ с⁻¹. Коэффициенты связи считались одинаковыми: $m_1 = m_2 = m = 1.3 \times 10^6$ с⁻¹. В этом случае частота автомодуляционных колебаний в отсутствие оптической невзаимности ($\Omega = 0$) в чип-лазере без дополнительного резонатора составляет 206 кГц. Пре-

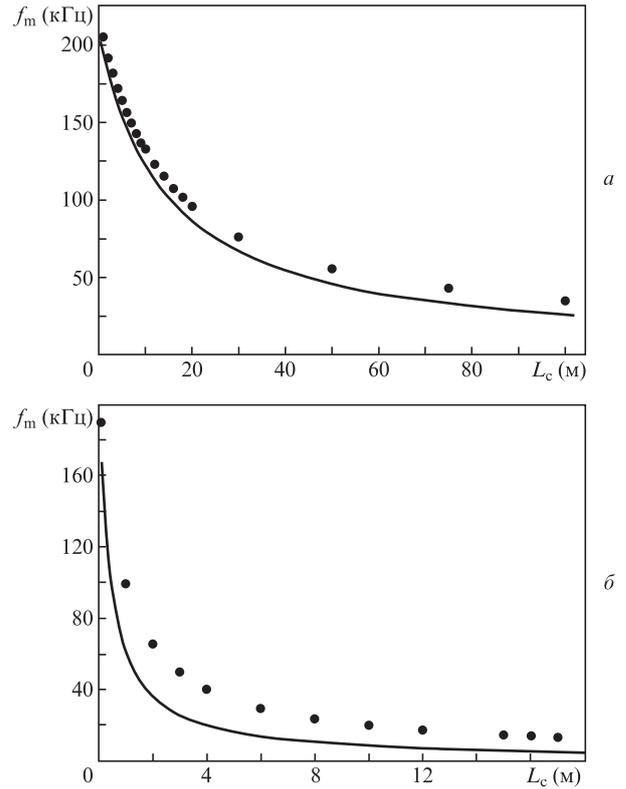


Рис.2. Зависимости частоты автомодуляции f_m от периметра дополнительного резонатора L_c при амплитудных коэффициентах отражения на зеркале связи $r = 0.97$ (а) и 0.7 (б).

вышение накачки над порогом $\eta = 0.1$. Эффективный коэффициент отражения для дополнительного резонатора r_c полагался равным 0.25. Сплошная кривая на рис.2,а рассчитана по формуле (25) при $\Omega = 0$, а точками показаны результаты, полученные на основе численного решения системы уравнений (5) и (6) при указанных параметрах.

Зависимость частоты автомодуляции f_m от периметра дополнительного резонатора L_c , приведенная на рис.2,б, получена при большем, чем для рис.2,а, амплитудном коэффициенте отражения зеркала связи – $r = 0.7$. Остальные параметры для рис.2,б имеют следующие значения: $r_c = 0.23$, $L = 10$ см, $m = 1.3 \times 10^6$ с⁻¹, $\eta = 0.03$.

Из рис.2 видно, что влияние внешней оптической связи значительно возрастает с увеличением коэффициента пропускания зеркала связи $1 - r^2$. Результаты, приведенные на рис.2, показывают, что с помощью синфазной оптической связи можно существенно уменьшить частоту автомодуляции.

Рассмотрим теперь случай, когда дополнительный резонатор обладает чувствительностью к вращению. Полагая, что расщепление Ω_c собственных частот дополнительного резонатора вследствие вращения мало по сравнению с межмодовым интервалом $1/T_c$ ($\Omega_c T_c \ll 1$), из (24) получаем следующую упрощенную формулу:

$$\omega_m = \omega_m^s = \frac{\sqrt{m^2 + [\Omega - r_c(1 - r^2)\Omega_c T_c/T]^2}}{1 + r_c(1 - r^2) T_c/T}. \quad (26)$$

Рассмотрим далее случай, когда в основном кольцевом чип-резонаторе с помощью постоянного магнитного поля [21] создается частотная невзаимность Ω , удовлетворяющая условию $\Omega^2 \gg m^2$. Тогда из (26) имеем

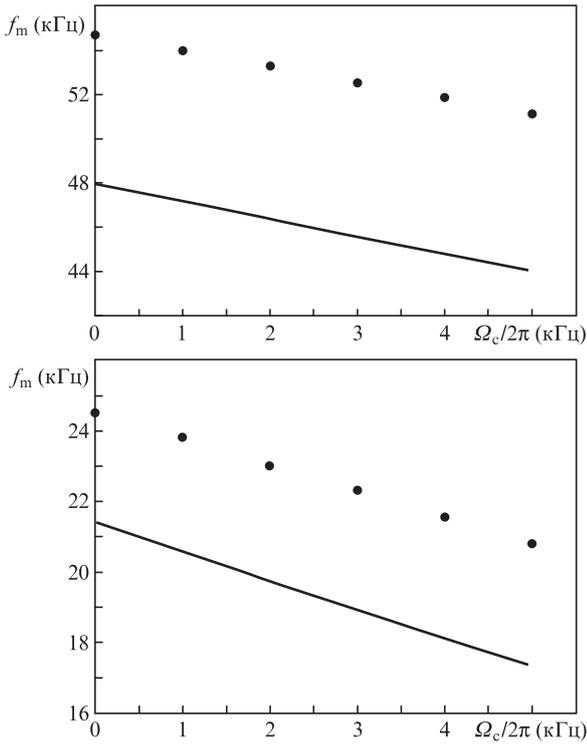


Рис.3. Зависимости частоты автомодуляции f_m от частотной невязимости в дополнительном резонаторе $\Omega_c/2\pi$ при амплитудных коэффициентах отражения зеркала связи $r = 0.993$ (а) и 0.7 (б).

$$\omega_m^s = \frac{\Omega - \Omega_c r_c (1 - r^2) T_c / T}{1 + r_c (1 - r^2) T_c / T} \tag{27}$$

На рис.3,а приведена зависимость частоты автомодуляции f_m от частотной невязимости дополнительного резонатора $\Omega_c/2\pi$. Прямая линия рассчитана по формуле (27) при амплитудном коэффициенте отражения зеркала связи $r = 0.993$. Остальные параметры таковы: $L = 5$ см, $r_c = 0.3$, $\Omega/2\pi = 400$ кГц, $L_c = 100$ м, $m = 1.3 \times 10^6$ с⁻¹. Точками показаны результаты, полученные на основе численного решения уравнений (5) и (6) при этих параметрах и при $\eta = 0.05$.

Зависимость частоты автомодуляции f_m от частотной невязимости дополнительного резонатора $\Omega_c/2\pi$, приведенная на рис.3,б, получена при большем, чем для рис.3,а, амплитудном коэффициенте отражения зеркала связи $r = 0.7$. Остальные параметры таковы: $L = 10$ см, $r_c = 0.23$, $\Omega/2\pi = 400$ кГц, $L_c = 17$ м, $m = 1.3 \times 10^6$ с⁻¹. Прямая линия рассчитана по формуле (27), а точками показаны данные, найденные на основе численного решения уравнений (5) и (6) при этих параметрах и при $\eta = 0.03$.

Отметим, что при получении результатов, представленных на рис.3, полагалось, что при вращении за счет эффекта Саньяка невязимость Ω_c возникает только в дополнительном резонаторе. Размеры основного резонатора считались малыми по сравнению с размерами дополнительного резонатора ($S/L \ll S_c/L_c$). В этом случае в соответствии с формулами (10а) и (10б) влиянием вращения на невязимость Ω можно пренебречь.

3.3. Противофазная оптическая связь

Противофазная оптическая связь увеличивает потери в основном резонаторе, что приводит к уменьшению амплитуды автомодуляционных колебаний.

Проанализируем влияние этой связи на частоту автомодуляционных колебаний. Вначале рассмотрим случай, когда дополнительный резонатор оказывается нечувствительным к вращению (проекция S_c вектора площади на ось вращения в (10б) равна нулю или является малой). В этом случае из формулы (24) получим выражение

$$\omega_m = \omega_m^a = \frac{\sqrt{m^2 + \Omega^2}}{1 - r_c(1 - r^2) T_c / T} \tag{28}$$

Из него следует, что при противофазной связи резонаторов частота автомодуляционных колебаний всегда больше ее значения $\sqrt{m^2 + \Omega^2}$ в отсутствие внешней оптической связи.

В соответствии с формулой (28) частота автомодуляционных колебаний монотонно возрастает с увеличением отношения периметров резонаторов $L_c/L = T_c/T$. При критическом значении этого отношения

$$(L_c/L)_{crit} = [r_c(1 - r^2)]^{-1} \tag{29}$$

знаменатель в (28) обращается в нуль, что приводит к резкому увеличению ω_m .

На рис.4 сплошной кривой показана зависимость f_m от периметра дополнительного резонатора L_c , вычисленная по формуле (28), а точками представлены данные, найденные на основе численного решения уравнений (5) и (6). Приведенные на рис.4 результаты получены при $L = 10$ см, $r = 0.7$, $r_c = 0.23$ и при $\eta = 0.1$. При этих параметрах критическая длина периметра дополнительного резонатора L_{crit} в соответствии с (28) оказывается равной 84.9 см.

При изменении L_c от 10 до 70 см (рис.4,а) частота автомодуляции f_m плавно возрастает от 200 до 1300 кГц. При приближении L_c к критическому значению L_{crit} (рис.4,б) частота f_m резко возрастает, достигая 50 МГц и более. При длинах периметра дополнительного резонатора

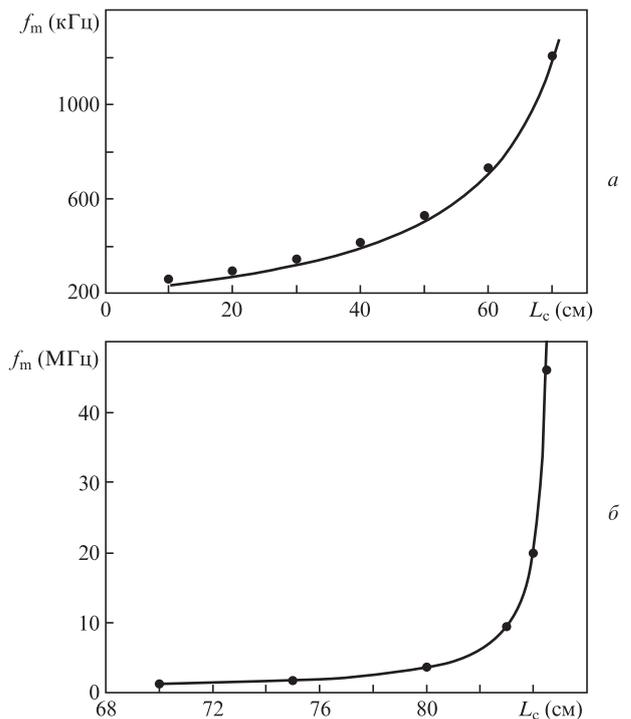


Рис.4. Зависимости f_m от периметра дополнительного резонатора L_c .

тора, превышающих критическое значение ($L_c > L_{crit}$), автомодуляционные колебания в случае противофазной оптической связи отсутствуют (в этой области они существуют только при синфазной оптической связи).

Рассмотрим теперь случай, когда дополнительный резонатор обладает чувствительностью к вращению. Будем считать, что расщепление Ω_c собственных частот дополнительного резонатора вследствие вращения мало по сравнению с межмодовым интервалом $1/T_c$, т. е. выполняется неравенство $\Omega_c T_c \ll 1$. Предположим также, что в основном кольцевом чип-резонаторе с помощью постоянного магнитного поля [19] создается частотная невзаимность Ω , удовлетворяющая условию $\Omega^2 \gg m^2$. При этих условиях из (24) получим выражение

$$\omega_m = \omega_m^a = \frac{\Omega - r_c(1-r^2)\Omega_c T_c/T}{1 - r_c(1-r^2)T_c/T}, \quad (30)$$

Из него следует, что зависимость частоты автомодуляции от угловой скорости вращения $\dot{\vartheta}$ определяется масштабным коэффициентом

$$K = \frac{r_c(1-r^2)T_c/T}{1 - r_c(1-r^2)T_c/T} K_c \dot{\vartheta}, \quad (31)$$

где K_c – масштабный коэффициент для дополнительного резонатора, который в соответствии с (10б) есть

$$K_c = 8\pi S_c / (\lambda L_c). \quad (32)$$

Формула (31) записана при условии, что размеры основного резонатора малы по сравнению с размерами дополнительного резонатора ($S/L \ll S_c/L_c$). В этом случае влиянием вращения на невзаимность Ω в (30) можно пренебречь.

Из (31) видно, что при длине периметра дополнительного резонатора, близкой к критической ($L_c \approx L_{crit}$), происходит резкое увеличение масштабного коэффициента K_c . При периметре основного резонатора $L = 10$ см, амплитудном коэффициенте отражения зеркала связи $r = 0.7$ и эффективном коэффициенте отражения для дополнительного резонатора $r_c = 0.23$ получим, что при $L_c = 83.5$ см масштабный коэффициент $K = 60K_c$.

Выше были рассмотрены автомодуляционные колебания при двух значениях фазы $\Phi = 2\varphi - \omega_n T_c$ внешней оптической связи. Для реализации этих режимов генерации необходимо настроить оптическую длину дополнительного резонатора. Частота лазерного излучения и периодность данных параметров является дополнительным источником погрешности при измерении скорости вращения. Вопросы, связанные с этой погрешностью и стабильностью частоты излучения, необходимой для реализации рассмотренных режимов генерации, требуют дополнительного исследования.

Одна из возможных схем для ТКЛ со связанными кольцевыми резонаторами была реализована в работе [14], где в качестве основного резонатора использовался неплоский монолитный кольцевой резонатор, в котором поляризация генерируемого излучения является циркулярной. При прохождении света через зеркало связи поляризация преобразуется в эллиптическую, близкую к линейной. В рассмотренной выше модели поляризация излучения в связанных кольцевых резонаторах полагается одинаковой (скалярная модель ТКЛ). В общем случае, когда один из резонаторов (или оба) неплоский, необхо-

димо разработать векторную модель ТКЛ со связанными кольцевыми резонаторами.

4. Заключение

В настоящей работе теоретически исследовано влияние внешней оптической связи на автомодуляционные колебания интенсивности излучения ТКЛ со связанными резонаторами. Полученные результаты показали, что с помощью внешней оптической связи можно изменять частоту автомодуляционных колебаний f_m в широком диапазоне (от нескольких килогерц до сотен мегагерц). Синфазная оптическая связь дает возможность ослабить влияние связи встречных волн через обратное рассеяние и существенно уменьшить f_m , а противофазная оптическая связь, напротив, усиливает влияние связи встречных волн и приводит к увеличению f_m .

Использование внешней оптической связи позволяет управлять масштабным коэффициентом. При синфазной связи масштабный коэффициент K , определяющий зависимость частоты автомодуляции от скорости вращения, можно увеличить до значения K_c , задаваемого размерами дополнительного резонатора (10б). При противофазной связи масштабный коэффициент K можно увеличить на два порядка по сравнению с величиной K_c .

1. Shahriar M.S., Pati G.S., Tripathi R., Gopal V., Messall M., Salit K. *Phys. Rev. A*, **75**, 053807 (2007).
2. Yum H.M., Salit M., Yablon J., Salit K., Wang Y., Shahriar M.S. *Opt. Express*, **18** (17), 17658 (2010).
3. Smith D., Myneni K., Odotula J.A., Diels J.C. *Phys. Rev. A*, **80** (1), 011809 (2009).
4. Salit M., Salit K., Bauhahn P. *Opt. Express*, **19** (25), 25311 (2011).
5. Елисеев П.Г. *Квантовая электроника*, **36**, 738 (2006) [*Quantum Electron.* **36**, 738 (2006)].
6. Schaar J.E., Yum H.N., Shahriar S.M. *Proc. SPIE*, **7949**, 794914 (2011).
7. Han X., Luo H., Qu T., Wang Z., Yuan J., Bin Z. *J. Opt.*, **16**, 125401 (2014).
8. Wang Z., Yuan B., Xiao G., Fan Z., Yuan J. *Appl. Opt.*, **54**, 9568 (2015).
9. Smith D.D., Chang H., Myneni K., Rosenberger A.T. *Phys. Rev. A*, **89**, 053804 (2014).
10. Гарбузов Д.З., Дедыш В.В., Кочергин А.В., Кравцов Н.В., Наний О.Е., Надточеев В.Е., Стругов Н.А., Фирсов В.В., Шелаев А.Н. *Квантовая электроника*, **16**, 2423 (1989) [*Sov. J. Quantum Electron.*, **19**, 1602 (1989)].
11. Голяев Ю.Д., Гарбузов Д.З., Кочергин А.В., Кравцов Н.В., Надточеев В.Е., Наний О.Е. *Изв. РАН. Сер. физич.*, **56**, 163 (1992).
12. Бойко Д.Л., Голяев Ю.Д., Дмитриев В.Г., Кравцов Н.В. *Квантовая электроника*, **24**, 653 (1997) [*Quantum Electron.*, **27**, 635 (1997)].
13. Бойко Д.Л., Голяев Ю.Д., Леженин Д.Г. *Квантовая электроника*, **24**, 235 (1997) [*Quantum Electron.*, **27**, 229 (1997)].
14. Золотоверх И.И., Ларионцев Е.Г., Фирсов В.В., Чекина С.Н. *Квантовая электроника*, **48**, 1 (2018) [*Quantum Electron.*, **48**, 1 (2018)].
15. Кравцов Н.В., Ларионцев Е.Г. *Квантовая электроника*, **30**, 105 (2000) [*Quantum Electron.*, **30**, 105 (2000)].
16. Малыкин Г.Б. *УФН*, **184**, 775 (2014).
17. Золотоверх И.И., Ларионцев Е.Г. *Квантовая электроника*, **20**, 67 (1993) [*Quantum Electron.*, **23**, 56 (1993)].
18. Бойко Д.Л., Кравцов Н.В. *Квантовая электроника*, **25**, 880 (1998) [*Quantum Electron.*, **28**, 856 (1998)].
19. Золотоверх И.И., Ларионцев Е.Г. *Квантовая электроника*, **23**, 620 (1996) [*Quantum Electron.*, **26**, 604 (1996)].
20. Золотоверх И.И., Кравцов Н.В., Кравцов Н.Н., Ларионцев Е.Г., Макаров А.А. *Квантовая электроника*, **24**, 638 (1997) [*Quantum Electron.*, **27**, 621 (1997)].
21. Кравцов Н.В., Ларионцев Е.Г., Наумкин Н.И., Сидоров С.С., Фирсов В.В., Чекина С.Н. *Квантовая электроника*, **31**, 649 (2001) [*Quantum Electron.*, **31**, 649 (2001)].