

Структура квантового электродинамического каскада в стоячей линейно поляризованной волне

А.В.Башинов, П.Кумар, А.В.Ким

Проведен анализ плазменных структур, образующихся в результате развития квантового электродинамического каскада в поле стоячей линейно поляризованной плоской волны, при различных амплитудах поля. Ввиду неоднородной в пространстве динамики каскада и сложного движения частиц предложено использовать усредненные за полупериод поля пространственные распределения плотности плазмы – интегральные структуры. Основываясь на анализе интегральных структур с учетом и без учета каскада, а также траекторий частиц, выявлены разнообразные плазменные структуры и определены амплитудные пороги их возникновения. Показано, что максимумы интегральных структур могут возникать не только в пучностях или узлах поля, как в циркулярно поляризованном поле, но и в промежуточных областях между ними.

Ключевые слова: радиационное трение, квантовый электродинамический каскад, электрон-позитронная плазма.

1. Введение

Квантовый электродинамический (КЭД) каскад [1] – один из ожидаемых процессов, который может быть инициирован в экспериментах на создаваемых мультитераваттных лазерных установках [2–4]. Природа КЭД каскада в сверхсильных лазерных полях заключается в излучении гамма-фотонов осциллирующими электронами и позитронами и в последующем распаде излученных фотонов на электрон-позитронные пары [5]. Как показывают последние исследования, при оптимальной фокусировке для инициации каскада необходима суммарная мощность лазерного излучения, примерно равная 5–8 ПВт [6–8], причем важное значение могут иметь ионизация мишени [9, 10] и ее начальная плотность [11]. Когда темп рождения новых пар превышает темп их потерь (например, ухода из области рождения) наблюдается экспоненциальный рост плотности плазмы.

Пока плотность меньше критического значения (с учетом релятивистских эффектов), развитие каскада происходит в линейном режиме и влиянием плазмы на поле можно пренебречь. В противном случае, когда плотность достигает критического значения, реализуется нелинейный режим, в котором плазма оказывает существенное влияние на формирующее ее излучение. В частности, рождающаяся плазма вызывает сильное поглощение падающего излучения [12–16], ограничивая тем самым максимально достижимые интенсивности полей, а также может приводить к развитию неустойчивостей и формированию экстремальных состояний плазмы [17, 18]. Важ-

ность линейной стадии заключается в том, что она во многом определяет, какие самосогласованные плазменно-полевые структуры будут сформированы на нелинейной стадии каскада. Кроме того, на линейной стадии генерируются фотоны с наибольшей энергией [7], спектр которых зависит от пространственного распределения плазмы [19].

Отметим, что плазменные структуры на линейной стадии активно исследовались в полях встречных лазерных пучков [20–27]. Так, в случае циркулярной поляризации анализ структур проводился не только с помощью численного моделирования, но и аналитически [25, 27], что обусловлено относительно простым движением частиц. В этом случае движение можно разложить на вращение в плоскости электрического поля и дрейф от пучности к узлу поля. Если каскад развивается медленно, то дрейф частиц вызывает локализацию плазмы в узле. Однако при быстром развитии каскада уход частиц из пучности в сторону узла может быть скомпенсирован, и плазма может быть локализована как в пучности, так и одновременно в узле и в пучности в зависимости от амплитуды поля.

В настоящей работе мы рассмотрим более детально случай линейно поляризованного излучения, имеющий важное практическое значение. В линейно поляризованном поле движение частиц более сложное и, как следствие, пространственно-временная структура каскада также усложняется. В отличие от циркулярно поляризованного поля в случае линейной поляризации не только есть неустойчивое положение равновесия в пучности и аттрактор в узле поля (пондеромоторный захват и нормальный радиационный захват (НРЗ) [27–30]), но и формируется за счет радиационных потерь аттрактор вблизи пучности поля (аномальный радиационный захват (АРЗ) [29, 30]). Кроме того, в пространственно-временной структуре каскада явно выделяются колебания на частоте колебаний вектора Пойнтинга [22]. Сложность движений частиц и сложная структура каскада, с одной стороны, затрудняют теоретический анализ, делая основным инструментом

А.В.Башинов, А.В.Ким. Федеральный исследовательский центр Институт прикладной физики РАН, Россия, 603950 Н.Новгород, ул. Ульянова, 46; e-mail: abvk@inbox.ru
P.Kumar. Department of Physics, University of Lucknow, Lucknow-226007, India

Поступила в редакцию 23 февраля 2018 г., после доработки – 29 июня 2018 г.

численное моделирование, а с другой – приводят к разнообразию плазменно-полевых структур.

Несмотря на то что линейным структурам в поле встречных лазерных импульсов линейной поляризации посвящен ряд исследований [22–24, 26], эти структуры в зависимости от параметров лазерного излучения еще недостаточно изучены. Настоящая статья посвящена ответу на вопрос о том, какие плазменно-полевые структуры могут быть сформированы в поле плоской линейно поляризованной стоячей волны в зависимости от ее амплитуды на линейной стадии каскада. Вначале будет представлен детальный анализ движения частиц и их распределения без учета КЭД каскада. Затем будет показано, как эти структуры модифицируются за счет квантовых процессов. Также будут представлены темпы ухода частиц из пучности поля и темпы развития каскада в зависимости от амплитуды поля, которые во многом определяют пороговые значения амплитуд, при которых происходит смена структур плазмы.

Отметим, что в случае плоской волны амплитудный порог каскада по постоянному сигналу отсутствует, поскольку отсутствуют потери частиц. Однако при амплитудах электрического поля в релятивистских единицах $a \ll 1000$ нормированный на обратный период поля темп развития $\Gamma_{cs} \ll 1$ [26], и каскад не изменяет структуры электрон-позитронной плазмы, обусловленной только движением частиц. Амплитуда $a = eE_0/(m\omega c)$, где m и e – масса и заряд электрона; E_0 – амплитуда электрического поля; c – скорость света; $\omega = 2.36 \times 10^{15} \text{ c}^{-1}$ – частота поля (длина волны $\lambda = 0.8 \text{ мкм}$). При $a < 1$ плазма осциллирует вокруг узла поля в режиме пондеромоторного захвата. При $1 < a < 600$ частицы могут на случайный промежуток времени захватываться в область узла, а затем выходить из этой области и двигаться вдоль вектора Пойнтинга [28, 31–33], т. е. реализуется релятивистский хаос. В среднем это приводит к максимизации плотности частиц вблизи узлов. Следует также отметить, что вышеуказанные режимы не исчезают при увеличении амплитуды, изменяются только их «бассейны» – объемы фазового пространства, откуда частицы могут попасть в тот или иной режим. Так, например, при релятивистских амплитудах пространственный размер бассейна пондеромоторного захвата ограничен областью значений $\lambda/(2\pi a)$, и частицы сильнее локализованы в окрестности узла электрического поля, чем в режиме НРЗ [31].

Мы представим детальный анализ плазменных структур в полях с амплитудами $500 < a < 10000$, при которых могут реализовываться все режимы движений, и когда важную роль играют не только радиационные потери, но и каскад, темп развития которого при рассматриваемых амплитудах поля варьируется в диапазоне $1.7 \times 10^{-2} < \Gamma_{cs} < 12.7$. Данный диапазон амплитуд соответствует широкому диапазону интенсивностей $5 \times 10^{23} \text{ Вт/см}^2 < I < 2 \times 10^{26} \text{ Вт/см}^2$, которые планируется достичь на проектируемых мультитераваттных лазерных установках, например XCELS [4].

2. Распределение плотности частиц в поле стоячей линейно поляризованной волны без учета каскада

Рассмотрим динамику частиц в поле стоячей плоской линейно поляризованной волны:

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= E_0 \cos(\omega x/c) \cos(\omega t) \mathbf{z}, \\ \mathbf{B} &= -E_0 \sin(\omega x/c) \sin(\omega t) \mathbf{y} \end{aligned} \quad (1)$$

(\mathbf{E} , \mathbf{B} – электрическое и магнитное поля, которые направлены вдоль осей z и y соответственно, t – время, ось x направлена вдоль вектора Пойнтинга) и определим, какие плазменные структуры могут образовываться. Пусть частицы, изначально покоящиеся, равномерно распределены в пространстве. Для анализа формирующихся плазменных структур воспользуемся программой PICADOR [34], основанной на методе «частиц в ячейках». В данной программе реализован модуль [35], позволяющий моделировать стохастическое излучение фотонов в квазиклассическом приближении [36], а также распад фотонов на пары в лазерном поле [5]. В силу того что волна плоская, достаточно использовать одномерную по пространству модификацию программы. Размер расчетной области равнялся длине волны $\lambda = 0.8 \text{ мкм}$, число ячеек составляло 128, шаг по времени был равен $0.005T$, где $T = 2.7 \text{ фс}$ – период волны. Для частиц устанавливались периодические граничные условия, что соответствовало отображению оси x на отрезок $-0.5\lambda < x < 0.5\lambda$. Отметим, что в программе PICADOR частицы не привязаны к ячейкам, т. е. координаты частиц не обусловлены дискретизацией пространства и могут принимать любые значения. В связи с этим для вывода распределений частиц использовались 256 точек на рассматриваемом отрезке с целью разрешения всех особенностей распределений частиц. Такой прием правомерен на линейной стадии каскада, когда плазма не оказывает обратного влияния на поле, а кроме того позволяет экономить вычислительные ресурсы.

Чтобы избежать влияния включения поля, в начальный момент времени задавались стоячая волна, сформированная во всей расчетной области, и электроны (позитроны) в состоянии покоя, равномерно распределенные также по всей расчетной области. Начальная фаза волны соответствовала нулевому магнитному полю, однако, как показывает моделирование, установившиеся плазменные структуры не зависят от нее. Поскольку рассматривалась линейная стадия каскада, то начальная концентрация выбиралась достаточно малой ($n_0 = 0.01 \text{ см}^{-3}$), чтобы в результате развития каскада рождающаяся плазма не изменяла формирующее ее поле. В линейном режиме начальная плотность не влияет на форму плазменных структур, но определяет время существования этого режима. Начальное число макрочастиц при моделировании равнялось 10^5 см^{-2} (такая размерность у числа частиц появляется при одномерном моделировании), т. е. примерно 800 см^{-2} макрочастиц в ячейке, при этом одной реальной частице соответствовало $\sim 10^{11}$ макрочастиц.

В одномерной геометрии образуются пространственные структуры с периодом 0.5λ , что обусловлено периодическим изменением величины вектора Пойнтинга в пространстве. Эти структуры также обладают отражательной симметрией относительно осей, проходящих через узлы или пучности электрического поля, поэтому вся информация о структуре содержится на отрезке $0 < x/2 < 0.25$. Другое свойство таких структур заключается в том, что они являются нестационарными во времени и осциллируют с удвоенной частотой поля (с частотой колебаний вектора Пойнтинга). Более того, разность фаз осциллирующей электронной плотности и полей определяется возрастающими с увеличением амплитуды волны радиационными

потерями, по аналогии с вынужденными колебаниями гармонического осциллятора с учетом диссипации [37]. Данное обстоятельство может привести к неправильным выводам о динамике плазмы, если рассматривать плазменные структуры только в определенной фазе поля. В связи со всеми этими факторами мы анализировали интегральное за полупериод поля распределение электронной плотности. Такой подход не позволяет восстановить точное распределение электронов в определенный момент времени, но позволяет определить качественные изменения в пространственной структуре. Изменения будут отражены в интегральной структуре, если, во-первых, они заметны в моментальных распределениях и, во-вторых, сохранятся значительное время в течение полупериода поля.

При численном моделировании на каждом k -м временном шаге электронные плотности $n_k(x)$, деленные на общее число частиц $N_{\Sigma k}$ в данный момент времени во всей расчетной области, суммировались в каждой точке пространства x_i , и результат делился на общее число временных шагов N_t за полупериод поля и на максимальное значение суммарного распределения электронной плотности M :

$$n_{st}(x_i) = (N_t M)^{-1} \sum_{k=1}^{N_t} n_k(x_i) N_{\Sigma k}^{-1}. \quad (2)$$

Установившаяся интегральная структура и моментальные распределения в различные моменты времени

$$n_e(x) = n_k(x)(N_{\Sigma k} M)^{-1}, \quad (3)$$

соответствующие случаю наиболее сложной пространственно-временной динамики электронов, приведены на рис.1. Видно, что в целом интегральная структура воспроизводит наблюдаемые в динамике электронной плотности максимумы. Однако исключение составляет максимум, находящийся вблизи $x = 0.21\lambda$ и наблюдаемый в течение короткого промежутка времени $14.53 < t/T < 14.56$.

На рис.2 представлены установившиеся интегральные структуры при различных амплитудах поля. Вопрос о времени установления интегральных структур детально не исследовался, однако, как показывает численное моделирование, к моменту времени $t = 15T$ структуры были установившимися для всех рассматриваемых амплитуд поля. При амплитудах $a < 600$ движение частиц происходит в режиме релятивистского хаоса. Из-за того что ча-

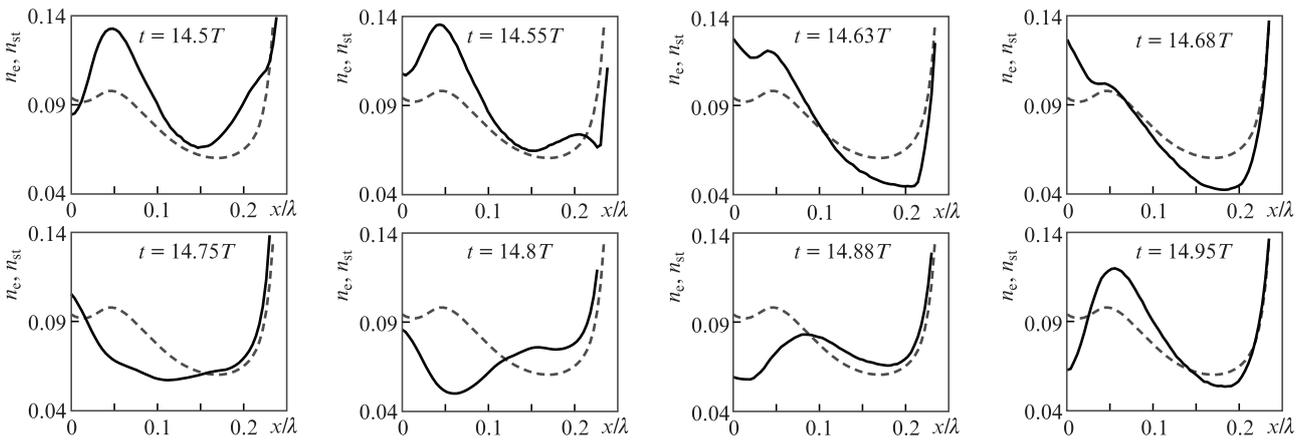


Рис.1. Моментальные (n_e , сплошные кривые) и интегральные (n_{st} , штриховые кривые) распределения электронной плотности в поле плоской стоячей линейно поляризованной волны при амплитуде $a = 3500$, полученные в течение полупериода поля.

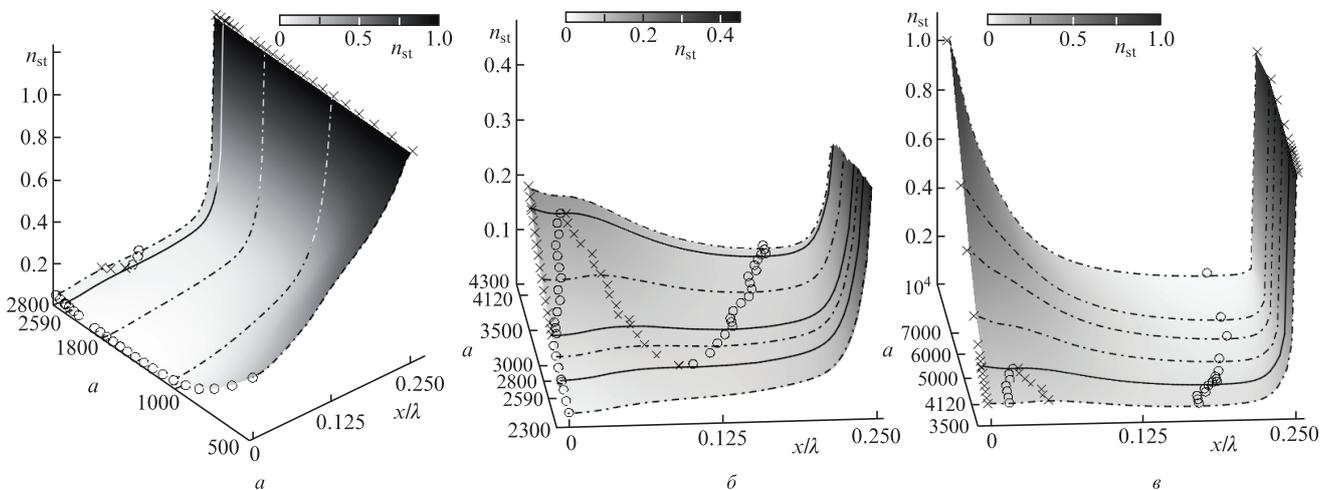


Рис.2. Установившиеся интегральные структуры для различных диапазонов амплитуд поля: $a \in [500, 2800]$ (а), $a \in [2300, 4300]$ (б) и $a \in [3500, 10^4]$ (в). Сплошные кривые – интегральные структуры при пороговых амплитудах поля, штрих-пунктирные кривые – примеры интегральных структур в различных режимах. Для каждой кривой (сплошной и штрих-пунктирной) указана соответствующая амплитуда поля. Точками отмечены локальные минимумы (о) и максимумы (х). Для наглядности на рис.2,б интегральные структуры обрезаны по уровню $n_{st} = 0.45$, вследствие чего максимумы в точке $x = 0.25\lambda$ не видны.

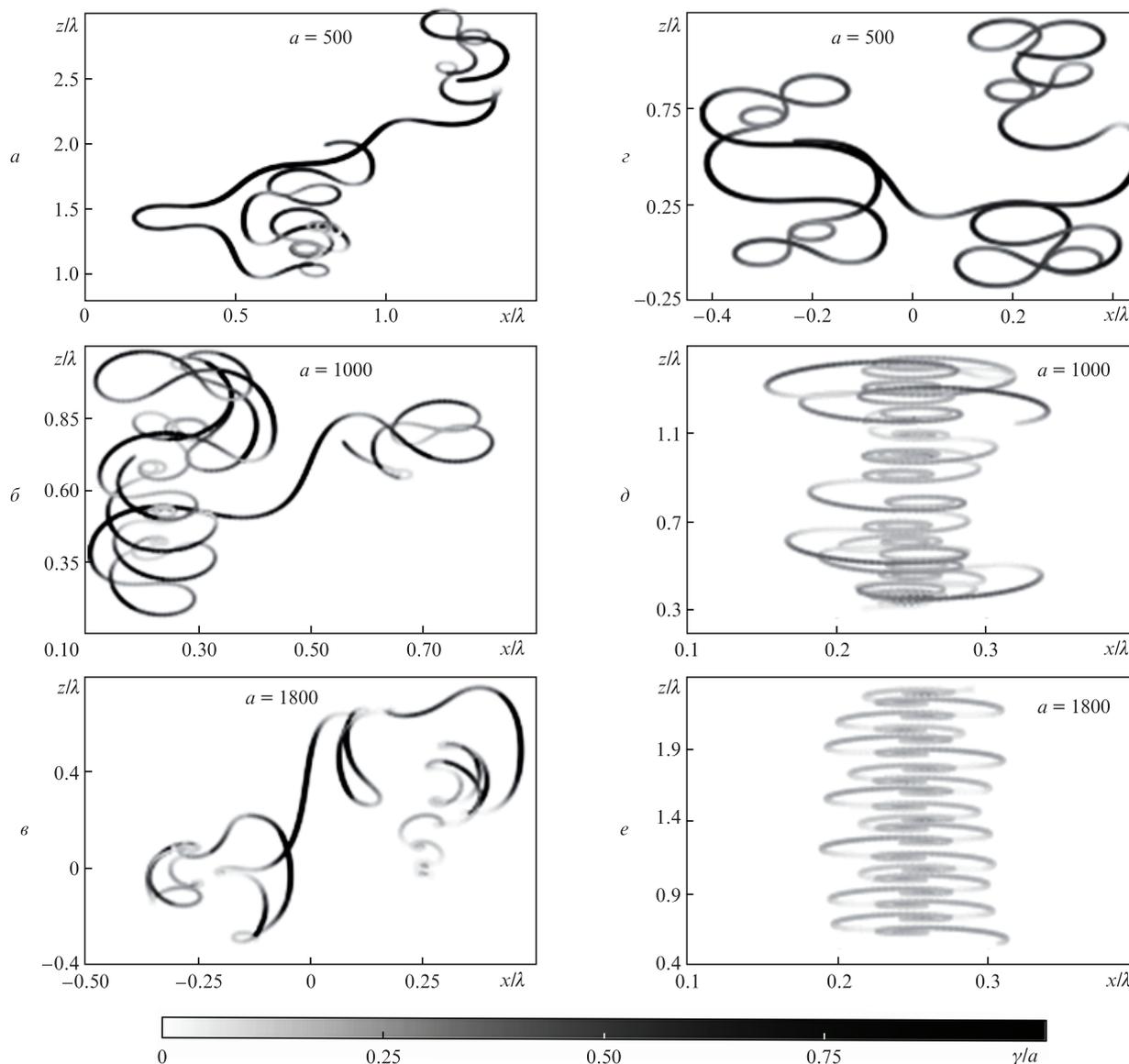


Рис.3. Траектории электронов в режимах релятивистской стохастичности и НРЗ в поле плоской стоячей линейно поляризованной волны при различных амплитудах, полученные в рамках квазиклассического подхода к описанию радиационных потерь (a – $в$) и в рамках описания этих потерь с помощью силы Ландау–Лифшица с квантовыми поправками (z – e); γ – гамма-фактор электрона.

стицы, диффузионным образом распространяясь вдоль оси x , на случайные промежутки времени попадают в область узла, отчетливо виден максимум плотности частиц при $x = 0.25\lambda$. Примеры траекторий частиц в этом режиме приведены на рис.3, a, z . Для анализа движения частиц численно решались уравнения движения с учетом радиационных потерь, которые моделировались в квазиклассическом приближении (излучение стохастическое) [31, 36] или описывались с помощью силы Ландау–Лифшица с учетом квантовых поправок [20, 27].

При больших амплитудах ($a > 600$) радиационные эффекты начинают играть существенную роль в динамике частиц и возникает режим НРЗ, при котором частицы притягиваются к узлу поля. Заметим, что в случае циркулярной поляризации соответствующая пороговая амплитуда равна 70 [27]. При линейной поляризации колебания вектора Пойнтинга и, как следствие, вынуждающей продольной силы существенно повышают этот порог, до $a \approx 600$. Более того, несмотря даже на стохастичность излучения в циркулярно поляризованном поле реализуется «чи-

стый» режим НРЗ, тогда как в случае линейной поляризации частицы имеют возможность покинуть область захвата и затем попасть в область другого узла поля (ср. рис.3, $б$ и $д$). Также это отчетливо видно из рис.2, a : с ростом амплитуды вблизи узла формируется более узкое распределение плотности частиц, но при этом $n_{st}(x)$ нигде не обращается в нуль.

Отметим, что режим НРЗ вследствие таких переходов похож на режим релятивистской стохастичности: в обоих режимах формируется максимум плотности в узле поля и наблюдаются случайные переходы частиц между узлами поля (ср. рис.3, a и $б$). Однако, в отличие от режима релятивистской стохастичности, в режиме НРЗ отношение максимальной и минимальной плотностей $\mu \gg 1$. При пороговой амплитуде $a \approx 600$ отношение $\mu \approx 5$, а при $a = 1600$ имеем $\mu \approx 86$. Стоит также отметить, что режим НРЗ существует при всех амплитудах $a > 600$, но бассейн режима сильно уменьшается и частицы становятся более локализованными вблизи узла поля с ростом амплитуды (ср. распределения при $a = 1000$ и 10000 на рис.2, a и $в$). С

ростом амплитуды, в отличие от уменьшения пространственного масштаба колебаний частиц при силовом подходе к описанию радиационных потерь (ср. рис.3,д и е), в квазиклассическом приближении частицы совершают переходы от узла к узлу поля и начинают задерживаться также вблизи пучности поля (рис.3,е). В интегральном распределении это проявляется в виде увеличения фонового уровня плотности между узлом и пучностью при $a > 1600$ (рис.2,а). В итоге, начиная с $a \approx 2590$, когда время пребывания частиц между узлом и пучностью сравнивается со временем поступления частиц из узла в пучность поля, возникает режим АРЗ.

При амплитудах $a > 2590$ режимы АРЗ и НРЗ могут реализовываться одновременно, причем доля частиц в каждом из них будет определяться начальными условиями и темпом переходов частиц из режима в режим. Свидетельством движения частиц в режиме НРЗ при этих амплитудах является максимум в узле поля. В режиме АРЗ формируются разнообразные структуры, которые различаются по набору экстремумов (локальных минимумов и максимумов). Амплитуда, начиная с которой происходит

смена набора экстремумов, считается пороговой. Погрешность ее определения $\Delta a \approx 50$ и соответствует шагу по амплитуде, с которым проводилось численное моделирование вблизи пороговых амплитуд. По результатам численного моделирования были выявлены три типа структур в режиме АРЗ. При $2590 < a < 3000$ между узлом и пучностью поля появляется максимум, в то время как в пучности поля – локальный минимум (рис.2,б). При больших амплитудах, $3000 < a < 4120$, вместо минимума возникает максимум в пучности поля, так что режиму АРЗ соответствуют два максимума плотности (рис.2,б, в). Когда $a > 4120$, остаются только максимумы в пучности и в узле поля и минимум между ними (рис.2,е). Положение минимума с ростом амплитуды стабилизируется в точке $x \approx 0.21\lambda$.

2.1. Движение частиц в режиме АРЗ

Многообразие интегральных структур обусловлено особенностями движения частиц в режиме АРЗ (рис.4). В этом режиме частицы совершают колебания как вдоль

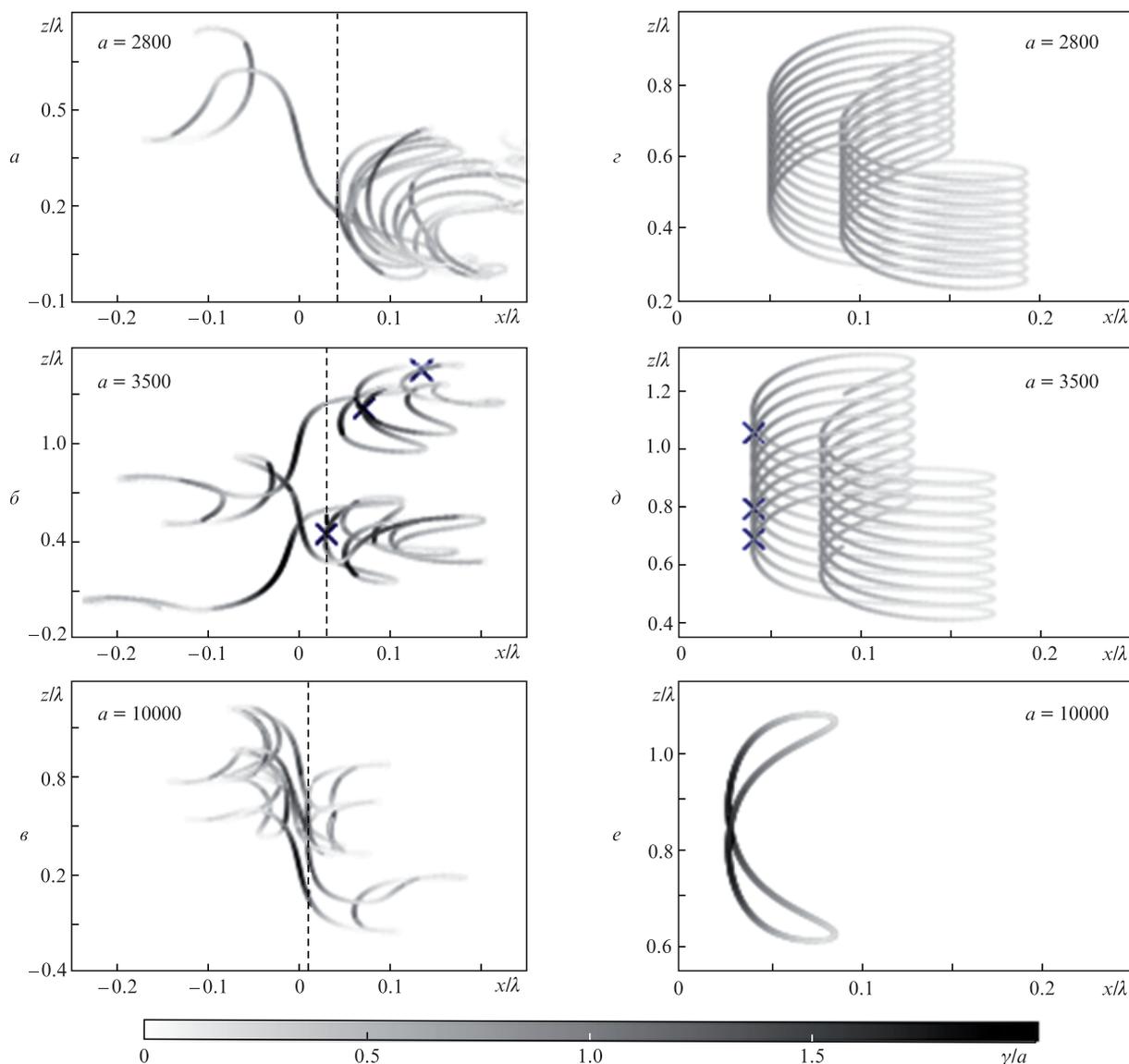


Рис.4. То же, что и на рис.3, но для режима АРЗ. На рис.3,б и д крестиками отмечено положение частиц в одной и той же фазе поля. Вертикальные штриховые линии соответствуют максимальному приближению частиц к пучности поля без учета перехода через нее.

вектора Пойнтинга, так и вдоль электрического поля в течение каждого полупериода поля вблизи его пучности. С ростом амплитуды частицы (в среднем) приближаются к пучностям поля, что отмечено вертикальными штриховыми линиями для разных амплитуд поля на рис.4,а–в. Этот факт анализировался ранее как для плоской волны [29], так и для сильно сфокусированного поля в форме дипольной волны [19]. Кроме того, в случайные промежутки времени частицы могут переходить как через пучность, так и через узел поля, причем доля переходящих через пучность частиц возрастает с увеличением амплитуды. Наиболее вероятно, что частица после перехода попадет в соседние области между узлом и пучностью поля. Вероятность попасть в режим НРЗ намного меньше, т. к. бассейн этого режима становится гораздо меньше по сравнению с бассейном АРЗ. Из сравнения траекторий на рис.4,а–в и г–е видно, что причина переходов заключается в стохастичности излучения, поскольку при описании радиационных потерь с помощью силы формируются аттракторы, не допускающие переходов частиц. Эти аттракторы характеризуются дрейфом частиц вдоль электрического поля, но при больших амплитудах ($a > 7500$) дрейф подавляется и траектория в виде восьмерки локализуется в пространстве. С учетом стохастичности излучения частицы диффундируют как вдоль вектора Пойнтинга, так и вдоль электрического поля. Стохастичность не позволяет частицам быть идеально синхронизованными (ср. рис.4,б и д), в связи с чем электронную плотность в области между узлом и пучностью поля можно считать распределенной вдоль вектора Пойнтинга на отрезке длиной l_{st} на расстоянии d_{st} от пучности поля:

$$f(x) = \tanh[\kappa(x - d_{st} + 0.5l_{st})] - \tanh[\kappa(x - d_{st} - 0.5l_{st})], \quad (4)$$

где κ – коэффициент, характеризующий быстроту нарастания функции $f(x)$ на краях указанного отрезка. Функция, выходящая за указанную область, соответствует частицам, перелетающим в соседние области. Для расчета модельных интегральных структур учтем распределения плотности электронов, колеблющихся по обе стороны от заданной пучности поля. Пренебрежем вкладом частиц, прилетающих из более отдаленных областей. Будем грубо считать, что колебания (с амплитудой Δl) центра масс электронов вдоль вектора Пойнтинга описываются функцией $\Delta l|\cos\omega t|$, учитывающей быстроту смены направления движения частиц вдоль оси x в окрестности пучности поля в момент $t \approx 0.25Tj$ (j – целое число), когда электрическое поле близко к нулю. С учетом сделанных предположений зависимость распределения электронной плотности вблизи пучности от времени имеет вид

$$f(x, t) = f_R(x, t) + f_L(x, t), \quad (5)$$

где

$$f_R(x, t) = \tanh[\kappa(x - d_{st} + 0.5l_{st} + \Delta l|\cos\omega t|)] - \tanh[\kappa(x - d_{st} - 0.5l_{st} + \Delta l|\cos\omega t|)], \quad (6)$$

$$f_L(x, t) = \tanh[\kappa(x + d_{st} + 0.5l_{st} - \Delta l|\cos\omega t|)] - \tanh[\kappa(x + d_{st} - 0.5l_{st} - \Delta l|\cos\omega t|)].$$

Интегральное распределение определяется следующим образом:

$$n_{st}(x) = (0.5TM)^{-1} \int_0^{0.5T} f(x, t) dt. \quad (7)$$

Согласно свойствам динамики частиц в режиме АРЗ, с ростом амплитуды величины l_{st} , d_{st} и Δl уменьшаются, а коэффициент κ возрастает. Можно подобрать такие значения этих параметров, чтобы характеризующие ими распределения (7) соответствовали всем возможным интегральным структурам в окрестности пучности поля в режиме АРЗ (рис.2). Модельные структуры с подобранными параметрами показаны на рис.5.

Приведенное качественное модельное описание динамики ансамбля частиц также позволяет понять, чем обусловлена смена интегральных структур в режиме АРЗ. Для этого введем параметр η , определяющий долю частиц, перелетающих через пучность поля:

$$\eta = \frac{\int_{-\infty}^0 f_R(x, 0) dx}{\int_{-\infty}^{+\infty} f_R(x, 0) dx}. \quad (8)$$

Для нахождения данного параметра достаточно использовать только одну из функций $-f_R$ или f_L , сосредоточенную в основном по правую или по левую сторону от пучности поля соответственно. Выбранный момент времени $t = 0$ отвечает наиболее близкому (в среднем по ансамблю) положению частиц к пучности поля согласно выражениям (6). Значения η для разных амплитуд поля приведены на рис.5. При амплитудах, когда только возникает режим АРЗ, небольшая доля частиц может перейти через пучность поля. Интегральная структура характеризуется локальными максимумом плотности в промежуточной

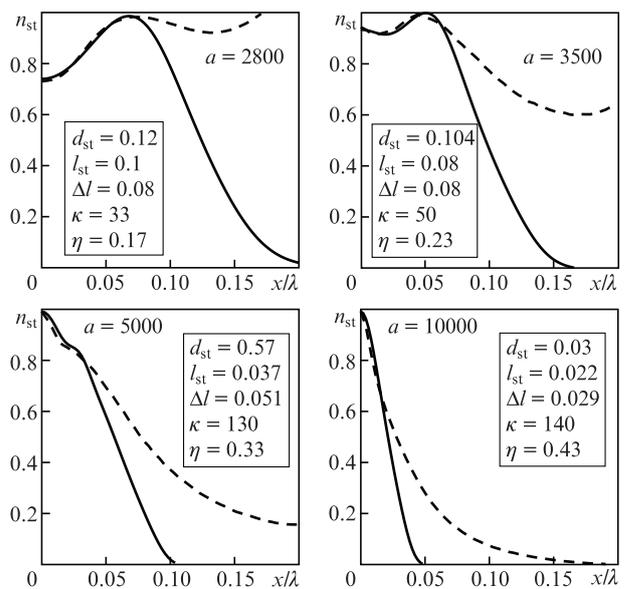


Рис.5. Модельные интегральные структуры (сплошные кривые), рассчитанные по формуле (7), и интегральные структуры (штриховые кривые), полученные при численном моделировании (см. рис.2). На рисунках указаны амплитуды плоских стоячих линейно поляризованных волн, соответствующие интегральным структурам, и параметры, при которых наблюдаются схожие модельные распределения.

области и минимумом в пучности поля. Однако с ростом амплитуды поля параметр η возрастает и появляется локальный максимум непосредственно в пучности электрического поля, а максимум в промежуточной области постепенно уменьшается по отношению к максимуму в пучности и в итоге исчезает. Увеличение доли переходящих через пучность частиц с ростом амплитуды подтверждается также примерами траекторий на рис.4, полученных в течение одинакового промежутка времени. Таким образом, можно сделать вывод о том, что темп переходов частиц через пучность поля определяет все наблюдаемые структуры в режиме AP3.

3. Структуры плазмы при развитии каскада

В предыдущем разделе были рассмотрены структуры электронной плотности, которые формируются при взаимодействии частиц с плоской линейно поляризованной волной. Такие структуры определяются движением частиц. Однако вследствие квантовых процессов эти структуры в сверхсильных полях могут модифицироваться. В результате движений частиц в релятивистски сильных полях излучается большое количество гамма-фотонов, которые могут в сильном лазерном поле распасться на электрон-позитронные пары, порождая тем самым лавинообразный процесс – КЭД каскад [1]. Рождение частиц происходит неравномерно в пространстве и во времени [22], поэтому каскад может существенно модифицировать распределение плотности электронов и вызывать появление экстремумов в интегральной структуре.

Интегральные структуры с учетом КЭД каскада можно также рассчитывать согласно выражениям (1). Важно отметить, что в связи с ростом числа частиц, величина N_{Σ} зависит от времени (при численном моделировании – от номера шага по времени k). Проведенное численное моделирование показало (рис.6), что интегральные структуры устанавливались также за время, меньшее $15T$, их набор такой же, как и без учета каскада, однако имеется важное отличие. Пороговые значения амплитуд, при которых происходит смена структур, уменьшились. Погрешность их определения $\Delta a \approx 50$, как и без учета каскада. За счет каскада интегральные структуры, характерные для режима AP3, появляются при амплитудах $a > 1550$ (рис.6,a), т.е. пороговая амплитуда в 1.7 раз меньше, чем в случае без учета каскада. При этих амплитудах

(вплоть до $a \approx 2590$) без учета каскада реализуется режим НРЗ, но частицы могут задерживаться на некоторое время между узлом и пучностью поля (в промежуточной области). Для возникновения режима AP3 без учета каскада необходимо было, чтобы темп прихода частиц из узла поля сравнялся с темпом ухода частиц из промежуточной области в узел. При развитии каскада появляется дополнительный источник частиц в промежуточной области – распад фотонов на пары, поэтому амплитудный порог режима AP3 снижается. Структуры с максимумами в узле и между узлом и пучностью поля наблюдаются при амплитудах $1550 < a < 2500$. Моментальные распределения плотностей электронов с учетом и без учета каскада приведены на рис.7. Моментальные структуры нормированы на максимум M соответствующих интегральных структур. Развитие каскада приводит к увеличению доли частиц, расположенных между пучностью и узлом поля. Когда (в релятивистских единицах) электрическое поле превышает по абсолютной величине магнитное в промежуточной области (при $t/T = 14.5, 14.55, 14.63$ и 14.95 на рис.7), в ней появляется максимум плотности, в то время как без учета каскада плотность практически монотонно возрастает от пучности к узлу поля. Когда электрическое поле меньше магнитного, структуры с учетом и без учета каскада похожи по форме, но каскад также повышает долю частиц в промежуточной области.

В диапазоне $2500 < a < 4100$ (рис.6,a, б) за счет особенностей движения частиц (как и в случае без учета каскада при $3000 < a < 4120$) появляется максимум в пучности поля. В этом диапазоне уже даже без учета каскада реализуется режим AP3, так что рождающиеся частицы притягиваются к пучности поля. За счет случайности рождения частиц увеличивается пространственный масштаб функции распределения, что повышает долю частиц, переходящих через пучность поля, и вызывает появление максимума в пучности при меньших амплитудах поля, чем в случае без учета каскада. Заметим, что развитие каскада непосредственно в пучности поля подавлено, т.к. вероятность распада фотонов, излучаемых частицами в результате колебаний строго вдоль вектора электрического поля, пренебрежимо мала при рассматриваемых амплитудах поля. Кроме того, в этом диапазоне амплитуд динамика рождающихся частиц с ростом амплитуды приводит к смещению максимума интегральной структуры в промежуточной области ближе к пучности поля.

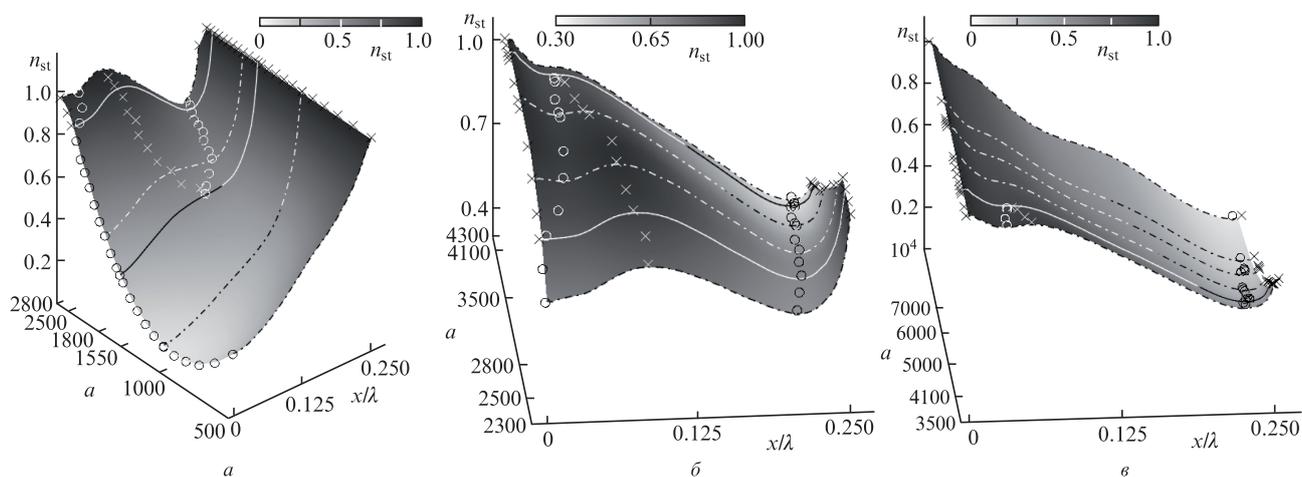


Рис.6. То же, что и на рис.2, но с учетом КЭД каскада.

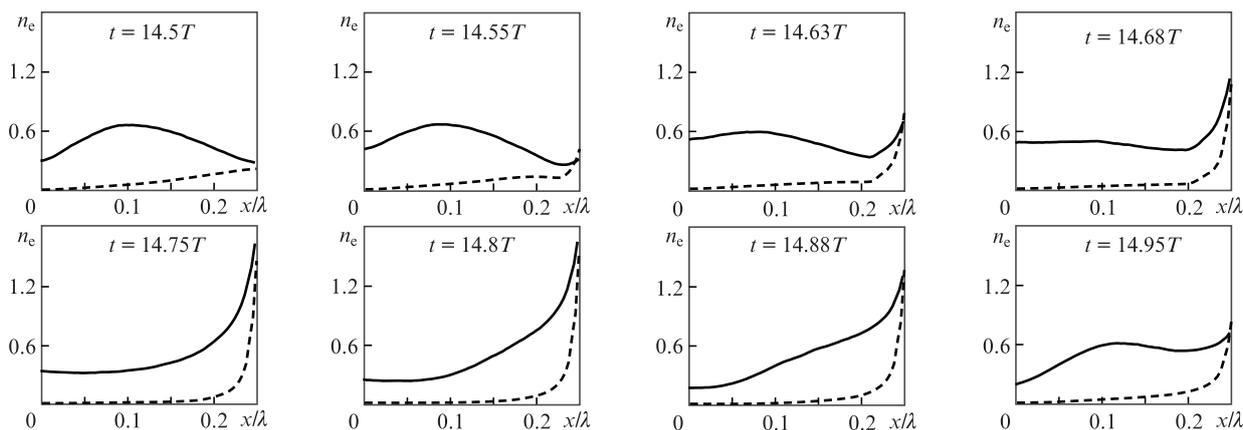


Рис.7. Моментальные распределения электронных плотностей с учетом (сплошные кривые) и без учета (штриховые кривые) каскада при амплитуде поля плоской стоячей линейно поляризованной волны $a = 1600$.

При дальнейшем росте амплитуды аттрактор АРЗ располагается все ближе к пучности поля, куда частицы быстро притягиваются и движутся значительную часть времени в течение каждого полупериода поля. В связи с этим, несмотря даже на неоднородность во времени и в пространстве темпа рождения частиц, максимум интегральной структуры между узлом и пучностью поля при $a > 4100$ исчезает (рис.6,б, в), хотя и наблюдается в динамике.

В то же время положение минимума не стабилизируется, как без учета каскада, а смещается все ближе к узлу поля, и относительное значение максимума интегральной структуры в узле поля уменьшается. Это происходит вследствие уменьшения (увеличения) бассейна режима НРЗ (АРЗ) и доли частиц, попадающих в этот режим в результате развития каскада. Зависимость пространственных размеров бассейнов этих режимов от амплитуды поля отражают интегральные структуры без учета каскада на рис.2,в. Распределение частиц, соответствующее НРЗ, при больших амплитудах сильно локализовано вблизи узла поля. По этой причине для корректного описания интегральных структур вблизи узла поля требуется высокое пространственное разрешение. Например, при используемом разрешении 256 точек на длину волны максимум в узле поля сменяется на минимум при $a \approx 10500$. Однако увеличение разрешения до 512 точек на длину волны позволило установить, что в узле поля находится максимум интегральной структуры. В исследованном диапазоне амплитуд вплоть до $a = 15000$ при улучшенном пространственном разрешении сохранялся максимум интегральной структуры в узле поля. Таким образом, можно предположить, что при $a > 10000$, так же как и при $4100 < a < 10000$, максимум в узле поля сохраняется, пространственный масштаб интегральной структуры вблизи узла поля уменьшается и положение локального минимума асимптотически стремится к узлу поля. Стоит также отметить, что, хотя интегральное распределение становится монотонно убывающим за исключением малой окрестности узла поля, пространственная производная интегральной структуры не монотонная, а имеет несколько максимумов, которые определяются рождением частиц и их последующей динамикой (рис.6,в).

3.1. Порог структур АРЗ с учетом каскада

В целом интегральные структуры в режиме АРЗ с учетом каскада достаточно сложные, что связано не только

со сложным движением частиц, определяемым во многом радиационными потерями и стохастичностью излучения, но и с неоднородной во времени и пространстве динамикой каскада. Выше были качественно рассмотрены различные интегральные структуры в режиме АРЗ ($a > 1550$). Однако возникновение структур в режиме АРЗ с учетом каскада можно исследовать более детально. Для этого необходимо проанализировать зависимость темпа развития каскада и динамики частиц от амплитуды поля.

Как отмечалось выше, в случае линейно поляризованной волны темп развития каскада непостоянен во времени, в отличие от случая циркулярной поляризации [22]. Однако в среднем за полупериод поля рост плотности плазмы экспоненциальный и его можно характеризовать средним темпом развития каскада Γ_{cs} . После того как интегральная структура устанавливается, для нахождения Γ_{cs} при численном моделировании используются значения максимальной плотности плазмы n_e^{\max} или суммарное число частиц N_{Σ} с шагом в полупериод поля. Нормированный на обратный период поля темп развития каскада определяется как

$$\begin{aligned} \Gamma_{cs} &= \frac{2 \ln[n_e^{\max}(t + jT/2)/n_e^{\max}(t)]}{j} \\ &= \frac{2 \ln[N_{\Sigma}(t + jT/2)/N_{\Sigma}(t)]}{j}, \end{aligned}$$

где j – целое число. Зависимость его от амплитуды поля представлена на рис.8,а. С одной стороны, в плоской волне частицы не уходят из области взаимодействия, поэтому порог возникновения каскада отсутствует. В связи с этим можно предположить, что каскад должен модифицировать распределение плазмы при любых амплитудах. Однако с другой стороны, при малых амплитудах ($a \ll 1000$) влияние каскада на плазменные структуры незначительно, т.к. промежуток времени между рождением электрон-позитронных пар $1/\Gamma_{cs}$ много больше характерного времени выхода на установившийся режим движения (релятивистский хаос или НРЗ). В режиме релятивистского хаоса время выхода примерно равно отношению величины пространственной неоднородности поля к скорости частицы вдоль градиента поля, т.е. составляет $\sim 0.3T$, а темп развития каскада пренебрежимо мал. Отметим, что при амплитудах $a < 800$ для определения не большого темпа развития каскада моделирование прово-

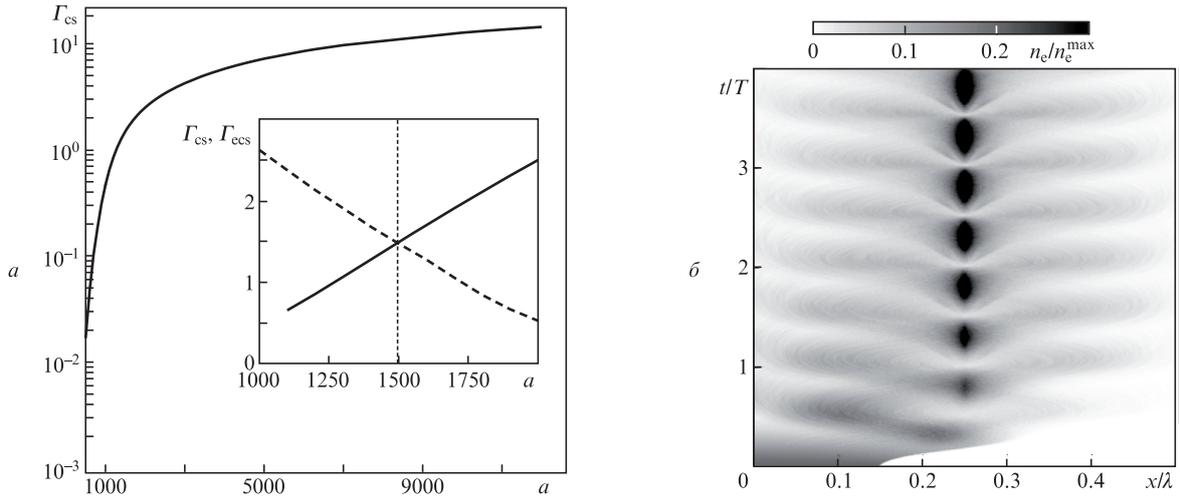


Рис.8. Темп развития КЭД каскада в зависимости от амплитуды поля плоской стоячей линейно поляризованной волны (а) и пространственно-временная динамика движения электронов в поле этой волны с амплитудой $a = 1600$ без учета каскада (б). На вставке в линейном масштабе по оси ординат представлены темп развития каскада (сплошная линия) и темп ухода частиц из области $0 < x/\lambda < 0.15$ (штриховая линия). Вертикальная пунктирная линия определяет порог возникновения режима АРЗ с учетом каскада.

дилось для большего промежутка времени – $300T$, поскольку время выхода на установившийся режим развития каскада при малых амплитудах поля существенно больше времени выхода на установившийся режим движения.

При $a \approx 1000$ темп развития каскада возрастает и электронные структуры с учетом и без учета каскада начинают различаться: в первом случае увеличивается доля частиц между узлом и пучностью поля (см. рис.2,а и 6,а). Частицам, попавшим в промежуточную область, также требуется время, примерно равное $0.3T$, чтобы выйти на установившийся режим движения. С ростом амплитуды поля возрастает роль радиационных потерь, и время выхода на режим НРЗ также возрастает, т. к. при движении частицы к узлу поля «отдача» от излучаемых фотонов направлена в противоположную сторону. В то же время увеличивается и темп развития каскада. В итоге возникает баланс между темпом рождения новых частиц и темпом их выхода на установившийся режим движения, что и определяет амплитудный порог возникновения структур, характерных для режима АРЗ. Из сравнения рис.2,а и 6,а видно, что этот баланс наблюдается, когда частицы движутся в режиме НРЗ. Траектории частиц, а также динамика функции распределения без учета каскада в режиме НРЗ представлены на рис.3,б, в и рис.7. Частицы в этом режиме сосредоточены в основном внутри областей $0.15 + 0.5j < x/\lambda < 0.35 + 0.5j$. Как было показано ранее, в установившемся режиме плотность частиц из-за стохастичности излучения вне этих областей не нулевая и фиксируется на некотором уровне вследствие переходов через пучности поля. Для определения темпа возвращения частиц в узел поля мы выяснили, как быстро на отрезке $0 < x/\lambda < 0.15$ уменьшается число частиц, которые изначально равномерно распределены на нем с нулевым импульсом в момент времени, когда магнитное поле равно нулю. Рассматриваемый отрезок отвечает области наибольшего различия распределений плотности электронов с учетом и без учета каскада в момент, когда магнитное поле стремится к нулю ($t/T = 14.5$ на рис.7).

В результате взаимодействия с полем частицы совершают колебания вдоль вектора Пойнтинга, причем с

каждым колебанием все большее число частиц попадает в режим НРЗ (рис.8,б). В итоге изначальное возмущенное распределение релаксирует к установившемуся распределению с соответствующим равновесным соотношением числа частиц внутри и вне отрезка $0 < x/\lambda < 0.15$. При численном моделировании приближенно можно считать, что темп выхода частиц на установившийся режим движения (темп их ухода к узлу поля) определяется как $\Gamma_{\text{esc}} = T/\tau_{\text{esc}}$, где τ_{esc} – время, за которое средняя за полупериод разность между изначальным и установившимся числом частиц внутри рассматриваемого отрезка уменьшается в e раз. Определенная из численного моделирования зависимость Γ_{esc} от амплитуды поля представлена на рис.8,а. Темп установления распределения и темп развития каскада сравниваются при $a \approx 1500$, что очень близко к пороговой амплитуде $a \approx 1550$, найденной по интегральным структурам (рис.6,а). Таким образом, численное моделирование подтверждает, что порог АРЗ с учетом каскада определяется балансом ухода частиц к узлу поля и темпом развития каскада.

4. Заключение

Таким образом, при численном моделировании удалось выявить и проанализировать структуры электрон-позитронной плазмы в поле стоячей линейно поляризованной волны в линейном режиме. В связи с неоднородной пространственно-временной динамикой функции распределения предложено использовать пространственные распределения, усредненные за полупериод поля (интегральные структуры), для определения различных режимов движения частиц. В установившемся режиме эти структуры стационарные, и по набору их экстремумов были выделены различные режимы и найдены амплитудные пороги возникновения этих режимов. В отличие от циркулярно поляризованного поля, при линейной поляризации структуры являются более разнообразными, и в зависимости от амплитуды поля наблюдаются максимумы интегральной структуры не только в узле, в пучности или в узле и в пучности поля одновременно, но и в промежуточной области между узлом и пучностью поля. Эти

отличия продиктованы более разнообразной динамикой частиц с учетом радиационных потерь и более сложной пространственно-временной динамикой каскада.

В области амплитуд $a < 1550$ максимум наблюдается в узле поля, а минимум – в пучности. Однако за счет развития каскада при $a > 1000$ возрастает доля частиц в промежуточной области, что приводит в итоге к смене интегральной структуры при $a \approx 1550$. Появляется дополнительный максимум в промежуточной области, наблюдаемый при $1550 < a < 2590$, который связан с балансом ухода частиц к узлу поля в режиме НРЗ и их рождения за счет распада гамма-фотонов. При больших амплитудах ($2590 < a < 4100$) этот максимум определяется режимом АРЗ. Максимум интегральной структуры в пучности поля при $a > 2500$ обусловлен переходами частиц через пучность, что происходит вследствие стохастичности излучения. Непосредственно в пучности поля развитие каскада подавлено при рассматриваемых амплитудах. Заметим, что в случае циркулярной поляризации максимум в пучности поля вызван именно максимальным темпом развития каскада в этой области и появляется при $a > 1100$ [27]. По интенсивности этот порог примерно соответствует порогу появления максимума в промежуточной области в поле линейно поляризованной волны.

При $a > 4100$ из-за приближения с ростом амплитуды положения центра масс частиц в режиме АРЗ к пучности поля и увеличения доли переходящих через нее частиц максимум интегральной структуры в промежуточной области исчезает, остаются только максимумы интегральных структур в узле и в пучности поля. Положения минимумов структур не фиксируются на расстоянии около 0.04λ от узла поля, как в случае без учета каскада, а с ростом амплитуды приближаются к узлу поля, где достигаются максимумы интегральных структур во всей рассматриваемой области амплитуд: $a \leq 10000$. Для анализа структур при еще больших амплитудах с помощью численного моделирования требуются высокие пространственные разрешения вблизи узла поля, поскольку характерный масштаб распределения частиц, соответствующих режиму НРЗ, существенно уменьшается с увеличением амплитуды. Проведенное численное моделирование при амплитудах вплоть до $a = 15000$ с улучшенным пространственным разрешением для расчета интегральных структур позволяет предположить, что при $a > 10000$ положения максимумов структур в узле поля сохраняются, а положения их локальных минимумов асимптотически стремятся к узлу поля.

В заключение отметим также, что темп установления рассмотренных структур сильно зависит от начального затравочного распределения плотности плазмы. Это особенно актуально для амплитуд $1000 < a < 2000$, когда темп развития каскада небольшой, и для коротких лазерных импульсов. Более того, использование сфокусированных лазерных пучков [23] может изменить пороги возникновения режимов, выявленных для плоских волн, поскольку появится возможность поперечного ухода частиц из фокальной области и, как следствие, возникнет порог самоподдерживающегося КЭД каскада. Данные факторы могут сильно повлиять на структуру КЭД каскада в сфокусированных линейно поляризованных лазерных пучках, что требует дополнительных исследований.

Настоящая работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 17-52-45092) и программы Президиума РАН «Экстремальные световые поля и их взаимодействие с ве-

ществом» (соглашение № 007-03-2018-440). Численное моделирование проводилось на высокопроизводительных вычислительных системах МВС-100к и МВС-10п в Межведомственном суперкомпьютерном центре РАН.

- Bell A.R., Kirk J.G. *Phys. Rev. Lett.*, **101**, 200403 (2008).
- ELI: www.eli-laser.eu.
- VULCAN: www.clf.stfc.ac.uk/CLF/Facilities/Vulcan/.
- XCELS: www.xcels.iapras.ru.
- Никишов А.И., Ритус В.И. *ЖЭТФ*, **52**, 1707 (1967) [*Sov. Phys. JETP*, **25**, 1135 (1967)].
- Gelfer E.G., Mironov A.A., Fedotov A.M., Bashmakov V.F., Nerush E.N., Kostyukov I.Yu., Narozhny N.B. *Phys. Rev. A*, **92**, 022113 (2015).
- Gonoskov A., Bashinov A., Bastrakov S., Efimenko E., Ilderton A., Kim A., Marklund M., Meyerov I., Muraviev A., Sergeev A. *Phys. Rev. X*, **7**, 041003 (2017).
- Гельфер Е. *Квантовая электроника*, **46**, 310 (2016) [*Quantum Electron.*, **46**, 310 (2016)].
- Tamburini M., Di Piazza A., Keitel C.H. *Sci. Rep.*, **7**, 5694 (2017).
- Artemenko I.I., Kostyukov I.Yu. *Phys. Rev. A*, **96**, 032106 (2017).
- Jirka M., Klimo O., Vranic M., Weber S., Korn G. *Sci. Rep.*, **7**, 15302 (2017).
- Bulanov S.S., Esirkepov T.Z., Thomas A.G.R., Koga J.K., Bulanov S.V. *Phys. Rev. Lett.*, **105**, 220407 (2010).
- Fedotov A.M., Narozhny N.B., Mourou G., Korn G. *Phys. Rev. Lett.*, **105**, 080402 (2010).
- Nerush E.N., Kostyukov I.Yu., Fedotov A.M., Ruhl H. *Phys. Rev. Lett.*, **106**, 035001 (2011).
- Grismayer T., Vranic M., Martins J.L., Fonseca R.A., Silva L.O. *Phys. Plasmas*, **23**, 056706 (2016).
- Vranic M., Grismayer T., Fonseca R.A., Silva L.O. *Plasma Phys. Controlled Fusion*, **59**, 014040 (2017).
- Муравьев А.А., Бастраков С.И., Башинов А.В., Гоновсков А.А., Ефименко Е.С., Ким А.В., Мейеров И.В., Сергеев А.М. *Письма в ЖЭТФ*, **102**, 173 (2015) [*JETP Lett.*, **102**, 148 (2015)].
- Efimenko E.S., Bashinov A.V., Bastrakov S.I., Gonoskov A.A., Muraviev A.A., Meyerov I.B., et al. *Sci. Rep.*, **8**, 2329 (2018).
- Bashinov A.V., Efimenko E.S., Gonoskov A.A., Korzhimanov A.V., Muraviev A.A., Kim A.V., Sergeev A.M. *J. Opt.*, **19**, 114012 (2017).
- Kirk J.G., Bell A.R., Arka I. *Plasma Phys. Controlled Fusion*, **51**, 085008 (2009).
- Ducloux R., Kirk J.G., Bell A.R. *Plasma Phys. Controlled Fusion*, **53**, 015009 (2011).
- Bashmakov V.F., Nerush E.N., Kostyukov I.Yu., Fedotov A.M., Narozhny N.B. *Phys. Plasmas*, **21**, 013105 (2014).
- Jirka M., Klimo O., Bulanov S.V., Esirkepov T.Zh., Gelfer E., Bulanov S.S., Weber S., Korn G. *Phys. Rev. E*, **93**, 023207 (2016).
- Baumann C., Pukhov A. *Phys. Rev. E*, **94**, 063204 (2016).
- Kostyukov I.Yu., Nerush E.N. *Phys. Plasmas*, **23**, 093119 (2016).
- Grismayer T., Vranic M., Martins J.L., Fonseca R., Silva L.O. *Phys. Rev. E*, **95**, 023210 (2017).
- Bashinov A.V., Kumar P., Kim A.V. *Phys. Rev. A*, **95**, 042127 (2017).
- Lehmann G., Spatschek K.H. *Phys. Rev. E*, **85**, 056412 (2012).
- Gonoskov A., Bashinov A., Gonoskov I., Harvey C., Ilderton A., Kim A., Marklund M., Mourou G., Sergeev A. *Phys. Rev. Lett.*, **113**, 014801 (2014).
- Esirkepov T.Zh., Bulanov S.S., Koga J.K., Kando M., Kondo K., Rosanov N.N., Korn G., Bulanov S.V. *Phys. Lett. A*, **379**, 2044 (2015).
- Bashinov A.V., Kim A.V., Sergeev A.M. *Phys. Rev. E*, **92**, 043105 (2015).
- Bulanov S.V., Esirkepov T.Zh., Koga J.K., Bulanov S.S., Gong Z., Yan X.Q., Kando M. *J. Plasma Phys.*, **83**, 905830202 (2017).
- Bauer D., Mulser P., Steeb W.H. *Phys. Rev. Lett.*, **75**, 4622 (1995).
- Surmin I.A., Bastrakov S.I., Efimenko E.S., Gonoskov A.A., Korzhimanov A.V., Meyerov I.B. *Comput. Phys. Commun.*, **202**, 204 (2016).
- Gonoskov A., Bastrakov S., Efimenko E., Ilderton A., Marklund M., Meyerov I., Muraviev A., Sergeev A., Surmin I., Wallin E. *Phys. Rev. E*, **92**, 023305 (2015).
- Байер В.Н., Катков В.М., Фадин В.С. *Излучение релятивистских электронов* (М.: Атомиздат, 1973, с. 137).
- Трубецков Д.И., Рожнев А.Г. *Линейные колебания и волны* (М.: Физматлит, 2001, с. 89).