

**ВОЗДЕЙСТВИЕ ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ НА ВЕЩЕСТВО. ЛАЗЕРНАЯ ПЛАЗМА****Асимптотическая теория пондеромоторной динамики электрона в поле сфокусированного релятивистски интенсивного электромагнитного волнового пакета****О.Б.Ширяев**

*На основе формального асимптотического решения уравнений Максвелла для поля, распространяющегося в вакууме, и релятивистского уравнения Ньютона для электрона, движущегося под действием соответствующей силы Лоренца, построено описание релятивистской пондеромоторной динамики электрона в поле интенсивного сфокусированного электромагнитного волнового пакета. Малым параметром для асимптотического разложения служит величина, пропорциональная отношению длины волны излучения к радиусу фокального пятна. С применением полученной усредненной модели пондеромоторной динамики для лазерных импульсов с гауссовым поперечным распределением интенсивности построены диаграммы направленности рассеяния электронов по углу относительно оси распространения электромагнитного поля, а также соответствующие отдельным диапазонам значений этого угла энергетические спектры рассеянных электронов. В некоторых диапазонах полярного угла рассеянные частицы отсутствуют.*

**Ключевые слова:** релятивистская интенсивность, пондеромоторная сила, лазерное ускорение электронов.

**1. Введение**

Задачи о сильно нелинейной динамике электронов в электромагнитных полях стали представлять особый интерес с возникновением лазерной физики релятивистских интенсивностей. Эта область исследований формировалась по мере превышения уровнем достижимых интенсивностей лазерного излучения так называемой релятивистской интенсивности, составляющей примерно  $10^{18}$  Вт/см<sup>2</sup> [1]. При интенсивностях оптического поля, сравнимых с релятивистской или превосходящих ее, динамика электронов, которые возникают в результате ионизации вещества на переднем фронте лазерного импульса либо инжектируются в фокальную область, оказывается существенно релятивистской, причем в результате взаимодействия со сфокусированным оптическим полем электроны могут приобретать значительные энергии. Движение электрона под действием электромагнитного импульса, рассматриваемое на временном масштабе, значительно превышающем оптический цикл, в обобщенном смысле представляет собой пондеромоторную динамику, сопровождающуюся набором энергии электроном. Построение математически строгой теории пондеромоторной динамики электрона в поле сфокусированного электромагнитного пакета релятивистской интенсивности является задачей настоящего исследования.

Общий сценарий релятивистской динамики электрона под действием силы Лоренца, порождаемой мощным импульсом сфокусированного лазерного излучения, детально изучен на уровне численного анализа в значитель-

ном числе исследований (см., напр., [2–8]): имеют место захват электрона оптическим полем, в котором он осциллирует, в среднем набирая энергию, а затем – выброс электрона из фокальной зоны с некоторой, во многих случаях релятивистской, остаточной энергией. Используемая для описания этого процесса модель включает в себя релятивистское уравнение Ньютона с соответствующей силой Лоренца, а также выражения для распространяющегося в вакууме оптического волнового пакета. Эти выражения в ряде работ сформулированы только с учетом продольных поправок к электромагнитному потенциалу поля [9, 10], тогда как в более детальных исследованиях наряду с ними учитываются обусловленные конечной длительностью импульса поправки к выражениям для поперечных компонент поля [11, 12].

Концепция пондеромоторной динамики электрона в высокочастотном поле была сформулирована в классической работе [13], в которой было показано, что пондеромоторная сила, ответственная за перемещение электрона в среднем, пропорциональна градиенту интенсивности излучения (см. также [14]). Следует отметить, что результаты [13] получены в квазилинейном приближении, т. е. применительно к полю умеренной интенсивности. В связи с ростом достижимых интенсивностей лазерного излучения предлагались обобщения теории пондеромоторной динамики на случай релятивистских интенсивностей. В большинстве посвященных данной проблеме работ воспроизводился подход, развитый в [13]: после преобразования исходных уравнений делались априорные предположения о характере осцилляций входящих в них величин (в том числе релятивистского фактора для электрона) и на этой основе сами уравнения усреднялись по времени [10, 15, 16]. Шаг в направлении построения более общей теории пондеромоторной динамики электрона в сильном поле при помощи метода Крылова–Боголюбова был сделан в работе [17], где, однако, в наиболее практически важном случае линейной поляризации электромагнитного излучения рассмотрение было ограничено квазилиней-

**О.Б.Ширяев.** Институт общей физики им. А.М.Прохорова РАН, Россия, 119991 Москва, ул. Вавилова, 38; Российский национальный исследовательский медицинский университет им. Н.И.Пирогова, Россия, 117997 Москва, ул. Островитянова, 1; e-mail: drolegbshiryaev@gmail.com

Поступила в редакцию 21 марта 2019 г., после доработки – 24 июня 2019 г.

тивистской задачей из-за сложности полного определения характера осцилляций релятивистского фактора.

Важный аспект проблемы пондеромоторной динамики – принципиальное различие между усреднением по периоду осцилляций поля и по фазе осцилляций электрона – отмечен в [18]. Согласно результатам данной работы, в условиях значительного продольного смещения электрона под действием лазерного импульса, что, во всяком случае, имеет место в случае релятивистской интенсивности, необходимым является именно усреднение по фазе захваченной полем частицы. В отличие от [18], в [13] усреднение проводилось по времени. Усреднение по собственному времени электрона, пропорциональному фазе его осцилляций, было осуществлено в [19], но в этой работе исследовался сравнительно менее важный случай циркулярной поляризации электромагнитного поля, для амплитуды которого отсутствовали конкретные выражения.

В ряде исследований релятивистская пондеромоторная динамика изучалась в рамках одномерной задачи [20, 21]. Существенным при этом является тот факт, что в данном приближении соответствующие уравнения имеют инвариант, связывающий поперечные и продольную компоненты импульса электрона. Высказывалась гипотеза о наличии аналогичного инварианта в трехмерной задаче [22], однако строгая теория такого инварианта отсутствовала.

В настоящей работе построено формальное асимптотическое решение релятивистского уравнения Ньютона для электрона, движущегося под действием силы Лоренца, создаваемой линейно поляризованным сфокусированным электромагнитным волновым пакетом высокой интенсивности. В качестве малого параметра для асимптотических рядов выступает  $\epsilon = \lambda / (2\pi w_0)$ , где  $\lambda$  и  $w_0$  – длина волны и радиус фокального пятна оптического поля соответственно, а решение, приведенное ниже, вычислено с точностью до поправок порядка  $\epsilon$ . В рамках используемого асимптотического алгоритма роль переменной, от которой зависят искомые функции, играет фаза осцилляций электрона, с которой непосредственно связаны его «быстрое» и «медленное» времена. В приведенное в разд.2 выражение для электромагнитного поля включены поправки по параметру  $\epsilon$  к его продольным и поперечным компонентам, т.к. в дальнейшем они оказываются необходимыми для корректного решения уравнений движения электрона при реализации метода Крылова–Боголюбова. В низшее приближение для асимптотического решения входят зависящие только от «медленного» времени произвольные константы, которые далее определяются на основе первого приближения из условия равенства нулю его секулярных составляющих. Ввиду этого следует отметить, что основная цель введения поправок первого порядка в выражения для поля состоит не в повышении точности приближения, а в обеспечении корректности результата в низшем приближении. При этом оказывается, что условия для устранения секулярности фактически представляют собой усредненные по фазе осцилляций электрона уравнения его движения, т.е. искомую модель пондеромоторной динамики электрона в поле релятивистски интенсивного сфокусированного оптического пакета. Таким образом, при построении данной модели удается избежать каких-либо априорных предположений о характере осцилляций различных динамических величин и даже прямого усреднения уравнений дви-

жения. Полностью трехмерным исходным уравнениям, как показано в разд.2, присущ адиабатический инвариант, который аналогичен точному инварианту соответствующей одномерной задачи и, в частности, связывает энергию и направление движения электрона после взаимодействия с полем.

Полученная модель пондеромоторной динамики допускает существенное упрощение при моделировании рассеяния электронного ансамбля низкой плотности линейно поляризованным релятивистски интенсивным лазерным импульсом с осесимметричным распределением амплитуды. Если в начальный момент времени распределение электронов по скоростям изотропно, то имеет место равномерное распределение рассеянных электронов по азимутальному углу в цилиндрической системе координат с совпадающей с направлением распространения лазерного импульса осью и помещенным в фокус началом отсчета. В разд.4 для случая гауссова поперечного распределения интенсивности оптического поля представлены характерные решения задачи о пондеромоторной динамике отдельного электрона в поле сфокусированного электромагнитного волнового пакета релятивистской интенсивности, а также угловые (относительно направления распространения лазерного импульса) и энергетические распределения электронов, формирующиеся при рассеянии электронного ансамбля мощным лазерным излучением.

## 2. Асимптотики решений уравнений движения электрона в релятивистски интенсивном оптическом поле

Нелинейная релятивистская динамика электрона в электромагнитном поле подчиняется уравнениям Ньютона, которые в нормированном виде могут быть представлены следующим образом:

$$\gamma \partial_t x = p_x, \quad \gamma \partial_t y = p_y, \quad \gamma \partial_t z = p_z \quad (1)$$

$$\partial_t \mathbf{p} = \partial_t \mathbf{A} - \gamma^{-1} (\mathbf{p} \times (\nabla \times \mathbf{A})), \quad \gamma = \sqrt{1 + \mathbf{p}^2}, \quad (2)$$

где  $\nabla = (\partial_x, \partial_y, \partial_z)$ ;  $\partial_{x,y,z,t}$  – производные по соответствующим переменным;  $\gamma$  – релятивистский фактор;  $\mathbf{A}$  – вектор-потенциал распространяющегося в вакууме электромагнитного поля (здесь и ниже  $\partial_t$  обозначает производную по времени от зависящих только от времени координат и импульса  $\mathbf{p}$ , но частную производную от вектора-потенциала). Рассмотрим случай, когда поле представляет собой сфокусированный волновой пакет; пусть координаты и время нормированы на радиус фокального пятна  $w_0$  и на  $w_0/c$  соответственно, вектор-потенциал нормирован на  $mc^2/e$ , а импульс электрона – на  $mc$ . Тогда уравнения Максвелла (в кулоновской калибровке) принимают вид

$$\Delta \mathbf{A} - \partial_t^2 \mathbf{A} = 0, \quad (\nabla, \mathbf{A}) = 0,$$

и при линейной поляризации электромагнитного поля они могут, в частности, иметь следующее асимптотическое решение:

$$A_x = \exp(i\theta) \left[ a(\tau, x, y, s) + \sum_{m=1}^{\infty} \epsilon^m a_{xm}(\tau, x, y, s) \right] + \text{с.с.},$$

$$A_y = 0, \quad A_z = \exp(i\theta) \sum_{m=1}^{\infty} \epsilon^m a_{zm}(\tau, x, y, s) + \text{с.с.}$$

Входящие в него переменные, интерпретируемые ниже как быстрое и медленное собственные времена электрона, определяются соотношениями  $\theta = (t - z)/\epsilon$ ,  $s = \epsilon\theta$ ;  $\epsilon = \lambda/(2\pi w_0)$ ,  $\tau = 2\epsilon z$ .

Как показано в работах [11, 12], уравнения нулевого и первого приближения для амплитуды вектора-потенциала имеют вид

$$\begin{aligned} -4i\partial_\tau a + \Delta_\perp a &= 0, \quad -4i\partial_\tau a_{x1} + \Delta_\perp a_{x1} = 4\partial_{\tau x}^2 a, \\ -ia_{z1} + \partial_x a &= 0, \end{aligned}$$

где  $\Delta_\perp = \partial_x^2 + \partial_y^2$ , а структура их решений определяется выражениями

$$a(\tau, x, y, s) = a_0(s)u(x, y, \tau), \tag{3}$$

$$a_{x1}(\tau, x, y, s) = i\partial_x a_0(s)\partial_\tau [u(x, y, \tau)], \tag{4}$$

$$a_{z1}(\tau, x, y, s) = -ia_0(s)\partial_x [u(x, y, \tau)], \tag{5}$$

в которых функция  $u(x, y, \tau)$ , в свою очередь, представляет собой решение уравнения Шредингера

$$-4i\partial_\tau u + \Delta_\perp u = 0.$$

Функция  $a_0(s)$  задает временную огибающую импульса.

Простейшее решение приведенного выше уравнения соответствует имеющему осесимметричное распределение амплитуды гауссов импульсу:

$$\begin{aligned} u(x, y, \tau) &= \frac{\Lambda(\tau, r)}{\sqrt{\tau^2 + 1}} \exp[i\psi(\tau, r)], \\ \Lambda(\tau, r) &= \exp\left(-\frac{r^2}{\tau^2 + 1}\right), \quad \psi(\tau, r) = -\frac{\tau r^2}{\tau^2 + 1} + \arctan \tau, \end{aligned}$$

где  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ . Более общее решение того же уравнения представляет собой моду, определяемую через многочлен Лагерра, и имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} u_{l,\delta}(x, y, \tau) &= u(x, y, \tau) 2^{l/2} \left(\frac{r}{\sqrt{\tau^2 + 1}}\right)^l L_\delta^l \left(\frac{2r^2}{\tau^2 + 1}\right) \\ &\times \exp[i(l + 2\delta)\arctan \tau] \sin(l\varphi + \varphi_0), \end{aligned}$$

где  $\varphi = \arctan(y/x)$  [11, 12]. В частном случае, когда  $\delta = 0$ ,  $l = 0$  и  $\varphi_0 = \pi/2$ , данное выражение описывает гауссов импульс, а в общем – сфокусированный импульс с неосесимметричным распределением амплитуды. Еще более общее решение рассматриваемой задачи представляет собой линейную комбинацию лагеровских мод.

Цель настоящей работы состоит в построении асимптотических решений по малому параметру  $\epsilon$  для уравнений (1)–(5), т. е. в решении задачи о релятивистской динамике электрона в электромагнитном поле в тех же предположениях, в которых решается задача о распространении сфокусированного электромагнитного волнового пакета в вакууме. Ниже при построении таких решений получены результаты, не подразумевающие наличия осевой симметрии распределения амплитуды сфокусирован-

ного волнового пакета и полностью применимые в случае любой из лагеровских мод либо их суперпозиции, а для частного случая осесимметричного оптического поля получена и исследована существенно упрощенная по сравнению с общими уравнениями модель.

Следует отметить, что ввиду традиционной архитектуры применяемого ниже асимптотического алгоритма, предполагающей окончательное определение решений низшего порядка с помощью решений высших порядков, поправки по малому параметру к описываемому электромагнитное поле решению уравнений Максвелла принципиально необходимы при решении поставленной задачи о динамике электрона даже в низшем приближении. В целом, реализуемый ниже асимптотический метод решения уравнений динамики электрона адаптирован к структуре приведенных выше выражений для электромагнитного поля. При иной структуре электромагнитного поля, как, например, в случае ускорения электрона интерференционным полем оптических импульсов усложненной конфигурации [23, 24], характер этой динамики и, соответственно, описывающие ее решения могут быть существенно иными.

Рассмотрим уравнения (1) и (2) с вектором-потенциалом, определяемым уравнениями (3)–(5). Поскольку уравнения динамики электрона, получающиеся после вычисления силы Лоренца в соответствии с приведенными выше решениями для вектора-потенциала, являются обыкновенными дифференциальными уравнениями по времени, для них имеет место соотношение  $\partial_t = (j/\epsilon\gamma)\partial_\theta$ , где

$$j = \gamma - p_z, \tag{6}$$

и задача может быть переписана в терминах функций, зависящих не от времени  $t$ , а от  $\theta$ . В процессе построения асимптотик по  $\epsilon$  уравнения будут решаться в переменных  $s = \epsilon\theta$  и  $\theta$ . Асимптотические ряды для координат и компонент импульса электрона имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} x(t) &= x_0(s, \theta) + \epsilon x_1(s, \theta) + \dots, \\ p_x(t) &= p_{x0}(s, \theta) + \epsilon p_{x1}(s, \theta) + \dots, \\ y(t) &= y_0(s, \theta) + \epsilon y_1(s, \theta) + \dots, \\ p_y(t) &= p_{y0}(s, \theta) + \epsilon p_{y1}(s, \theta) + \dots, \\ \tau(t) &= \tau_0(s, \theta) + \epsilon \tau_1(s, \theta) + \dots, \\ p_z(t) &= p_{z0}(s, \theta) + \epsilon p_{z1}(s, \theta) + \dots \end{aligned}$$

В этом случае уравнения низшего порядка будут представлять собой обыкновенные дифференциальные уравнения по переменной  $\theta$ , а в их решения в качестве констант интегрирования войдут произвольные функции переменной  $s$ . Эти функции, в свою очередь, будут определяться из условия отсутствия секулярного роста решений уравнений высших приближений. Полностью нелинейное решение нулевого порядка, представленное ниже, идентично общеизвестным решениям соответствующей одномерной задачи. Далее будут также представлены общие решения уравнений для приближений первого порядка, причем условия равенства нулю входящих в них секулярных членов, т. е. слагаемых, пропорциональных  $\theta$ , окажутся усредненными решениями задачи о динамике элек-

трона в низшем приближении. Данный подход позволяет избежать непосредственного «усреднения» нелинейных уравнений, которое, как правило, осуществляется на основе априорных предположений о характере осциллирующих входящих в эти уравнения величин.

Обозначим  $m(x, y, \tau) = \operatorname{Re} u(x, y, \tau)$  и  $n(x, y, \tau) = \operatorname{Im} u(x, y, \tau)$ . Нулевые приближения, получающиеся при подстановке в уравнения (1), (2) соотношений (3)–(5) и асимптотических рядов для координат и импульса электрона, таковы:

$$x_0(s, \theta) = x_{0a}(s), \quad y_0(s, \theta) = y_{0a}(s), \quad \tau_0(s, \theta) = \tau_{0a}(s), \quad (7)$$

$$p_{x0}(s, \theta) = a_0(s)[m(x_{0a}(s), y_{0a}(s), \tau_{0a}(s)) \cos \theta - n(x_{0a}(s), y_{0a}(s), \tau_{0a}(s)) \sin \theta] + p_{x0a}(s), \quad (8)$$

$$p_{y0}(s, \theta) = p_{y0a}(s). \quad (9)$$

Входящие в них функции  $x_{0a}(s)$ ,  $y_{0a}(s)$ ,  $\tau_{0a}(s)$ ,  $p_{x0a}(s)$ ,  $p_{y0a}(s)$  должны быть определены дополнительно. Легко показать, что, как и в одномерной задаче, для этих решений низшего порядка величина  $j$ , определенная уравнением (6), является инвариантом, т. е. не зависит от  $\theta$ :

$$\gamma_0(s, \theta) - p_{z0}(s, \theta) = j_0(s), \quad (10)$$

где

$$\gamma_0(s, \theta) = \sqrt{1 + p_{x0}^2(s, \theta) + p_{y0}^2(s, \theta) + p_{z0}^2(s, \theta)},$$

причем функцию  $j_0(s)$  также предстоит определить из уравнений более высокого порядка. Как следует из (10),

$$p_{z0}(s, \theta) = \frac{p_{x0}^2(s, \theta) + p_{y0}^2(s, \theta) - j_0^2(s) + 1}{2j_0(s)}.$$

Таким образом, релятивистский фактор для электрона и его энергия выражаются как

$$\gamma_0(s, \theta) = \frac{p_{x0}^2(s, \theta) + p_{y0}^2(s, \theta) + j_0^2(s) + 1}{2j_0(s)}, \quad (11)$$

$$E = \gamma_0(s, \theta) - 1.$$

В следующем порядке последнее из уравнений (1) имеет решение

$$\tau_1(s, \theta) = \tau_{1a}(s) - \theta \tau'_{0a}(s).$$

Поскольку порождаемый последним слагаемым этого решения секулярный рост по переменной  $\theta$  приведет к нарушению заложенных в используемые асимптотические ряды предположений, следует положить, что входящая в (7) и не определенная в низшем приближении функция  $\tau_{0a}(s)$  является константой, так что

$$\tau_{0a}(s) = \tau_{0a}, \quad \tau_1(s, \theta) = \tau_{1a}(s).$$

Аналогично слагаемые, пропорциональные  $\theta$ , обнаруживаются в следующем приближении к остальным решениям, и на эти решения должны быть наложены соответствующие условия отсутствия секулярного роста.

Обозначим для краткости:

$$m_0(s) = m(x_{0a}(s), y_{0a}(s), \tau_{0a}), \quad n_0(s) = n(x_{0a}(s), y_{0a}(s), \tau_{0a}),$$

$$m_1(s) = \frac{\partial m(x_{0a}(s), y_{0a}(s), \tau_{0a})}{\partial x}, \quad n_1(s) = \frac{\partial n(x_{0a}(s), y_{0a}(s), \tau_{0a})}{\partial x},$$

$$m_2(s) = \frac{\partial m(x_{0a}(s), y_{0a}(s), \tau_{0a})}{\partial y}, \quad n_2(s) = \frac{\partial n(x_{0a}(s), y_{0a}(s), \tau_{0a})}{\partial y},$$

$$m_3(s) = \frac{\partial m(x_{0a}(s), y_{0a}(s), \tau_{0a})}{\partial \tau}, \quad n_3(s) = \frac{\partial n(x_{0a}(s), y_{0a}(s), \tau_{0a})}{\partial \tau}.$$

Решения первого порядка для поперечных координат электрона и поперечных компонент импульса таковы:

$$x_1(s, \theta) = \frac{a_0(s)[m_0(s) \sin \theta + n_0(s) \cos \theta]}{j_0(s)} + x_{1a}(s) + \left( \frac{p_{x0a}(s)}{j_0(s)} - x'_{0a}(s) \right) \theta, \quad (12)$$

$$y_1(s, \theta) = y_{1a}(s) + \left( \frac{p_{y0a}(s)}{j_0(s)} - y'_{0a}(s) \right) \theta, \quad (13)$$

$$p_{x1}(s, \theta) = \sum_{k=1,2} [\alpha_{x,k}(s) \cos(k\theta) + \beta_{x,k}(s) \sin(k\theta)] + p_{x1a}(s) - \left( p'_{x0a}(s) + \frac{a_0^2(s)[m_0(s)m_1(s) + n_0(s)n_1(s)]}{2j_0(s)} \right) \theta, \quad (14)$$

$$p_{y1}(s, \theta) = \sum_{k=1,2} [\alpha_{y,k}(s) \cos(k\theta) + \beta_{y,k}(s) \sin(k\theta)] + p_{y1a}(s) - \left( p'_{y0a}(s) + \frac{a_0^2(s)[m_0(s)m_2(s) + n_0(s)n_2(s)]}{2j_0(s)} \right) \theta, \quad (15)$$

где коэффициенты, входящие в осциллирующие по  $\theta$  слагаемые, задаются уравнениями

$$\alpha_{x,1}(s) = a_0(s) \times \left( -\frac{n_1(s)p_{x0a}(s)}{j_0(s)} + m_1(s)x_{1a}(s) + m_2(s)y_{1a}(s) + m_3(s)\tau_{1a}(s) \right)$$

$$- a'_0(s) [n_0(s) + n_3(s)\tau_{0a}],$$

$$\alpha_{x,2}(s) = a_0^2(s) \frac{m_0(s)n_1(s) + n_0(s)m_1(s)}{4j_0(s)},$$

$$\beta_{x,1}(s) = -a_0(s) \times \left( \frac{m_1(s)p_{x0a}(s)}{j_0(s)} + n_1(s)x_{1a}(s) + n_2(s)y_{1a}(s) + n_3(s)\tau_{1a}(s) \right) - a'_0(s) [m_0(s) + m_3(s)\tau_{0a}],$$

$$\beta_{x,2}(s) = a_0^2(s) \frac{m_0(s)m_1(s) - n_0(s)n_1(s)}{4j_0(s)},$$

$$\alpha_{y,1}(s) = -a_0(s) \frac{n_2(s)p_{x1a}(s)}{j_0(s)},$$

$$\alpha_{y,2}(s) = -a_0^2(s) \frac{n_0(s)m_2(s) + m_0(s)n_2(s)}{4j_0(s)},$$

$$\beta_{y,1}(s) = -a_0(s) \frac{m_2(s)p_{x1a}(s)}{j_0(s)},$$

$$\beta_{y,2}(s) = a_0^2(s) \frac{n_0(s)n_2(s) - m_0(s)m_2(s)}{4j_0(s)}.$$

Продольная координата электрона во втором порядке имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} \tau_2(s, \theta) = & \sum_{1,2} [\sigma_k(s) \cos(k\theta) + \delta_k(s) \sin(k\theta)] + \tau_{2a}(s) \\ & + \left\{ \frac{2[p_{x0a}^2(s) + p_{y0a}^2(s) + 1] + a_0^2(s)[m_0^2(s) + n_0^2(s)]}{2j_0^2(s)} \right. \\ & \left. - \tau'_{1a}(s) - 1 \right\} \theta, \end{aligned} \tag{16}$$

где коэффициенты, входящие в осциллирующие по  $\theta$  слагаемые, определяются соотношениями

$$\sigma_1(s) = \frac{2a_0(s)n_0(s)p_{x0a}(s)}{j_0^2(s)},$$

$$\sigma_2(s) = \frac{a_0^2(s)n_0(s)m_0(s)}{2j_0^2(s)},$$

$$\delta_1(s) = \frac{2a_0(s)m_0(s)p_{x0a}(s)}{j_0^2(s)},$$

$$\delta_2(s) = \frac{a_0^2(s)[m_0^2(s) - n_0^2(s)]}{2j_0^2(s)}.$$

Продольный импульс электрона выражается следующим образом:

$$\begin{aligned} p_{z1}(s, \theta) = & \frac{p_{x0}(s, \theta)p_{x1}(s, \theta) + p_{y0}(s, \theta)p_{y1}(s, \theta)}{j_0(s)} \tag{17} \\ & + \frac{\gamma_0 \left\{ \Pi(s)j_0(s) + a_0^2(s)[m_1(s) \sin \theta + n_1(s) \cos \theta] \right\} + \theta j'_0(s)}{j_0(s)}. \end{aligned}$$

Нужные для определения поправок первого порядка по  $\epsilon$  функции  $x_{1a}(s)$ ,  $y_{1a}(s)$ ,  $p_{x1a}(s)$ ,  $p_{y1a}(s)$ ,  $\tau_{2a}(s)$  и  $\Pi(s)$  могут быть вычислены на основе последующих приближений, но они не являются необходимыми для определения условий отсутствия секулярности в первом порядке. Данные условия, как следует из уравнений (12)–(17), состоят в том, что

$$p_{x0a}(s) = j_0(s)x'_{0a}(s), \quad p_{y0a}(s) = j_0(s)y'_{0a}(s), \tag{18}$$

$$p'_{x0a}(s) = - \frac{a_0^2(s)[m_0(s)m_1(s) + n_0(s)n_1(s)]}{2j_0(s)}, \tag{19}$$

$$p'_{y0a}(s) = - \frac{a_0^2(s)[m_0(s)m_2(s) + n_0(s)n_2(s)]}{2j_0(s)}, \tag{20}$$

$$j_0(s) = \text{const}, \tag{21}$$

$$\begin{aligned} \tau'_{1a}(s) = & \frac{a_0^2(s)[m_0^2(s) + n_0^2(s)]}{2j_0^2(s)} \\ & + \frac{p_{x0a}^2(s) + p_{y0a}^2(s) + 1 - j_0^2(s)}{j_0^2(s)}. \end{aligned} \tag{22}$$

Уравнениям (19) и (20) можно придать вид

$$p'_{x0a}(s) + \frac{a_0^2(s)}{2j_0} \partial_x W(x_{0a}(s), y_{0a}(s), \tau_{0a}) = 0, \tag{23}$$

$$p'_{y0a}(s) + \frac{a_0^2(s)}{2j_0} \partial_y W(x_{0a}(s), y_{0a}(s), \tau_{0a}) = 0, \tag{24}$$

$$W(x, y, \tau) = \frac{m^2(x, y, \tau) + n^2(x, y, \tau)}{2} = \frac{|u(x, y, \tau)|^2}{2}, \tag{25}$$

и, следовательно, функция  $W_p = (x, y, \tau, s) = a_0^2(s) W(x, y, \tau)$  представляет собой пондеромоторный потенциал электрона в рассматриваемом электромагнитном поле. Продольная компонента импульса при этом вычисляется из уравнения (10). С точностью порядка  $\epsilon$  уравнения (18)–(25) образуют задачу о релятивистской пондеромоторной динамике электрона в поле сфокусированного линейно поляризованного электромагнитного волнового пакета (и формально строгое релятивистское обобщение результата [13]).

Очевидно, что с точки зрения исходных асимптотических рядов величины  $x_{0a}(s)$ ,  $y_{0a}(s)$ ,  $\tau_{1a}(s)$ ,  $p_{x0a}(s)$ ,  $p_{y0a}(s)$  являются координатами и компонентами импульса электрона, усредненными по фазе его осцилляций в электромагнитном поле. Таким образом, уравнения для этих средних величин возникают без дополнительных предположений о характере самих осцилляций и даже без процедуры усреднения как таковой, представляя собой условия отсутствия секулярно растущих слагаемых в первом порядке асимптотики решения исходной задачи по малому параметру  $\epsilon$ .

Условием применимости разработанного приближения является малость параметра  $\epsilon$ , что в терминах радиуса фокального пятна  $w_0$  и длины волны лазерного излучения  $\lambda$  означает  $w_0 \gg \lambda/2\pi$ . Кроме того, пондеромоторное приближение неприменимо непосредственно на оси распространения лазерного импульса (на этой оси якобиан используемого ниже перехода в цилиндрические координаты обращается в ноль, а соотношение, определяющее связь энергии электрона и угла его движения по отношению к оси распространения импульса, дает расходимость). Однако уже на расстояниях от оси распространения оптического поля, имеющих порядок малого параметра, пондеромоторное приближение дает приемлемые результаты.

Уравнения (23)–(25) выведены в рамках достаточно общей формулировки задачи о движении электрона под действием распространяющегося в вакууме линейно поляризованного релятивистски интенсивного электромагнитного поля. Ряд моделей пондеромоторной динамики из предыдущих работ может быть получен из представленной выше модели в качестве частных случаев при введении дополнительных исходных предположений либо обнаруживает структурное сходство с ней. Поскольку в нерелятивистском случае  $\gamma = 1$ , введенную выше переменную  $s = \epsilon\theta$  при описании нерелятивистской динамики

можно, следуя логике работы [18], отождествить с временем при условии отсутствия существенной продольной составляющей в динамике электрона. В [13] предполагалось, что поле не имеет пространственно-временной огибающей и испытывает быстрые осцилляции по времени, но не по пространственной переменной, что оправдывало в данном случае предположение о малости продольного смещения электрона. Полагая  $s \approx t$  и  $a_0(s) \equiv 1$ , из уравнений (23)–(25) нетрудно далее получить классическую задачу, сформулированную в работе [13]. В [19] структурно близкая к уравнениям (23)–(25) задача о пондеромоторной динамике электрона в осциллирующем поле была получена в математически более простом, но сравнительно трудно реализуемом в релятивистском диапазоне интенсивностей случае циркулярной поляризации электромагнитного излучения, но вопрос о наличии адиабатического инварианта у этой задачи и о его роли в определении продольной составляющей импульса электрона в этом исследовании не рассматривался. В [17] результат для линейной поляризации получен усреднением по лабораторному времени без выяснения границ применимости данного подхода и только для электромагнитного поля умеренной интенсивности.

### 3. Уравнения пондеромоторной динамики в цилиндрических координатах

Рассмотрим уравнения (18)–(21) в цилиндрических координатах, положив  $x_{0a}(s) = r(s)\cos[\varphi(s)]$ ,  $y_{0a}(s) = r(s)\sin[\varphi(s)]$ ,  $p_{x0a}(s) = \rho(s)\cos[\psi(s)]$ ,  $p_{y0a}(s) = \rho(s)\sin[\psi(s)]$ . Здесь функции  $\varphi(s)$  и  $\psi(s)$  играют роль азимутальных углов в пространствах координат и импульсов в рамках данного описания движения электрона. Далее пусть  $\delta\psi(s) = \varphi(s) - \psi(s)$  и  $W(x, y, \tau) = c(r^2, \varphi, \tau_{0a})$ .

Уравнения (18)–(21) переходят в следующую систему:

$$r'(s) = \frac{\rho(s)\cos[\delta\psi(s)]}{j_0}, \quad (26)$$

$$\rho'(s) = -\frac{a_0^2(s)}{4j_0 r(s)} \sin[\delta\psi(s)] \partial_\varphi c(r^2(s), \varphi(s), \tau_{0a}) - 2 \cos[\delta\psi(s)] r^2(s) \frac{\partial c(r^2(s), \varphi(s), \tau_{0a})}{\partial r^2}, \quad (27)$$

$$\varphi'(s) = -\frac{\sin[\delta\psi(s)]\rho(s)}{j_0 r(s)}, \quad (28)$$

$$\psi'(s) = -\frac{a_0^2(s)}{4j_0 r(s)\rho(s)} \left\{ \cos[\delta\psi(s)] \frac{\partial c(r^2(s), \varphi(s), \tau_{0a})}{\partial \varphi} + 2 \sin[\delta\psi(s)] r^2(s) \frac{\partial c(r^2(s), \varphi(s), \tau_{0a})}{\partial \tau^2} \right\}. \quad (29)$$

С учетом уравнения (10), связывающего продольные и поперечные компоненты импульса, соответствующий угол между направлениями движения электрона и распространения поля, а также энергия электрона после взаимодействия выражаются через величину  $\rho$  после взаимодействия, которая ниже обозначена как  $\rho_f$ , при помощи следующих соотношений:

$$\Xi = \arctan \frac{2j_0 \rho_f}{1 + \rho_f^2 - j_0^2},$$

$$E = \frac{\rho_f^2 + (j_0 - 1)^2}{2j_0}.$$

В случае осесимметричного распределения амплитуды поля данные уравнения можно свести к задаче для трех неизвестных. Пусть  $c(r^2, \varphi, \tau_{0a}) = c_0(r^2, \tau_{0a})$ . Тогда после вычитания уравнения (28) из уравнения (29) задача приобретает более компактную форму и к уравнению (26) вместо (27)–(29) добавляются следующие уравнения:

$$\rho'(s) = -\frac{a_0^2(s)r(s)\cos[\delta\psi(s)] \frac{\partial c_0(r^2(s), \tau_{0a})}{\partial r^2}}{2j_0}, \quad (30)$$

$$\delta\psi'(s) = -\frac{\sin[\delta\psi(s)] \left[ a_0^2(s)r^2(s) \frac{\partial c_0(r^2(s), \tau_{0a})}{\partial r^2} - 2\rho^2(s) \right]}{2j_0 r(s)\rho(s)}. \quad (31)$$

В частности, для гауссова импульса

$$c_0(r^2, \tau_{0a}) = \frac{\exp[-2r^2/(\tau_{0a}^2 + 1)]}{\tau_{0a}^2 + 1}.$$

Приведенные ниже расчеты выполнены для временно-го профиля электромагнитного пакета, определяемого как  $a_0(s) = q \exp[-(s-d)^2/\sigma^2]$ , где  $q$  – максимум амплитуды поля,  $\sigma$  – длительность импульса,  $d$  – расстояние от точки, в которой достигается максимум поля, до электрона в начальный момент времени.

Большинство расчетов, представленных в настоящей работе, выполнено при  $q = 33$ ,  $\sigma = 4$ . При длине волны  $\lambda = 800$  нм и, в частности, при  $\epsilon = 0.1$  это приблизительно соответствует импульсу лазерного излучения с фокальным пятном диаметром 1.3 мкм, длительностью 17 фс и интенсивностью  $2.3 \times 10^{21}$  Вт/см<sup>2</sup>.

В настоящей работе более компактная модель, представленная уравнениями (26), (30) и (31), используется для исследования индивидуальной пондеромоторной динамики электрона и пондеромоторного разлета электронного ансамбля под действием интенсивного линейно поляризованного лазерного излучения, т.к. в рамках этой модели, как будет показано далее, естественным образом осуществляется осреднение по случайным начальным направлениям импульсов заряженных частиц. Вместе с тем, в качестве исходной иллюстрации на рис.1 приведены два примера решения нередуцированной задачи (26)–(29) о наборе энергии электроном при взаимодействии с релятивистски интенсивным волновым пакетом, проясняющие ее связь с задачей (26), (30) и (31). В данных расчетах начальные условия для азимутальных углов  $\varphi$  и  $\psi$  различны, но подобраны таким образом, чтобы начальное значение  $\delta\psi$  в обоих случаях было одинаковым. Начальными условиями для  $\rho$  служат малые случайные величины (почти покоящийся электрон). Очевидно, решения для  $\varphi$  и  $\psi$  быстро сближаются, причем для рассматриваемых начальных условий величина  $\varphi$  меняется мало, а  $\psi$  – значительно, что объясняется наличием малого знаменателя в правой части уравнения (29) на начальной стадии процесса из-за малости начального значения  $\rho$ . При этом, в итоге, вытеснение электрона из фокального пятна происходит в направлении, характеризующемся общим для обоих азимутальных углов финальным значением (в пред-

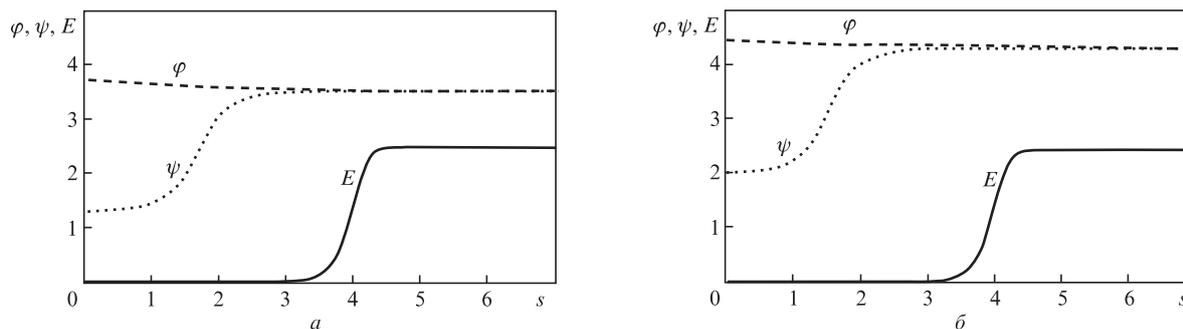


Рис.1. Релятивистская пондеромоторная динамика электрона в цилиндрических координатах: энергия электрона  $E$ , азимут координаты  $\varphi$ , азимут импульса  $\psi$ . Параметры оптического поля: гауссов импульс,  $q = 33, s = 4, \epsilon = 0.1, d = 10$  (взаимодействие с удаленной мишенью). Здесь и на рис.2–4 начальные значения компонент импульса электрона – случайные величины в пределах 0.1% релятивистского порога (величина адиабатического инварианта в расчетах флуктуирует соответственно). Начальные условия:  $\rho(0) = 0.1; \varphi(0) = 3.7, \psi(0) = 1.3$  (а);  $\varphi(0) = 4.4, \psi(0) = 2.0$  (б). Представлены расчеты при  $\tau_{0a} = 0$  (фокальная плоскость). Переменная  $s$  – собственное время электрона, разность  $\delta\psi(0) = \varphi(0) - \psi(0)$  в обоих случаях одинакова и кривые набора энергии электроном идентичны.

ставленном на рис.1 случае практически совпадающим с азимутом начального положения электрона), и под определенным выше углом  $\Xi$  к оси распространения оптического поля.

Как видно на рис.1, кривые набора энергии электронами в случаях  $a$  и  $b$  идентичны, что согласуется с тем фактом, что в выведенную из уравнений (26)–(29) редуцированную задачу переменные  $\varphi$  и  $\psi$  входят не по отдельности, а только через комбинацию  $\delta\psi$ , а данная величина имеет в обоих случаях одно и то же значение. Таким образом, любое решение уравнений (26), (30) и (31) позволяет определить параметры пондеромоторной динамики для континуума соответствующих решений исходной задачи (26)–(28).

#### 4. Динамика электронов в релятивистски интенсивном оптическом поле с осесимметричным распределением интенсивности: траектории, диаграммы направленности и энергетические спектры

При решении задачи о рассеянии ансамбля электронов релятивистски интенсивным лазерным импульсом естественно предполагать, что до начала взаимодействия шумовые импульсы заряженных частиц распределены изотропно. С точки зрения представленной выше модели это означает, что для любого значения азимутального угла  $\varphi$  на плоскости поперечных координат найдутся частицы со всевозможными начальными значениями азимутального угла  $\psi$  в пространстве поперечных компонент импульса электрона в диапазоне  $0 - 2\pi$ . При этом и величина  $\delta\psi$  также окажется равномерно распределенной по интервалу  $0 - 2\pi$  для каждого значения  $\varphi$ . На основании данного обстоятельства можно заключить, что расчеты при использовании уравнений (26), (30), (31) следует провести для полного диапазона значений разности углов  $\delta\psi$ , а рассеяние ансамбля электронов лазерным импульсом с осесимметричным распределением интенсивности является однородным по азимутальному углу.

Следует отметить, что в рассматриваемом случае равномерность распределения электронов по азимутальному углу имеет место несмотря на то, что осесимметрично только распределение интенсивности поля в низшем приближении, а электромагнитное излучение линейно поляризовано и, следовательно, в задаче имеется выделенное

азимутальное направление. Объяснение данной парадигмы состоит в том, что угол вылета отдельного электрона из фокального пятна зависит от разности  $\delta\psi$ , а эта величина, в свою очередь, имеет случайный характер и для различных электронов рассеиваемого ансамбля принимает всевозможные значения, тем самым фактически отвечая за осевую симметрию картины рассеяния электронного ансамбля.

Можно ожидать, что аналогичная симметрия обнаружится и в случае рассеяния ансамбля электронов циркулярно поляризованным полем, для которого выделенное азимутальное направление отсутствует. Полное исследование этого вопроса, однако, потребовало бы последовательной реализации описанного выше асимптотического алгоритма применительно к иным условиям, что является самостоятельной задачей и не представляется целесообразным, т. к. способы генерации циркулярно поляризованного излучения релятивистской интенсивности отсутствуют.

Ряд численных решений уравнений (26), (30), (31) для случая гауссова импульса получен в настоящей работе с помощью имплементированного в стандартном пакете компьютерной алгебры метода Рунге–Кутты с адаптивным шагом и пошаговым контролем точности. Начальные условия для электронов в приводимых расчетах задаются такими, чтобы частицы исходно обладали случайными импульсами малой величины (в пределах 0.1% релятивистского порога, понимаемого как  $\rho = 1$ , что в терминах ненормированных величин соответствует импульсу электрона, равному  $mc$ ). Это, в свою очередь, для каждого электрона приводит к малым отклонениям адиабатического инварианта  $j_0$  от единицы. Два репрезентативных расчета траекторий релятивистской пондеромоторной динамики, выполненных на основе уравнений (26)–(28), представлены на рис.2 и 3 (параметры лазерного импульса перечислены в подписях к рисункам, расчеты приведены для электронов, изначально расположенных в фокальной плоскости, начальные расстояния от электронов до оси симметрии распределения интенсивности оптического поля указаны непосредственно на рисунках). В случае, иллюстрацией которого служит рис.2, имеет место рассеяние электронного ансамбля набегающим на него с большого расстояния лазерным импульсом. При этом разлет электронов происходит под действием фронта импульса, где интенсивность принимает умеренные значения, чем объясняется также уме-

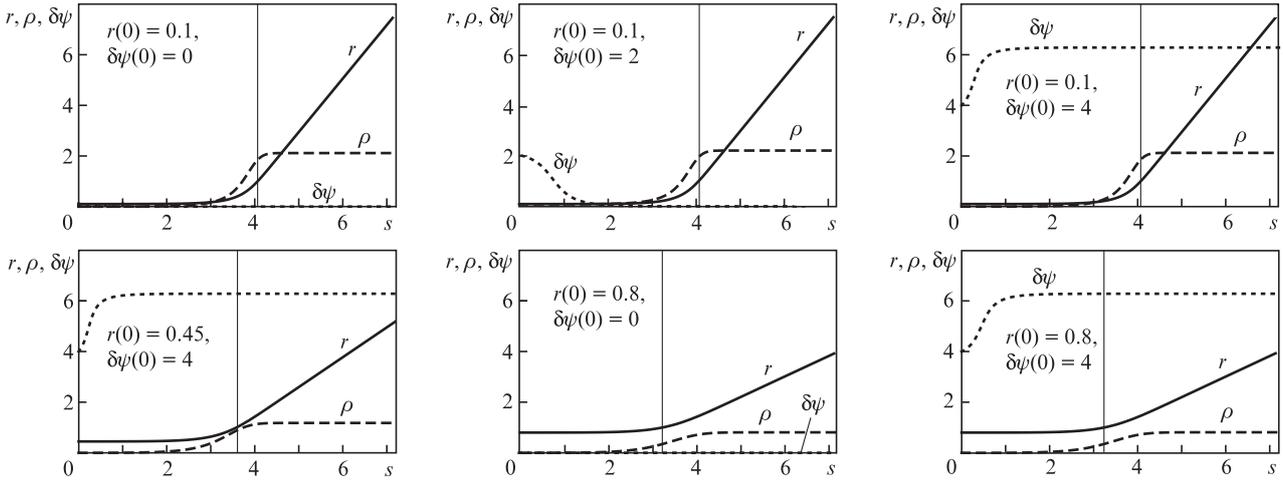


Рис.2. Релятивистская пондеромоторная динамика электрона в цилиндрических координатах: радиальная координата  $r$ , радиальная составляющая импульса  $\rho$ , разность азимутальных углов координаты и импульса  $\delta\psi$ . Параметры оптического поля: гауссов импульс,  $q = 33$ ,  $s = 4$ ,  $\epsilon = 0.1$ ,  $d = 10$  (взаимодействие с удаленной мишенью). Представлены расчёты при  $\tau_{0a} = 0$  (фокальная плоскость) и указанных на рисунках различных начальных положений электрона. Вертикальными линиями здесь и на рис.3 обозначены моменты выхода электрона за пределы фокального пятна.

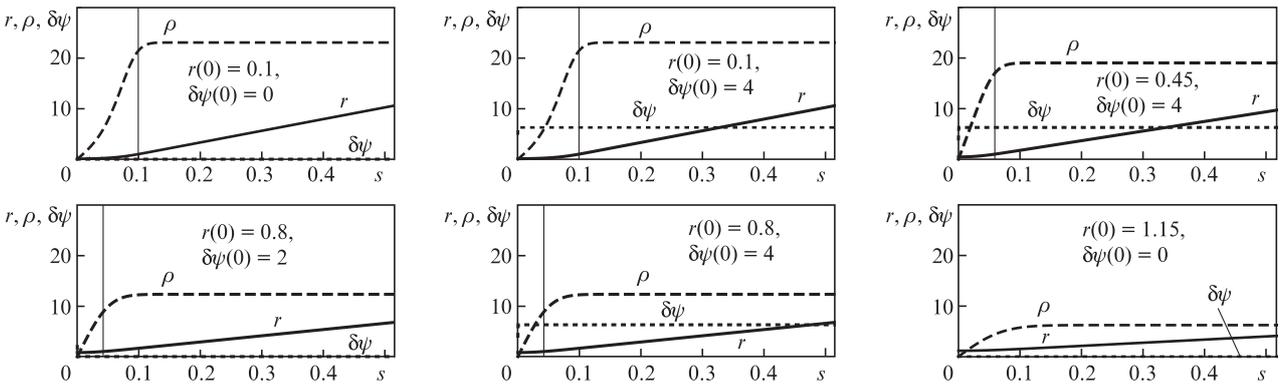


Рис.3. Релятивистская пондеромоторная динамика электрона в цилиндрических координатах: радиальная координата  $r$ , радиальная составляющая импульса  $\rho$ , разность азимутальных углов координаты и импульса  $\delta\psi$ . Параметры оптического поля: гауссов импульс,  $q = 33$ ,  $s = 4$ ,  $\epsilon = 0.1$ ,  $d = 0$  (взаимодействие в условиях самоинжекции).

ренный, несмотря на существенно релятивистскую интенсивность лазерного излучения, диапазон энергий вылета электронов из фокального пятна (данный эффект обнаруживался и в ходе прямого численного моделирования рассеяния электронов лазерными импульсами, и в экспериментах [12, 25]). В случае, отображенном на рис.3, электроны изначально размещены внутри области сильного лазерного поля, как это имело бы место в ситуации ионизационной самоинжекции [26, 27] (в настоящей работе не предпринимается попытка самосогласованным образом включить ионизацию в модель рассеяния ансамбля электронов). В условиях, которым соответствует рис.3, электроны рассеиваются центральной частью временной развертки лазерного импульса и, ускоряемые полем высокой интенсивности, разлетаются с существенно релятивистскими энергиями. Как видно на рис.2 и 3, разность углов  $\delta\psi$  быстро становится равной нулю или кратной  $2\pi$  по мере того, как электрон набирает кинетическую энергию. В конечном итоге захват электрона полем прекращается, когда он достигает границы фокального пятна, которая, как также видно на рис.2 и 3, практически точно определяется соотношением  $r(s)/\sqrt{1 + \tau^2} = 1$ .

На рис.4 для двух случаев, представленных на рис.2, приведены усредненная продольная компонента импульса и продольное смещение электрона для двух случаев пондеромоторной динамики в релятивистски интенсивном электромагнитном поле. Как следует из рисунка, пондеромоторная динамика электрона в релятивистски интенсивном поле сопровождается значительным ростом продольной компоненты его импульса и существенным смещением по оси распространения поля. Более того, зависимости для усредненной продольной компоненты импульса практически идентичны зависимостям для амплитуды поперечного импульса  $\rho$ , представленным для соответствующих случаев на рис.2, что непосредственно следует из уравнения для продольной компоненты импульса при  $j_0 \approx 1$ , т.е. для изначально почти покоящегося электрона.

На рис.5 представлены результаты расчетов набора энергии электроном под действием оптических волновых пакетов различной длительности, в частности для волнового пакета с продольным размером меньше фокального пятна. Характер динамики в целом при этом остается таким же, как и на рис.1, хотя коротким импульсам соответствуют существенно более высокие выходные энергии

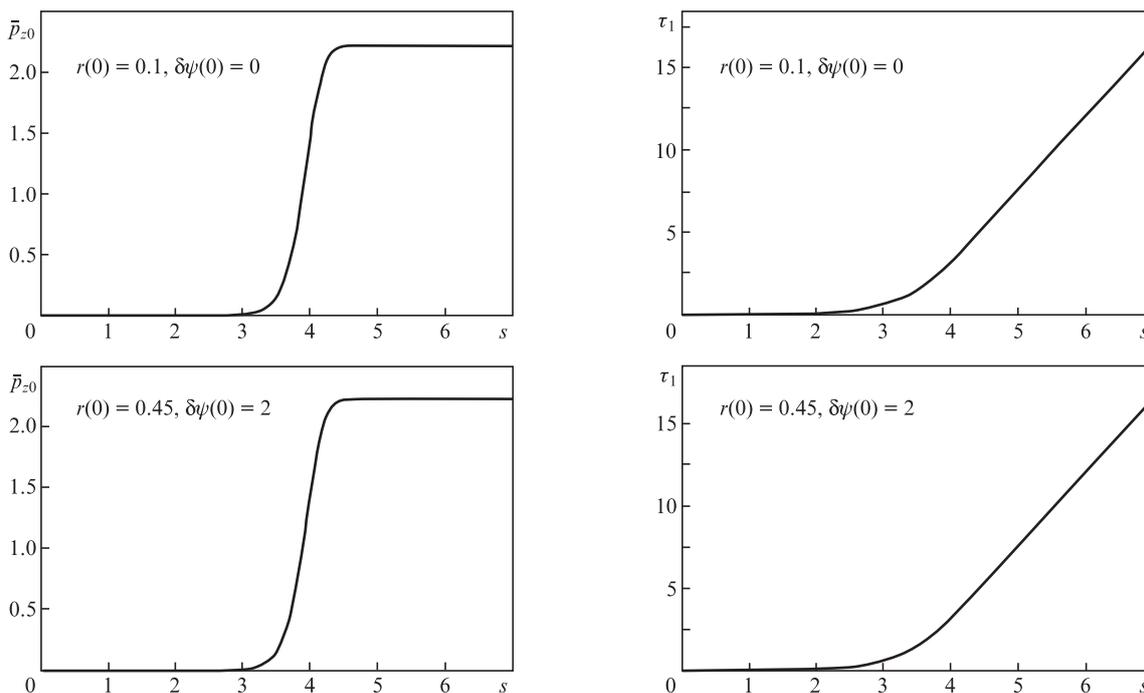


Рис.4. Усредненная продольная компонента импульса и продольное смещение электрона для двух случаев пондеромоторной динамики в релятивистски интенсивном электромагнитном поле. Параметры оптического поля: гауссов импульс,  $q = 33, s = 4, \epsilon = 0.1, d = 10$  (взаимодействие с удаленной мишенью). Начальные условия указаны на рисунках.

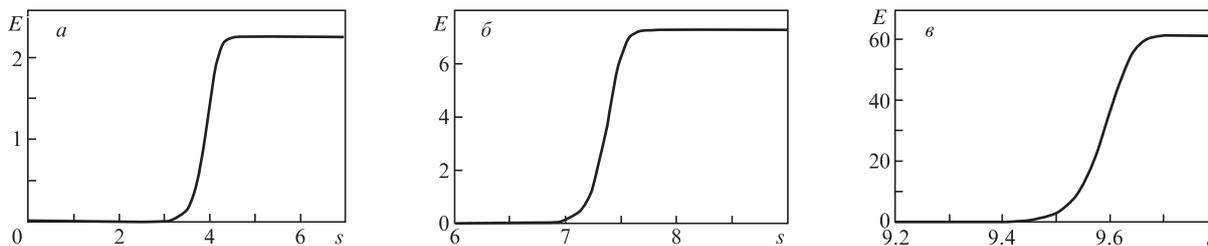


Рис.5. Набор энергии электроном в процессе пондеромоторной динамики при взаимодействии с лазерными импульсами различной длительности:  $\sigma = 4$  (а),  $2$  (б) и  $0.5$  (в). Прочие параметры расчетов:  $q = 33, \epsilon = 0.03, d = 10, \tau_{0a} = 0, r(0) = 0.1, \delta\psi(0) = 2$ .

электронов. Следует отметить, однако, что предложенный в настоящей работе асимптотический алгоритм неприменим для описания импульсов с длительностью порядка или меньше оптического цикла и индуцируемой ими динамики заряженных частиц, а данная тема требует самостоятельного исследования.

Пусть  $\Xi$  – угол вылета освободившегося электрона по отношению к оси распространения лазерного импульса. Как следует из уравнений (6), (11), данный угол и остаточная энергия электрона  $E$  подчиняются соотношению

$$\Xi = \arctan \frac{\rho}{p_{z0}} = \arctan \frac{\sqrt{2j_0 E - (j_0 - 1)^2}}{E - (j_0 - 1)}, \tag{32}$$

что позволяет определить  $\Xi$  по соответствующим решениям уравнений (26)–(28) либо задачи (26), (30), (31) с использованием уравнения (11). При этом, как отмечалось выше, при каждом значении  $\Xi$  рассеянные полем электроны с соответствующей этому углу концентрацией равномерно распределяются по азимутальному углу.

Построенная теория пондеромоторной динамики была применена для моделирования рассеяния релятивистски интенсивным лазерным импульсом электронно-

го ансамбля, плотность которого достаточно мала, чтобы пренебречь кулоновскими взаимодействиями между зарядами. Как показывают оценки [28], описание данной ситуации на основе отдельных уравнений Ньютона для электронов допустимо при концентрациях электронов порядка  $10^{16} \text{ см}^{-3}$  и менее (уже при концентрациях порядка  $10^{17} \text{ см}^{-3}$  в игру вступают обусловленные кулоновским взаимодействием коллективные эффекты, однако при этом требуется не учет кулоновских поправок, а гидродинамическое или кинетическое описание системы поле–плазма, причем электроны ускоряются кильватерными волнами [29]). При условии достаточно низкой концентрации электронов допустимо считать, что реальное число частиц пропорционально плотности мишени в модельных расчетах. В рамках данной работы в каждом расчете фигурировало 5000 частиц. На рис.6 представлена диаграмма направленности разлета электронов по углу относительно направления распространения поля при тех же параметрах лазерного излучения, для которых построены траектории на рис.2. В изображенной полярной системе координат отмеченные полярные углы соответствуют границам диапазонов углов вылета электронов из фокального пятна по отношению к направлению распространения лазерного импульса, а расстояние от начала

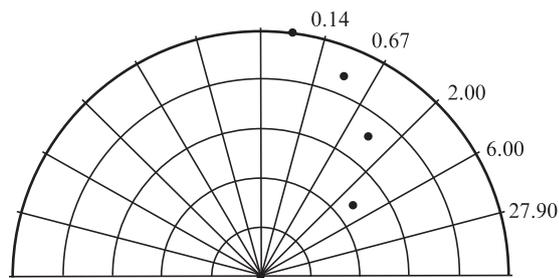


Рис.6. Диаграмма направленности рассеяния электронов по углу  $\Xi$  относительно оси распространения релятивистски интенсивного лазерного импульса с теми же параметрами, что и на рис.2 (взаимодействие с удаленной мишенью). Радиальные координаты приведенных точек соответствуют нормированным числам электронов, угловые секторы – диапазонам  $\Xi$ , а на шкале углов приведены энергетические эквиваленты величин углов в единицах  $mc^2$ , вычисленные согласно уравнению (32) при  $j_0 = 1$ . При каждом значении  $\Xi$  рассеянные полем электроны равномерно распределяются по азимутальному углу  $\psi$ , т.е. вокруг оси распространения. При  $\lambda = 800$  нм параметры расчета соответствуют, в частности, импульсу лазерного излучения с фокальным пятном диаметром 1.3 мкм, длительностью 17 фс и интенсивностью  $2.3 \times 10^{21}$  Вт/см<sup>2</sup>.

отсчета пропорционально числу частиц в данном угловом диапазоне. Углы выражены в единицах энергии, в которые они пересчитаны согласно приведенному выше выражению (32) для  $\Xi$ . По азимуту рассеяние является равномерным. Диапазоны углов подобраны такими, чтобы в наибольшей степени выявить структуру распределения электронов. Из числовых данных отфильтрован субпондеромоторный шум, т.е. энергии на уровне точности реализованного в разд.2 асимптотического метода. Изначально расположенные близко к оси распространения поля электроны рассеиваются со сравнительно большими энергиями и, соответственно, согласно соотношению (32), в малые углы. Электроны, находящиеся сравнительно далеко от оси, в больших количествах рассеиваются в большие углы. На рис.7 для того же случая построены энергетические спектры рассеяния электронов в охватывающие сильно релятивистский диапазон энергий углы  $0.59 < \Xi < 0.67$  и  $0.67 < \Xi < 0.79$  (при данных параметрах лазерного импульса в условиях взаимодействия с удаленной мишенью очень маленькие углы рассеяния электронов недостижимы). Аналогично, для параметров лазерного излучения, соответствующих траекториям на рис.3, диаграмма направленности разлета ансамбля электронов со шкалой в единицах энергии и энергетические спектры,

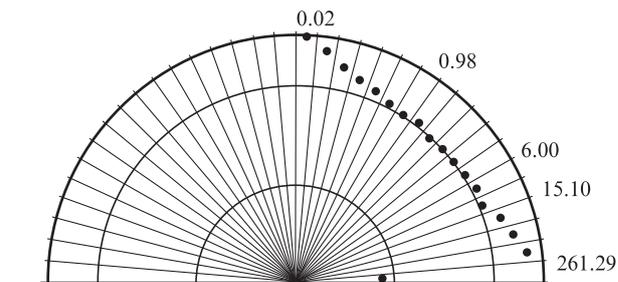
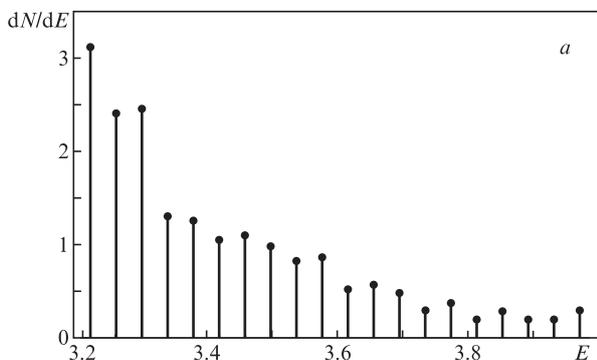


Рис.8. Диаграмма направленности рассеяния электронов по углу  $\Xi$  относительно оси распространения релятивистски интенсивного лазерного импульса с теми же параметрами, что и на рис.3 (взаимодействие в условиях самоинжекции) Радиальные координаты приведенных точек соответствуют нормированным числам электронов, угловые секторы – диапазонам  $\Xi$ , а на шкале углов приведены энергетические эквиваленты величин углов относительно оси распространения лазерного импульса (в единицах  $mc^2$ ), вычисленные согласно уравнению (32) при  $j_0 = 1$ . При каждом значении  $\Xi$  рассеянные полем электроны равномерно распределяются по азимутальному углу  $\psi$ , т.е. вокруг оси распространения. При длине волны  $\lambda = 800$  нм параметры расчета соответствуют, в частности, импульсу лазерного излучения с диаметром фокального пятна 1.3 мкм, длительностью 17 фс и интенсивностью  $2.3 \times 10^{21}$  Вт/см<sup>2</sup>.

соответствующие углам  $0.08 < \Xi < 0.1$  и  $0.45 < \Xi < 0.63$ , представлены на рис.8 и 9. Диапазоны энергий на рис.7 и 9 соответствуют разбросу энергий электронов, попадающих в рассматриваемые угловые диапазоны.

### 5. Заключение

На основе строгого асимптотического решения уравнений для электромагнитного излучения в вакууме и уравнения движения электрона в распространяющемся поле построено описание пондеромоторной динамики электрона под действием сфокусированного релятивистски интенсивного лазерного импульса. Параметр для асимптотического разложения пропорционален отношению длины волны излучения к радиусу его фокального пятна.

Электромагнитное поле в вакууме представлено выражениями, включающими в себя основное состояние, которое соответствует сфокусированному волновому пакету, а также обусловленные конечностью длительности импульса поправки по малому параметру к поперечной компоненте поля и поправки в виде продольной компоненты поля. Приближенные решения релятивистского

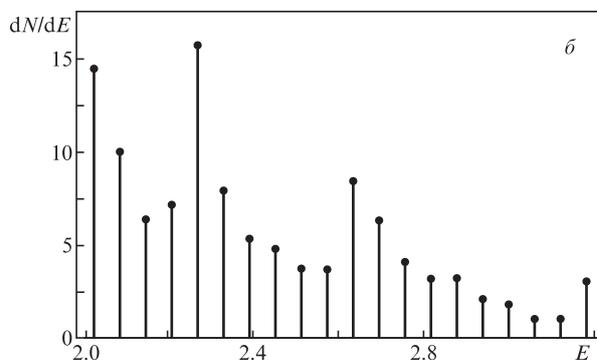


Рис.7. Энергетические спектры электронов, рассеянных в отдельные диапазоны углов относительно оси распространения релятивистски интенсивного лазерного импульса с параметрами, соответствующими рис.2 (взаимодействие с удаленной мишенью):  $0.59 < \Xi < 0.67$  (а),  $0.67 < \Xi < 0.79$  (б). При каждом значении  $\Xi$  картина спектров рассеяния одинакова при всех значениях азимутального угла  $\psi$ . При  $\lambda = 800$  нм параметры расчета соответствуют, в частности, импульсу лазерного излучения с фокальным пятном диаметром 1.3 мкм, длительностью 17 фс и интенсивностью  $2.3 \times 10^{21}$  Вт/см<sup>2</sup>.

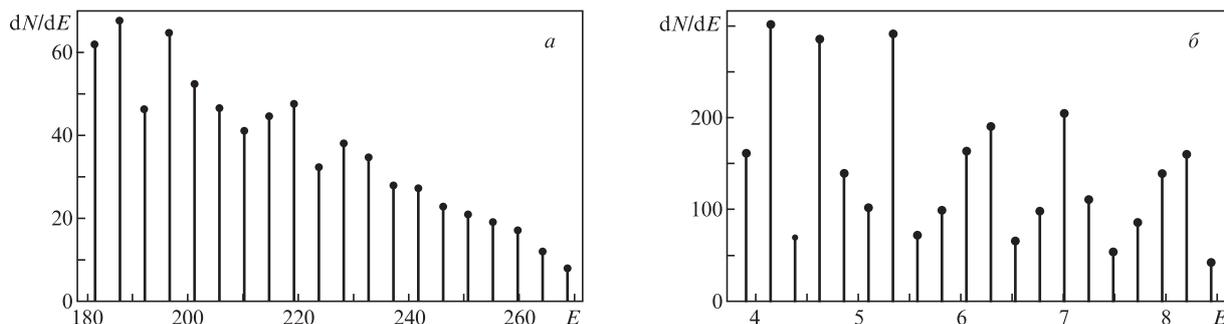


Рис.9. Энергетические спектры электронов, рассеянных в отдельные диапазоны углов, относительно оси распространения релятивистски интенсивного лазерного импульса с параметрами, соответствующими рис.3 (взаимодействие в условиях самоинжекции):  $0.08 < \Xi < 0.1$  (а),  $0.45 < \Xi < 0.63$  (б). При каждом значении  $\Xi$  одинаковая картина спектров рассеяния имеет место при всех значениях азимутального угла  $\psi$ . При  $\lambda = 800$  нм параметры расчета соответствуют, в частности, импульсу лазерного излучения с фокальным пятном диаметром 1.3 мкм, длительностью 17 фс и интенсивностью  $2.3 \times 10^{21}$  Вт/см<sup>2</sup>.

уравнения Ньютона получены как функции собственного времени электрона с помощью метода Крылова–Боголюбова, который приводит к усредненным по фазе осцилляций электрона уравнениям движения и позволяет выявить соответствующий уравнениям исходной задачи адиабатический инвариант. Этот инвариант задает, в частности, связь между приобретаемой в результате взаимодействия с полем энергией электрона и углом его вылета из фокальной области по отношению к оси распространения лазерного импульса.

В случае рассеяния ансамбля электронов оптическим полем с осесимметричным распределением амплитуды уравнения релятивистской пондеромоторной динамики упрощаются в результате их усреднения по начальным направлениям импульсов электронов.

Изложенная теория использована для построения усредненных индивидуальных траекторий электронов в релятивистски интенсивном оптическом поле с гауссовым поперечным распределением интенсивности, а также диаграмм направленности и энергетических спектров рассеяния ансамбля электронов лазерным излучением.

Работа выполнена при частичной поддержке программы Президиума РАН № 6 «Экстремальные световые поля и их взаимодействие с веществом» (Проект 4.6).

1. Mourou G.A., Tajima T., Bulanov S.V. *Rev. Mod. Phys.*, **78**, 309 (2006).
2. Wang J.X., Ho Y.K., Kong Q., Zhu L.J., Feng L., Scheid S., Hora H. *Phys. Rev. E*, **58**, 6575 (1998).
3. Kong Q., Ho Y.K., Wang J.X., Wang P.X., Feng L., Yuan Z.S. *Phys. Rev. E*, **61**, 1981 (2000).
4. Wang P.X., Ho Y.K., Yuan X.Q., Kong Q., Cao N., Sessler A.M., Esarey E., Nishida Y. *Appl. Phys. Lett.*, **78**, 2253 (2001).
5. Cao N., Ho Y.K., Wang P.X., Pang J., Kong Q., Shao L., Wang Q.S. *J. Appl. Phys.*, **92**, 5581 (2002).

6. Pang J., Ho Y.K., Yuan X.Q., Cao N., Kong Q., Wang P.X., Shao L., Esarey E.H., Sessler A.M. *Phys. Rev. E*, **66**, 066501 (2002).
7. Salamin Y.I., Mocken G.R., Keitel C.H. *Phys. Rev. E*, *ST – Accel. Beams*, **5**, 101301 (2002).
8. Galkin A.L., Kalashnikov M.P., Klinkov V.K., Korobkin V.V., Romanovsky M.Yu., Shiryayev O.B. *Phys. Plasmas*, **17**, 053105 (2010).
9. Lax M., Louissel W.H., McKnight W.B. *Phys. Rev. A*, **11**, 1365 (1975).
10. Quesnel B., Mora P. *Phys. Rev. E*, **58**, 3719 (1998).
11. Милантьев В.П., Карнилович С.П., Шаар Я.Н. *Квантовая электроника*, **45** (11), 1063 (2015) [*Quantum Electron.*, **45** (11), 1063 (2015)].
12. Shiryayev O.B. *Las. Part. Beams*, **35**, 64 (2017).
13. Гапонов А.В., Миллер М.А. *ЖЭТФ*, **34** (2), 242 (1958).
14. Kibble T.W.B. *Phys. Rev.*, **150**, 1060 (1966).
15. Таранухин В.Д. *ЖЭТФ*, **117** (3), 511 (2000).
16. Серов А.В. *ЖЭТФ*, **119**, 27 (2001) [*JETP*, **92**, 20 (2001)].
17. Милантьев В.П., Кастильо А.Х. *ЖЭТФ*, **143** (4), 642 (2013) [*JETP*, **116**, 558 (2013)].
18. Токман М.Д. *Физика плазмы*, **25** (2), 160 (1999) [*Plasma Phys. Rep.*, **25** (2), 140 (1999)].
19. Нарожный Н.Б., Фофанов М.С. *ЖЭТФ*, **117** (5), 867 (2000) [*JETP*, **90**, 753 (200)].
20. Dodin I.Y., Fisch N.J., Fraiman G.M. *Письма в ЖЭТФ*, **78** (4) 238 (2003).
21. Dodin I.Y., Fisch N.J. *Phys. Rev. E*, **68**, 056402 (2003).
22. Hartemann F.V., Van Meter J.R., Troha A.L., Landahl E.C., Luhmann N.C., Jr., et al. *Phys. Rev. E*, **58**, 5001 (1998).
23. Galkin A.L., Korobkin V.V., Romanovskiy M.Yu., Trofimov V.A., Shiryayev O.B. *Phys. Plasmas*, **19**, 073102 (2012).
24. Korobkin V.V., Romanovskiy M.Yu., Trofimov V.A., Shiryayev O.B. *Las. Part. Beams*, **31**, 23 (2013).
25. Kalashnikov M., Andreev A., Ivanov K., Galkin A., Korobkin V., Romanovsky M., Shiryayev O., Schnuerer M., Braenzel J., Trofimov V. *Las. Part. Beams*, **33**, 361 (2015).
26. Hu S.X., Starace Anthony F. *Phys. Rev. Lett.*, **88**, 245003 (2002).
27. Hu S.X., Starace Anthony F. *Phys. Rev. E*, **73**, 066502 (2006).
28. Galkin A.L., Egorov V.A., Kalashnikov M.P., Korobkin V.V., Romanovsky M.Yu., Shiryayev O.B., Trofimov V.A. *Contrib. Plasma Phys.*, **49**, 544 (2009).
29. Wang Xiaoming et al. *Nature Commun.*, **4**, Article number: 1988 (2013).