

Влияние оптических фононов на динамику зарядового кубита в полупроводниковом микрорезонаторе

А.В.Цуканов, И.Ю.Катеев

Рассмотрена возможность использования оптических колебательных степеней свободы в качестве дополнительного ресурса управления эволюцией зарядового кубита, реализованного на основе полупроводниковой одноэлектронной двойной квантовой точки. Исследуется влияние электрон-фотон-фононных процессов на точность выполнения однокубитных операций. Показано, что в зависимости от скорости распада фонона и отстройки частоты электронного перехода от частоты оптического фонона упомянутые процессы могут как способствовать, так и препятствовать когерентному переносу электрона между квантовыми точками.

Ключевые слова: квантовый компьютер, кубит, квантовая точка, микрорезонатор, оптические фононы.

1. Введение

Двойные квантовые точки (ДКТ) могут рассматриваться как система, поддерживающая квантовую суперпозицию одноэлектронных состояний, которые локализованы в каждой из отдельных квантовых точек (КТ) [1–3]. Подобная система может использоваться в качестве зарядового квантового бита (кубита) с электрическим [4] или оптическим [5] управлением. Свойства ДКТ определяются процессом роста полупроводниковой слоистой гетероструктуры (например, InAs/GaAs). Надежность кубитов зависит от отношения скорости выполнения квантовых вентилей к скоростям диссипативных процессов. Последние обусловлены взаимодействием электрона с модами фотонного и фононного континуумов.

Релаксация (спонтанный акт испускания кванта энергии возбужденным электроном), которая может быть связана с фононами, оказывается медленной из-за так называемого эффекта бутылочного горла (bottleneck effect) в КТ [6]. Волновая функция электрона локализована в области с характерным размером порядка десяти постоянных решетки, и акустические (LA) фононы не могут эффективно взаимодействовать с ним вследствие большой разности длин волн. В то же время оптические (LO) фононы имеют очень слабую дисперсию, вследствие чего выполнение закона сохранения энергии при релаксации требует строго определенной частоты перехода между уровнями спектра электрона в КТ [7]. Эксперименты с большими ансамблями КТ указывают на релаксацию электронов за время ~ 10 пс, сопровождаемую испусканием одного или нескольких фононов. Это имеет место благодаря случайному совпадению частот переходов в некоторых КТ из ансамбля с частотой оптического фонона в данном материале. Помимо релаксации, в КТ наблюда-

ются также и когерентные эффекты, связанные с фононами. Магнетоспектроскопические исследования в далекой ИК области демонстрируют антипересечения электронных уровней в КТ, если их энергия кратна энергии оптического фонона [8]. Эти антипересечения указывают на формирование поляронов, т.е. гибридных состояний электрона и фононов.

Возникает вопрос: можно ли воспользоваться когерентной связью между фононом и электроном для реализации одно- и двухкубитных операций? При достаточно большом коэффициенте взаимодействия и умеренной скорости распада оптического фонона, зависящей от разности их частот, фонон мог бы играть ту же роль, что и фотон в микрорезонаторе (МР) [9, 10]. Как было показано в работе [11], для КТ, находящихся в наноструктурах, энергия взаимодействия электрона с локализованным оптическим фононом g_{LO} может составлять $10^{-4} - 10^{-3}$ эВ. При этом время жизни фонона может варьироваться от нескольких пикосекунд до нескольких наносекунд в широком (порядка нескольких десятков миллиэлектронвольт) интервале отстроек [12]. Экспериментальным доказательством возможности использования оптических фононов для кодировки квантовой информации служит работа [13], где впервые был продемонстрирован процесс записи и считывания состояния кубита с участием колебательных мод трехмерного кристалла алмаза.

В настоящей работе исследуется динамика зарядового ДКТ-кубита с комбинированным фотон-фононным управлением при учете каналов распада всех подсистем. Нас будут интересовать только оптические моды, поэтому взаимодействием ДКТ с акустическими фононами мы пренебрегаем, предполагая их малую плотность на частоте перехода между гибридными электронными состояниями при работе устройства в низкотемпературном (менее 100 мК) режиме. Оптические фононные моды вводятся с помощью модели сплошной среды со свободными граничными условиями. Это дает возможность рассчитывать энергетические параметры гамильтониана как функции размеров образца. Зависимости населенностей логических состояний кубита (основных состояний ДКТ) от времени находятся путем решения уравнения Шре-

А.В.Цуканов, И.Ю.Катеев. Физико-технологический институт РАН, Россия, 117218 Москва, Нахимовский просп., 34; e-mail: ikateyev@mail.ru

Поступила в редакцию 16 марта 2018 г., после доработки – 3 мая 2018 г.

дингера с феноменологическим учетом диссипативных каналов. Показано, что вероятность выполнения операции инверсии (NOT) сложным образом зависит от таких параметров системы, как отстройки частот подсистем, частоты Раби, а также скорости распада квантовых состояний. Подбирая их определенным образом, можно оптимизировать данную вероятность даже с учетом неидеальности наноструктуры. Нетривиальным результатом является обнаружение эффекта самоподавления диссипации в ДКТ через фононный канал с ростом скорости его распада.

2. Модель и основные уравнения

Мы моделируем динамику гибридной системы ДКТ–MP–фононы, предполагая обратимый обмен энергией между подсистемами. Если в окрестности частот переходов в ДКТ и частоты MP находятся и частоты фононных мод, то возможна когерентная трансформация электронного возбуждения ДКТ в фотон MP или же в фононы кристаллической решетки. В этом случае будут наблюдаться сложные осцилляции населенностей базисных состояний гибридной системы. Недавние эксперименты подтверждают возможность обратимого обмена одиночным квантом между сверхпроводящим фазовым кубитом и фононной акустической модой в условиях сверхнизких температур [14].

Рассмотрим асимметричную ДКТ, состоящую из двух отдельных КТ А и В (рис. 1). Точка А(В) имеет два одноэлектронных состояния: основное (локализованное) $|A(B)0\rangle$ и возбужденное $|A(B)1\rangle$ (вблизи края потенциального барьера) с энергиями $\varepsilon_{A(B)0}$ и $\varepsilon_{A(B)1}$ соответственно. Будем предполагать близость энергий возбужденных состояний $|A1\rangle$ и $|B1\rangle$, необходимую для гибридизации КТ за счет электронного туннелирования с энергией взаимодействия V . При этом образуются новые (общие для ДКТ) состояния $|-\rangle$ и $|+\rangle$, представляющие собой линейные суперпозиции возбужденных состояний отдельных КТ. Они выполняют функцию транспортного канала, связывающего КТ. Состояния $|A0\rangle$ и $|B0\rangle$ не гибридизируются из-за отсутствия туннельной связи между ними и ассоциируются с логическими состояниями кубита «ноль» и «единица», т. е. $|A0\rangle \equiv |0\rangle$ и $|B0\rangle \equiv |1\rangle$. Разность энергий основных состояний ДКТ есть $\Delta_0 = \varepsilon_1 - \varepsilon_2$, а расщепление гибридизованных состояний $\Delta_1 = \sqrt{V^2 + (\varepsilon_{A1} - \varepsilon_{B1})^2}$. Параметры КТ подобраны так, что частота $\omega_{0(1)-} = \varepsilon_- - \varepsilon_{0(1)}$ электронного перехода $|0(1)\rangle \leftrightarrow |-\rangle$ с основного на нижний гибридизованный уровень в КТ А(В) близка к частоте ω_c MP (или к частоте ω_{LOq} набора оптических фононов $q = 1 - N_{LO}$), а разность энергий Δ_1 возбужденных уровней

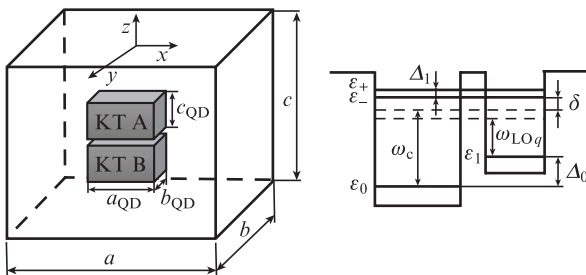


Рис. 1. Схематическое изображение ДКТ в полупроводниковом нанокристалле (слева) и профиль потенциала в ней (справа). Обозначения см. в тексте.

ДКТ близка к частотам ω_{LAq} набора $q = 1 - N_{LA}$ акустических фононных мод. Также мы будем считать связь между акустическими фононами и электроном в ДКТ слабой, а населенность мод – низкой (не больше одного кванта). Для кристаллических вертикальных ДКТ на основе GaAs с характерными размерами $R = 5 - 10$ нм и толщиной барьера $L = 10 - 15$ нм при глубине потенциальной ямы $U = 0.2 - 0.3$ эВ частота перехода $\omega_{0(1)-} = 0.03 - 0.1$ эВ.

Гамильтониан изолированных подсистем имеет вид

$$\hat{H}_0 = \sum_{k=0,1,-,+} \varepsilon_k |k\rangle \langle k| + (\omega_c - i\kappa) \hat{a}^+ \hat{a} + \sum_{q=1}^{N_{LO}} (\omega_{LOq} - i\gamma_{LO}) \hat{b}_{LOq}^+ \hat{b}_{LOq}, \quad (1)$$

где \hat{a} – оператор уничтожения фотона в MP; \hat{b}_{LOq} – оператор уничтожения фонона в оптической моде q . Здесь и далее постоянную Планка полагаем равной единице. Диссипативные эффекты характеризуются феноменологическими параметрами (скоростями): κ – скорость выхода фотонов из резонатора и γ_{LO} – скорость распада оптического фонона (здесь для простоты она одинакова для всех мод). Скорость распада фононных мод γ_{LO} задается на основе экспериментальных данных и варьируется в пределах $10^{-6} - 10^{-9}$ эВ [6, 7, 12]. Скорость диссипации фотона $\kappa \approx 10^{-5} - 10^{-6}$ эВ также соответствует наблюдаемым значениям для высокочастотных полупроводниковых MP [9].

Полный гамильтониан системы можно представить в виде суммы H_0 и гамильтонианов взаимодействия между подсистемами. Обмен энергией между MP и ДКТ описывается расширенным гамильтонианом Джейнса–Камминга:

$$\hat{H}_C = \Omega_{0-} \hat{a} |-\rangle \langle 0| + \Omega_{0+} \hat{a} |+\rangle \langle 0| + \Omega_{1-} \hat{a} |-\rangle \langle 1| + \Omega_{1+} \hat{a} |+\rangle \langle 1| + \text{H.c.}, \quad (2)$$

где Ω_{0-} , Ω_{0+} , Ω_{1-} и Ω_{1+} – коэффициенты взаимодействия электрона в ДКТ и фотона в MP (частоты Раби). Последние связаны с частотами Раби оптических переходов g_{Ac} и g_{Bc} изолированных КТ следующим образом:

$$\Omega_{0-} = \alpha g_{Ac}, \quad \Omega_{0+} = \sqrt{1 - \alpha^2} g_{Bc},$$

$$\Omega_{1-} = \sqrt{1 - \alpha^2} g_{Ac}, \quad \Omega_{1+} = -\alpha g_{Bc},$$

где $\alpha = \sin(\theta/2)$; $\theta = \arctan(2V/\Delta_1)$. Оценка матричных элементов оператора оптического дипольного перехода для типичных значений амплитуд однофотонного поля $E_c \approx 1 - 10$ В/см и радиуса $R \approx 5 - 10$ нм КТ дает $g_{A(B)c} \approx 10^{-6}$ эВ. Гамильтониан взаимодействия электрона и оптических фононов представляется выражением, аналогичным (2), с заменой фотонных операторов на фононные:

$$\hat{H}_{c-LO} = \sum_{q=1}^{N_{LO}} (\tilde{\Omega}_{0-} \hat{b}_{LOq} |-\rangle \langle 0| + \tilde{\Omega}_{0+} \hat{b}_{LOq} |+\rangle \langle 0| + \tilde{\Omega}_{1-} \hat{b}_{LOq} |-\rangle \langle 1| + \tilde{\Omega}_{1+} \hat{b}_{LOq} |+\rangle \langle 1|) + \text{H.c.}, \quad (3)$$

а коэффициенты взаимодействия $\tilde{\Omega}_{0(1)-(+)}$ оптических фононов и электрона рассчитываются в рамках модели сплошной среды (см. ниже).

Полный гамильтониан электрон-фотон-фононной системы имеет вид

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}_{\text{JC}} + \hat{H}_{\text{e-LO}}. \quad (4)$$

В начальный момент времени МР содержит один фотон, необходимый для реализации однокубитных вращений [9, 10]. Уравнение Шредингера

$$i \frac{\partial}{\partial t} |\Psi\rangle = \hat{H} |\Psi\rangle \quad (5)$$

задает эволюцию вектора состояния $|\Psi\rangle$ системы. Данный вектор представляется в виде разложения

$$|\Psi\rangle = \sum_{k=1}^d c_k |k\rangle$$

по базисным векторам

$$|k\rangle = |i\rangle_{\text{DQD}} \otimes |n_c\rangle \otimes \prod_{q=1}^{N_{\text{LO}}} |n_q\rangle, \quad k = 1 - d,$$

где $d = 2(N_{\text{LO}} + 1)$, с учетом условий $n_c = 0, 1$ и $n_q = 0, 1$. Удобно перейти в систему отсчета, связанную с МР, при помощи унитарного преобразования

$$\hat{T} = \exp \left[-i\omega_c \left(|-\rangle\langle -| + |+\rangle\langle +| + \hat{a}^+ \hat{a} + \sum_{q=1}^{N_{\text{LO}}} \hat{b}_{\text{LO}q}^+ \hat{b}_{\text{LO}q} \right) t \right], \quad (6)$$

при этом гамильтониан \hat{H}_0 приобретает вид

$$\begin{aligned} \hat{H}_0 = & \hat{T}^+ \hat{H}_0 \hat{T} + i \frac{\partial \hat{T}^+}{\partial t} \hat{T} = \Delta_0 |1\rangle\langle 1| + \delta |-\rangle\langle -| \\ & + (\delta + \Delta_1) |+\rangle\langle +| - i\kappa \hat{a}^+ \hat{a} + \sum_{q=1}^{N_{\text{LO}}} (\Delta_{\text{LO}q} - i\gamma_{\text{LO}}) \hat{b}_{\text{LO}q}^+ \hat{b}_{\text{LO}q}, \quad (7) \end{aligned}$$

а выражения (2) и (3) не изменяются. Здесь $\delta = \omega_{0-} - \omega_c$ – отстройка частот МР и перехода $|0\rangle \leftrightarrow |-\rangle$ в ДКТ, а $\Delta_{\text{LO}q} = \omega_{\text{LO}q} - \omega_c$ – отстройка частот МР и оптической фононной моды q .

В следующем разделе мы приведем расчет коэффициента взаимодействия электрона с локализованными оптическими фононами для нескольких вариантов положения ДКТ в кристалле.

3. Взаимодействие КТ и локализованных оптических фононов

В кристаллах малого размера (нанокристаллах) фононы неизбежно испытывают влияние эффекта размерного ограничения. Это явление в некоторой степени схоже с эффектом локализации электрона в квантовой яме. Граничные условия приводят к таким же, как и для электрона, ограничениям в фазовом пространстве, накладываемым на волновой вектор фонона \mathbf{q} . Поэтому данный эффект будет оказывать влияние на взаимодействие фононов как друг с другом, так и с носителями зарядов. Следуя работе [11], рассмотрим одиночную полупроводниковую КТ, помещенную в кристалл GaAs с размерами $a \times b \times c$. В отсутствие внешнего давления вектор $\mathbf{u}(\mathbf{r})$ смещения длинноволновых оптических фононов в кристалле представляется в виде

$$\mathbf{u}(x, y, z) = \nabla \Phi(x, y, z),$$

$$\Phi(x, y, z) \propto \sin q_x x \sin q_y y \sin q_z z,$$

где

$$q_x = \frac{\pi}{a} n_1, \quad q_y = \frac{\pi}{b} n_2, \quad q_z = \frac{\pi}{c} n_3$$

– проекции волнового вектора фонона на соответствующие координатные оси; $n_{1,2,3} = 1, 2, 3, \dots$. Гамильтониан взаимодействия электронов и оптических фононов в КТ можно представить следующим образом [11]:

$$\hat{H}_{\text{e-ph}} = \sum_q V_q \sin q_x x \sin q_y y \sin q_z z (\hat{b}_{\text{LO}q} + \hat{b}_{\text{LO}q}^+), \quad (8)$$

где

$$V_q^2 = \frac{16\pi e^2 \omega_{\text{LO}q}}{q^2 abc} \left(\frac{1}{\epsilon_\infty} - \frac{1}{\epsilon_0} \right); \quad q^2 = q_x^2 + q_y^2 + q_z^2; \quad (9)$$

$\epsilon_{0(\infty)}$ – статическая (высокочастотная) диэлектрическая проницаемость материала кристалла; e – заряд электрона. Рассмотрим переход электрона в одиночной КТ из возбужденного состояния $|e\rangle$ в основное состояние $|g\rangle$, сопровождающийся возбуждением оптических фононов. Выражение для коэффициента взаимодействия фонона с волновым вектором \mathbf{q} и КТ для данного процесса имеет вид

$$g_{\text{LO}q} = \langle g, n_q + 1 | \hat{H}_{\text{e-ph}} | e, n_q \rangle, \quad (10)$$

где n_q – число фононов в состоянии q . В предположении бесконечно высоких потенциальных стенок для электрона в зоне проводимости КТ в форме прямоугольного параллелепипеда со сторонами a_{QD} , b_{QD} и c_{QD} величина

$$g_{\text{LO}q} = \sqrt{n_q + 1} V_q I_x I_y I_z. \quad (11)$$

Здесь I_x , I_y и I_z – безразмерные интегралы перекрытия вдоль соответствующих координатных осей. При выполнении условий

$$a = \frac{a_{\text{QD}} n_1}{2m_1 - 1}, \quad b = \frac{b_{\text{QD}} n_2}{2m_2}, \quad c = \frac{c_{\text{QD}} n_3}{2m_3}, \quad (12)$$

где $m_{1,2,3}$ – целые положительные числа, эти интегралы будут равны нулю, а следовательно, и $g_{\text{LO}q} \equiv 0$. Если размеры кристалла существенно превышают размеры КТ, т. е. $a \gg a_{\text{QD}}$ ($b \gg b_{\text{QD}}$, $c \gg c_{\text{QD}}$), то интегралы в (11) примут следующий вид:

$$I_x = -\frac{16n_1 a_{\text{OD}}^2}{9\pi a^2}, \quad I_y = \frac{\pi n_2 b_{\text{OD}}^2}{2 b^2}, \quad I_z = \frac{\pi n_3 c_{\text{OD}}^2}{2 c^2}. \quad (13)$$

Это означает, что энергия взаимодействия $|g_{\text{LO}q}|$ быстро уменьшается с ростом объема.

Мы провели расчет величины $g_{\text{LO}q}$ для КТ, помещенной в кристалл GaAs, для различных размеров КТ и кристалла. Энергия оптического фонона $\omega_{\text{LO}q}$ полагалась равной ~ 36 мэВ. Статическая (ϵ_0) и высокочастотная (ϵ_∞) диэлектрические проницаемости GaAs составляли 13.2 и 10.9 соответственно [15]. Мы пренебрегли эффектами,

связанными с отражением фононов от границ раздела материалов КТ и кристалла.

Исследуем взаимодействие кубической КТ и фононов в кубическом нанокристалле, т.е. положим $b = c = a$ и $b_{QD} = c_{QD} = a_{QD}$. Сначала рассмотрим случай, когда размер КТ совпадает с размером нанокристалла: $a_{QD} = a$. Если n_1 является нечетным числом, то интеграл I_x строго равен нулю, и наоборот, $I_y = 0$ и $I_z = 0$ при четных n_2 и n_3 . Это означает, что КТ не взаимодействует с такими фононами. Для четных n_1 и нечетных $n_{2,3}$ интегралы перекрытия примут следующий вид:

$$I_x = -\frac{16n_1}{\pi(n_1 - 1)(n_1 + 1)(n_1 - 3)(n_1 + 3)}, \quad n_1 = 2, 4, \dots, \tag{14}$$

$$I_{y,z} = -\frac{8}{\pi n_{2,3}(n_{2,3} - 2)(n_{2,3} + 2)}, \quad n_{2,3} = 1, 3, \dots$$

Таким образом, для любого фонона интегралы перекрытия не зависят от размера нанокристалла, а энергия взаимодействия $|g_{LOq}|$ определяется только величиной V_q и, согласно формулам (9) и (11), составляет $\sim 1/\sqrt{a}$. Если сравнить значения $|g_{LOq}|$ для фононов с различными q , то оказывается, что энергия взаимодействия максимальна для фонона с $n_1 = 2, n_2 = 1, n_3 = 1$ ((211)-фонона), поскольку величины $|I_{x,y,z}|$ убывают с ростом $n_{1,2,3}$ (рис.2). Например, при $a = 100 \text{ \AA}$ имеем $|g_{LOq}| = 5.8 \text{ мэВ}$ для (211)-фонона и 0.8 мэВ для (231)-фонона.

Теперь рассмотрим случай, когда характерный размер кубического нанокристалла превышает размер КТ: $a > a_{QD}$. Тогда все фононы будут взаимодействовать с КТ, поскольку не существует значений $n_{1,2,3}$, при которых величины $I_{x,y,z}$ были бы строго равны нулю при любых a и a_{QD} . При $a = a_{QD}$ энергия взаимодействия отлична от нуля только для четных n_1 и одновременно для нечетных $n_{2,3}$, а в остальных случаях $g_{LOq}(a = a_{QD}) \equiv 0$. С ростом a значение $|g_{LOq}|$ сначала увеличивается (рис.3,а, в, з), за исключением случая, отвечающего (211)-фонону (рис.3,б), а затем наблюдаются максимумы, количество которых определяется квантовыми числами $n_{1,2,3}$ (рис.3,б и з). При некоторых значениях a , соответствующих выражениям (12), $g_{LOq} = 0$. Отметим, что только для (211)-фонона величина $|g_{LOq}|$ снижается при $a \geq a_{QD}$. При $a \gg a_{QD}$ согласно (13) энергия взаимодействия монотонно убывает, причем для КТ меньшего размера наблюдается более слабое взаимодействие с фононами.

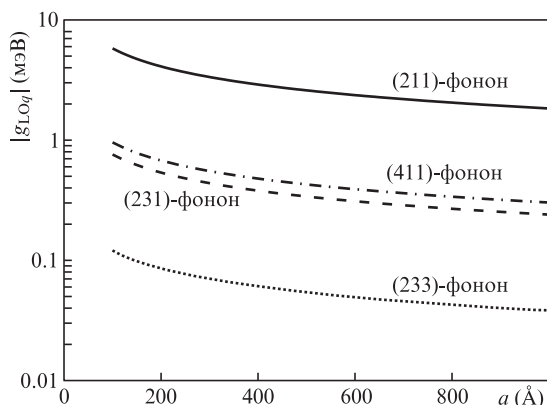


Рис.2. Зависимости энергии взаимодействия $|g_{LOq}|$ от размера кубического нанокристалла a для различных квантовых чисел.

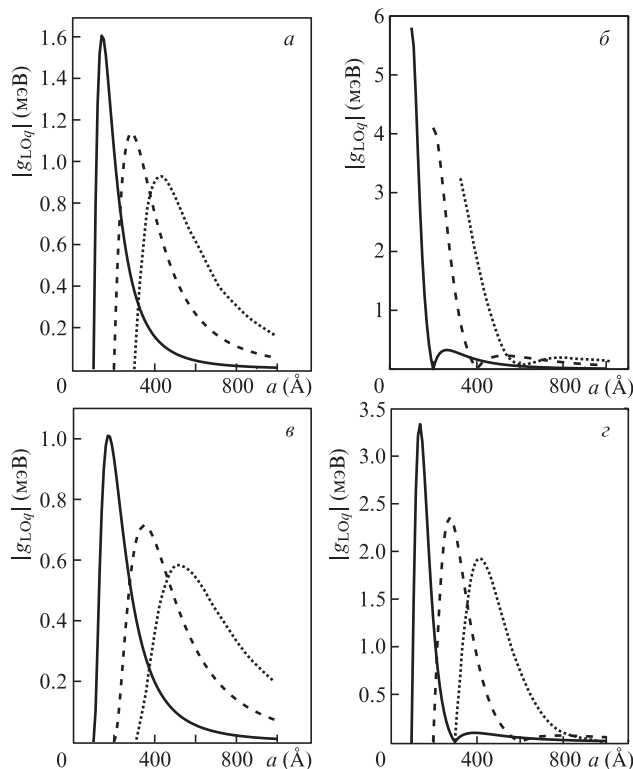


Рис.3. Зависимости энергии взаимодействия $|g_{LOq}|$ от размера кубического нанокристалла a для (111)-фонона (а), (211)-фонона (б), (121)-фонона (в) и (311)-фонона (з) при $a_{QD} = 100 \text{ \AA}$ (сплошные кривые), 200 \AA (штриховые кривые) и 300 \AA (пунктирные кривые).

Рассмотрим кубическую КТ, помещенную в тонкую пластину из GaAs, для которой выполняются следующие соотношения: $a_{QD} < a \ll b, c$. Тогда особенности взаимодействия КТ и пластины будут определяться только интегралом перекрытия I_x и числом n_1 , поскольку интегралы I_y и I_z не зависят от толщины пластины a и, следовательно, числа $n_{2,3}$ не окажут существенного влияния на g_{LOq} . Мы рассчитали энергию взаимодействия КТ и фононов в пластине размером $b \times c = 3000 \times 3000 \text{ \AA}$. Основное отличие в поведении величины g_{LOq} по сравнению со случаем кубического нанокристалла (рис.3) состоит в том, что для пластины (рис.4) рост $|g_{LOq}|$ при увеличении размера КТ в пределе $a \gg a_{QD}$ гораздо заметнее. Следует, однако, подчеркнуть, что энергия взаимодействия КТ и фононов в пластине на два порядка меньше, чем в нанокристалле, что связано с уменьшением интегралов перекрытия $I_{y,z}$ и величины V_q (9) при увеличении площади пластины.

4. Динамика зарядового кубита в фотонном и механическом однокубитовых полях

Для реализации однокубитных вращений с помощью оптических полей в ДКТ, состоящей из двух КТ с близкими спектральными свойствами, достаточно использовать монохроматическое лазерное излучение [5] или одномодовый МР [9]. Если параметры КТ различаются и ДКТ является асимметричной, то требуется дополнительный источник электромагнитного поля (второй лазер или МР). При этом каждое поле генерирует оптический переход в одной из КТ. В результате формируется трехуровневая схема для переноса электрона из основного (локализованного) состояния в одной КТ в основное состояние в другой КТ через возбужденное (делокализованное) сос-

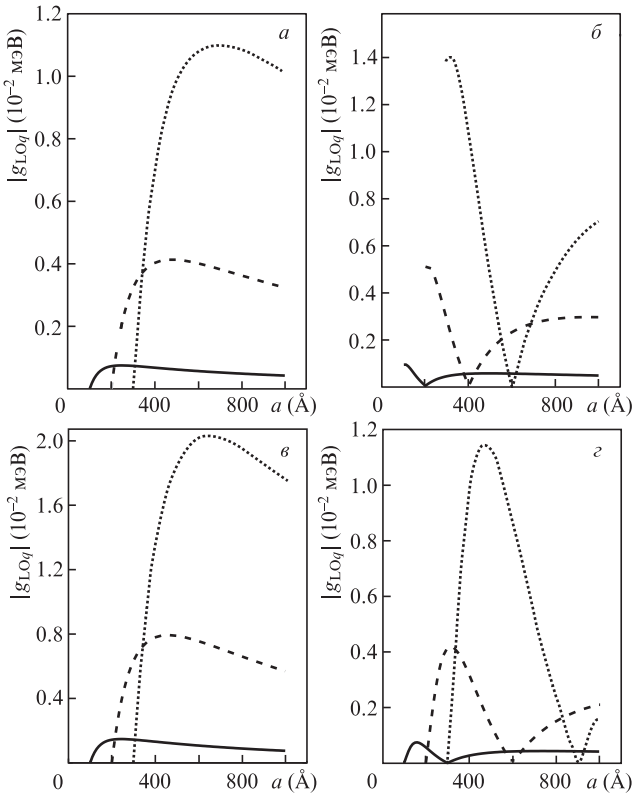


Рис.4. Зависимости энергии взаимодействия $|g_{LOq}|$ от толщины пластины a для (111)-фонона (а), (211)-фонона (б), (121)-фонона (в) и (311)-фонона (з) при $a_{QD} = 100 \text{ \AA}$ (сплошные кривые), 200 \AA (штриховые кривые) и 300 \AA (пунктирные кривые).

тояние в ДКТ. Перенос сопровождается запутыванием электронных и фотонных степеней свободы, что может быть использовано для выполнения двухкубитных операций, в которых фотон играет роль переносчика взаимодействия между удаленными ДКТ (транспортный кубит) [9, 10]. Если заменить фотонное поле на фононное, то в качестве транспортного кубита можно использовать дelokализованное механическое колебание (оптический фонон). Выше уже упоминалось о слабой дисперсии оптических колебательных мод. Поэтому в расчетах мы полагаем, что частота фононов является N_{LO} -кратно вырожденной, т.е. $\omega_{LOq} \equiv \omega_{LO}$ для всех мод, и в дальнейшем будем опускать индекс моды. Кроме того, будем считать, что коэффициенты взаимодействия КТ А и В с МР одинаковы: $g_{Ac} = g_{Bc} \equiv g_c$.

Предположим, что колебания кристаллической решетки, представленные в виде квантового поля, способны сохранять когерентность в течение некоторого промежутка времени. Тогда кристалл может использоваться для хранения оптических кубитов-фотонов, т.е. в качестве квантовой памяти. Эксперимент, поставленный авторами работы [13], подтверждает возможность записи/считывания квантовой информации в виде неклассических колебательных состояний с помощью рамановского рассеяния при комнатной температуре. Трехуровневая схема, включающая в себя основное состояние кристалла алмаза без фонона и с фононом, а также виртуально заселяемое возбужденное состояние (экситон), позволяет обратимо трансформировать фотон лазера (кубит) в оптический фонон с частотой 40 ТГц и в сигнальный фотон в области фокусировки лазерных полей. Несмотря на очень малую вероятность успешной записи (10%) и считывания

(0.1%), а также короткое время жизни фонона (менее 7 пс), исследование статистических свойств сигнальных фотонов, сопровождающих рождение/уничтожение фонона, указывает на когерентный характер колебания решетки.

Предполагается, что в схеме, представленной ниже, происходит полная трансформация оптического кванта в колебательный и обратно в ходе переноса электрона в ДКТ. Выберем в качестве начального состояния, в котором ДКТ находится в логическом состоянии «нуль», МР содержит один фотон, а оптический фононный резервуар находится в вакуумном состоянии. При этом соблюдаются условия строгого электрон-фотон-фононного резонанса: $\delta = 0$ и $\Delta_{LO} = \Delta_0$. Приведем результаты моделирования для двух скоростей распада оптического фонона (рис.5). Нетрудно видеть, что точность выполнения операции NOT задается (при прочих выполненных условиях) максимальной скоростью распада.

Из расчетов коэффициентов электрон-фононного взаимодействия следует, что они могут значительно отличаться от коэффициентов электрон-фотонного взаимодействия. При этом успешная реализация вентилей предполагает равенство данных коэффициентов. Возможно ли в общем случае скомпенсировать их различие, варьируя какой-либо из параметров гамильтониана, например частоту одного из переходов? Рассмотрим зависимость максимальной вероятности P_1 переноса электрона между КТ от разности энергий возбужденных уровней Δ_1 (рис.6). Видно, что для $g_c = g_{LO}$ кривая имеет максимум при точном совпадении энергий. Если $g_c \neq g_{LO}$, то значение максимума может быть восстановлено путем относительного смещения энергий ϵ_{A1} и ϵ_{B1} во внешнем электрическом поле. Данный подход является эффективным, когда g_c и g_{LO} различаются не более чем в два раза.

Как известно, в трехмерных кристаллах оптические фононные моды являются практически вырожденными по частоте. В наноструктурах с меньшей размерностью их спектр имеет квазидискретную структуру, допускающую выделение нескольких (и даже одной) мод в качестве элемента управления кубитом (см. разд.3). Однако увеличение числа рабочих мод с разными коэффициентами взаимодействия может привести к дисбалансу частот Раби и десинхронизации осцилляций населенностей в ДКТ. На рис.7 приведены зависимости максимальной вероятности

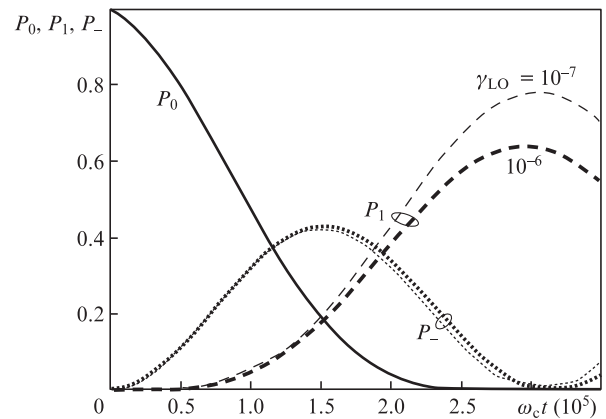


Рис.5. Зависимости населенностей состояний в ДКТ (P_0, P_1, P_-) от времени для скоростей распада оптического фонона $\gamma_{LO} = 10^{-7}$ (тонкие кривые) и 10^{-6} (жирные кривые). Параметры системы (в единицах частоты ω_c моды МР): $g_c = 10^{-5}$, $g_{LO} = 10^{-5}$, $\Delta_0 = -10^{-1}$, $\Delta_1 = 0$, $V = 10^{-2}$, $\kappa = 10^{-6}$.

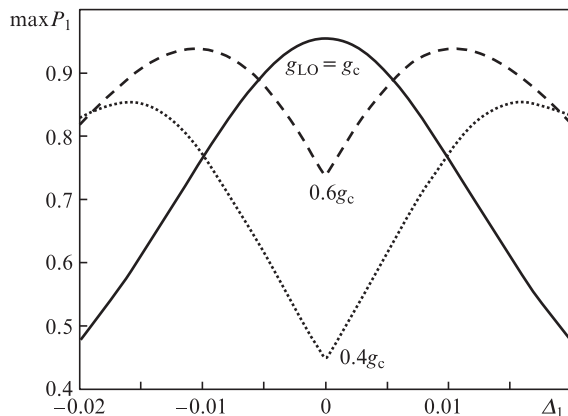


Рис.6. Зависимости максимальной вероятности P_1 переноса электрона между логическими состояниями кубита от параметра Δ_1 для различных g_{LO} . Параметры системы (в единицах частоты ω_c моды МР): $g_c = 10^{-5}$, $\Delta_0 = -10^{-1}$, $V = 10^{-2}$, $\kappa = 10^{-6}$.

переноса из состояния 0 в состояние 1 от числа фоновых мод N_{LO} для нескольких случаев. Если предположить, что оптические моды являются независимыми, то добавление новой моды с тем же коэффициентом взаимодействия приводит к увеличению интегральной частоты Раби при взаимодействии ДКТ с фонами. Это вызывает резкое уменьшение вероятности переноса (сплошная кривая). Таким образом, с ростом числа мод необходимо корректировать (увеличивать) коэффициенты взаимодействия ДКТ с МР. Рост N_{LO} может быть связан с увеличением размеров структуры, при этом амплитуды механических колебаний и, следовательно, частоты Раби отдельных мод будут уменьшаться. Штриховая кривая отражает зависимость $\max P_1$ от N_{LO} для $g_{LO} = g_{0LO}/N_{LO}$ и также демонстрирует снижение вероятности переноса. Если же допустить, что моды взаимодействуют, то это приводит к их гибридизации и формированию нового базиса. При равенстве исходных частот Раби отдельных мод это сопровождается появлением множителя $\sqrt{N_{LO}}$ в выражении для интегральной частоты Раби. Таким образом, для компенсации дисбаланса в данном случае необходимо, чтобы парциальные частоты Раби уменьшались пропорционально $1/\sqrt{N_{LO}}$. При этом величина максимума не зависит от N_{LO} и определяется параметрами одномодового режима (пунктирная линия).

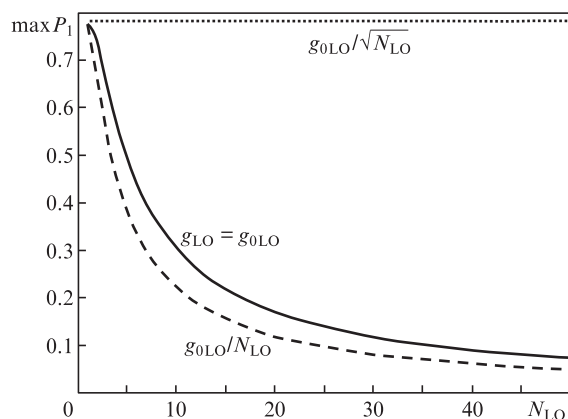


Рис.7. Зависимости максимальной вероятности P_1 переноса электрона между логическими состояниями кубита от числа мод N_{LO} для различных g_{LO} . Параметры системы (в единицах частоты ω_c моды МР): $\Delta_0 = -10^{-1}$, $\Delta_1 = 0$, $V = 10^{-2}$, $g_c = 10^{-5}$, $\kappa = 10^{-7}$, $\gamma_{LO} = 10^{-6}$.

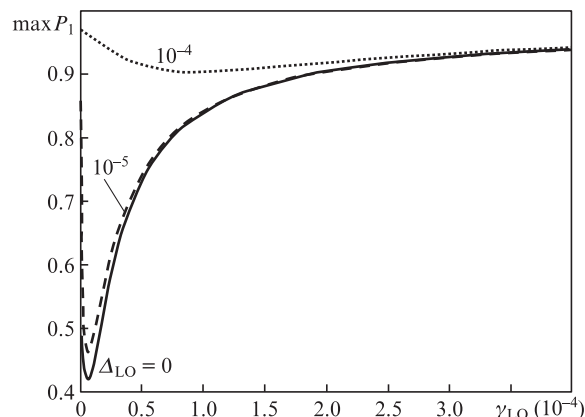


Рис.8. Зависимости максимальной вероятности P_1 переноса электрона между логическими состояниями кубита от скорости распада фоновой моды γ_{LO} для различных отстроек Δ_{LO} . Параметры системы (в единицах частоты ω_c моды МР): $\Delta_0 = 0$, $\Delta_1 = 0$, $V = 10^{-2}$, $g_c = 10^{-5}$, $g_{LO} = 10^{-5}$, $\kappa = 10^{-7}$.

Вернемся к ДКТ-кубиту с монохроматическим управлением. В этом случае симметричная ДКТ будет испытывать воздействие однофотонного поля МР, а также взаимодействовать с оптическими колебательными модами. И тот и другой источники могут выступать в качестве независимых генераторов однокубитной эволюции и в то же самое время представлять собой каналы потери когерентности. Покажем, насколько серьезным может быть влияние фоновых мод с малым временем жизни, взаимодействующих с ДКТ, на точность выполнения операций в однофотонном режиме МР. На рис.8 приведены кривые, иллюстрирующие зависимость $\max P_1$ от скорости распада фоновой моды γ_{LO} для нескольких значений отстройки Δ_{LO} и $N_{LO} = 1$. Прежде всего отметим, что при точном совпадении частот ДКТ, МР и оптического фотона квантовая эволюция кубита будет отличаться от той, что описывается резонансной трехуровневой схемой. Принципиальная возможность инвертирования ДКТ сохраняется только в том случае, если начальное состояние подсистемы МР–оптический фотон представляет собой равновзвешенную суперпозицию их возбужденных состояний. Если же в начальный момент времени только мода МР содержит один фотон, то на осцилляции, генерирующие корректную однокубитную операцию, будут накладываться осцилляции, связанные с перераспределением энергии между фотонной и фоновой модами через ДКТ. В результате максимальная вероятность инверсии кубита даже при низкой скорости диссипации не превышает 0.5. Чтобы уменьшить данный эффект, следует выбирать частоту перехода в ДКТ отличной от частоты оптической моды. Видно (рис.8), что если отстройка Δ_{LO} оказывается значительно больше частоты Раби g_{LO} , то влияние фоновой моды на точность однокубитных вращений уменьшается. Это связано с подавлением фотон-фононной гибридизации с ростом отстройки частот мод.

Анализ зависимостей выявляет одну интересную особенность. Увеличение скорости распада γ_{LO} фоновой моды в интервале $10^{-7} - 10^{-5}$, означающее усиление диссипативного воздействия на кубит, сопровождается уменьшением величины $\max P_1$. Однако, начиная со значений $\gamma_{LO} \approx 10^{-5}$, наблюдается быстрый рост $\max P_1$ с выходом на асимптотическое значение, общее для всех отстроек. Оно соответствует случаю, когда взаимодействие с фоновой модой полностью отсутствует, а отклонение мак-

сумма вероятности переноса от единицы обусловлено исключительно диссипацией фотонов из МР. Такой необычный, на первый взгляд, результат можно объяснить следующим образом. Известно, что скорости диссипации, как и разность частот Раби для электронных переходов в отдельных КТ, влияют на эффективную отстройку частот подсистем. Следовательно, с ростом параметров κ и γ_{LO} растут и отстройки частот фотонной и фононной мод от частоты перехода в ДКТ, что приводит к блокировке канала распада самим же источником диссипации. Дальнейшее исследование этого крайне интересного и практически важного эффекта будет проведено с использованием более строгой модели, основанной на уравнении Линдблада, в последующих работах.

5. Заключение

В работе рассмотрена схема комбинированного управления зарядовым ДКТ-кубитом с помощью одноквантовых оптического и механического полей. Анализ динамики населенностей системы в рамках феноменологической модели Шредингера выявил ряд особенностей, которые отражают сложное взаимовлияние электронной, фотонной и фононной подсистем. В частности, оптическая фононная мода наноструктуры может выступать в качестве аналога фотонной моды МР при управлении кубитом на основе асимметричной ДКТ, если скорость распада моды оказывается небольшой. При этом наличие или отсутствие кванта в фотонной или фононной моде однозначно связано с выполнением вентиля NOT в ДКТ, что может быть использовано для запутывания нескольких удаленных друг от друга ДКТ-кубитов, а также для создания элементов квантовой памяти. Если же скорость распада высокая (по сравнению с коэффициентами взаимодействия ДКТ и моды), то дисбаланс эффективных отстроек приводит к блокировке оттока энергии из системы. Это дает возможность применять симметричную схему с управлением эволюцией состояния в ДКТ полем МР как в резонансном, так и в рамановском варианте.

В качестве конкретного примера были рассчитаны коэффициенты взаимодействия локализованных оптических фононов и электронов в кубической КТ, находящейся в кубическом нанокристалле GaAs. Оказалось, что зависимость энергии взаимодействия оптических фононов с КТ от размера кристалла имеет несколько максимумов, связанных с эффектом локализации фононов. Кроме того, для каждого фонона можно подобрать размеры нанокристалла так, что его взаимодействие с КТ будет отсутствовать. Продемонстрировано, что для кристаллов большого размера при увеличении размера КТ энергия взаимодействия растет. Аналогичные свойства наблюдаются и для КТ, помещенной в тонкую пластину из GaAs, однако в этом случае взаимодействие КТ и оптических фононов гораздо слабее.

Совершенствование схем управления зарядовым кубитом, основанных на описанном принципе, подразумевает увеличение времен жизни фотона в МР и фонона с

помощью инженерии оптических и механических свойств наноструктуры, содержащей кубиты. Как показывают эксперименты, для этого существует несколько подходов, связанных с разработкой дизайна и улучшением технологии изготовления подобных систем.

Необходимо отметить, что квантовые операции в двухуровневых системах, осуществляемые за счет испускания/поглощения фононов, исследуются во многих теоретических работах (см., напр., [16–18]). В [16] показано, что рост энергии электрон-фононного взаимодействия приводит к уменьшению времени перехода электрона между уровнями в квантовой проволоке и, следовательно, к повышению скорости квантовых операций. С другой стороны, увеличения скорости выполнения операций можно добиться, в частности, модификацией фононного спектра, помещая квантовый эмиттер в фононный резонатор и оптимизируя дизайн последнего путем настройки частоты одной из его мод в резонанс с частотой электронного перехода между уровнями эмиттера [17]. В данном случае возникает явление, аналогичное эффекту Перселла [19]. В нашем подходе эволюцией ДКТ-кубита управляет как механическое поле локализованного оптического фонона, так и электромагнитное поле фотона в МР. Это позволяет эффективнее управлять эволюцией кубита с помощью выбора соответствующих отстроек частот для механической и оптической подсистем.

Работа выполнена в рамках Государственного задания ФАНО России.

- Hayashi T., Fujisawa T., Cheong H.D., Jeong Y.H., Hirayama Y. *Phys. Rev. Lett.*, **91**, 226804 (2003).
- Fedichkin L., Yanchenko M., Valiev K.A. *Nanotechnology*, **11**, 387 (2000).
- Li X.-Q., Arakawa Y. *Phys. Rev. A*, **63**, 012302 (2000).
- Цуканов А.В., Валиев К.А. *Микроэлектроника*, **36**, 83 (2006).
- Цуканов А.В., Опенов Л.А. *ФТП*, **38**, 94 (2004).
- Urayama J., Norris T.B. *Phys. Rev. Lett.*, **86**, 4930 (2001).
- Grange T., Ferreira R., Bastard G. *Phys. Rev. B*, **76**, 241304 (2007).
- Hameau S., Isaia J.N., Guldner Y., Deleporte E., Verzele O., Ferreira R., Bastard G., Zeman J., Gérard J.M. *Phys. Rev. B*, **65**, 085316 (2002).
- Tsukanov A.V. *Phys. Rev. A*, **85**, 012331 (2012).
- Цуканов А.В., Катеев И.Ю. *Микроэлектроника*, **42**, 246 (2013).
- Li X.-Q., Nakayama H., Arakawa Y. *Phys. Rev. B*, **59**, 5069 (1999).
- Zibik E.A., Grange T., Carpenter B.A., Porter N.E., Ferreira R., Bastard G., Stehr D., Winnerl S., Helm M., Liu H.Y., Skolnick M.S., Wilson L.R. *Nature Mat.*, **8**, 803 (2009).
- Lee K.C., Sussman B.J., Sprague M.R., Michelberger P., Reim K.F., Nunn J., Langford N.K., Bustard P.J., Jaksch D., Walmsley I.A. *Nat. Photonics*, **6**, 41 (2012).
- O'Connell A.D., Hofheinz M., Ansmann M., Bialczak R.C., Lenander M., Lucero E., Neeley M., Sank D., Wang H., Weides M., Wenner J., Martinis J.M., Cleland A.N. *Nature*, **464**, 697 (2010).
- Jacak L., Machnikowski P., Krasnyj J., Zoller P. *Europhys. J. D*, **22**, 319 (2003).
- Wang C.-T., Wu Z.-Y., Zhao C.-L., Ding Z.-H., Xiao J.-L. *Chin. Phys. B*, **21**, 057108 (2012).
- Reinke C.M., El-Kady I. *AIP Adv.*, **6**, 122002 (2016).
- Pouthier V. *J. Chem. Phys.*, **139**, 054103 (2013).
- Purcell E.M. *Phys. Rev.*, **69**, 681 (1946).