

Формирование неоднородно поляризованных вихревых пучков Бесселя на основе интерференционного поляризатора

С.В.Карпеев, В.Д.Паранин, С.Н.Хонина

Предложена новая оптическая система для генерации азимутально- и радиально-поляризованных вихревых лазерных пучков Бесселя. Система основана на преобразовании конических волновых фронтов при прохождении через интерференционную поляризационную пластину. Управление поляризационными характеристиками при формировании пучка осуществляется путем изменения кривизны волнового фронта пучка, освещающего дифракционный аксикон. Экспериментально получены радиально- и азимутально-поляризованные вихревые пучки Бесселя с использованием бинарно-фазового аксикона.

Ключевые слова: вихревые пучки Бесселя, неоднородная поляризация, интерференционный поляризатор, дифракционный аксикон.

1. Введение

Азимутально- и радиально-поляризованные лазерные пучки на сегодняшний день имеют множество приложений [1, 2], в частности для связи в свободном пространстве [3] и обработки материалов [4, 5]. Вихревые пучки с разной поляризацией также применяются в различных задачах [6]. Среди вихревых пучков важными для практики свойствами обладают пучки Бесселя [7]. В работе [8] рассмотрены теоретические основы непараксиального распространения и преобразования неоднородно поляризованных пучков Бесселя. Методы формирования лазерных пучков Бесселя с неоднородной поляризацией различаются как по способу формирования исходного пучка Бесселя, так и по свойствам оптических систем, формирующих требуемое поляризационное состояние. Универсальным средством для решения задачи формирования таких пучков представляются жидкокристаллические модуляторы света, однако их низкое разрешение сказывается на качестве полученных экспериментальных результатов [9].

В работе [10] было экспериментально продемонстрировано свойство самовосстановления не только амплитудного распределения, но и поляризационного состояния пучков Бесселя–Гаусса, полученных с использованием пространственного модулятора света. Поляризационное состояние этих пучков формировалось при помощи секторной пластинки (генератора радиальной поляризации). Преобразование круговой поляризации в неоднородную поляризацию с использованием сегментированных поляриза-

ционных пластинок [11] вызывает появление в пучке вихревой фазы. К сожалению, применение секторной пластинки [12] приводит к ухудшению качества пучков.

Пучки более высокого качества могут быть получены, если исходный пучок Бесселя формируется при помощи рефракционного аксикона, а дальнейшее формирование поляризационного состояния осуществляется в двухосном двулучепреломляющем кристалле [13]. Такой метод позволил экспериментально получить в одной и той же оптической системе как радиальную, так и азимутальную поляризацию путем поворота направления оси поляризации падающего пучка на 90° . Более простым решением является применение многослойной структуры (одномерного фотонного кристалла) для формирования поляризации пучка Бесселя [14], причем при использовании нелинейных оптических материалов возможно управление свойствами кристалла при помощи дополнительного облучения вспомогательным лазерным источником. В таком варианте оптической системы, предложенном в работе [14], перестройка поляризационного состояния осуществляется просто путем управления нелинейным фотонным кристаллом без всяких изменений в оптической системе. Однако этот принцип до сих пор экспериментально не реализован.

Упрощенный вариант оптической системы, реализованный на практике [15], содержит вместо рефракционного аксикона дифракционный, а вместо многослойной структуры стопу Столетова, которая также позволяет формировать радиальную поляризацию. Применение дифракционного аксикона повышает качество пучка в дополнение к тем преимуществам, которые дает дифракционная оптика. Однако диаметр пучка после прохождения стопы Столетова сильно увеличивается из-за требуемого большого угла расходимости, и коллимация пучка становится сложной задачей, требующей применения высокоапертурной оптики большого диаметра. К тому же энергетическая эффективность стопы Столетова для достижения достаточного поляризационного контраста мала. Какое-либо управление поляризационным состоянием пучка в такой системе невозможно.

С.В.Карпеев, С.Н.Хонина. Институт систем обработки изображений, филиал ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН, Россия, 443001 Самара, ул. Молодогвардейская, 151; Самарский национальный исследовательский университет им. академика С.П.Королева, Россия, 443086 Самара, Московское ш., 34; e-mail: karp@smr.ru
В.Д.Паранин. Самарский национальный исследовательский университет им. академика С.П.Королева, Россия, 443086 Самара, Московское ш., 34

Поступила в редакцию 22 декабря 2017 г., после доработки – 15 февраля 2018 г.

В настоящей работе за основу взята оптическая система, описанная в [16], в которой используется преобразование конических пучков в многослойной интерференционной структуре. Такая система эффективно применялась для формирования двухкольцевого радиально-поляризованного пучка [17]. Пригодность данной системы для формирования радиально-поляризованных пучков Бесселя экспериментально показана в работе [18], однако управление поляризационным состоянием в ней невозможно из-за больших углов падения света на многослойную структуру с целью получения радиальной поляризации. Дальнейшее увеличение углов для получения азимутальной поляризации не представляется возможным из-за технологических ограничений при изготовлении дифракционных оптических элементов и сильного снижения энергетической эффективности с увеличением углов падения.

В настоящей работе предлагается формировать неоднородно поляризованные вихревые пучки Бесселя с управляемым поляризационным состоянием путем изменения расходимости освещающего пучка, падающего на дифракционный аксикон. Теоретически и экспериментально показано, что при уменьшении рабочих углов падения света на интерференционный поляризатор радиальная и азимутальная поляризации могут быть получены с одним и тем же дифракционным аксиконом только за счет замены линз в освещающем пучке.

2. Моделирование оптической системы

Основой предлагаемого подхода является прохождение конического пучка с круговой поляризацией через поляризационную пластину [16]. Известно [17, 19], что круговая поляризация может быть представлена как суперпозиция радиальной и азимутальной поляризаций с вихревой фазой:

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_x \pm i\mathbf{e}_y &= (\cos\phi \mathbf{e}_r - \sin\phi \mathbf{e}_\phi) \pm i(\sin\phi \mathbf{e}_r + \cos\phi \mathbf{e}_\phi) \\ &= \exp(\pm i\phi)(\mathbf{e}_r + i\mathbf{e}_\phi). \end{aligned} \quad (1)$$

В результате действия поляризационной пластины будет выделяться в зависимости от угла падения одна из поляризаций – радиальная или азимутальная, а вихревая фаза останется в пучке в обоих случаях. Конический пучок предлагается формировать при помощи аксикона, который дает пучок Бесселя нулевого порядка с максимумом на оси пучка. После прохождения через поляризующую пластину пучок становится неоднородно поляризованным, но наличие вихревой фазы приводит к формированию ненулевой интенсивности на оптической оси с круговой поляризацией. Далее этот факт будет продемонстрирован численным моделированием. Таким образом, в пучке остается малая центральная область с однородной поляризацией, но ее энергетический вклад пренебрежимо мал.

Принцип работы интерференционного поляризатора определяет высокую угловую селективность при преобразовании поляризационного состояния прошедшего света. Конический волновой фронт обладает радиальной симметрией и обеспечивает постоянные углы падения света на поляризатор, и, как следствие, поляризационное преобразование по всей площади пучка одинаково для всех лучей и радиально симметрично. Обычный аксикон (как рефракционный, так и дифракционный) формирует конический волновой фронт при освещении плоским волно-

вым фронтом. Если требуется изменить углы распространения лучей конического волнового фронта, то точным решением является замена формирующего аксикона на аксикон с другой числовой апертурой при сохранении освещения плоским волновым фронтом. Однако как дифракционные, так и рефракционные аксиконы являются достаточно узко специализированными и дорогими элементами, и иметь широкий набор аксиконов с точными значениями числовой апертуры зачастую не представляется возможным. В настоящей работе предлагается осуществлять коррекцию углов сходимости пучков, формируемых аксиконом, за счет замены плоской освещающей волны на сферическую. Если пучок, освещающий аксикон, является сферическим (неважно, расходящимся или сходящимся), то волновой фронт прошедшего пучка уже не будет чисто коническим, а имеет квадратичную «фазовую добавку». Это приведет к тому, что углы распространения лучей будут изменяться по площади пучка в зависимости от радиуса, а следовательно, и углы падения света на интерференционный поляризатор также будут изменяться. Основным вопросом при разработке предложенной оптической системы является оценка влияния этой квадратичной «фазовой добавки» в пучке с коническим волновым фронтом на «чистоту» поляризационного преобразования. Целью представленного ниже численного моделирования было оценить изменение углов по сечению пучка в зависимости от различных параметров, чтобы можно было сопоставить его с характеристиками интерференционного поляризатора и подобрать параметры элементов оптической системы, необходимые для достижения требуемых показателей качества сформированных пучков.

Числовая апертура дифракционного аксикона определяется по следующей формуле:

$$NA = \lambda/d, \quad (2)$$

где λ – длина волны освещающего аксикон излучения; d – период колец аксикона. Используя числовую апертуру (2), можно определить угол сходимости конического волнового фронта:

$$\theta = \arcsin(\lambda/d). \quad (3)$$

В частности, при освещении дифракционного аксикона с периодом колец 2 мкм лазерным излучением с длиной волны 0.633 мкм (гелий-неоновый лазер) получим конический волновой фронт, сходящийся под углом $\theta \approx 18.45^\circ$. В лучевом приближении (если не учитывать дифракцию) все лучи будут распространяться под этим углом к оптической оси; при этом формируется пучок Бесселя нулевого порядка. Дифракционные явления можно учесть, если численно рассчитать угловой спектр излучения, прошедшего через дифракционный аксикон. В настоящей работе такое численное моделирование выполнялось с помощью метода разложения по плоским волнам [20] с использованием быстрого алгоритма расчета для осесимметричных пучков [21]. Результаты моделирования формирования пучка Бесселя нулевого порядка и угловой спектр для сходящегося дифракционного порядка излучения, прошедшего через бинарный дифракционный аксикон с периодом 2 мкм, приведены на рис.1.

Поляризационное преобразование сформированного пучка Бесселя нулевого порядка с круговой поляризации

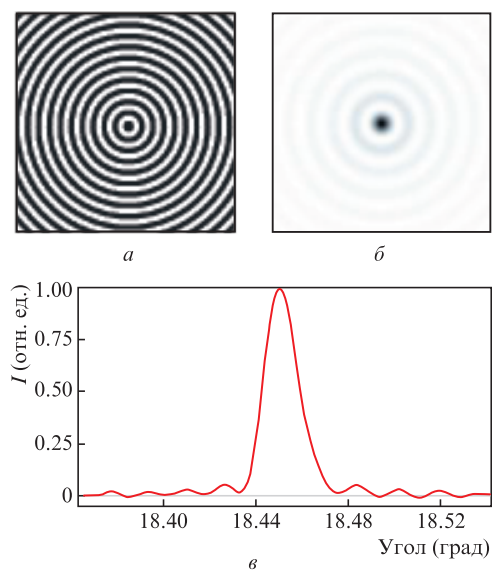


Рис.1. Результаты моделирования формирования пучка Бесселя нулевого порядка: *a* – центральная часть бинарного дифракционного аксикона с периодом 2 мкм (белый цвет соответствует фазе, равной π , черный – нулевому значению фазы); *b* – распределение интенсивности на расстоянии $z = 5$ мм от аксикона (негатив, размер картины 10×10 мкм); *c* – угловой спектр прошедшего через аксикон излучения.

ей при прохождении через поляризационную пластину показано в табл.1. Из таблицы следует, что при круговой поляризации поперечные компоненты представляют собой пучок Бесселя нулевого порядка. При этом продольная компонента (ее вклад в полную интенсивность незначителен, так как числовая апертура аксикона невелика) соответствует вихревому пучку Бесселя первого порядка. При цилиндрических поляризациях поперечные компоненты существенно отличаются по структуре от исходного пучка Бесселя нулевого порядка и представляют собой гибриды косинусно-синусного (свойственного цилиндрическим поляризациям) и вихревого распределений. Видно, что поперечные компоненты вихревых пучков Бесселя с

радиальной и азимутальной поляризациями ортогональны везде, кроме центральной области, где они имеют ненулевое значение интенсивности и круговую поляризацию.

Известно [17, 22], что бинарный дифракционный аксикон имеет в спектре два пика интенсивности, соответствующие сходящемуся и расходящемуся волновым фронтам. Отметим, что, варьируя соотношение ширин колец [17, 23] или центральной зоны [24], можно перераспределить энергию в один или два равных пика.

На рис.1,*c* представлен угловой спектр для пучка Бесселя, показанного на рис.1,*b*, т.е. для сходящегося конического волнового фронта. Положение максимума углового спектра пучка Бесселя зависит от числовой апертуры (2), а его ширина – от радиуса апертуры оптического элемента. Ширина углового спектра пучка составляет около 0.01° по уровню 0.5. С увеличением размера апертуры элемент угловой спектр будет сужаться и в пределе стремиться к дельта-функции при угле сходимости, определяемом (3).

Чтобы сместить максимум пространственных частот в зону больших углов сходимости, можно уменьшить период аксикона d . В частности, для получения $\theta = 20^\circ$ нужно изготовить аксикон с периодом $d = 1.85$ мкм, а для $\theta = 25^\circ$ период $d = 1.5$ мкм. Однако, как уже отмечалось, изготовление набора аксиконов с разными периодами для обеспечения точных значений углов весьма затратно. Кроме того, аксиконы с такими малыми значениями периода требуют сравнимой с периодом точности юстировки, что усложняет процесс их замены для перестройки оптической системы. Помочь избежать замены могли бы пространственные модуляторы света (SLM), однако экспериментально реализовать аксиконы с периодами в требуемом диапазоне при помощи стандартного SLM не представляется возможным, поскольку размер его ячейки составляет порядка нескольких микрометров.

Рассмотрим предложенный путь подстройки углов сходимости пучков, формируемых аксиконом, путем замены плоской освещающей волны на сферическую [25]. Существует два варианта такой подстройки – либо уменьшение углов сходимости для аксикона с более высокой

Табл.1. Поляризационное преобразование пучка Бесселя (покомпонентные распределения интенсивности и фазы).

	x-компонента (интенсивность и фаза)		y-компонента (интенсивность и фаза)		z-компонента (интенсивность и фаза)		Полная интенсивность
Исходный пучок Бесселя нулевого порядка с круговой поляризацией							
Вихревой пучок Бесселя с радиальной поляризацией							
Вихревой пучок Бесселя с азимутальной поляризацией							

числовой апертурой за счет освещения расходящимся волновым фронтом, либо увеличение углов для аксикона с более низкой числовой апертурой при освещении сходящимся волновым фронтом. Очевидно, что второй вариант предпочтительнее, поскольку технологически он проще (больше период колец аксикона), а кроме того, этот вариант выигрывает в расстоянии, на котором сохраняется пучок Бесселя [26]:

$$z_{\max} \approx R/NA, \quad (4)$$

где R – радиус аксикона.

Из выражения (4) следует, что чем выше числовая апертура оптического элемента, тем короче рабочее расстояние. В частности, для аксикона с периодом 2 мкм и радиусом $R = 8$ мм максимальное расстояние $z_{\max} \approx 25$ мм. Для увеличения этого расстояния можно увеличить размер элемента, но в этом случае придется также расширять освещающий пучок, что, в конечном счете, приведет к уменьшению полезной энергии. Поэтому предпочтительнее использовать аксиконы с меньшей числовой апертурой.

Освещение аксикона сходящимся сферическим пучком теоретически приведет к уширению углового спектра и масштабному изменению пучка Бесселя на различных расстояниях от оптического элемента. Такое поведение свойственно пучкам, формируемым линзаконами [27, 28] и фраксикономами (дробными аксикономами) [29, 30].

На рис.2 показаны результаты моделирования формирования пучка Бесселя нулевого порядка при освещении бинарного дифракционного аксикона радиусом $R = 8$ мм с периодом 2 мкм сходящимся сферическим пучком с фокусным расстоянием 80 мм. Сравнение числа колец на рис.1,б и рис.2,а свидетельствует об увеличении числовой апертуры сформированного пучка Бесселя при таком освещении. Ширина углового спектра пучка на рис.2,б составляет около 0.7° по уровню 0.5.

Таким образом, освещение аксикона сходящимся сферическим пучком позволяет увеличить числовую апертуру формируемого пучка. Однако угловой спектр прошедше-

го излучения также расширяется. Но, как будет показано ниже, это расширение согласуется с диапазоном рабочих углов интерференционного поляризатора, что позволяет сохранить «чистоту» поляризации формируемого неоднородно поляризованного пучка Бесселя. Отметим также, что в рассматриваемом случае пучок Бесселя масштабно уменьшается с увеличением расстояния от оптического элемента, это приводит к уменьшению расстояния сохранения пучка Бесселя по сравнению с отдельным аксиконом [29, 30].

3. Экспериментальное исследование

Из результатов работы [18] известно, что относительная угловая разница между положениями максимумов пропускания р- и s-поляризованных излучений для интерференционного поляризатора составляет около 30%. Учитывая результаты моделирования, максимум пропускания интерференционного поляризатора для р-поляризации был выбран при угле падения 20° . При этом максимум пропускания для s-поляризованного излучения должен соответствовать углу падения около 25° . Предполагалось использовать в эксперименте бинарный дифракционный аксикон с периодом 2 мкм и получать пучок для прохождения р-поляризации при освещении плоской волной (при этом получается радиально-поляризованное излучение на выходе), а для прохождения s-поляризованного излучения освещать аксикон сферической волной с такими же параметрами, как при моделировании на рис.2. Результаты моделирования для такого аксикона при освещении плоской волной (см. рис.1) дают несколько другое положение максимума углового спектра, а именно $\theta \approx 18.45^\circ$. Однако из-за малой ширины спектра (см. рис.1,б) значение этого угла не обязательно должно быть 20° , а может быть другим в пределах полосы пропускания интерференционного поляризатора. Как показано далее, смещение максимума углового спектра аксикона в сторону меньших углов позволяет улучшить «чистоту» получаемого поляризованного состояния и выровнять пропускание для р- и s-поляризованного излучения.

Интерференционный поляризатор с рабочим углом 20° для длины волны 632.8 нм был спроектирован и изготовлен ОАО «ИЗОВАК» (Республика Беларусь, Минск). Он состоит из 43 чередующихся слоев Nb_2O_5/SiO_2 различной толщины, нанесенных на кварцевую подложку диаметром 25.4 мм и толщиной 3 мм. Поляризационные характеристики пропускания элемента исследовались на спектральном эллисометре J.A. Wollam V-VASE в диапазоне углов $0-40^\circ$ с шагом 0.2° . Длина волны зондирующего излучения устанавливалась равной 632.8 нм, ширина спектра – не более 0.5 нм. Для большей точности перед каждым измерением определялась мощность излучения спектрального блока эллисометра (базовая линия), а результаты измерений усреднялись во времени по 10 точкам. Зависимости пропускания р- и s-поляризованного излучения от угла падения приведены на рис.3. Из измеренных характеристик следует, что интерференционный поляризатор обеспечивает отношение коэффициентов пропускания радиальной и азимутальной компонент T_p/T_s не менее 80:1–90:1 для рабочего угла около 20° . При этом максимальное пропускание для T_p составляет 72%, а пропускание для T_s – 62%. Ширина полосы пропускания интерференционного поляризатора равна $\sim 4^\circ$ по уровню 0.5 как для р-, так и для s-поляризованного излучения. Таким образом, учитывая полученную при моделировании ши-

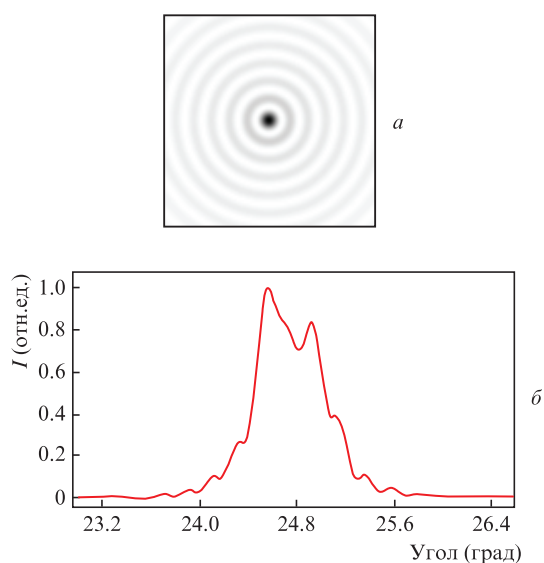


Рис.2. Результаты моделирования формирования пучка Бесселя нулевого порядка при освещении сходящимся сферическим пучком: распределение интенсивности на расстоянии $z = 5$ мм от аксикона (негатив, размер картины 10×10 мкм) (а) и угловой спектр прошедшего через аксикон излучения (б).

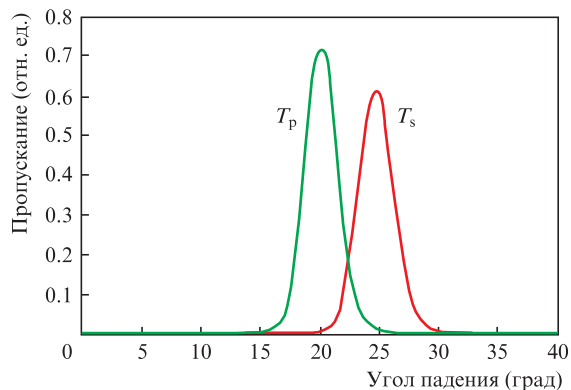


Рис.3. Пропускание радиальной T_p и азимутальной T_s компонент интерференционным поляризатором.

рину угловых спектров излучения, прошедшего через аксикон, можно сделать вывод, что имеется некоторая свобода в выборе положения максимумов углового спектра излучения. При этом, поскольку пропускание для s-поляризованного излучения меньше, желательно иметь точное совпадение максимумов углового спектра излучения, прошедшего через аксикон, и пропускания поляризатора, а для p-поляризованного излучения можно смещением максимума углового спектра падающего излучения добиться выравнивания пропускания компонент. Как видно из рис.3, смещение максимума в меньшую сторону примерно на 1.5° позволяет как выровнять пропускание компонент, так и уменьшить паразитное пропускание другой поляризации, тем самым улучшив «чистоту» получаемой радиальной поляризации. Именно этих значений углов

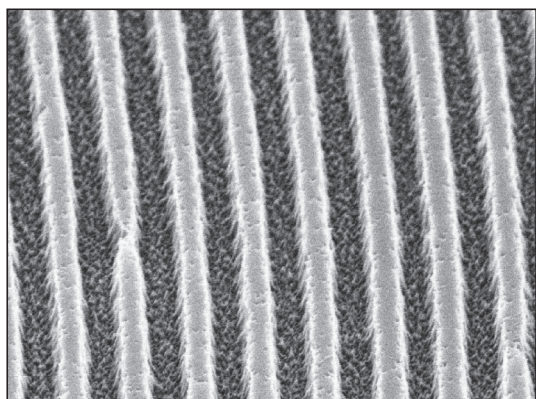


Рис.4. Электронная фотография фрагмента микрорельефа дифракционного аксикона.

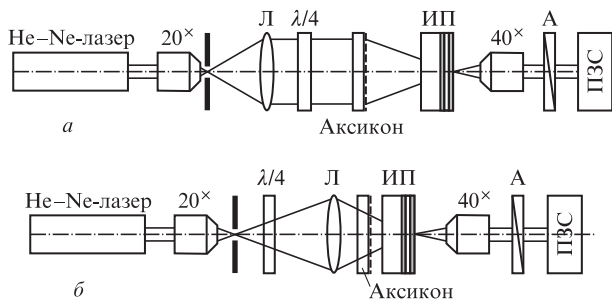


Рис.5. Схемы экспериментальной установки для получения радиально- и азимутально-поляризованных вихревых пучков Бесселя (а и б соответственно).

для углового спектра аксикона мы и добивались при проведении эксперимента.

Для создания пучка Бесселя нулевого порядка в работе использовался фазовый дифракционный аксикон с периодом 2 мкм и диаметром 20 мм, изготовленный на кварцевой подложке с помощью фотопостроителя CLWS-200S. Электронная фотография фрагмента микрорельефа дифракционного аксикона приведена на рис.4.

Формирование радиально- и азимутально-поляризованных вихревых пучков Бесселя осуществлялось на оптической установке, схема которой представлена на рис.5. Она включала: линейно поляризованный гелий-неоновый лазер, пространственный фильтр – расширитель пучка, четвертьволновую пластину ($\lambda/4$), дифракционный аксикон, интерференционный поляризатор (ИП), изображающий объектив $40\times$, пленочный анализатор (А), видеоматрицу DCM310 (ПЗС). Расширитель пучка состоял из объектива $20\times$, точечной диафрагмы диаметром 15 мкм и коллимирующей линзы (Л) с фокусным расстоянием 200 мм. Радиус освещающего пучка по уровню 0.5 после расширителя составлял около 10 мм.

На рис.6 приведены полученные распределения интенсивности для различных положений оси пропускания анализатора. Азимутальный угол 0° соответствует вертикальной ориентации оси анализатора. Из полученных данных следует, что сформированный вихревой пучок Бесселя имеет радиальную поляризацию и распределения интенсивности хорошо согласуются с результатами моделирования (табл.1, вторая строка).

Для формирования азимутально-поляризованного вихревого пучка Бесселя, в соответствии с вышеизложенным, необходимо освещать дифракционный аксикон сферическим пучком с фокусом 80 мм. С этой целью коллимирующая линза с фокусным расстоянием 200 мм была заменена на линзу с фокусным расстоянием 50 мм, расположенную на расстоянии 150 мм от точечной диафрагмы. Дифракционный аксикон располагался вплотную к этой линзе, при этом фокус сходящегося сферического пучка получается как раз на расстоянии около 80 мм от него. Радиус освещающего пучка уменьшается примерно до 8 мм за счет приближения линзы к точечной диафрагме. На рис.7 приведены полученные распределения интенсивности для различных положений оси анализатора. Из полученных данных следует, что сформированный вихревой

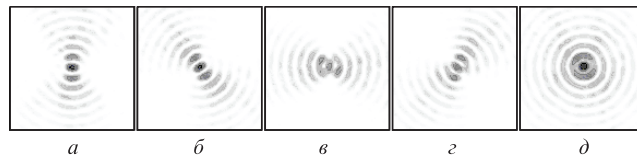


Рис.6. Сформированный вихревой пучок Бесселя с радиальной поляризацией при различных положениях анализатора: 0° (а), 45° (б), 90° (в), 135° (г), а также без анализатора (д).

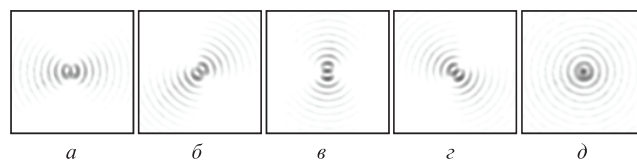


Рис.7. Сформированный вихревой пучок Бесселя с азимутальной поляризацией при различных положениях анализатора: 0° (а), 45° (б), 90° (в), 135° (г), а также без анализатора (д).

пучок Бесселя имеет азимутальную поляризацию и распределения интенсивности хорошо согласуются с результатами моделирования (табл.1, третья строка).

4. Заключение

Предложена перестраиваемая оптическая система для формирования как радиально-, так и азимутально-поляризованных вихревых пучков Бесселя, включающая освещающую оптическую систему, бинарно-фазовый аксикон и интерференционный поляризатор. Перестройка системы основана на смещении максимума углового спектра излучения, прошедшего через дифракционный аксикон, при освещении его сферической волной взамен плоской. Формирование радиальной и азимутальной поляризации осуществлялось интерференционным поляризатором при средних углах падения 18.45° и 25° соответственно. При помощи высокоапертурного микрообъектива получены изображения неоднородно поляризованных пучков. Радиально- и азимутально-поляризованные вихревые пучки Бесселя могут применяться для оптической связи и обработки материалов.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты №16-29-1198-офи_м, 16-07-00825-а) и Федерального агентства научных организаций (соглашение №007-ГЗ/ЧЗ363/26).

- Zhan Q. *Adv. Opt. Photon.*, **1**, 1 (2009).
- Nesterov A.V., Niziev V.G. *J. Phys. D: Appl. Phys.*, **33** (15), 1817 (2000).
- Soifer V., Korotkova O., Khonina S., Shchepakina E. *Computer Opt.*, **40** (5), 605 (2016).
- Niziev V.G., Nesterov A.V., *J. Phys. D: Appl. Phys.*, **32** (13), 1455 (1999).
- Алферов С.В., Карпеев С.В., Хонина С.Н., Тукмаков К.Н., Моисеев О.Ю., Шуляпов С.А., Иванов К.А., Савельев-Трофимов А.Б. *Квантовая электроника*, **44** (11), 1061 (2014) [*Quantum Electron.*, **44** (11), 1061 (2014)].
- Yao A.M., Padgett M.J. *Adv. Opt. Photon.*, **3**, 161 (2011).
- Chu X., Sun Q., Wang J., Lü P., Xie W., Xu X. *Sci. Rep.*, **5**, 18665 (2015).
- Ornigotti M., Aiello A. *Opt. Express*, **21** (13), 15530 (2013).
- Shiyao F., Shikun Z., Chunqing G. *Sci. Rep.*, **6**, 30765 (2016).
- Gaofeng W., Fei W., Yangjian C. *Phys. Rev. A*, **89**, 043807 (2014).
- Kawauchi H., Kozawa Y., Sato S., Sato T., Kawakami S. *Opt. Lett.*, **33** (4), 399 (2008).
- Алферов С.В., Карпеев С.В., Хонина С.Н., Моисеев О.Ю. *Компьютерная оптика*, **38** (1), 57 (2014).
- Khilo N.A., Al-Saud T.S.M., Al-Khowaiter S.H., Al-Muhanna M.K., Solonevich S.V., Kazak N.S., Ryzhevich A.A. *Opt. Commun.*, **285**, 4807 (2012).
- Kurillkina S., Belyi V., Kazak N. *Nonlinear Dynamics and Applications*, **13**, 114 (2006).
- Скиданов Р.В., Морозов А.В. *Компьютерная оптика*, **38** (4), 614 (2014).
- Паранин В.Д., Карпеев С.В., Хонина С.Н. *Компьютерная оптика*, **39** (4), 492 (2015).
- Карпеев С., Паранин В., Хонина С. *J. Opt.*, **19** (5), 055701 (2017).
- Карпеев С.В. *Компьютерная оптика*, **40** (4), 583 (2016).
- Gori F. *J. Opt. Soc. Am. A*, **18** (7) 1612 (2001)
- Виноградова М.Б., Руденко О.В., Сухоруков А.П. *Теория волн* (М.: Наука, 1979, с. 384).
- Хонина С.Н., Устинов А.В., Ковалев А.А., Волоотовский С.Г. *Компьютерная оптика*, **34** (3), 315 (2010).
- Amidror I. *J. Opt. Soc. Am. A*, **14** (4), 816 (1997).
- Устинов А.В., Порфирьев А.П., Хонина С.Н. *Оптический журн.*, **84** (9), 3 (2017).
- Khonina S.N., Porfirev A.P., Ustinov A.V. *Proc. SPIE*, **10233**, 102331P (2017).
- Паранин В.Д., Карпеев С.В., Хонина С.Н. *Квантовая электроника*, **46** (2), 163 (2016) [*Quantum Electron.*, **46** (2), 163 (2016)].
- Durnin J., Miceli J.J., Eberly J.H. *Phys. Rev. Lett.*, **58**, 1499 (1987).
- Koronkevich V.P., Mikhaltsova I.A., Churin E.G., Yurlov Yu.I. *Appl. Opt.*, **34**, 5761 (1993).
- Хонина С.Н., Казанский Н.Л., Устинов А.В., Волоотовский С.Г. *Оптический журн.*, **78** (11), 44 (2011).
- Хонина С.Н., Волоотовский С.Г. *Компьютерная оптика*, **33** (4), 401 (2009).
- Устинов А.В., Хонина С.Н. *Компьютерная оптика*, **38** (3), 402 (2014).