

Самовоздействие волнового поля в одномерной системе слабосвязанных активных световодов

А.А.Балакин, А.Г.Литвак, В.А.Мионов, С.А.Скобелев

Аналитически и численно исследована динамика самовоздействия волнового поля в массиве слабосвязанных активных световодов. Показано, что введение слабого усиления в каждый из световодов позволяет значительно уменьшить радиационные потери и эффективно захватить все излучение в один световод. Продемонстрирована возможность управления локализацией излучения в нужном световоде за счет изменения угла инжекции волнового поля в рассматриваемую систему. Определены зависимости характерных параметров волнового поля.

Ключевые слова: слабосвязанные активные световоды, самовоздействие, локализация излучения в световоде.

1. Введение

Значительный технологический прогресс в создании микроструктурированных волноведущих систем с заданными дифракционными и дисперсионными свойствами привел к активному развитию раздела нелинейной науки, посвященного нелинейным волновым процессам в пространственно-периодических средах – наборе слабосвязанных световодов [1–3]. Помимо чисто фундаментального интереса, проводимые исследования имеют практическую направленность: генерация суперконтинуума [4] и уменьшение длительности лазерных импульсов [5, 6], управление структурой волнового поля [7, 8], формирование световых пучков [9, 10].

Отличительной особенностью таких «дискретных» сред является существование локализованного на периоде структуры устойчивого распределения волнового поля в широком диапазоне амплитуд – дискретного солитона [8]. Наряду с этим, в работе [11] было экспериментально показано, что при превышении мощностью импульса критического значения первоначально широкое начальное распределение волнового поля в результате развития дискретного коллапса локализуется в области, размер которой сравним с периодом решетки эквидистантно расположенных световодов. В работе [12] на основе развитого вариационного приближения была определена данная критическая мощность. Однако в процессе локализации излучения в области, размер которой примерно равен периоду неоднородности среды, наблюдаются «сброс» волнового поля и соответственно уменьшение мощности в узкой центральной части пучка.

А.А.Балакин, А.Г.Литвак, В.А.Мионов. Федеральный исследовательский центр Институт прикладной физики РАН, Россия, 603950 Н.Новгород, ул. Ульянова, 46; Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И.Лобачевского, Россия, 603950 Н.Новгород, просп. Гагарина, 23; e-mail: balakin@appl.sci-nnov.ru

С.А.Скобелев. Федеральный исследовательский центр Институт прикладной физики РАН, Россия, 603950 Н.Новгород, ул. Ульянова, 46

Поступила в редакцию 19 апреля 2018 г.

В настоящей работе рассмотрена динамика самовоздействия волнового поля в одномерной системе слабосвязанных активных световодов. Показано, что введение слабого усиления в каждый из световодов позволяет в значительной степени уменьшить радиационные потери и осуществить эффективный захват всего излучения в один световод. Это достигается за счет адиабатического уменьшения размера пучка с почти плоским фазовым фронтом, что обеспечивает плавность входа излучения в один световод. При этом дискретный коллапс реализуется на заключительном этапе. Кроме того, продемонстрирована возможность управления локализацией излучения в нужном световоде за счет изменения угла инжекции волнового поля в рассматриваемую систему.

Для описания динамики самовоздействия волнового поля используется дискретное нелинейное уравнение Шредингера [1, 8, 12–14] с дополнительным слагаемым, ответственным за усиление волнового поля. Использование вариационного приближения (разд.2) позволяет качественно проанализировать динамику в системе и получить оценки основных параметров распределения волнового поля гауссовой формы (ширина пучка, кривизна фазового фронта, координата максимума интенсивности волнового пучка). В разд.3 исследована динамика волнового поля, инжектируемого вдоль оси рассматриваемой системы. Продемонстрирован эффективный захват всего излучения в центральный световод. Получена оценка длины этого захвата. В разд.4 проведен анализ динамики волновых пучков, инжектируемых под углом к рассматриваемой системе. Продемонстрирована возможность управления локализацией излучения в требуемом световоде за счет изменения угла инжекции излучения. Найдена аналитическая зависимость данного смещения от параметров задачи.

2. Постановка вариационной задачи

Рассмотрим самовоздействие волнового поля, инжектируемого в пространственно-неоднородную среду, состоящую из набора эквидистантно расположенных одномерных световодов, с диэлектрической проницаемостью

$$\varepsilon \approx \varepsilon_0 + \varepsilon_1 \sum_n s(r_1 - ln). \quad (1)$$

Здесь l – шаг решетки световодов; $s(r_1) = \text{step}(|r_1| - R)$ – узлолокализованная функция с характерным масштабом $R \ll l$; n – номер световода; R – радиус световода.

Будем полагать, что каждый световод является одно-модовым. В этом случае распространение волнового поля \mathcal{E} в рассматриваемой системе может быть приближенно описано как суперпозиция мод, локализованных в каждом из световодов:

$$\mathcal{E}(r_1, z) = \sum_n \Psi_n(z) f(r - ln), \quad (2)$$

где $f(r)$ – функция, определяющая фиксированную структуру нижней моды световода; Ψ_n – комплексная амплитуда поля в n -м световоде. Анализ проведем на базе стандартной теоретической модели [1, 8, 14], в рамках которой предполагается, что фундаментальные направляемые моды ориентированных параллельно оси z оптических волноводов слабо связаны между собой. Будем полагать, что эволюция огибающей поля Ψ_n в n -м световоде определяется в процессе распространения волнового поля вдоль оси z следующими факторами: керровской нелинейностью одиночного световода, усилением в активной среде и взаимодействием с ближайшими соседями, возникающим из-за слабого перекрытия направляемых ими мод.

Для среды, состоящей из неограниченного числа эквидистантно расположенных световодов, дискретное нелинейное уравнение Шредингера в безразмерных переменных имеет вид

$$i \frac{\partial \Psi_n}{\partial z} + \Psi_{n+1} + \Psi_{n-1} + |\Psi_n|^2 \Psi_n = i\gamma \Psi_n. \quad (3)$$

Здесь параметр γ характеризует линейное усиление в активной среде.

Для исследования динамики системы воспользуемся вариационным приближением, которое дает возможность классифицировать характерные режимы самовоздействия и определить соответствующие критические параметры. Приближение состоит в минимизации функционала действия при использовании пробной функции Ψ , которая зависит от небольшого числа параметров, являющихся функциями эволюционной координаты z . Технически метод основан на переходе к укороченному лагранжиану $\bar{\mathcal{L}}$, равному интегралу по поперечным координатам от исходного лагранжиана \mathcal{L} с подставленными в него пробными функциями.

В этом разделе разовьем вариационный подход применительно к изучаемой нами проблеме самовоздействия волнового поля в неконсервативной дискретной системе (3), что позволит получить замкнутую систему дифференциальных уравнений в обыкновенных производных для характерных интегральных параметров распределения волнового поля (ширина волнового пакета, кривизна фазового фронта и т.д.) гауссовой формы. Несмотря на усложнение ситуации в активной среде, связанное с отсутствием гамильтоновости, вариационную задачу удастся сформулировать и для системы (3). При этом, наряду с лагранжианом консервативной части системы, необходимо определить и диссипативную функцию системы.

Отвечающая уравнениям (3) функция Лагранжа в консервативном случае ($\gamma = 0$) имеет вид [12, 14–16]

$$\mathcal{L} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left[\frac{i}{2} \left(\Psi_n^* \frac{\partial \Psi_n}{\partial z} - \Psi_n \frac{\partial \Psi_n^*}{\partial z} \right) + \frac{1}{2} |\Psi_n|^4 + \Psi_{n+1} \Psi_n^* + \Psi_n^* \Psi_{n+1} \right]. \quad (4)$$

Используя формулу суммирования Пуассона для функции $F(x)$ непрерывного аргумента

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} F(n) = \int_{-\infty}^{+\infty} F(x) \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \exp(2\pi i n x) dx,$$

перепишем лагранжиан (4) в виде

$$\mathcal{L} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \exp(2\pi i n x) \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\frac{i}{2} \Psi^*(z, x) \frac{\partial \Psi(z, x)}{\partial z} + \Psi(z, x + 1) \Psi^*(z, x) + \text{c.c.} + \frac{1}{2} |\Psi|^4 \right] dx. \quad (5)$$

Это дает возможность вместо бесконечного упорядоченного набора комплексных амплитуд $\Psi_n(z)$ поля в каждом из волноводов использовать одну единственную функцию $\Psi(z, x)$, зависящую от непрерывной переменной x .

Для приближенного описания распространения локализованного волнового пакета, инжектируемого в одномерную периодическую систему световодов, в качестве аппроксимации для функции $\Psi(z, x)$ рассмотрим амплитудное распределение гауссовой формы

$$\Psi = \sqrt{\frac{P}{\sqrt{\pi} a}} \times \exp \left[-\frac{(x - x_0)^2}{2a^2} + i\beta(x - x_0)^2 + i\sigma(x - x_0) + i\theta \right], \quad (6)$$

где

$$P = \int_{-\infty}^{+\infty} |\Psi|^2 dx$$

– мощность волнового поля; $a(z)$, $\beta(z)$ и $\theta(z)$ – ширина волнового пучка, кривизна фазового фронта и фаза поля на оси системы соответственно; x_0 – координата максимума интенсивности волнового пучка; σ – поперечное волновое число. Подставляя (6) в (5) и интегрируя полученное выражение по непрерывной переменной x , приходим к функциональному ряду. Для широких пучков с $a(z) \gg 1/\pi$ коэффициенты данного ряда экспоненциально уменьшаются с ростом n (см., напр., [12, 15]). Таким образом, даже для волновых полей с характерным поперечным размером $a(z)$, сравнимым с масштабом пространственной неоднородности среды, при описании процессов самовоздействия ограничимся в (5) лишь слагаемыми с $n = 0$. В итоге для укороченной функции Лагранжа $\bar{\mathcal{L}}$ консервативной части ($\gamma = 0$) рассматриваемой системы (3) получим следующее выражение:

$$\bar{\mathcal{L}} = \frac{Pa^2}{2} \frac{d\beta}{dz} + P \cos \sigma \frac{d\theta}{dz} - \frac{P^2}{\sqrt{8\pi} a} - 2P \exp \left(-\frac{1}{4a^2} - \beta^2 a^2 \right) \cos \sigma - P \sigma \frac{dx_0}{dz}. \quad (7)$$

Изменение параметров $a_j = \{P, a, \beta, \sigma, x_0, \theta\}$ на трассе распространения волнового пучка определяется уравнениями Эйлера

$$\frac{d}{dz} \frac{\partial \bar{\mathcal{L}}}{\partial a_j} - \frac{\partial \bar{\mathcal{L}}}{\partial a_j} = 0, \quad a_j = \frac{da_j}{dz}. \quad (8)$$

Обобщение уравнения Эйлера для нахождения параметров варьируемой функции (6) в неконсервативном случае состоит в учете вклада диссипативной части. Для уравнений (3) вариация диссипативной функции

$$\delta Q = i\gamma \int_{-\infty}^{+\infty} (\Psi \delta \Psi^* - \Psi^* \delta \Psi) dx. \quad (9)$$

Следовательно, уравнения Эйлера для параметров волнового пакета (6) в рассматриваемом неконсервативном случае имеют вид

$$\frac{d}{dz} \frac{\partial \bar{\mathcal{L}}}{\partial a_j} - \frac{\partial \bar{\mathcal{L}}}{\partial a_j} = i\gamma \int_{-\infty}^{+\infty} (\Psi \frac{\partial \Psi^*}{\partial a_j} - \text{c.c.}) dx. \quad (10)$$

Выполняя соответствующие вычисления для волнового пучка (6), находим, что $d\sigma/dz = 0$ и $\sigma = \sigma_0$. Остальные уравнения, определяющие изменения параметров волнового пучка на трассе распространения имеют вид

$$\frac{dP}{dz} = 2\gamma P, \quad (11a)$$

$$\frac{da}{dz} = 4\beta ad \cos \sigma_0, \quad (11б)$$

$$\frac{d\beta}{dz} = \frac{\cos \sigma_0}{a^2} \left(\frac{1}{a^2} - 4\beta^2 a^2 \right) d - \frac{P}{\sqrt{8\pi} a^3}, \quad (11в)$$

$$\frac{dx_0}{dz} = 2d \sin \sigma_0. \quad (11г)$$

Здесь фактор

$$d = \exp\left(-\frac{1}{4a^2} - \beta^2 a^2\right) \quad (12)$$

отражает специфику дискретной задачи. В континуальном случае ($a \gg 1, \beta a \ll 1$) он близок к 1. В обратном предельном случае ($a, \beta a$ порядка 1) множитель d экспоненциально мал, т.е. дискретность среды приводит к ослаблению линейной дифракции волнового поля. Наличие усиления в среде ($\gamma > 0$) обуславливает экспоненциальный рост мощности волнового пучка (11а):

$$P = P_0 \exp(2\gamma z), \quad (13)$$

где P_0 – начальная мощность.

Полученная система уравнений (11б)–(11г) представляет собой обобщение на случай активной пространственно-неоднородной среды соответствующих уравнений для консервативной задачи [12, 17]. Пространственная эволюция волнового пучка и поведение параметра x_0 описываются теми же уравнениями (11б)–(11г), что и в [17], с той лишь разницей, что мощность волнового пучка растет на трассе распространения по экспоненциальному закону (13). Поэтому на качественном уровне здесь следует

ожидать сходной картины самовоздействия волнового поля. Далее остановимся более детально на новых эффектах, определяемых активностью среды.

3. Самолокализация волнового пучка, инжектируемого вдоль оси системы

В рамках используемого подхода видно, что структурные изменения волнового поля, описываемые уравнениями (11а)–(11в), происходят независимо от поведения координаты максимума интенсивности x_0 (11г) волнового пучка. Траектория движения $x_0(z)$ определяется отщепленным уравнением (11г). Важно отметить, что отклонение траектории от прямолинейной в сплошной среде отражает специфику пространственно-неоднородной задачи. В случае нелинейной динамики сохраняется поперечное волновое число ($\sigma = \sigma_0 = \text{const}$), характеризующее первоначальный угол между направлением распространения излучения и осью системы. В связи с этим сначала проанализируем особенности самовоздействия волнового пучка, инжектируемого на вход одномерной решетки слабосвязанных активных световодов, в случае $\sigma_0 = 0$. Как следует из уравнения (11г), координата максимума интенсивности волнового пучка не будет смещаться: $x_0 = 0$.

Основная особенность самовоздействия излучения в консервативном случае связана с «коллапсом» волнового поля (захватом в один световод). Дискретность среды приводит к ослаблению дифракции узких (по сравнению с периодом решетки) волновых пучков. Как следствие, даже в консервативном случае становится возможным коллапс одномерного распределения волнового поля с мощностью, превышающей критическую мощность самофокусировки в дискретной среде [11, 12, 17].

В отличие от дискретной консервативной среды, в активной среде захват излучения в один световод происходит плавно, в результате адиабатической перестройки солитонного распределения при усилении поля. Солитонному распределению волнового поля соответствует стационарная точка уравнений (11б) и (11в). В стационарной точке кривизна $\beta = 0$ (т.е. волновой пучок имеет плоский фазовый фронт), а ширина a определяется из уравнения

$$P = P_{\text{sol}}(a) \equiv \frac{\sqrt{8\pi}}{a} \exp\left(-\frac{1}{4a^2}\right). \quad (14)$$

Отметим, что такая зависимость мощности от ширины имеет экстремум $P_{\text{max}} = 4\sqrt{\pi/e}$ при $a_{\text{max}} = 1/\sqrt{2}$, отвечающий предельной ширине солитона в дискретной системе.

В предположении о неизменности солитонной формы волновых пучков связь (14) между характерной шириной распределения поля a и мощностью волнового пучка P сохраняется на всей трассе распространения. В случае широких пространственных солитонов ($a \gg 1$) условием сохранения солитонной формы будет медленность изменения мощности пучка (13) на дифракционной длине z_d :

$$z_d \approx a^2 \approx \frac{8\pi}{P^2} \ll \frac{1}{\gamma}. \quad (15)$$

Экспоненциальный рост мощности излучения P (13) будет приводить к адиабатическому уменьшению размера пространственного солитона. Из (14) для уменьшения ширины пучка находим следующий закон:

$$a \approx \frac{\sqrt{8\pi}}{P} - \frac{P}{8\sqrt{2\pi}} \approx a_0 \exp(-2\gamma z) \text{ при } P \ll \sqrt{8\pi}, \quad (16)$$

где $a_0 \approx \sqrt{8\pi}/P_0$ – начальная ширина солитона. Следует отметить, что аналогичная возможность адиабатического уменьшения длительности солитона в активных оптических средах по экспоненциальному закону обсуждалась в работе [18].

Процесс уменьшения ширины волнового пучка ограничивается дискретностью среды, если ширина распределения волнового поля становится порядка периода решетки: $a \approx 1$. Тогда длина захвата L_h волнового поля в центральный световод легко находится из (14) подстановкой $a_{\text{fin}} = 1$ и составляет

$$L_h \approx \frac{1}{2\gamma} \ln \frac{P_{\text{cr}}}{P_0} \quad (P_{\text{cr}} = \sqrt{8\pi} e^{-1/4}). \quad (17)$$

Отметим, что определенная величина пороговой мощности захвата излучения для активных систем $P_{\text{cr}} \approx 3.9$ близка к критической мощности коллапса волнового пучка в одномерной дискретной системе $P_c \approx 3.7$, найденной для консервативного случая [12, 17].

Далее обратимся к результатам численного моделирования. На рис.1,а,в представлена эволюция ширины $a(z)$ пространственного солитона (6), (14) с начальным размером $a_0 = 25$, инжектируемого в одномерную решетку эквидистантно расположенных активных световодов, для коэффициентов усиления $\gamma = 10^{-4}$ и 10^{-3} . Сплошной кривой показана эволюция среднеквадратичного размера пучка

$$\langle a \rangle = \frac{1}{\sqrt{P(z)}} \sqrt{\sum_{n=-\infty}^{+\infty} n^2 |\Psi(z, n)|^2}, \quad (18)$$

полученная на основе численного моделирования уравнений (3), а штриховой кривой – динамика ширины пучка, рассчитанная на основе системы уравнений (11). Как следует из результатов численного моделирования, приведенных на рис.1,а,в, данные, полученные на основе решения исходной системы уравнений (3), хорошо согласуются с результатами качественного анализа задачи на основе вариационного подхода (11). При этом с увеличением коэффициента усиления γ незначительно нарушается режим адиабатического уменьшения размера пучка. На рис.1,а,в видна характерная ступенька в зависимости размера пучка от z (при $z \gtrsim 15000$ для $\gamma = 10^{-4}$ и $z \gtrsim 1500$ для $\gamma = 10^{-3}$), которая связана с дискретным коллапсом. Следовательно, длина захвата излучения в центральный световод меньше полученной оценки (17), что связано с более быстрым развитием коллапса.

На рис.1,б,г показаны зависимости кривизны фазового фронта β от ширины пучка a для двух коэффициентов усиления γ . Видно, что волновой пучок сохраняет плоский фазовый фронт ($\beta \approx 0$) вплоть до размера пучка $a \approx 2$; это также подтверждает предположение об адиабатическом уменьшении размера пучка в процессе усиления излучения. Однако при дальнейшем уменьшении ширины пучка a фазовый фронт волнового поля становится уже не плоским: кривизна $\beta \neq 0$ и растет на трассе распространения пучка.

Таким образом, можно выделить два этапа эволюции системы. На начальном этапе, пока мощность излучения

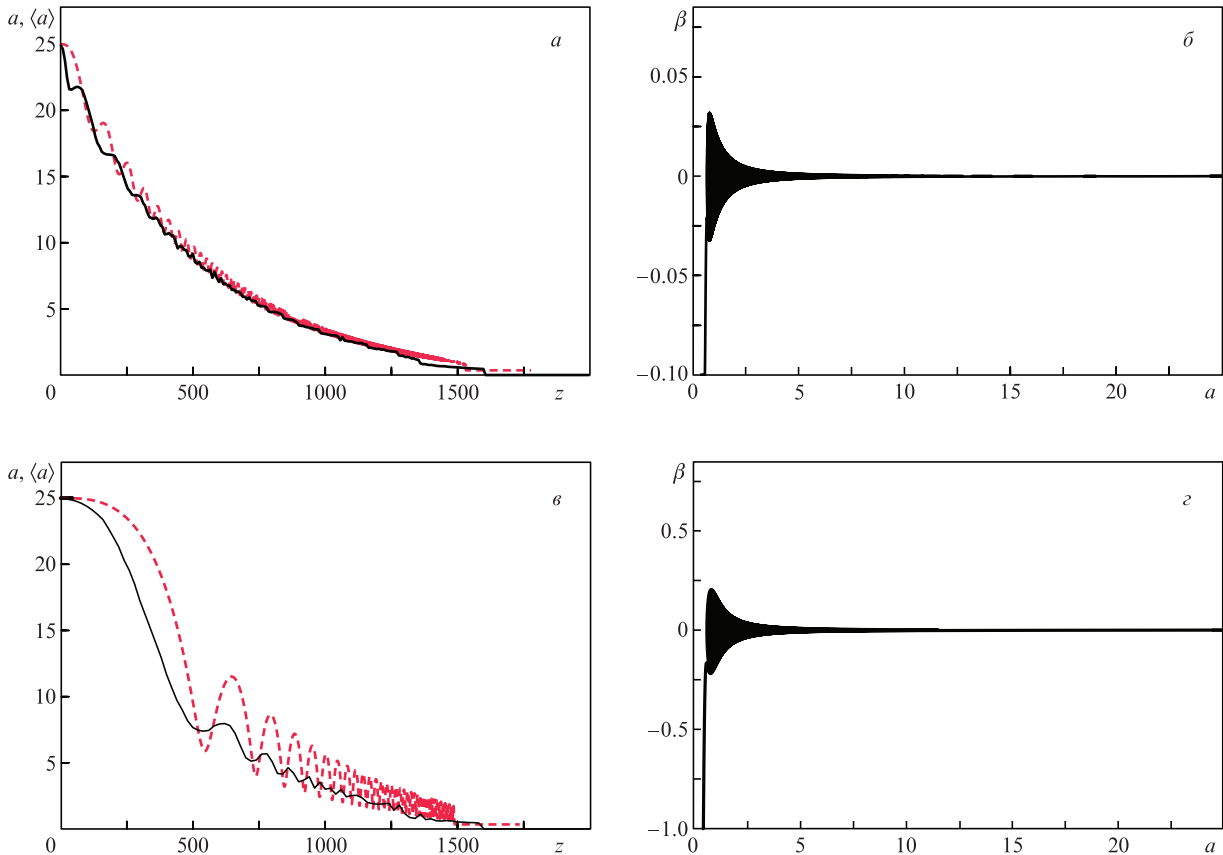


Рис.1. Эволюция размеров пространственного солитона a (штриховые кривые) и $\langle a \rangle$ (сплошные кривые) (а, в), а также зависимости кривизны его фазового фронта β от ширины пучка a (б, г) при коэффициентах усиления $\gamma = 10^{-4}$ (а, б) и 10^{-3} (в, г), $a_0 = 25$.

меньше критической ($P(z) < P_{cr}$), происходит адиабатическое уменьшение размера пучка в процессе усиления в активной среде, а при достижении критической мощности реализуется одномерный коллапс – волновой пучок захватывается в один канал.

На рис.2 представлена динамика амплитуды волнового пучка $|\Psi(z, n)|$ в одномерном массиве эквидистантно расположенных связанных активных световодов с коэффициентом усиления $\gamma = 10^{-3}$ при разных начальных мощностях волнового пучка P_0 . Штриховой кривой показана зависимость мощности излучения P от эволюционной переменной z , сплошной кривой – эволюция среднеквадратичного размера пучка $\langle a \rangle$, полученная при решении системы уравнений (3), пунктирной кривой – динамика ширины пучка, рассчитанная на основе системы уравнений (11), тонкими (вертикальными и горизонтальными) линиями – положение, при котором мощность излучения достигает порогового значения для одномерного коллапса волнового пучка с начальным плоским фазовым фронтом ($P = P_{cr} \approx 3.9$). Как отмечалось выше, в случае задания пространственного солитона на входе среды размер волновой структуры будет адиабатически уменьшаться до тех пор, пока мощность излучения не превысит пороговое значение ($P(z) \geq P_{cr}$). После этого излучение локализуется в центральном световоде благодаря дискретному коллапсу [12,17]. Данный случай представлен на рис.2,з. Из него видно, что пучок захватывается в один канал, когда мощность достигает P_{cr} (при $z \approx 1350$).

В случае начальных мощностей P_0 излучения, меньших солитонной мощности P_{sol} (рис.2,а–в), дифракция является преобладающим процессом на начальном этапе эволюции пучка. Увеличение поперечного размера волнового поля будет продолжаться до тех пор, пока нелинейность и дифракция не скомпенсируют друг друга, что-

бы сформировался пространственный солитон, т.е. до выполнения условия $4/a^3 \approx 4P/(\sqrt{8\pi}a^2)$. В дальнейшем поперечный размер пучка будет экспоненциально уменьшаться, пока мощность излучения не превысит критическую для самофокусировки. Далее излучение локализуется в центральном световоде в результате развития дискретного коллапса. При начальных мощностях, больших солитонной мощности (рис.2,д,е), нелинейное слагаемое является доминирующим, что приводит к уменьшению длины захвата излучения L_h в один световод. При этом в динамике ширины амплитудного распределения наблюдаются биения.

Следует отметить, что в процессе самозахвата излучения в центральный световод радиационные потери в значительной степени снижены, в отличие от коллапса излучения в консервативном случае, где высвечивание части излучения из основной области локализации поля более существенно [12]. По-видимому, это связано с адиабатичностью уменьшения размера пучка и плавностью входа излучения в один световод. Следовательно, введение слабого усиления позволяет эффективно захватить все излучение в один световод.

4. Управление положением волнового пучка в решетке световодов

Далее обратимся к анализу самовоздействия волнового пучка, инжектируемого под углом ($\sigma_0 \neq 0$) к оси одномерной решетки слабосвязанных активных световодов, с начальной мощностью, меньшей порогового значения ($P_0 < P_{cr}$). Как было показано в работе [17], наличие ненулевого поперечного волнового числа ($\sigma_0 \neq 0$) для консервативной дискретной задачи приводит к другому эффекту – отклонению траектории движения максимума интен-

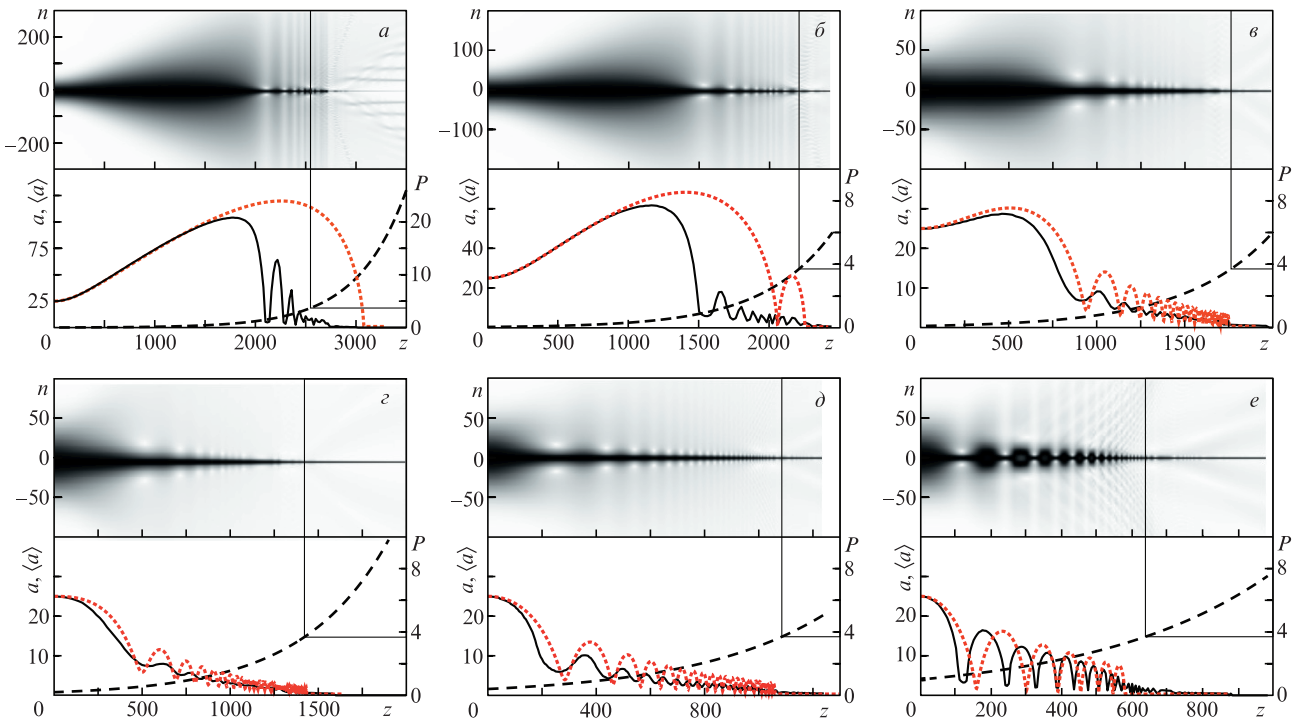


Рис.2. Динамика амплитуды волнового пучка $|\Psi(z, n)|$, а также зависимости от z мощности P (штриховые кривые), размеров пучка a (пунктирные кривые) и $\langle a \rangle$ (сплошные кривые) при начальных мощностях $P_0 = 0.1P_{sol}$ (а), $0.2P_{sol}$ (б), $0.5P_{sol}$ (в), P_{sol} (г), $2P_{sol}$ (д) и $5P_{sol}$ (е), $\gamma = 10^{-3}$, $a_0 = 25$, $\beta_0 = 0$, $\sigma_0 = 0$. Здесь и на рис.3 тонкими вертикальными и горизонтальными линиями показано положение, при котором мощность излучения достигает порогового значения $P_{cr} \approx 3.9$.

сивности от прямолинейной для волновых пучков с мощностью, превышающей критическую для самофокусировки. Очевидно, что в достаточно протяженной активной среде следует ожидать проявления подобного эффекта и для волновых пучков с начальной мощностью, меньшей критического значения: $P_0 < P_{cr}$.

Сначала обратимся к результатам численного моделирования. На рис.3 представлена динамика огибающей амплитуды волнового пучка $|\Psi(z, n)|$ в одномерном массиве слабосвязанных активных световодов с коэффициентом усиления $\gamma = 10^{-3}$ при разных начальных мощностях P_0 и поперечных волновых числах σ_0 . На вход нелинейной среды инжектировался пучок гауссовой формы (6) с начальным размером $a_0 = 25$ и плоским фазовым фронтом ($\beta_0 = 0$). Сплошной кривой показана зависимость среднеквадратичного размера волнового пучка (18) от эволюционной переменной z , а пунктирной кривой – зависимость координаты центра тяжести интенсивности пучка от z :

$$\langle x(z) \rangle = \frac{1}{P(z)} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} n |\Psi(z, n)|^2. \quad (19)$$

Случаи, представленные на рис.3,б,д, соответствуют инжекции волнового пучка солитонной формы в массив световодов. Из приведенных рисунков следует, что поведение размера волнового пучка $\langle a(z) \rangle$, как и ранее (см. рис.2), не зависит от начального поперечного волнового числа σ_0 , а определяется лишь отношением P_0/P_{sol} . В частности, в случае $P_0/P_{sol} < 1$ (рис.3,а,з) размер волнового пучка на начальном этапе увеличивается до тех пор, пока дифракция и нелинейность не скомпенсируют друг друга. В дальнейшем поперечный размер волнового пучка будет экспоненциально уменьшаться, как и на рис.3,б,в,д,е.

На заключительной стадии самовоздействия волнового поля дискретность исследуемой системы начинает играть ключевую роль, что существенно образом сказывается на динамике основных параметров волнового пучка (размер $\langle a(z) \rangle$ и координата центра тяжести интенсивности $\langle x(z) \rangle$), когда в процессе усиления мощность излучения превысит пороговое значение P_{cr} . Волновое поле в результате развития дискретного коллапса локализуется в области, размер которой сравним с периодом решетки эквидистантно расположенных световодов, что оказывает существенное влияние на смещение пучка поперек рассматриваемой решетки. В отличие от сплошной среды «надкритические» пучки отклоняются от первоначального направления прямолинейного распространения и локализируются в структурном элементе, который смещен относительно световода, являющегося исходно центральным для симметричного амплитудного распределения.

Как следует из рис.3, конечное смещение центра тяжести интенсивности волнового поля Δx_0 зависит от отношения P_0/P_{sol} . При этом максимальное смещение Δx_0 достигается при $P_0/P_{sol} < 1$, что связано с увеличением размера волнового пучка на начальном этапе. Наряду с этим, смещение пучка также увеличивается с ростом начального поперечного волнового числа σ_0 .

Далее получим конечное смещение центра тяжести интенсивности волнового пучка Δx_0 поперек решетки. В случае консервативной дискретной задачи данное смещение обратно пропорционально корню из мощности излучения ($\Delta x_0 \propto 1/\sqrt{P_0}$) [17]. К сожалению, в рассматриваемой пространственно-неоднородной среде с усилением не удастся точно найти величину смещения из-за отсутствия интеграла задачи. При этом основная часть смещения центра тяжести интенсивности волнового поля при-

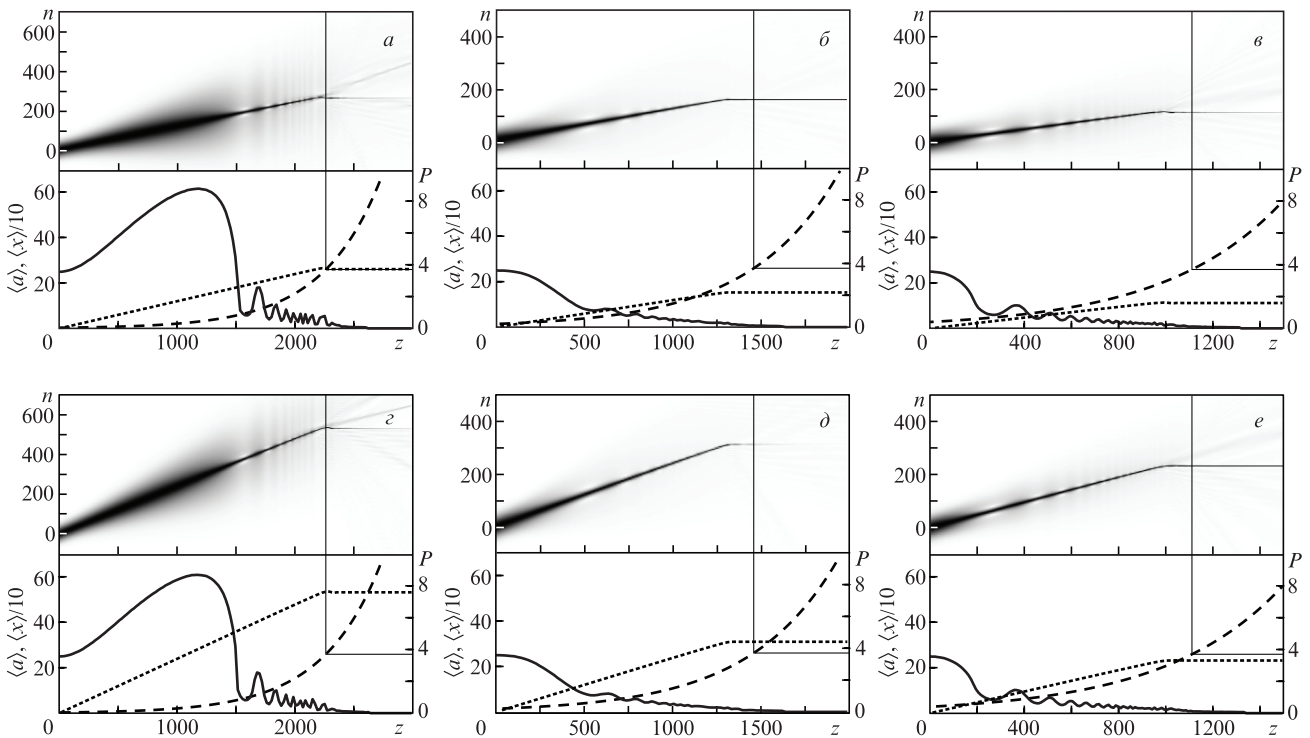


Рис.3. Динамика амплитуды огибающей волнового пучка $|\Psi(z, n)|$, а также зависимости от z мощности P (штриховые кривые), размеров пучка $\langle a \rangle$ (сплошные кривые) и координаты центра тяжести интенсивности пучка $\langle x \rangle$ (пунктирные кривые) при $P_0 = 0.2P_{sol}$, $\sigma_0 = 0.06$ (а), $P_0 = P_{sol}$, $\sigma_0 = 0.06$ (б), $P_0 = 2P_{sol}$, $\sigma_0 = 0.06$ (в), $P_0 = 0.2P_{sol}$, $\sigma_0 = 0.12$ (з), $P_0 = P_{sol}$, $\sigma_0 = 0.12$ (д) и $P_0 = 2P_{sol}$, $\sigma_0 = 0.12$ (е), $\gamma = 10^{-3}$, $a_0 = 25$, $\beta_0 = 0$.

ходится на участок адиабатического уменьшения поперечного размера волнового пучка.

Отметим, что начальное поперечное волновое число σ_0 входит в анализируемую систему уравнений (11) только в виде параметра, который в дальнейшем не меняется. Из результатов численного моделирования исходной системы уравнений (3) видно, что имеет место хотя и значительное по сравнению с размером пучка, но конечное смещение Δx_0 (рис.3). Например, полное смещение центра тяжести интенсивности волнового поля для пучка солитонной формы с $\sigma_0 = 0.06$ (рис.3,б) меньше $\Delta x_0 \approx 150$, хотя и в разы превышает начальный размер пучка. Поэтому в дальнейшем ограничимся случаем $\sigma_0 \ll 1$ и положим $\cos \sigma_0 \approx 1$. Следовательно, полученные выше результаты, касающиеся самолокализации волнового пучка, справедливы и при наклонной инжекции излучения в активную среду.

Для оценки поперечного смещения центра тяжести интенсивности волнового пакета солитонной формы поступим следующим образом. Рассмотрим сначала участок трассы, на котором мощность излучения меньше порогового значения ($P < P_{cr}$). В этом случае дискретность среды не сказывается ($d \approx 1$) и в соответствии с формулой (11г) центр тяжести интенсивности движется по прямой:

$$x_0 = 2\sigma_0 z. \quad (20)$$

При этом ширина пучка будет уменьшаться по закону (16) до достижения пороговой мощности. В результате максимальное поперечное отклонение центра тяжести интенсивности волнового пучка солитонной формы от центрального световода ($n = 0$) в процессе адиабатического уменьшения поперечного размера волнового пучка

$$\Delta x_0 = \frac{\sigma_0}{\gamma} \ln \frac{P_{cr}}{P_0}. \quad (21)$$

При получении формулы (21) мы определили участок прямолинейной траектории длиной z_0 , исходя из закона возрастания мощности до пороговой: $P_{cr} = P_0 \exp(2\gamma z_0)$.

На втором этапе, когда мощность излучения превышает пороговую, влияние дискретности среды становится определяющим. При этом волновое поле в процессе дискретного коллапса локализуется в ячейке на трассе при $z \ll z_0$. Легко показать, что смещение центра тяжести интенсивности при этом будет также пренебрежимо мало.

Далее сравним оценку конечного смещения центра тяжести интенсивности волнового поля Δx_0 (21) с результатами численного моделирования на основе исходной системы уравнений (3). На рис.4 кружками показана зависимость конечного смещения волнового поля в поперечном направлении от начального поперечного волнового числа σ_0 , полученная в результате обработки данных численного моделирования. Этот случай соответствует инжекции волнового поля солитонной формы в одномерный массив слабосвязанных активных световодов. Штриховой линией показана оценка (21). Видно хорошее согласие результатов численного моделирования и качественного анализа.

Наряду с этим, на рис.4 приведены зависимости и для случаев, когда на входе задавалось несолитонное распределение (при $P_0/P_{sol} = 2$ и 0.2). Видно, что и в этих случаях имеется хорошее согласие результатов численного моделирования с аналитической оценкой (21).

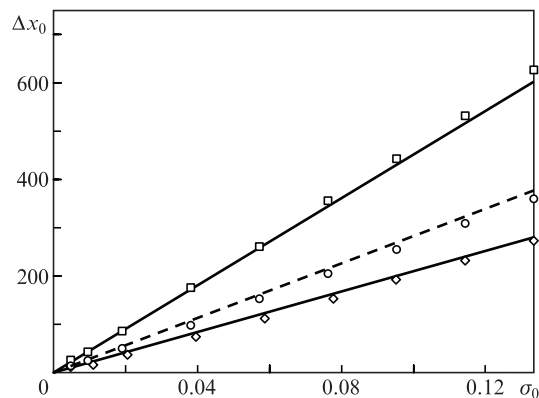


Рис.4. Конечное смещение Δx_0 центра тяжести интенсивности волнового пучка поперек рассматриваемой решетки в зависимости от начального поперечного волнового числа σ_0 при $P_0/P_{sol} = 2$ (\diamond), 1 (\circ) и 0.2 (\square), $\gamma = 10^{-3}$, $a_0 = 25$, $\beta_0 = 0$. Кривые — расчет по формуле (21).

5. Заключение

В работе проведено детальное аналитическое и численное исследование самовоздействия волнового пучка, инжектируемого в одномерную решетку эквидистантно расположенных идентичных слабосвязанных активных световодов. Для качественного понимания основных физических процессов в рассматриваемой системе развито вариационное приближение, позволившее получить замкнутую систему дифференциальных уравнений (11) для характерных интегральных параметров распределения волнового поля (мощность, ширина, кривизна фазового фронта и координата максимума интенсивности пучка). Это дало возможность классифицировать основные режимы самовоздействия волнового поля и определить соответствующие критические параметры.

В рамках данного подхода показано, что смещение центра тяжести интенсивности волнового поля Δx_0 не влияет на его структурные изменения. Это позволяет исследовать по отдельности динамику волнового поля, инжектируемого вдоль оси рассматриваемой системы (когда $\Delta x_0 = 0$), и смещение волнового пучка поперек световодов. Проведенный анализ для случая инкремента усиления, значительно меньшего обратной дифракционной длины волнового поля, показал наличие двухстадийной динамики. На начальном этапе размер волновых пучков солитонной формы адиабатически уменьшается, пока мощность излучения меньше критической для самофокусировки в одномерной дискретной системе. При превышении мощностью критического значения в результате развития дискретного коллапса волновой пучок захватывается в один канал. Волновые пучки с мощностью, меньшей солитонной (14), на начальном этапе будут расплываться до тех пор, пока нелинейность и дифракция не скомпенсируют друг друга и пока не сформируется пространственный солитон. В дальнейшем динамика волнового поля будет аналогична описанной выше. При этом из анализа уравнений (11) видно, что адиабатическое уменьшение ширины волнового пучка происходит при его почти плоском фазовом фронте, что обеспечивает плавность входа излучения в один световод и тем самым значительно уменьшает высвечивание излучения из области локализации поля по сравнению со случаем консервативной среды. Получена оценка длины захвата излучения в центральный световод.

Анализ ввода волнового пучка под углом к рассматриваемой системе показал следующее. Для волновых пучков, широких по сравнению с размером ячейки, описанные выше структурные изменения волнового пучка сопровождаются квазипрямолинейным смещением центра тяжести интенсивности поперек решетки световодов на начальном этапе. Дальнейший процесс захвата излучения в один световод приводит к прекращению смещения. Найдена оценка полного смещения, хорошо согласующаяся с результатами численного моделирования. Величина смещения определяется главным образом отношением угла инжекции излучения к инкременту усиления.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 16-12-10472.

1. Кившарь Ю.С., Агравал Г.П. *Оптические солитоны. От волоконных световодов к фотонным кристаллам* (М.: Физматлит, 2005).
2. *Nonlinearities in Periodic Structures and Metamaterials*. Ed. by C.Denz, S.Flach, Yu.Kivshar (New York: Springer, 2010).
3. Christodoulides D.N., Lederer F., Silberberg Y. *Nature*, **424**, 817 (2003).
4. Tran T.X., Duong D.C., Biancalana F. *Phys. Rev. A*, **89**, 013826 (2014).
5. Aceves A.B., Luther G.G., De Angelis C., Rubenchik A.M., Turitsyn S.K. *Phys. Rev. Lett.*, **75**, 73 (1995).
6. Rubenchik A.M., Chekhovskoy I.S., Fedoruk M.P., et al. *Opt. Lett.*, **40**, 721 (2015).
7. Malomed B.A. *Soliton Management in Periodic Systems* (New York: Springer, 2006).
8. Christodoulides D.N., Joseph R.I. *Opt. Lett.*, **13**, 794 (1988).
9. Minardi S., Eilenberger F., Kartashov Y.V., Szameit A., Röpke U., Kobelke J., Schuster K., Bartelt H., Nolte S., Torner L., Lederer F., Tünnermann A., Pertsch T. *Phys. Rev. Lett.*, **105**, 263901 (2010).
10. Tran T.X., Duong D.C., Biancalana F. *Phys. Rev. A*, **90**, 023857 (2014).
11. Cheskis D., Bar-Ad S., Morandotti R., Aitchison J.S., Eisenberg H.S., Silberberg Y., Ross D. *Phys. Rev. Lett.*, **91**, 223901 (2003).
12. Balakin A.A., Litvak A.G., Mironov V.A., Skobelev S.A. *Phys. Rev. A*, **94**, 063806 (2016).
13. Lederer F., Stegeman G.I., Christodoulides D.N., Assanto G., Segev M., Silberberg Y. *Phys. Rep.*, **463**, 1 (2008).
14. Kevrekidis P.G. *The Discrete Nonlinear Schrödinger Equation: Mathematical Analysis, Numerical Computations and Physical Perspectives* (Berlin: Springer, 2009).
15. Балакин А.А., Миронов В.А., Скобелев С.А. *ЖЭТФ*, **151**, 59 (2017) [*JETP*, **124**, 49 (2017)].
16. Kaup D.J. *Math. Comput. Simul.*, **69**, 322 (2005).
17. Литвак А.Г., Миронов В.А., Скобелев С.А., Смирнов Л.А. *ЖЭТФ*, **153** (1), 28 (2018) [*JETP*, **126**, 21 (2018)].
18. Quiroga-Teixeiro M.L., Anderson D., Andrekson P.A., Berntson A., Lisak M. *J. Opt. Soc. Am. B*, **13**, 687 (1996).