

Когерентное сложение оптических пучков диодных излучателей в системе задающий генератор – зигзагообразный усилитель мощности

А.П.Богатов, А.Е.Дракин, Г.Т.Микаелян

Рассмотрен интегральный зигзагообразный диодный оптический усилитель, каждый сегмент (зигзаг) которого состоит из трех секций. Проанализирована работа такого усилителя и показано, что наличие трех секций с независимыми токами накачки позволяет выполнять когерентное сложение всех выходных пучков усилителя. При этом первые две секции играют роль фазовращателя, а третья – усилителя мощности. Рассмотрено влияние флуктуаций фазы выходного излучения в каждом сегменте на результирующую яркость суммарного выходного пучка всего усилителя.

Ключевые слова: диодный оптический усилитель, когерентное сложение пучков.

1. Введение

Диодный лазер является одним из наиболее распространенных типов лазеров, используемых на практике в настоящее время. Высокая наукоемкость таких лазеров позволяет постоянно совершенствовать их за счет привлечения новых технологий. Наиболее актуальные исследования таких лазеров направлены, в основном, на увеличение выходной мощности. Именно по этому параметру диодные лазеры могут уступать и уступают лазерам других типов. Среди исследований в этом направлении особенно привлекательными выглядят работы по когерентному сложению пучков отдельных диодных излучателей. В частности, наиболее удобным методом создания множества взаимно когерентных пучков является использование систем усилителей, на входы которых поступает излучение от одного задающего генератора.

Система задающий генератор–усилитель мощности на одной оптической оси (в англоязычной литературе – МОРА) для диодного лазера известна, в том числе, и в интегральном исполнении (см., напр., [1–5]). В настоящей работе рассматривается усилитель, оптическая ось которого имеет зигзагообразную форму. Сама система представляет собой задающий одночастотный генератор и множество следующих друг за другом усилителей с пространственно распределенным выходом усиливаемого взаимно когерентного излучения на каждом изломе оптической оси.

Нужно отметить, что интерферометрические устройства с зигзагообразным прохождением лучей между двумя отражающими плоскостями давно и хорошо известны в оптике (например, классический вариант в виде пластинки Люмера–Герке [6]). Известно также использование

такой схемы для оптического усилителя, например в работах по зигзагообразному усилителю на неодимовом стекле [7]. Однако в этом варианте усилителя зигзагообразное прохождение луча использовано не для распределенного вывода излучения, а для компенсации регулярной пространственной неоднородности в поперечном сечении усилителя. Угол излома оптической оси в зигзаге превышал двойной угол полного внутреннего отражения. Вариант резонатора зигзагообразного диодного лазера с ломаной оптической осью и распределенным выходом излучения экспериментально реализован в [8], теоретический анализ работы такого лазера выполнен в работе [9].

В настоящей работе анализируется вариант диодной системы МОРА, усилитель которой имеет наиболее близкое сходство с лазером, использованным в [8]. Тем не менее, несмотря на внешнее сходство, между зигзагообразным лазером и системой МОРА есть существенное и принципиальное различие. Оно заключается в том, что резонатор такого лазера с N периодически повторяющимися сегментами имеет эквивалентную оптическую длину, тоже в N раз большую, чем оптическая длина одного сегмента. У этого резонатора есть плотная система собственных мод с различной частотой и распределенным выходом излучения из каждого сегмента (на участке излома оптической оси). Какие именно моды будут возбуждены в таком лазере и какой набор фаз реализуется при каждом выходе из резонатора, зависит от пространственных распределений насыщенного усиления и от показателя преломления. В результате этого возникают труднопреодолимые проблемы с когерентным сложением пучков, для которого необходимы строго определенные фазовые соотношения.

Это основная причина, по которой нельзя использовать результаты работы [8] при анализе, проводимом в настоящей работе. Кроме того, параметры современных гетероструктур с квантоворазмерной активной областью существенно отличаются от параметров структур, использованных в [8].

Целью настоящей работы является теоретическое моделирование системы задающий генератор–зигзагообразный диодный усилитель мощности, изготовленных на основе современных квантоворазмерных гетероструктур.

А.П.Богатов, А.Е.Дракин. Физический институт им. П.Н.Лебедева РАН, Россия, 119991 Москва, Ленинский просп., 53; e-mail: ya.bogatov47@yandex.ru
Г.Т.Микаелян. ООО «Лассард», Россия, Московская обл., 249032 Обнинск, Киевское ш., 74

2. Анализ усилителя

На рис.1 представлена упрощенная схема такой системы, включающей в себя два блока. Первый – задающий генератор на основе одночастотного диодного лазера с внешним спектрально-селективным резонатором, в котором в качестве селективного элемента использовано, например, одномодовое волокно с брэгговской фазовой решеткой. Второй – диодная линейка с электрическим контактом зигзагообразной формы и специальной обработкой ее верхних слоев для формирования волноведущих областей оптического излучения (гребневых волноводов). В результате эта диодная линейка представляет собой периодическую последовательность диодных усилителей в виде N зигзагов с частичным выходом из каждого зигзага на одной из граней линейки. Другая грань имеет высокоотражающее покрытие. Упрощенная схема одного зигзага, состоящего из трех секций, показана на рис.2. Первая часть зигзага, с отрицательным наклоном ($-\varphi_0$), представляет собой двухсекционный усилитель, обеспечивающий управление фазой и интенсивностью излучения. Вторая часть, с положительным наклоном φ_0 к нормали к выходной грани, является третьей секцией усилителя, которая служит выходным усилителем мощности.

Все различия в конструкциях секций связаны с планарной технологией оптического ограничения в плоскости, параллельной слоям структуры. Они заключаются в том, что первая секция имеет существенно большее волноводное значение коэффициента амплитудно-фазовой связи R_1 , чем две остальные секции (с коэффициентами R_2 и R_3); например, волновод первой секции относится к типу gain-guided, а волноводы двух других – к типу index-guided, и могут быть изготовлены, например, аналогично описанной в [10] конструкции.

При анализе работы усилителя будем пользоваться безразмерной интенсивностью излучения, нормированной на интенсивность насыщения: $u(z) = I(z)/I_s$, где $I_s = \hbar\omega/(\sigma\tau)$;

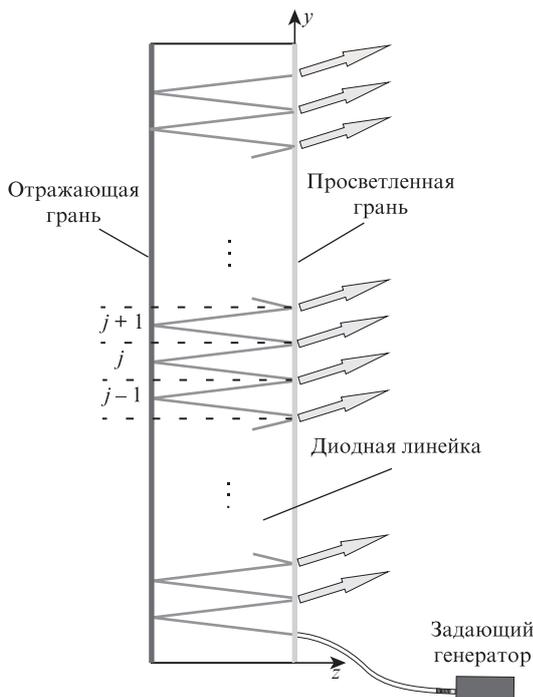


Рис.1. Схематическое изображение интегрального зигзагообразного оптического усилителя с задающим генератором.

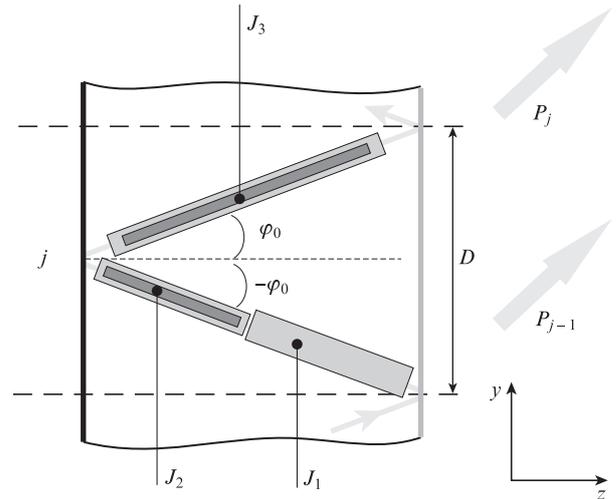


Рис.2. Схема трехсекционного оптического усилителя, составляющего один сегмент (зигзаг) интегрального усилителя; j – номер сегмента, φ_0 – угол наклона секций к оси z , J_1, J_2, J_3 – токи накачки секций.

$\hbar\omega$ – энергия кванта; σ – сечение стимулированного излучения; τ – время спонтанной рекомбинации носителей. Тогда входное излучение с интенсивностью $u_0^{(1)}$, пройдя две части зигзага предварительного усиления, достигает третьей части первого зигзага – усилителя мощности, а затем – выходной грани линейки, формируя далее два пучка излучения: выходной, с интенсивностью $u^{(1)}$, и отраженный, с интенсивностью $u_0^{(2)}$, который является входным пучком для второго зигзага. Процесс повторяется во втором зигзаге и снова приводит к формированию двух пучков излучения – выходного, с интенсивностью $u^{(2)}$, и отраженного, с интенсивностью $u_0^{(3)}$, являющегося входным для третьего зигзага, и так далее в последующих зигзагах. В результате на выходной грани (внутри линейки) формируется комбинированный пучок, состоящий из N отдельных пучков излучения с интенсивностями $u^{(1)}, u^{(2)}, \dots, u^{(N)}$. Для анализа работы такой системы воспользуемся результатами [11].

Рассмотрим один, например j -й, зигзаг (рис.2). Рабочая точка трех его секций задается тремя значениями токов в этих секциях (J_1, J_2, J_3). Ниже покажем, что за счет вариации этих токов возможна независимая настройка фазы и выходной интенсивности излучения, что необходимо для последующего когерентного сложения пучков из разных зигзагов. Интенсивности входного и выходного излучения в j -м зигзаге, согласно [11], связаны системой трансцендентных уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{v_1 \left(g_1 - u_0^{(j)} \right)^{g_1+1}}{u_0^{(j)} \left(g_1 - v_1 \right)} &= \exp(g_1 \alpha l_1), \\ \frac{v_2 \left(g_2 - v_1 \right)^{g_2+1}}{v_1 \left(g_2 - v_2 \right)} &= \exp(g_2 \alpha l_2), \\ \frac{u^{(j)} \left(g_3 - v_2 \right)^{g_3+1}}{v_2 \left(g_3 - u^{(j)} \right)} &= \exp(g_3 \alpha l_3). \end{aligned} \tag{1}$$

Здесь

$$g_k = (G_k - \alpha)/\alpha; \quad G_k = \frac{\Gamma_k \sigma \tau (J_k - J_{th}^k)}{e d_a W_k l_k}; \quad k = 1, 2, 3;$$

v_1 и v_2 – безразмерные выходные интенсивности первой и второй секций зигзага; α – нерезонансные оптические потери (коэффициент потерь); e – заряд электрона; d_a – толщина (суммарная) активной области. Для каждой k -й секции зигзага g_k – безразмерная величина усиления; G_k – модовый коэффициент усиления; J_k – ток накачки; J_{tr}^k – ток прозрачности; Γ_k – фактор (для двух поперечных направлений) оптического ограничения; W_k – ширина накачиваемой области; l_k – длина секции. Варьируемая часть разности фаз выходного и входного излучения ξ находится из уравнения

$$\xi = -\frac{R_1}{2} \ln\left(\frac{v_1}{u_0^{(j)}}\right) - \frac{R_2}{2} \ln\left(\frac{v_1}{v_2}\right) - \frac{R_3}{2} \ln\left(\frac{u^{(j)}}{v_2}\right), \quad (2)$$

где R_k – модовый коэффициент амплитудно-фазовой связи k -й секции.

Наибольший интерес представляет случай, когда все выходные интенсивности равны между собой. Очевидно, для этого необходимо, чтобы для любого j -го зигзага выполнялось условие согласования

$$u_0^{(j+1)} = u^{(j)r} = u_0, \quad u^{(j)} \equiv u, \quad (3)$$

где r – коэффициент отражения выходной грани. Уравнение (3) означает равенство интенсивностей всех входных пучков излучения и то же самое для выходных пучков при полном коэффициенте усиления $K = 1/r$ всех трех секций зигзага. Нетрудно видеть, что число независимых варьируемых параметров, входящих в (1)–(3), превышает число уравнений, поэтому всегда возможен такой их выбор, при котором одновременно можно выполнить условие (3) и за счет вариации токов J_1, J_2 (а тем самым g_1, g_2) иметь возможность вариации фазы $\Delta\xi$ выходного излучения на величину, существенно превышающую 2π . На рис.3 представлена расчетная зависимость $\Delta\xi$ от токов J_1, J_2 , при которой в случае постоянного тока накачки третьей секции J_3 интенсивности u_0 и u входного и выходного излучения постоянны. Параметры, при которых выполнен расчет, приведены в табл.1.

Таким образом, первые две секции зигзага играют роль не только усилителя, но и фазовращателя, что определяется наличием секции с коэффициентом амплитудно-фа-

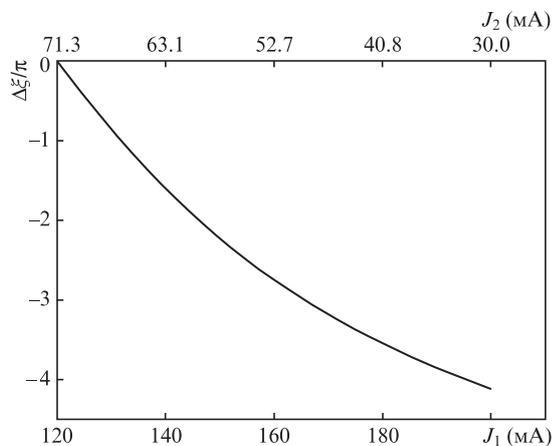


Рис.3. Изменение фазы $\Delta\xi$ выходного излучения отдельного сегмента при одновременном изменении токов накачки J_1 и J_2 первых двух секций этого сегмента. Мощность выходного излучения $P_0 = 1$ Вт, ток накачки третьей секции $J_3 = 0.72$ А, мощность входного излучения первой секции 10 мВт.

Табл.1. Параметры усилителей мощности, использованные для расчета.

Параметр	1-я секция, gain-guided	2-я секция, index-guided	3-я секция, index-guided
Дифференциальное усиление (сечение стимулированного излучения) σ (10^{-15} см ²)	0.4	1.0	1.0
Коэффициент потерь α (см ⁻¹)	15	0.8	0.8
Концентрация прозрачности активной области N_{tr} (10^{18} см ⁻³)	14.7	1.7	2
Ширина области накачки W_0 (мкм)	8.0	6.0	6.0
Длина усилителя L (см)	0.07	0.07	0.14
Эффективный размер пучка в плоскости слоев гетероструктуры W (мкм)	10	6.0	6.0
Интенсивность насыщения I_s (10^5 Вт·см ⁻²)	5.84	2.34	2.34
Ток прозрачности J_{tr} (мА)	106	9	22
Модовый коэффициент амплитудно-фазовой связи R_1	12	3	5
Толщина активной области d_a (нм)	8	8	8
Длина волны задающего генератора λ_0 (нм)	850	850	850
Время спонтанной рекомбинации носителей τ (нс)	1.0	1.0	1.0
Фактор оптического ограничения Γ	0.02	0.02	0.02
Эффективный размер пучка в перпендикулярном слоям направлении $d \approx d_a/\Gamma$ (мкм)	0.4	0.4	0.4

зовой связи R , значительно превышающим аналогичные коэффициенты для других секций. В данном случае это первая секция с горизонтальным волноводом, образованным за счет усиления (gain-guided типа), для которой величина R , согласно [12], может быть аномально большой ($R_1 = 12$).

Вертикальный волновод (с поперечным распределением показателя преломления вдоль оси x) в подавляющем большинстве диодных лазеров и усилителей образован слоями гетероструктуры и поддерживает только одну фундаментальную поперечную моду с практически неизменным распределением амплитуды. В случае другого поперечного направления (горизонтального, в плоскости (yz)), необходимы специальные усилия для формирования волновода, например использование гребневой формы [13] верхних слоев гетероструктуры. Будем исходить из того, что мы имеем дело с геометрией диодных усилителей, которые уже обладают таким горизонтальным волноводом по крайней мере для двух секций, в том числе и выходного усилителя, и его параметры позволяют ему поддерживать распространение и усиление только одной фундаментальной поперечной моды с эффективной шириной w . Далее мы ограничимся рассмотрением только двумерной задачи в плоскости (yz) , в которой и происходит сложение оптических пучков. Основанием для этого служит то обстоятельство, что поперечное пространственное распределение амплитуды волны диодных лазеров в подавляющем большинстве случаев факторизуется относительно

поперечных осей x и y . Поперечное распределение амплитуды поля вдоль оси x от суммы пучков совпадает с распределением амплитуды от одного пучка, поэтому распределение амплитуды поля вдоль оси x остается вне нашего внимания. Будем исходить из того, что выходная мощность излучения каждого зигзага составляет P_0 с гауссовым распределением интенсивности (вдоль оси y) снаружи, вблизи выходной грани линейки. В этом случае амплитуду выходной электромагнитной волны в скалярном приближении будем аппроксимировать компонентой вектора напряженности магнитного поля H_j^x вдоль оси x для j -го зигзага следующим выражением:

$$H_j^x(y, z) \approx A \exp\{i[\beta z \cos \varphi_0 + \beta(y \sin \varphi_0 - D(j-1)) + \xi_j] - [(y - D(j-1)) \cos \varphi_0 / w]^2 / 2\}, \quad (4)$$

где

$$A = \left(\frac{8\sqrt{\pi} P_0 \cos \varphi_0}{c w d_{\text{eff}} \cos \varphi_m} \right)^{1/2}; \quad \varphi_m = \arcsin(\beta \sin \varphi_0 / k_0)$$

– угол наклона оси пучка в свободном пространстве (рис.2); $\beta = k_0 n_{\text{eff}}$ – константа распространения для волноводной моды в диодной линейке; n_{eff} – эффективный показатель преломления; ξ_j – постоянная составляющая фазы пучка j -го зигзага; $P_0 = (1-r) u I_s d_{\text{eff}} w$; $d_{\text{eff}} = d_a / \Gamma_x$ – эффективный поперечный размер оптического пучка вдоль оси x ; Γ_x – коэффициент оптического ограничения вдоль оси x ; k_0 – модуль волнового вектора в вакууме. Распределение (4) представляет собой наиболее типичный случай аппроксимации фундаментальной поперечной моды ТЕ поляризации.

С учетом этого общее распределение амплитуды выходной волны вдоль всей диодной линейки для $z = +0$ примет следующий вид:

$$H_0(y) \approx A \sum_{j=0}^N \exp\{-[y - D(j-1)]^2 \cos^2 \varphi_0 / 2w^2\} \times \exp\{i[\beta(y - D(j-1)) \sin \varphi_0 + \xi_j]\}. \quad (5)$$

Распределение интенсивности в дальней зоне можно найти, используя формулы Стрэттона – Чу [14] для удаленной точки (x_0, y_0, z_0) . В результате получим

$$H(y_0) \approx \frac{ik_0 \cos \varphi_m}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp(ik_0 \tilde{R})}{\tilde{R}} H_0(y) dx dy, \quad (6)$$

где \tilde{R} – расстояние от точек поверхности линейки до удаленной точки. Введя локальную координату \tilde{y} согласно равенству $y = D(j-1) + \tilde{y}$ и используя стандартный подход [15], преобразуем (6) в выражение

$$H(y_0) \approx \frac{A(i-1) \cos \varphi_m}{2} \sqrt{\frac{k_0}{\pi \tilde{R}_0}} \sum_{j=1}^N \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-\tilde{y}^2 \cos^2 \varphi_0 / 2w^2) \times \exp(ik_0 \tilde{R}) \exp[i(\beta \tilde{y} \sin \varphi_0 + \xi_j)] d\tilde{y}, \quad (7)$$

где \tilde{R}_0 – расстояние от начала координат до удаленной точки. Для углового распределения выходной мощности $I(\varphi)$ получим

$$I(\varphi) \approx \frac{P_0 k_0 w \cos \varphi_m}{\cos \varphi_0 \sqrt{\pi}} f(\varphi_0, \varphi) \times \left| \sum_{j=1}^N \exp[ik_0 D(j-1) \sin \varphi + i\xi_j] \right|^2. \quad (8)$$

Здесь $f(\varphi_0, \varphi) = \exp[-(\beta \sin \varphi_0 - k_0 \sin \varphi)^2 w^2 / (\cos^2 \varphi_0)]$ – огибающая общей диаграммы направленности. Максимальное значение $f(\varphi_0, \varphi)$ достигается для угла $\varphi = \varphi_m$, удовлетворяющего закону преломления на выходной грани диодной линейки.

Анализируя (8), отметим, что для когерентного сложения всех пучков излучения для любого выбранного угла $\varphi = \tilde{\varphi}$ необходимо подобрать ξ_j^0 – разность фаз выходных волн за счет вариации токов в первых двух секциях в каждом зигзаге, чтобы выполнялось равенство

$$k_0 D j \sin \tilde{\varphi} + \xi_j^0 = 2\pi m_j, \quad (9)$$

где m_j – целое число. Из уравнения (8) нетрудно аналитически найти $I(\varphi)$ для

$$\varphi = \tilde{\varphi} + \Delta\varphi, \quad (10)$$

где угол $\tilde{\varphi}$ удовлетворяет уравнению (9), например это может быть $\tilde{\varphi} = \varphi_m$. В этом случае в результате получим выражение для $I(\varphi)$ в следующем виде:

$$I(\Delta\varphi) \approx \frac{P_0 k_0 w \cos \varphi_m}{\cos \varphi_0 \sqrt{\pi}} F(\Delta\tilde{\varphi}) \times \frac{\sin^2[(N\Delta\tilde{\varphi} k_0 D \cos \varphi_m) / 2]}{\sin^2[(\Delta\tilde{\varphi} k_0 D \cos \varphi_m) / 2]}, \quad (11)$$

где

$$F(\Delta\tilde{\varphi}) = \exp\left[-\left(\frac{k_0 w \Delta\tilde{\varphi} \cos \varphi_m}{\cos \varphi_0}\right)^2\right];$$

$$\Delta\tilde{\varphi} = [\sin(\Delta\varphi) - 2\sin^2(\Delta\varphi/2) \tan \varphi_m] \approx \Delta\varphi.$$

Выражение (11) дает угловое распределение $I(\Delta\varphi)$ в виде набора лепестков с угловой шириной $\delta\varphi \approx \lambda / (ND \cos \varphi_m)$ и угловым расстоянием между ними $\Phi \approx \lambda / (D \cos \varphi_m)$. Число таких лепестков определяется огибающей функцией $F(\Delta\tilde{\varphi})$. Можно видеть, что интенсивность в каждом лепестке возросла в N^2 раз по сравнению со случаем одиночного усилителя. Однако, учитывая, что общая мощность тоже возросла в N раз, яркость общего пучка от когерентного сложения, как и предполагалось изначально, увеличилась в N раз. Понятно, что дополнительное введение регулярного фазового сдвига выходной волны для j -го зигзага на $\Delta\xi_j = \pm j\pi s k_0 D \cos \varphi_m / N$, где s находится в диапазоне $-N < s < N$, приведет к перемещению всех лепестков диаграммы направленности на угол $\Delta\varphi$ в диапазоне $-\Phi/2 < \Delta\varphi < \Phi/2$.

Полученный выше аналитически результат относится к идеальному случаю точной подстройки фаз выходных волн путем вариации ξ_j до значений ξ_j^0 , удовлетворяющих (9). В реальности всегда возможны и существуют случайные отклонения $\delta\xi_j$ от точной настройки. Численное моделирование диаграммы направленности позволяет выяснить количественно степень влияния таких слу-

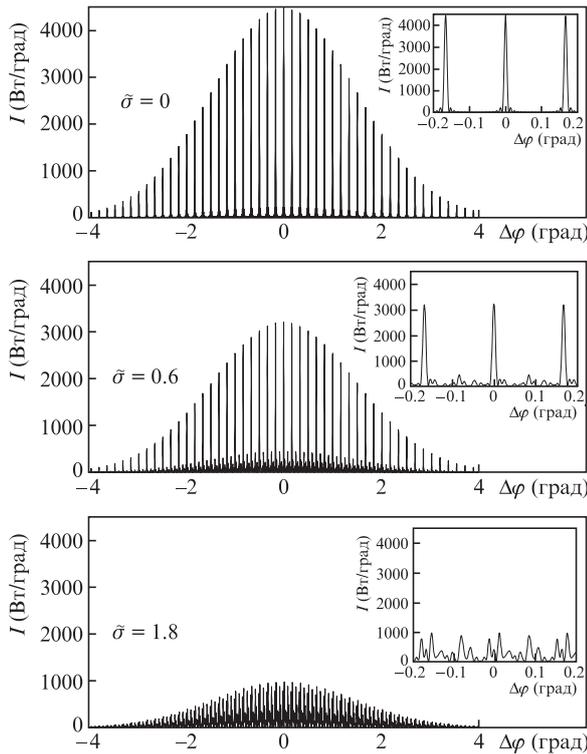


Рис.4. Влияние флуктуаций фаз выходного излучения из сегментов зигзагообразного усилителя на его диаграмму направленности при когерентном сложении выходных пучков. Параметр $\bar{\sigma}$ – среднеквадратичное отклонение фазы излучения из сегмента от ее целевого значения. Угол наклона секций 6° , ширина усилителя 1.5 мм, выходная мощность каждого сегмента 1 Вт, число сегментов 16. Остальные параметры приведены в табл.1. На вставках показаны фрагменты соответствующих диаграмм направленности с увеличенным угловым разрешением.

чайных отклонений. На рис.4 представлены результаты расчета диаграммы направленности, выполненного по формуле (8). В качестве параметра $\bar{\sigma}$ для кривых использовано случайное отклонение $\delta\xi_j$ фазы от точного согласования в виде

$$\xi_j = \xi_j^0 + \delta\xi_j, \quad \bar{\sigma} = \sqrt{\overline{\delta\xi_j^2}}. \quad (12)$$

Из рис.4 можно видеть, что при $\bar{\sigma} < 0.6$ интенсивность в максимуме уменьшается не более чем на 30% по сравнению со случаем полного согласования. Условие $\bar{\sigma} < 0.6$ может служить требованием и некоторым критерием точности подстройки фаз в выходных пучках.

Современный уровень технологии позволяет интегрировать в одной диодной линейке больше 20 диодных усилителей. Достижимый уровень яркости для одного усилителя на настоящее время [10, 16] составляет $\sim 10^9$ Вт·см $^{-2}$ ·ср $^{-1}$ при мощности ~ 1 Вт, что позволяет ожидать от когерентного сложения в нашем случае уровень $\sim 10^{10}$ Вт·см $^{-2}$ ·ср $^{-1}$ и, соответственно, выходную мощность ~ 20 Вт.

Конечно, это справедливо только для случая, когда неконтролируемый набег фазы $\delta\xi_j \equiv 0$, т.е. имеет место точная фазировка пучков. Если среднеквадратичное отклонение фазы в пучках имеет конечную величину $\overline{\delta\xi_j^2} = \bar{\sigma}^2$, то добавка к яркости суммированного пучка в результате когерентного сложения уменьшится в $\exp(-\bar{\sigma}^2)$ раз по сравнению со случаем абсолютно точной фазировки.

3. Заключение

Таким образом, в работе показано, что путем когерентного сложения оптических пучков в диодном усилителе с зигзагообразной формой оптической оси возможно многократное увеличение яркости суммированного пучка с одновременным повышением полной мощности излучения. Существенным условием для такого суммирования является стабильное и одинаковое распределение амплитуды поля, соответствующее одной поперечной моде, в каждом выходном пучке. В этом свете представляются ограниченными возможности когерентного суммирования широких (более 6 мкм) выходных пучков. Например, при использовании выходного усилителя с расширяющейся активной областью (в форме рупора в плоскости слоев структуры (yz)) вдоль оптической оси из-за филаментации неизбежно возникнет неконтролируемая поперечная (вдоль оси y) девиация фазы, которая эквивалентна случайной величине $\delta\xi_j$. Следствием этого может быть существенное уменьшение яркости суммарного пучка.

Наличие в диаграмме направленности M лепестков вместо одного связано исключительно с фактором заполнения, т.е. $M = D/w$. Это хотя и может быть неудобным с практической точки зрения, не является принципиальным обстоятельством, т.к. пассивная внешняя оптика позволяет свести лепестки в один с сохранением общей яркости пучка.

- Albrodt P., Hanna M., Moron F., Decker J., Winterfeldt M., Blume G., Erbert G., Crump P., Georges P., Lucas-Leclin G. *Proc. SPIE*, **1051**, 105140T (2018).
- Schimmel G., Janicot S., Hanna M., Decker J., Crump P., Erbert G., Witte U., Traub M., Georges P., Lucas-Leclin G. *Proc. SPIE*, **10086**, 100860O (2017).
- Zhao Y., Zhu L. *Proc. SPIE*, **8965**, 89650F (2014).
- Creedon K.J., Redmond S.M., Smith G.M., Missaggia L.J., Connors M.K., Kinsky J.E., Fan T.Y., Turner G.W., Sanchez-Rubio A. *Opt. Lett.*, **37**, 5006 (2012).
- Redmond S.M., Creedon K.J., Kinsky J.E., S.J. Augst, Missaggia L.J., Connors M.K., Huang R.K., Chann B., Fan T.Y., Turner G.W., Sanchez-Rubio A. *Opt. Lett.*, **36**, 999 (2011).
- Борн М., Вольф Э. *Основы оптики* (М.: Наука, 1973, с.313–318).
- Kawashima T., Kanabe T., Matsui H., Eguchi T., Yamanaka M., Kato Y., Nakatsuka M., Izawa Y., Nakai S., Kanzaki T., Kan H. *Jpn. J. Appl. Phys.*, **40**, 6415 (2001).
- Прозоров О.Н., Ривлин Л.А., Якубович С.Д. *Письма в ЖЭТФ*, **12**, 282 (1970) [*JETP Letts.*, **12**, 190 (1970)].
- Ривлин Л.А. *Квантовая электроника*, **3**, 34 (1971) [*Sov. J. Quantum Electron.*, **3**, 224 (1971)].
- Высоцкий Д.В., Елкин Н.Н., Напартович А.П., Сухарев А.Г., Трощиева В.Н. *Квантовая электроника*, **36** (4), 309 (2006) [*Quantum Electron.*, **36** (4), 309 (2006)].
- Дьячков Н.В., Богатов А.П., Гущик Т.И., Дракин А.Е. *Квантовая электроника*, **44**, 1005 (2014) [*Quantum Electron.*, **44**, 1005 (2014)].
- Богатов А.П. *Квантовая электроника*, **14**, 2190 (1987) [*Sov. J. Quantum Electron.*, **17**, 1394 (1987)].
- Поповичев В.В., Давыдова Е.И., Мармалюк А.А., Симаков А.В., Успенский М.Б., Чельный А.А., Богатов А.П., Дракин А.Е., Плисюк С.А., Стратонников А.А. *Квантовая электроника*, **32**, 1099 (2002) [*Quantum Electron.*, **32**, 1099 (2002)].
- Дмитриев В.И., Захаров Е.В. *Интегральные уравнения в краевых задачах электродинамики* (М., изд-во Московского университета, 1987, с.93).
- Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. *Теоретическая физика* (М.: Наука, 1988, Т.2, с.198).
- Sverdlov B., Pfeiffer H.-U., Zibik E., Mohrdiek S., Pliska T., Agresti M., Lichtenstein N. *Proc. SPIE*, **8605**, 860508 (2013).