

Форма линии резонанса когерентного пленения населенностей в Λ -схеме при рамсеевской схеме опроса в оптически плотной среде

К.А.Баранцев, Е.Н.Попов, А.Н.Литвинов

Проведено исследование рамсеевского метода детектирования резонанса когерентного пленения населенностей в холодном разреженном атомном ансамбле при учете коллективных эффектов, связанных с его конечной оптической толщиной. Обнаружено, что с ростом оптической толщины среды возникают сдвиги рамсеевской гребенки и «обрезка» ее максимумов. Найден способ создания области атомного возбуждения, имеющего максимум в конце среды.

Ключевые слова: резонанс когерентного пленения населенностей, Λ -схема, рамсеевский метод детектирования.

1. Введение

Известно, что взаимодействие бихроматического излучения с трехуровневой квантовой системой может приводить к возникновению так называемого темного состояния, когда излучение перестает взаимодействовать с квантовой системой. В эксперименте это проявляется как возникновение окна прозрачности. Если имеет место такая особенность, говорят об эффекте когерентного пленения населенностей (КПН) [1–4]. При наличии импульсного излучения, либо оптически плотной среды, либо в случае различных частот Раби компонент излучения принято говорить о родственном КПН эффекте – электромагнитно-индуцированной прозрачности (ЭИП) [5, 6]. В условиях КПН или ЭИП ширина окна прозрачности может быть значительно меньше естественной ширины оптического уровня и достигать сотен (или даже десятков) герц [7–12]. Это позволяет использовать эти эффекты во множестве практических приложений, среди которых квантовые стандарты частоты [13–18], оптические магнитометры [19–23], лазерная генерация без инверсии [24, 25], спектроскопия сверхвысокого разрешения [26], оптические коммуникации [27–29], устройства для записи и обработки квантовой информации [30–33], лазерное охлаждение атомов [34–37].

Явление КПН исследуется уже более 40 лет. За это время изучен широкий круг вопросов в связи как с различными условиями наблюдения эффекта КПН, так и с влиянием разных факторов на форму резонанса КПН. Улучшение характеристик метрологических устройств достигается при увеличении контраста опорного резонанса, т.е. отношения амплитуды резонанса к его ширине, и уменьшении световых сдвигов. Одним из основных направлений при изучении КПН является поиск способов уменьшения ширины линии резонанса. Существенного

сужения линии резонанса КПН можно добиться, если реализовать так называемую рамсеевскую схему сужения [38], что возможно, во-первых, при использовании традиционной пролетной схемы. Так, в [39] исследовались параметры КПН в случае возбуждения пространственно-разделенных областей бихроматического поля. Во-вторых, можно использовать зонную накачку, которая приводит к возникновению аналога рамсеевской схемы [40]. В такой геометрии возбуждения КПН диффузия щелочных атомов в направлении, перпендикулярном лазерному пучку, приводит к ограниченному времени взаимодействия атома с полем. Это позволяет наблюдать «рамсеевское» сужение резонанса КПН в ячейках как с буферным газом, так и с антирелаксационным стеночным покрытием [41–42].

Третьим вариантом сужения линии резонанса КПН является импульсная накачка – «временная» схема Рамсея. В последнее время в этом направлении ведутся активные научные исследования. Так, использование импульсной накачки позволило авторам работы [43] продемонстрировать возможность повышения разрешающей способности и выделить из резонанса КПН несколько пиков. Исследование возбуждения темных резонансов полихроматическим излучением в ячейках с буферным газом проанализировано в [44]. В работе [45] исследована рамсеевская мультитонная накачка резонанса КПН и показана повышенная разрешающая способность сигнала КПН. Применение импульсной накачки как способа существенного уменьшения световых сдвигов было исследовано в [46, 47]. Сужение резонанса КПН можно также наблюдать при синхронизированной модуляции поляризации лазерного излучения [48]. Целый цикл работ посвящен двухступенчатой импульсной накачке. Отметим работу [49], где предложен синтетический частотный протокол для рамсеевской спектроскопии, который позволяет подавить световые сдвиги. Подобный способ накачки позволяет также повысить отношение сигнал/шум [50]. Возможность управления распадом возбужденных уровней в присутствии импульсных полей рассмотрена в [51]. Учет некогерентного канала рассеяния при распространении импульсного излучения в условиях ЭИП в оптически плотных средах исследован в [52].

Кроме узости линии КПН-резонанса, важна также его амплитуда. Основным способом ее повышения является

К.А.Баранцев, Е.Н.Попов, А.Н.Литвинов. Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Россия, 195251 С.-Петербург, ул. Политехническая, 29; e-mail: kostmann@yandex.ru, andrey.litvinov@mail.ru

Поступила в редакцию 5 марта 2018 г., после доработки – 3 мая 2018 г.

увеличение концентрации атомов. На начальном этапе увеличения концентрации атомов амплитуда растет пропорционально их числу. После достижения определенной концентрации начинают проявляться коллективные эффекты и зависимость амплитуды от концентрации атомов перестает быть линейной. Исследование коллективных эффектов в разреженных средах показало, что в таком случае могут иметь место интерференционные эффекты [53, 54]. Из ряда работ по исследованию КПН в оптически плотных средах известно, что наличие поглощения в среде может приводить к искажению спектра и, как следствие, к изменению формы КПН-резонанса [55], к возрастанию степени корреляции между модами лазерного излучения в случае использования частично коррелированных лазерных полей [56] и к возникновению эллиптичности поляризации при накачке щелочных атомов [57]. Коллективные эффекты в разреженных средах могут также приводить к однофотонному сверхизлучению, появляющемуся при импульсном возбуждении ансамблей холодных атомов [58, 59]. Таким образом, возникает вопрос о том, как проявятся коллективные эффекты в оптически плотных разреженных средах в условиях КПН при импульсной накачке (рамсеевская схема детектирования). Данному вопросу и посвящена настоящая статья.

2. Постановка задачи

Рассмотрим ансамбль холодных атомов при температуре, позволяющей пренебречь доплеровским и столкновительным уширениями линии поглощения. Атомы имеют три энергетических уровня: два нижних, $|1\rangle$ и $|2\rangle$, которые являются основными состояниями, и возбужденный уровень $|3\rangle$ (рис.1,а). Переходы $|1\rangle \rightarrow |3\rangle$ и $|2\rangle \rightarrow |3\rangle$ лежат в оптическом диапазоне, а переход $|1\rangle \rightarrow |2\rangle$ – в микроволновом. Ансамбль имеет вытянутую «сигарообразную» форму и является оптически плотным вдоль оси z (рис.1,б), т.е. длина свободного пробега квазирезонансного фотона в этом направлении много меньше длины ансамбля L : $n_a \lambda^2 L \gg 1$, где n_a – концентрация атомов; λ – резонансная длина волны. В поперечном направлении ансамбль оптически тонкий, что позволяет пренебречь рассеянным светом и связанными с ним интерференционными эффектами, поскольку фотоны, рассеянные вбок, с большой вероятностью покидают ансамбль. Далее будем рассматривать ситуацию, когда ансамбль атомов доста-

точно разрежен, т.е. на резонансную длину волны приходится в среднем меньше одного атома: $n_a \lambda^3 < 1$. Это позволяет пренебречь резонансным диполь-дипольным взаимодействием атомов в ближней зоне и эффектами рекуррентного рассеяния света [60–62]. Однако поля, создаваемые атомами в волновой зоне, суммируются, и сигнал на фотодетекторе является суперпозицией падающего лазерного излучения и полей всех атомов ансамбля. Таким образом, в настоящей задаче необходимо учитывать коллективные эффекты в разреженных средах.

Суть рамсеевского метода детектирования состоит в том, что на ансамбль атомов действует импульсное излучение, представляющее собой последовательность двух импульсов. Эти импульсы содержат несущие частоты ν_1 и ν_2 , квазирезонансные переходам $|1\rangle \rightarrow |3\rangle$ и $|2\rangle \rightarrow |3\rangle$ соответственно. Электрическое поле импульсов в приближении плоского волнового фронта, распространяющегося вдоль оси z , имеет следующий вид:

$$E(z, t) = E_1^0(z, t) \exp[-i(\nu_1 t - k_1 z)] + E_2^0(z, t) \exp[-i(\nu_2 t - k_2 z)] + \text{с.с.}, \quad (1)$$

где $E_j^0(z, t)$; $j = 1, 2$ – комплексные амплитуды; k_j – волновые числа. Таким образом, возникает Λ -схема взаимодействия (рис.1,а).

Первый лазерный импульс индуцирует в атомах низкочастотную когерентность и переводит их в состояние когерентного пленения населенностей. Его длительность τ_p должна быть больше минимального времени установления состояния КПН. Это определяется неравенством $\tau_p > \gamma/\Omega^2$, где γ – скорость распада возбужденного уровня $|3\rangle$; Ω – характерная частота Раби.

После прохождения первого импульса наступает темновая пауза длительностью T . Во время нее населенность возбужденного уровня $|3\rangle$ и оптические когерентности атома разрушаются вследствие спонтанного распада, однако низкочастотная когерентность имеет значительно большее (на несколько порядков) время жизни и не распадается до момента прихода второго импульса. В это время происходит свободная эволюция низкочастотной когерентности. Если излучение имеет двухфотонную отстройку δ от перехода $|1\rangle \rightarrow |2\rangle$, низкочастотная когерентность приобретает фазовый сдвиг δT относительно фазы излучения.

Второй импульс используется для детектирования этого фазового сдвига. Длительность второго импульса должна быть меньше времени установления состояния КПН: $\tau \ll \gamma/\Omega^2$. В зависимости от фазового сдвига действие второго импульса приводит к различным последствиям. Если фазовый сдвиг равен $2\pi n$ ($n = 0, 1, 2, \dots$), то второй импульс приходит в фазе с низкочастотной когерентностью и не разрушает ее. Атомы остаются в состоянии КПН и не рассеивают свет, поэтому импульс мало изменяется после прохождения среды и детектор фиксирует пик пропускания. В остальных случаях второй импульс разрушает низкочастотную когерентность, что ведет к значительному поглощению импульса.

3. Математическая модель

Состояние атомного ансамбля под действием описанных лазерных импульсов может быть представлено уравнением для одночастичной матрицы плотности. Посколь-

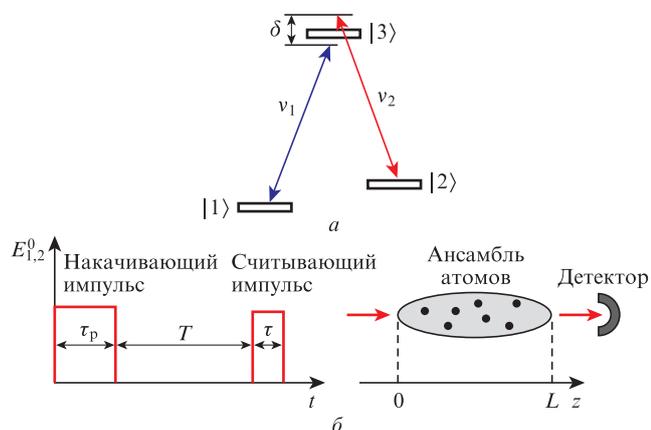


Рис.1. Структура уровней атомов, взаимодействующих с двухчастотным лазерным излучением (а), и форма лазерных импульсов и геометрия задачи (б).

ку ансамбль находится при низких температурах (таких, что доплеровским уширением линии поглощения и столкновениями можно пренебречь), то справедливо будет считать атомы квазинеподежными. Кроме того, в приближении плоского фронта волны, распространяющейся вдоль оси z , задачу можно свести к одномерной. После данных упрощений уравнение для матрицы плотности запишется в виде

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho_{kj}(z, t) = -i[\hat{V}, \hat{\rho}(z, t)]_{kj} + i\omega_{jk} \rho_{kj}(z, t) + R, \quad (2)$$

где R – спонтанное испускание; ω_{jk} – частота соответствующего атомного перехода.

Оператор взаимодействия \hat{V} запишем в дипольном приближении:

$$\hbar \hat{V} = -\hat{d}E, \quad (3)$$

где лазерное поле E задается выражением (1); \hat{d} – оператор дипольного момента атома.

Далее предположим, что поляризация падающей волны сонаправлена вектору дипольного момента рассматриваемого перехода; тогда $\hat{d}E = \hat{d}E$. В приближении вращающейся волны оператор взаимодействия примет следующий вид:

$$\hbar \hat{V} = -d_{31}E_1^0(z, t) \exp[-i(v_1 t - k_1 z)] |3\rangle \langle 1| - d_{32}E_2^0(z, t) \exp[-i(v_2 t - k_2 z)] |3\rangle \langle 2| + \text{H.c.}, \quad (4)$$

где d_{jk} – матричные элементы оператора дипольного момента.

Подставляя оператор взаимодействия (4) в уравнение (2) и выделяя в недиагональных элементах матрицы плотности (в атомных когерентностях) быстроосциллирующий множитель $\rho_{ik} = \tilde{\rho}_{ik} \exp(iv_i t)$, $\tilde{\rho}_{ii} = \rho_{ii}$, получаем систему дифференциальных уравнений, описывающих динамику матрицы плотности атомов в точке z :

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{11} &= \Gamma_{\parallel}(\rho_{22} - \rho_{11}) + \gamma_{13}\rho_{33} + i\Omega_1^* \tilde{\rho}_{13} - i\Omega_1 \tilde{\rho}_{31}, \\ \dot{\rho}_{22} &= \Gamma_{\parallel}(\rho_{11} - \rho_{22}) + \gamma_{23}\rho_{33} + i\Omega_2^* \tilde{\rho}_{23} - i\Omega_2 \tilde{\rho}_{32}, \\ \dot{\rho}_{33} &= -(\gamma_{13} + \gamma_{23})\rho_{33} - i\Omega_1^* \tilde{\rho}_{13} + i\Omega_1 \tilde{\rho}_{31} - i\Omega_2^* \tilde{\rho}_{23} + i\Omega_2 \tilde{\rho}_{32}, \\ \dot{\tilde{\rho}}_{12} &= [-i(\Delta_1 - \Delta_2) - \Gamma_{\perp}] \tilde{\rho}_{12} + i\Omega_2^* \tilde{\rho}_{13} - i\Omega_1 \tilde{\rho}_{32}, \\ \dot{\tilde{\rho}}_{13} &= (-i\Delta_1 - \gamma_{13}/2) \tilde{\rho}_{13} + i\Omega_1(\rho_{11} - \rho_{33}) + i\Omega_2 \tilde{\rho}_{12}, \\ \dot{\tilde{\rho}}_{23} &= (-i\Delta_2 - \gamma_{23}/2) \tilde{\rho}_{23} + i\Omega_2(\rho_{22} - \rho_{33}) + i\Omega_1 \tilde{\rho}_{21}. \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь $\gamma = \gamma_{13} + \gamma_{23}$ – полная скорость спонтанного распада уровня $|3\rangle$; $\gamma_{13} \approx \gamma_{23} \approx \gamma/2$ – скорость распада уровня $|3\rangle$ по соответствующему оптическому переходу; Γ_{\parallel} – скорость перемешивания населенностей уровней $|1\rangle$ и $|2\rangle$; Γ_{\perp} – скорость распада низкочастотной когерентности; $\Delta_j = v_j - \omega_{3j}$ – отстройки полей; $j = 1, 2$; $\Omega_j = -d_{3j}E_j^0/\hbar$ – частоты Раби.

Распространение излучения в среде описывается укороченными волновыми уравнениями для комплексных амплитуд полей. Правая часть описывает отклик среды, который определяется ее поляризацией $P_j(z, t)$:

$$\frac{\partial E_j^0(z, t)}{\partial z} + \frac{1}{c} \frac{\partial E_j^0(z, t)}{\partial t} = 4\pi P_j^0(z, t) k_j, \quad (6)$$

где $P_j^0(z, t)$ – медленная амплитуда поляризации, осциллирующей с оптической частотой; c – скорость света в вакууме.

Поляризация среды может быть найдена из матрицы плотности атомной подсистемы как квантовомеханическое среднее дипольного момента единицы объема:

$$P(z, t) = n_a \text{Sp}(\hat{\rho}(z, t) \hat{d}). \quad (7)$$

Подставив (7) в (6) и переписав уравнения для частот Раби, получим

$$\frac{\partial \Omega_j(z, t)}{\partial z} + \frac{1}{c} \frac{\partial \Omega_j(z, t)}{\partial t} = \frac{4\pi n_a |d_{j3}|^2 v_j}{c\hbar} \tilde{\rho}_{3j}(z, t). \quad (8)$$

Совместное решение уравнений (5) для матрицы плотности атомов с уравнениями (8) переноса поля дает информацию о динамике населенностей и когерентностей ансамбля атомов и о распределении поля вдоль оси z .

4. Основные результаты и их обсуждение

На рис.2 представлена модификация формы детектирующего импульса после прохождения ансамбля атомов. В случае $\delta T = \pi$ (кривая 2) выходной импульс значительно поглотился по сравнению с импульсом на входе (кривая 1); видны переходные процессы в начале и в конце импульса. Характерное время этих процессов определяется временем жизни возбужденного состояния γ^{-1} , поэтому нижняя граница длительности детектирующего импульса $\tau > \gamma^{-1}$. В случае $\delta T = 2\pi$ (кривая 3) импульс поглощается слабо, т.е. имеет место рамсеевский резонанс.

Интенсивность излучения на детекторе $I(z = L, t)$ может быть найдена из системы уравнений (5)–(8):

$$I(z, t) \sim \langle E(z, t)^2 \rangle = |E_1^0(z, t)|^2 + |E_2^0(z, t)|^2, \quad (9)$$

где $E(z, t)$ – напряженность электрического поля, задаваемая выражением (1); $\langle \dots \rangle$ – усреднение по периоду биений с частотой $v_1 - v_2$. Таким образом, перекрестные слагаемые в (9), осциллирующие с разностной частотой, обнуляются. Период биений составляет ~ 1 нс для частоты пе-

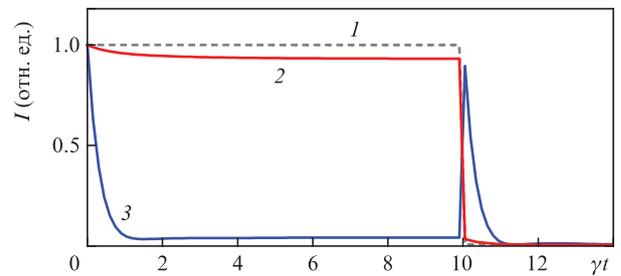


Рис.2. Форма детектирующего импульса на входе (1) и на выходе (2, $\delta T = \pi$ и 3, $\delta T = 2\pi$) атомного ансамбля. Выходные импульсы даны для двух значений двухфотонной отстройки, соответствующих максимуму и минимуму поглощения. Длительность считывающего импульса $\tau = 10\gamma^{-1}$, темновая пауза $T = 8$ нс, частоты Раби в максимуме импульса $\Omega_1 = \Omega_2 = 0.01\gamma$, концентрация атомов $n_a = 5 \times 10^{10} \text{ см}^{-3}$, длина среды $L = 200$ мкм, оптическая толщина $n_a \lambda^2 L \sim 5$, скорость спонтанного распада возбужденного уровня $\lambda = 10^7 \text{ с}^{-1}$.

перехода $|1\rangle \rightarrow |2\rangle$ микроволнового диапазона, что много меньше $\gamma^{-1} \sim 100$ нс. Следовательно, форма импульса на рис.2 хорошо разрешена.

Для формирования дискриминационной кривой рассмотрим энергию W детектирующего импульса в качестве сигнала:

$$W = \int_0^\infty I(L, t) dt. \tag{10}$$

При численном счете, а также в эксперименте верхний предел этого интеграла, безусловно, заменяется конечным значением после полного окончания импульса. На рис.3,а приведена зависимость энергии детектирующего импульса W на выходе из атомного ансамбля от двухфотонной отстройки. Кривые, представляющие собой рамсеевскую гребенку, приведены для разных длин L среды. Для сравнения приведена форма резонанса КПН при накачке непрерывным излучением.

Контраст центрального пика возрастает с длиной среды, поскольку для формирования сигнала необходима определенная оптическая плотность. Виден также сдвиг положения боковых максимумов при изменении L . Объяснить физическую причину этого сдвига можно, проанализировав зависимости населенности возбужденного уровня ρ_{33} от координаты z .

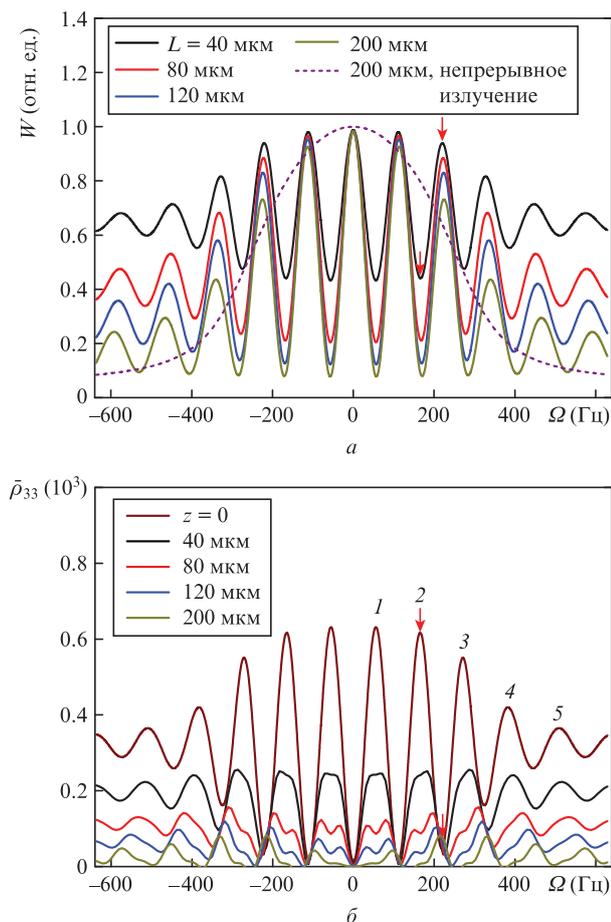


Рис.3. Сигнал прошедшего вперед излучения для разных длин L атомного ансамбля (а) и населенность возбужденного уровня для различных координат z (б). Стрелками показаны два значения отстройки, для которых построены зависимости, приведенные на рис.5. Параметры те же, что и на рис.2. Цветные варианты рис.3–5 помещены на сайте нашего журнала <http://www.quantum-electron.ru>.

На рис.3,б представлены зависимости населенности, усредненной по времени детектирующего импульса,

$$\bar{\rho}_{33}(z) = \frac{1}{T} \int_0^T \rho_{33}(z, t) dt, \tag{11}$$

от двухфотонной отстройки для различных координат z . Видно, что вследствие поглощения излучения рамсеевская гребенка модифицируется, что выглядит как «обрезка» пиков. При этом пики становятся несимметричными в той степени, в какой огибающая (резонанс КПН при накачке непрерывным излучением) наклонена к горизонтали. Так, пики 1 и 5 на рис.3,б сохраняют симметрию при увеличении z , тогда как пики 2 и 3 приобретают асимметрию и сдвиг, поскольку их левое крыло убывает сильнее. Таким образом, сдвиг пиков максимален в той области двухфотонной отстройки, в которой модуль производной огибающей достигает наибольшего значения.

Сдвиги максимумов и минимумов рамсеевской гребенки приведены на рис.4.

Кривая 3 для положения минимума (рис.4,а) лежит выше остальных, поскольку для него достигается максимум производной огибающей. Для положения максимумов ситуация аналогичная, максимальный сдвиг получается для максимумов 3 и 4 (рис.4,б).

Поскольку максимум для больших z сдвигается, он может частично перекрыть минимум для малых z , что видно на рис.3,б для двухфотонной отстройки $\delta = 215$ Гц (отмечено вертикальной стрелкой). Следовательно, суще-

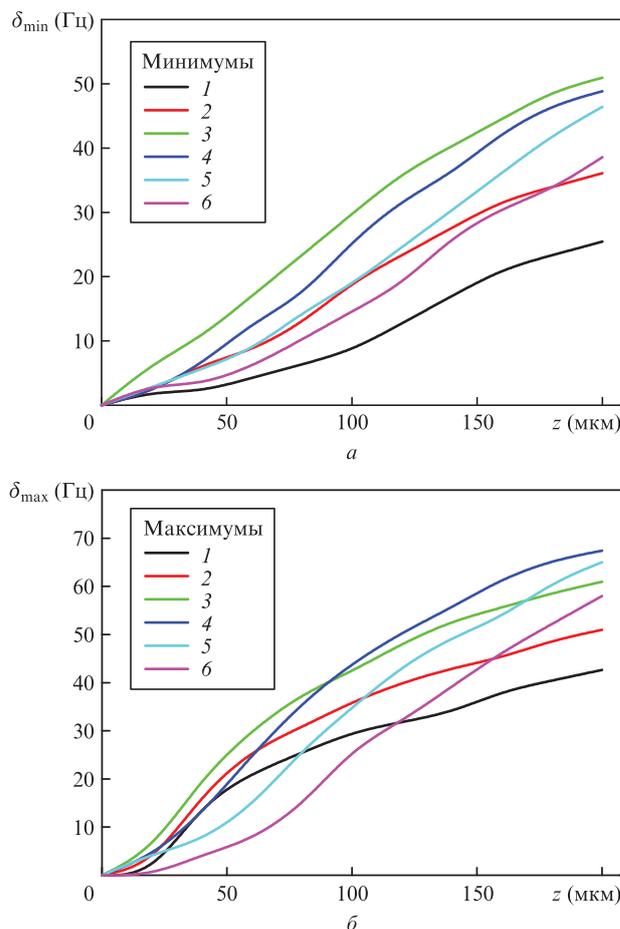


Рис.4. Сдвиги минимумов (а) и максимумов (б) рамсеевской гребенки, приведенной на рис.3,б, в зависимости от координаты z .

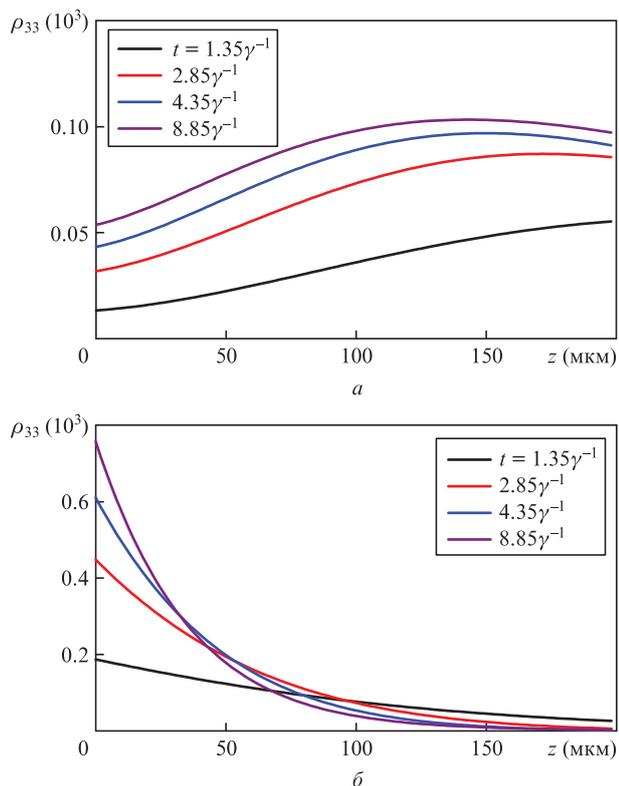


Рис.5. Населенность возбужденного уровня вдоль оси z в различных моменты времени действия считывающего импульса при отстройке $\delta = 215$ (а) и 167 Гц (б). Параметры те же, что и на рис.2.

стует такое значение двухфотонной отстройки, для которого зависимость населенности возбужденного уровня от координаты z имеет возрастающий характер (рис.5,а). Интенсивность атомной флуоресценции определяется населенностью возбужденного уровня, поэтому рамсеевский резонанс на рис.3,б может быть получен путем детектирования флуоресценции ансамбля атомов. Тогда, согласно рис.5,а, глубокие слои среды будут флуоресцировать сильнее, чем начальные.

Выберем второе значение двухфотонной отстройки, при котором достигается максимум населенности на входе в среду ($\delta = 167$ Гц, стрелка на рис.3,б). Спад населенности вдоль координаты z для этого значения отстройки показан на рис.5,б.

Наблюдается спад населенности, обусловленный экспоненциальным спадом интенсивности излучения, поскольку отстройка $\delta = 167$ Гц соответствует отсутствию состояния КПН.

5. Выводы

В настоящей работе развита теория резонанса когерентного пленения населенностей, детектируемого рамсеевским методом, в условиях конечной оптической толщины и наличия коллективных эффектов в разреженной среде. Среда представляет собой облако холодных атомов, среднее межатомное расстояние в котором превышает резонансную длину волны, что позволяет пренебречь ближнепольным взаимодействием атомов и рекуррентным рассеянием света. Схема энергетических уровней атомов описывается трехуровневой моделью, в которой один уровень является возбужденным, а два основных образуют запрещенный переход. На среду падает бихро-

матическое излучение, представляющее собой последовательность двух импульсов, что реализует рамсеевскую схему детектирования. Несущие частоты поля квазирезонансны оптическим переходам атомов и образуют Λ -схему возбуждения. Математическая модель состоит из динамического уравнения для атомной матрицы плотности, решаемого совместно с волновым уравнением переноса электромагнитного поля и учитывающего коллективные эффекты, связанные с суперпозицией полей, которые создаются атомами в волновой зоне.

Приведены расчеты энергии детектирующего импульса и населенности возбужденного уровня, усредненной по длительности этого импульса. Обнаружено, что рамсеевская «гребенка» видоизменяется по мере прохождения полей среды, а именно изменяются амплитуды пиков и появляются их сдвиги. Наибольший сдвиг имеет место для такой двухфотонной отстройки, при которой достигается максимум производной огибающей рамсеевского резонанса.

Найдено, что в оптически плотной среде для определенной двухфотонной отстройки можно создать распределение возбуждения атомов с максимумом в конце среды. Это обуславливается тем, что детектирующий импульс в начале среды проходит среду в состоянии КПН практически без поглощения, а к концу среды положение резонанса сдвигается и условия КПН уже не выполняются. При этом импульс поглощается и создает атомное возбуждение.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект №17-12-01085). Авторы благодарны И.М.Соколову за полезные консультации.

1. Alzetta G. et al. *Nuovo Cim. B*, **36** (1), 5 (1976).
2. Arimondo E., Orriols G. *Lett. Nuovo Cim.*, **17** (10), 333 (1976).
3. Gray H.R., Whitley R.M., Stroud C.R., Jr. *Opt. Lett.*, **3**, 218 (1978).
4. Агапьев Б.Д., Горный М.Б., Матисов Б.Г. и др. *УФН*, **163**, 1 (1993).
5. Горный М.Б., Матисов Б.Г., Рождественский Ю.В. *ЖЭТФ*, **68**, 728 (1989).
6. Arimondo E. *Progr. Optics*, **35**, 257 (1996).
7. Wynands R., Nagel A. *Appl. Phys. B*, **68**, 1 (1999).
8. Erhard M., Helm H. *Phys. Rev. A*, **63**, 043813 (2001).
9. Merimaa M., Lindvall Th., Tittonen I., Ikonen E. *J. Opt. Soc. Am. B*, **20**, 273 (2003).
10. Balabas M.V., Karaulanov T., Ledbetter M.P., Budker D. *Phys. Rev. Lett.*, **105**, 070801 (2010).
11. Datsyuk V.M., Sokolov I.M., Kupriyanov D.V., Havey M.D. *Phys. Rev. A*, **77**, 033823 (2008).
12. Brazhnikov D.V., Taihenahev A.V., Tumaikin A.M., Yudin V.I. *Laser Phys. Lett.*, **11**, 125702 (2014).
13. Vanier J. *Appl. Phys. B*, **81**, 421 (2005).
14. Зибров С.А., Величанский В.Л., Зибров А.С. и др. *Письма в ЖЭТФ*, **82**, 534 (2005).
15. Kazakov G., Matisov B., Mazets I., et al. *Phys. Rev. A*, **72**, 063408 (2005).
16. Zibrov S.A., Novikova I., Phillips D.F., et al. *Phys. Rev. A*, **81**, 013833 (2010).
17. Баранцев К.А., Попов Е.Н., Литвинов А.Н., Петров В.М. *Радио-техника*, **12**, 164 (2016).
18. Khripunov S., Radnatarov D., Kobtsev S. *Proc. SPIE*, **9378**, 93780A (2015).
19. Akulshin A., Celikov A., Velichansky V. *Opt. Commun.*, **84**, 139 (1991).
20. Stahler M., Wynands R., Knappe S., et al. *Opt. Lett.*, **27**, 1472 (2002).
21. Shwindt P.D.D. et al. *Appl. Phys. Lett.*, **85**, 6409 (2004).
22. Yashuk V.V., Granwehr J., Kimbal D.F., et al. *Phys. Rev. Lett.*, **93**, 160801 (2004).
23. Cox K. et al. *Phys. Rev. A*, **83**, 015801 (2011).

24. Кочаровская О., Ханнин Я.И. *Письма в ЖЭТФ*, **48**, 581 (1988).
25. Harris S. *Phys. Rev. Lett.*, **62**, 1022 (1989).
26. Vanier J., Godone A., Levi F. *Phys. Rev. A*, **58**, 2345 (1998).
27. Hau L.V. et al. *Nature*, **397**, 594 (1999).
28. Akulshin A.M., Cimmino A., Sidorov A.I., Hannaford P., Opat G.I. *Phys. Rev. A*, **67**, 011801(R) (2003).
29. Mikhailov E.E., Sautenkov V.A., Novikova I., Welh G.R. *Phys. Rev. A*, **69**, 063808 (2004).
30. Fleischhauer M., Lukin M.D. *Phys. Rev. Lett.*, **84**, 5094 (2000).
31. Liu C., Dutton Z., Behroozi C.H., Hau L.V. *Nature (London)*, **409**, 490 (2001).
32. Lukin M.D. *Rev. Modern Phys.*, **75**, 457 (2003).
33. Fleischhauer M., Imamoglu A., Marangos J.P. *Rev. Modern Phys.*, **77**, 633 (2005).
34. Aspet A., Arimondo E., Kaiser R., Vansteenkiste N., Cohen-Tannoudji C. *Phys. Rev. Lett.*, **61**, 826 (1988).
35. Kasevich M., Chu S. *Phys. Rev. Lett.*, **69**, 1741 (1992).
36. Мазец И.Е., Матисов Б.Г. *Письма в ЖЭТФ*, **60**, 686 (1994).
37. Тайченачев А.В., Тумайкин А.М., Юдин В.И. *Письма в ЖЭТФ*, **65**, 744 (1997).
38. Рэмси Н.Ф. *УФН*, **160**, 12 (1990).
39. Соколов И.М. *Квантовая электроника*, **45**, 947 (2015) [*Quantum Electron.*, **45**, 947 (2015)].
40. Xiao Y., Novikova I., Phillips D.F., Walsworth R.L. *Phys. Rev. Lett.*, **96**, 043601 (2006).
41. Breschi E., Kazakov G., Schori C., et al. *Phys. Rev. A*, **82**, 063810 (2010).
42. Kazakov G.A., Litvinov A.N., Matisov B.G., et al. *J. Phys. B*, **44**, 235401 (2011).
43. Grujić Z.D., Mijailović M., Arsenović D., Kovačević A., Nikolić M., Jelenković B.M. *Phys. Rev. A*, **78**, 063816 (2008).
44. Litvinov A., Kazakov G., Matisov B., et al. *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.*, **43**, 1 (2010).
45. Failache H., Lenci L., Lezama A. *Phys. Rev. A*, **81**, 023801 (2010).
46. Yano Y., Gao W., Goka S., Kajita M., *Phys. Rev. A*, **90**, 013826 (2014).
47. Pati G.S., Warren Z., Yu N., Shahriar M.S. *J. Opt. Soc. Am. B*, **32**, 388 (2015).
48. Yun P., Tricot F., Calosso C.E., Micalizio S., François B., Boudot R., Guérandel S., de Clercq E. *Phys. Rev. Appl.*, **7**, 014018 (2017).
49. Yudin V.I., Taichenachev A.V., Basalaev M.Yu. *Phys. Rev. A*, **93**, 013820 (2016).
50. Yano Y., Goka S., Kajita M. *Appl. Phys. B*, **123**, 67 (2017).
51. Nicolas L., Delord T., Jamonneau P., Coto R., Maze J., Jacques V., H'etet G. arXiv:1712.04240v1 [quant-ph].
52. Datsyuk V.M., Sokolov I.M., Kupriyanov D.V., Havey M.D. *Phys. Rev. A*, **74**, 043812(2006).
53. Sokolov I.M., Kupriyanov D.V., Havey M.D. *Opt. Commun.*, **243**, 165 (2004).
54. Kupriyanov D.V., Sokolov I.M., Larionov N.V., et al. *Phys. Rev. A*, **69**, 033801 (2004).
55. Баранцев К.А., Попов Е.Н., Литвинов А.Н. *ЖЭТФ*, **148**, 869 (2015).
56. Баранцев К.А., Литвинов А.Н., Попов Е.Н. *ЖЭТФ*, **152**, 1165 (2017).
57. Баранцев К.А., Попов Е.Н., Литвинов А.Н. *Квантовая электроника*, **47**, 812 (2017) [*Quantum Electron.*, **47**, 812 (2017)].
58. Scully M.O., Fry E.S., Ooi C.H.R., Wódkiewicz K. *Phys. Rev. Lett.*, **96**, 010501 (2006).
59. Kuraptsev A.S., Sokolov I.M., Havey M.D. *Phys. Rev. A*, **96**, 023830 (2017).
60. Kuraptsev A.S., Sokolov I.M. *Phys. Rev. A*, **90**, 012511 (2014).
61. Roof S., Kemp K., Havey M.D., Sokolov I.M., Kupriyanov D.V. *Opt. Lett.*, **40**, 1137 (2015).
62. Fofanov Ya.A., Kuraptsev A.S., Sokolov I.M., Havey M.D. *Phys. Rev. A*, **84**, 053811 (2011).