

ЛАЗЕРНЫЕ ГИРОСКОПЫ

Влияние обратного рассеяния на нелинейные искажения масштабного коэффициента лазерного гироскопа с прямоугольной подставкой

С.Е.Бекетов, А.С.Бессонов, Е.А.Петрухин, И.Н.Хохлов, Н.И.Хохлов

Представлены результаты измерений нелинейных поправок к масштабному коэффициенту, связанных с влиянием обратного рассеяния в лазерном гироскопе с прямоугольной подставкой. Показано, что учет консервативных и диссипативных составляющих обратного рассеяния позволяет получить аналитические соотношения, адекватно описывающие частотную характеристику лазерного гироскопа во всем рабочем диапазоне угловых скоростей вращения. Использование этих соотношений для коррекции частотной характеристики лазерного гироскопа дает возможность уменьшить величину нелинейных поправок до 1–2 ррт.

Ключевые слова: кольцевой лазер, лазерный гироскоп, обратное рассеяние, масштабный коэффициент, частотная подставка.

1. Введение

Обратное рассеяние света на зеркалах кольцевого резонатора (КР) приводит к нелинейным искажениям частотной характеристики лазерного гироскопа (ЛГ). Наиболее ярким проявлением этого физического эффекта является так называемый захват частот встречных волн (ВВ) кольцевого лазера (КЛ), возникающий при малых скоростях вращения [1, 2]. Использование знакопеременной частотной подставки позволяет существенно уменьшать нелинейные искажения частотной характеристики и не снижать чувствительность ЛГ при малых скоростях вращения [2, 3].

В настоящее время широко используются два типа знакопеременной подставки. Во-первых, гармоническая подставка, при которой КЛ устанавливается на механический вибратор [2]. Во-вторых, прямоугольная подставка в случае КЛ с магнитооптическим управлением частотной невзаимностью ВВ. Примером такого типа гироскопа служит зеемановский ЛГ [4, 5], где невзаимность создается наложением продольного магнитного поля на активную среду лазера с неплоским КР.

Главной отличительной особенностью второго типа подставки являются значительные нелинейные искажения частотной характеристики ЛГ при скорости вращения, незначительно отличающейся от амплитуды прямоугольной подставки. При такой скорости вращения в одном из полупериодов подставки ЛГ находится в зоне захвата. При вычислении нелинейной поправки, связанной с влиянием эффектов обратного рассеяния (ОР), значение масштабного коэффициента (МК) K при большой скорости вращения Ω поворотного стола (для ЛГ величина $\Omega_{\max} \approx 400$ град/с) принимается за единицу, и величина

на нелинейной поправке вычисляется с помощью соотношения

$$\Delta K(\Omega) = \frac{K(\Omega)}{K(\Omega_{\max} \rightarrow \infty)} - 1. \quad (1)$$

До последнего времени при описании результатов измерений МК зеемановского ЛГ использовалась теоретическая зависимость [5, 6]

$$\Delta K(\Omega) = \frac{\Omega_L^2}{2(\Omega_0^2 - \Omega^2)}, \quad (2)$$

где Ω_L – пороговая частота захвата; Ω_0 – амплитуда прямоугольной подставки. Соотношение (2) описывает левое и правое крылья зависимости $\Delta K(\Omega)$ при $\Omega < \Omega_0 - \Omega_L$ и $\Omega > \Omega_0 + \Omega_L$ соответственно. Центральная часть зависимости ($\Omega_0 - \Omega_L < \Omega < \Omega_0 + \Omega_L$) представляет собой линейную функцию. При угловой скорости, равной амплитуде подставки, поправка $\Delta K = 0$. Согласно работе [5] максимальное и минимальное значения нелинейной поправки

$$\Delta K_{\max, \min} = \pm 20 \left(\frac{\Omega_L}{\Omega_0} \right)^2. \quad (3)$$

На рис.1 представлена зависимость $\Delta K(\Omega)$ для типичных значений параметров ($\Omega_L = 0.1$ град/с и $\Omega_0 = 30$ град/с) гироскопического датчика МТ-501, разработанного в НИИ «Полус».

С нашей точки зрения корректность соотношения (3) вызывает сомнение. В частности, в работе [6] приводится следующая оценка для максимального и минимального значений нелинейной поправки:

$$\Delta K_{\max, \min} \approx \pm 0.15 \frac{\Omega_L^2}{\Omega_0 F}, \quad (4)$$

где F – частота переключения прямоугольной подставки (частоту в Гц нужно перевести в град/с).

С.Е.Бекетов, А.С.Бессонов, Е.А.Петрухин, И.Н.Хохлов, Н.И.Хохлов. АО «НИИ "Полус" им. М.Ф.Стельмаха», Россия, 117342 Москва, ул. Введенского, 3; e-mail: petruhin53@mail.ru

Поступила в редакцию 14 июля 2019 г., после доработки – 11 августа 2019 г.

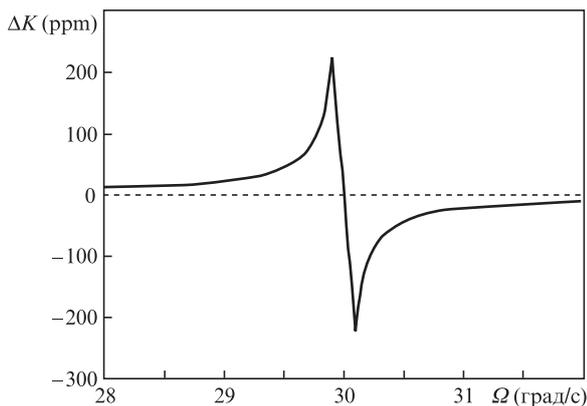


Рис.1. Расчетная зависимость нелинейной поправки к МК ЛГ с прямоугольной подставкой от угловой скорости вращения.

Величину этой поправки можно оценить также в рамках модели режима квазистационарного переключения знака прямоугольной подставки. При небольшой частоте переключения (для определенности, менее 1 Гц) можно пренебречь влиянием параметрических резонансов и воспользоваться классической зависимостью частоты биений КЛ от скорости вращения:

$$\Delta\nu = \sqrt{(\Omega \pm \Omega_0)^2 - \Omega_L^2}. \tag{5}$$

Знаки ± относятся к полупериодам медленно переключающейся прямоугольной подставки. Будем считать, что половину времени t знак подставки ЛГ положительный, а половину времени – отрицательный. Тогда для нелинейной поправки к МК имеем следующее соотношение:

$$\Delta K = \frac{0.5t\sqrt{(\Omega - \Omega_0)^2 - \Omega_L^2} + 0.5t\sqrt{(\Omega + \Omega_0)^2 - \Omega_L^2}}{\Omega t} - 1. \tag{6}$$

Это соотношение записано для случая, когда ЛГ находится вне зоны захвата, т. е. когда $|\Omega - \Omega_0| \geq \Omega_L$ (не теряя общности, предполагаем, что $\Omega > 0$). Внутри зоны захвата первое слагаемое в числителе дроби в (6) становится равным нулю. Несложно убедиться в том, что максимальное и минимальное значения нелинейной поправки к МК достигаются при скоростях вращения $\Omega = \Omega_0 \pm \Omega_L$ и составляют

$$\Delta K_{\max, \min} = \pm 0.5 \frac{\Omega_L}{\Omega_0}. \tag{7}$$

Как видно из сравнения соотношений (3), (4) и (6), они дают взаимоисключающие оценки как величины, так и функциональных зависимостей. Добавим сюда также и результаты расчетов и экспериментов, представленные в [7]. Авторы этой работы показали, что в центральной части зависимости $\Delta K(\Omega)$ присутствуют несколько сопоставимых по ширине параметрических зон синхронизации. Отмечается, что центральная часть зависимости не является монотонной функцией и ширина области осцилляций, вызванных влиянием зон параметрических резонансов, заметно больше ширины зоны захвата.

Следует также отметить, что нелинейные искажения МК этого типа ЛГ превышают несколько сотен ppm. Столь значительный масштаб нелинейных искажений де-

лает актуальным введение в ЛГ с прямоугольной подставкой коррекции МК. Однако для этого разработчики ЛГ должны опираться на физическую модель, адекватно описывающую влияние эффектов ОР. Создание такой модели и является главной задачей настоящей работы.

2. Результаты измерений и моделирования нелинейных поправок к МК зеемановского ЛГ

Измерения МК одноосных датчиков МТ-501 проводились с использованием штатной измерительной аппаратуры, разработанной в НИИ «Полус». В этих измерениях под МК подразумевается число импульсов сигнала биений ВВ при повороте датчика на угол, кратный 360° (до нескольких полных оборотов). Для устранения влияния сдвига нуля ЛГ выполнялись два измерения МК – при вращении датчика по часовой стрелке и против нее. Величиной МК считалась полусумма полученных значений. При определении величины нелинейной поправки значение МК при угловой скорости вращения, равной 400 град/с, принималось за единицу и поправка вычислялась по формуле (1). Датчики устанавливались на поворотном столе, относительное отклонение скорости вращения которого не превышало 0.001%. Погрешность при измерениях нелинейной поправки ΔK была меньше или равна 2–3 ppm.

На рис.2 приведена одна из измеренных нами зависимостей $\Delta K(\Omega)$. Можно выделить три характерные области этой зависимости: центральную часть вблизи амплитуды подставки шириной примерно 1–2 град/с, а также правое и левое крылья, соответствующие скоростям вращения, большим и меньшим амплитуды подставки. При всем многообразии вида этих зависимостей для разных датчиков их несложно классифицировать. Нами были проведены исследования нескольких десятков датчиков МТ-501. Наиболее сложный вид имеет центральная часть зависимости. К ее описанию мы обратимся позже. Сейчас рассмотрим более подробно крылья зависимости $\Delta K(\Omega)$. На рис.3 сплошные линии соответствуют крыльям этой зависимости для одного из датчиков. Там же штриховыми линиями обозначены границы, внутри которых находятся крылья зависимостей для всех исследованных нами датчиков. Нетрудно заметить, что теоретическая зависимость, представленная на рис.1, существенно отличается от наблюдаемой в эксперименте. Прежде всего, это касается характерной для большинства датчиков положительной поправки к МК на правом крыле зависимости, тогда как соотношение (2) дает отрицательный знак поправки. Чтобы понять причину такого отличия, обра-

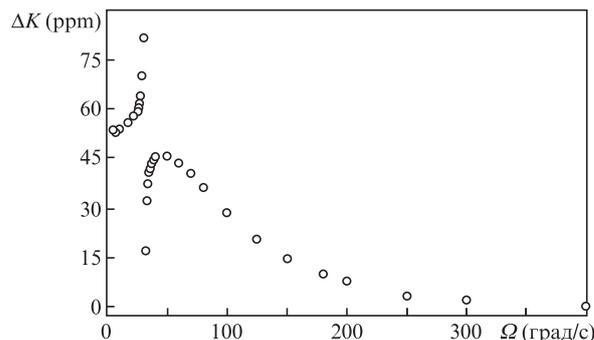


Рис.2. Зависимость нелинейной поправки ΔK от угловой скорости вращения датчика МТ-501.

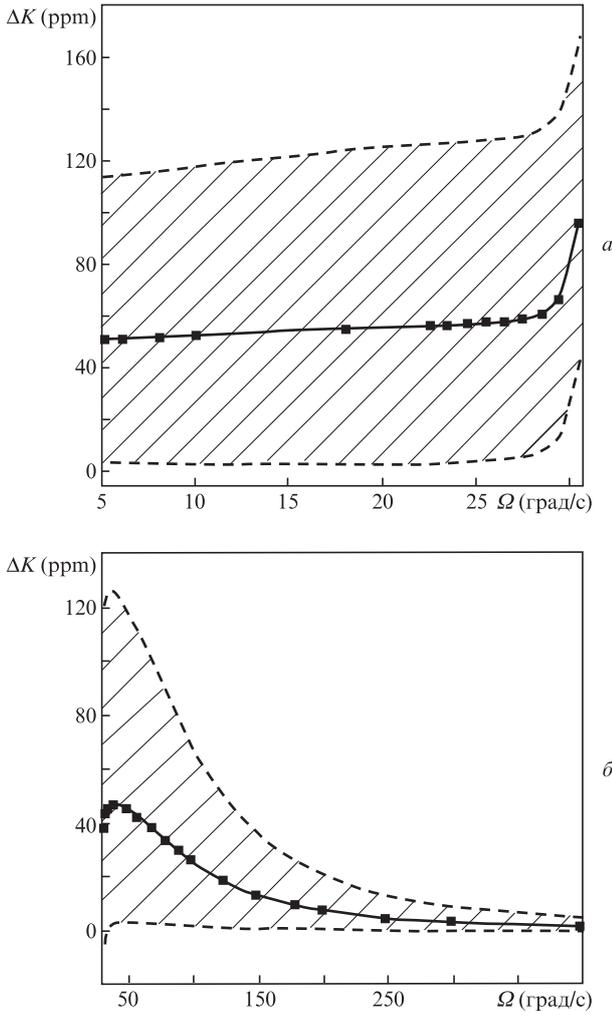


Рис.3. Левое (а) и правое (б) крылья зависимости $\Delta K(\Omega)$ для датчика МТ-501 (сплошные линии) и границы зависимостей для массива исследованных датчиков (штриховые линии). Точки – результаты измерений.

тимся к системе уравнений, описывающих интенсивности и разность фаз встречных волн КЛ [2, 3, 6]:

$$\frac{dt_{cw}}{dt} = I_{cw} \frac{c}{L} \left[(\alpha - \delta) - \beta I_{cw} - \theta I_{ccw} + 2r_{ccw} \left(\frac{I_{ccw}}{I_{cw}} \right)^{1/2} \cos(\psi + \varphi_{ccw}) \right], \quad (8)$$

$$\frac{dt_{ccw}}{dt} = I_{ccw} \frac{c}{L} \left[(\alpha - \delta) - \beta I_{ccw} - \theta I_{cw} + 2r_{cw} \left(\frac{I_{cw}}{I_{ccw}} \right)^{1/2} \cos(\psi - \varphi_{cw}) \right], \quad (9)$$

$$\frac{d\psi}{dt} = \Omega + \frac{c}{L} \left[r_{ccw} \left(\frac{I_{ccw}}{I_{cw}} \right)^{1/2} \sin(\psi + \varphi_{ccw}) + r_{cw} \left(\frac{I_{cw}}{I_{ccw}} \right)^{1/2} \sin(\psi - \varphi_{cw}) \right], \quad (10)$$

где I_{cw} и I_{ccw} – интенсивности встречных волн КЛ, распространяющихся в направлении по часовой стрелке и против нее; ψ – разность фаз ВВ; α – коэффициент усиления

активной среды; δ – потери КР. Коэффициенты β и θ являются параметрами нелинейных самонасыщения и взаимного насыщения ВВ в активной среде соответственно; c – скорость света; L – периметр КР.

Влияние ОР описывается двумя комплексными коэффициентами связи (ККС), представляющими собой части поля собственного колебания, рассеянного во встречном направлении:

$$\tilde{r}_{cw} = r_{cw} \exp(i\varphi_{cw}), \quad (11)$$

$$\tilde{r}_{ccw} = r_{ccw} \exp(i\varphi_{ccw}). \quad (12)$$

В приближении слабой связи, когда частота биений ВВ значительно превышает порог захвата, систему уравнений (8)–(10) удастся решить методом малых возмущений. В результате получается следующее соотношение для частоты биений ЛГ:

$$\Delta\nu = \Omega - \left(\frac{c}{L} \right)^2 \left(\frac{S_+^2}{2\Omega} - \frac{1}{2} \frac{S_-^2 \Omega}{\Omega_g^2 + \Omega^2} \right), \quad (13)$$

где Ω – частотная подставка в рад/с. Параметр Ω_g называется прочностью предельного цикла и определяется выражением

$$\Omega_g = \Delta\Omega_c \frac{\alpha - \delta}{\delta} \frac{\beta - \theta}{\beta + \theta}, \quad (14)$$

где $\Delta\Omega_c = c\delta/L$ – ширина полосы КР. Параметры S_+ и S_- представляют собой комбинации ККС:

$$S_+ = \sqrt{r_{cw}^2 + r_{ccw}^2 + 2r_{cw}r_{ccw} \cos(\varphi_{cw} + \varphi_{ccw})}, \quad (15)$$

$$S_- = \sqrt{r_{cw}^2 + r_{ccw}^2 - 2r_{cw}r_{ccw} \cos(\varphi_{cw} + \varphi_{ccw})}. \quad (16)$$

В теории кольцевых газовых лазеров (см., напр., [8]) рассматриваются два типа источников ОР – диссипативный и консервативный. Их различие заключается в величине фазового сдвига ВВ, возникающего при ОР. Для диссипативных источников фазовый сдвиг равен π ($\varphi_{cw} = \varphi_{ccw} = \pi$), для консервативных – $\pi/2$ ($\varphi_{cw} = \varphi_{ccw} = \pi/2$). В реальном КР поля волн ОР формируются в результате интерференции волн, рассеянных от источников обоих типов. При этом суммарный модуль ККС диссипативных источников ОР $r = S_+/2$, а консервативных – $R = S_-/2$. Нетрудно заметить, что порог захвата для КЛ определяется наличием на зеркалах КР диссипативных источников ОР. На языке системы уравнений (8)–(10) порог захвата Ω_L определяется соотношением

$$\Omega_L = \frac{c}{L} S_+. \quad (17)$$

Если теперь обратиться к соотношению (13), то из него следует, что диссипативные и консервативные источники ОР дают поправки к МК ЛГ разного знака. Поправка для диссипативных источников имеет отрицательный знак, а для консервативных – положительный. При моделировании параметрических эффектов ЛГ со знакопеременной подставкой влиянием консервативных источников ОР пренебрегают. В результате упрощенный уравнение (10) приводится к хорошо известному фазовому уравнению:

$$\frac{d\psi}{dt} = \Omega + \Omega_L \sin \psi. \tag{18}$$

Как следствие, опираясь на это уравнение, не удается объяснить положительный знак поправки для правого крыла зависимости $\Delta K(\Omega)$.

С помощью соотношения (13) можно определить зависимость $\Delta K(\Omega)$ для режима «квазистационарного» (медленного) переключения знака прямоугольной подставки. Для этого надо учесть, что за время t поворота ЛГ на угол $\Phi = \Omega t$ половину времени величина подставки составляет $\Omega - \Omega_0$, а половину времени $-\Omega + \Omega_0$. Соответственно для частоты биений ВВ имеем

$$\Delta v(\Omega - \Omega_0) = (\Omega - \Omega_0) - \frac{S_+^2}{2(\Omega - \Omega_0)} + \frac{S_-^2(\Omega - \Omega_0)}{2[(\Omega - \Omega_0)^2 + \Omega_g^2]}, \tag{19}$$

$$\Delta v(\Omega + \Omega_0) = (\Omega + \Omega_0) - \frac{S_+^2}{2(\Omega + \Omega_0)} + \frac{S_-^2(\Omega + \Omega_0)}{2[(\Omega + \Omega_0)^2 + \Omega_g^2]}. \tag{20}$$

Путем суммирования числа импульсов сигнала биений за время t получается приведенная выше формула (6).

После дальнейших вычислений приходим к следующему соотношению, описывающему левое и правое крылья зависимости $\Delta K(\Omega)$:

$$\Delta K = \frac{S_+^2}{2(\Omega_0^2 - \Omega^2)} + \frac{S_-^2(\Omega_g^2 + \Omega^2 - \Omega_0^2)}{2[(\Omega - \Omega_0)^2 + \Omega_g^2][(\Omega + \Omega_0)^2 + \Omega_g^2]}. \tag{21}$$

Использование этого соотношения дает возможность количественно и качественно аппроксимировать в аналитическом виде измеряемые зависимости $\Delta K(\Omega)$. Для этого была разработана вычислительная программа, позволяющая решить обратную задачу: определить параметры S_- , S_+ и Ω_g непосредственно из измеренной зависимости $\Delta K(\Omega)$. При этом среднеквадратичное отклонение разности измеренных и аппроксимированных значений, как правило, не превышало 1–2 ppm. Что касается величины Ω_g , то в наших экспериментах применялись датчики с примерно одинаковыми давлением и составом газовой смеси, потерями КР и током разряда. При аппроксимации зависимостей $\Delta K(\Omega)$ использовалось $\Omega_g = 75$ град/с.

На рис.4 представлено несколько примеров аппроксимации результатов измерений крыльев зависимости $\Delta K(\Omega)$. Форма правого крыла определяется, главным образом отношением параметров S_- и S_+ . При $S_-/S_+ > 5$ на-

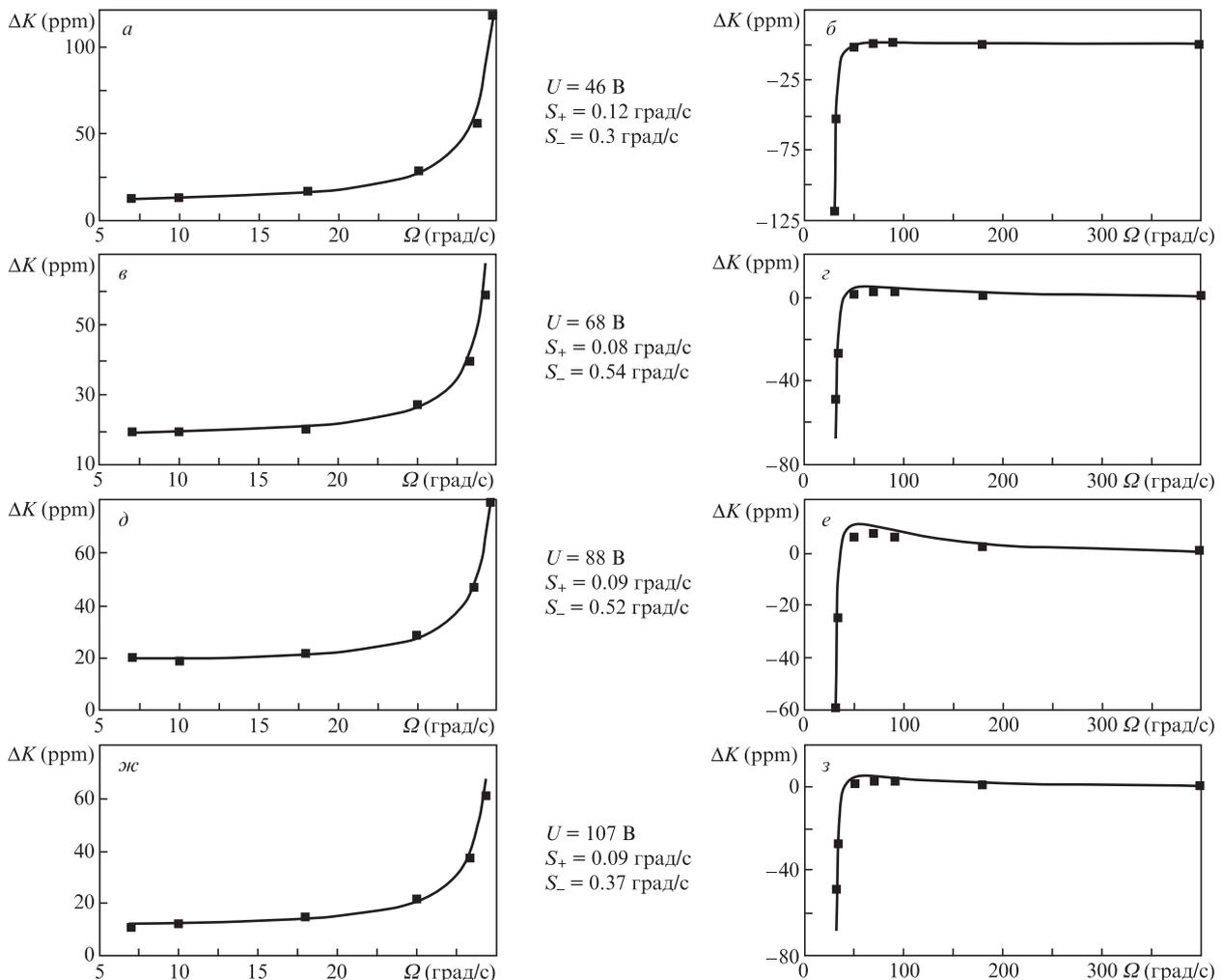


Рис.4. Левое (а, в, д, ж) и правое (б, г, е, з) крылья зависимости $\Delta K(\Omega)$ для четырех соседних мод датчика МТ-501. Точки – результаты измерений, сплошные линии – результаты расчетов по формуле (21) при $\Omega_g = 75$ град/с. Указанные напряжения U на пьезоэлектрических корректорах соответствуют центральному положению моды КЛ.

блюдается характерный максимум при скорости вращения 40–50 град/с. Если консервативная составляющая ОР незначительно (в два-три раза) превышает диссипативную, то поправка к МК для правого крыла имеет отрицательный знак во всем диапазоне скоростей.

Параметры S_- и S_+ для исследованных нами датчиков варьировались в диапазонах 0.1–1.4 град/с и 0.03–0.20 град/с соответственно. Для некоторых датчиков наблюдалось небольшое различие значений S_- и S_+ , полученных при аппроксимации правого и левого крыльев. Это различие не превышало 10%–15%.

Следует отметить, что в зависимости от условий задачи размерность параметров S_- и S_+ может изменяться. В случае соотношений (15) и (16) модули ККС представляют собой отношение амплитуд обратной и прямой волн и выражены в единицах ppm. При проведении измерений нелинейных поправок к МК нелинейные поправки присутствуют в исходных уравнениях в виде их отношения к угловой скорости вращения. Поэтому для большей наглядности ККС лучше использовать размерность град/с.

Разумеется, столь хорошее совпадение аппроксимированных и измеренных зависимостей не позволяет утверждать, что мы нашли точное аналитическое соотношение для описания нелинейных поправок к МК ЛГ со знакопеременной подставкой. Необходимо, прежде всего, проверить, насколько найденные параметры S_- , S_+ и Ω_g соотносятся с фигурирующими в системе уравнений (8)–(10) параметрами (r_{cw} , r_{ccw} , φ_{cw} , φ_{ccw} , α , δ , β , θ). Вызывает также вопрос правомерность использования этой системы уравнений, которая выведена в предположении малости превышения в КЛ усиления над потерями. В частности, в [2] критерием малости считалось превышение $\eta = (\alpha/\delta - 1) < 0.2$. В реальных условиях работы ЛГ эта величина оказывается на порядок больше.

Сначала необходимо сравнить прочность предельного цикла Ω_g , полученную при аппроксимации, с ее расчетным значением (14). Для этого нужно определить значения трех параметров: потерь КР δ , коэффициента усиления активной среды α и отношения параметров взаимного насыщения и самонасыщения θ/β .

Потери резонаторов исследуемых датчиков составляли ~ 2000 ppm и определялись на основе измерений ширины резонанса интенсивности излучения, выходящего из КР. Для четырехзеркального КР с периметром $L = 20$ см и потерями ~ 2000 ppm ширина полосы КР равна $\sim 3 \times 10^6$ рад/с, что в пересчете на угловую скорость вращения составляет ~ 360 град/с. При определении величины α мы предположили, что интенсивности ВВ в КЛ слабо различаются ($I_{cw} \approx I_{ccw} = I_0$) и, как следует из решения системы уравнений (8)–(10), связаны с параметрами α и β следующим образом:

$$I_0 = \delta \frac{\alpha/\delta - 1}{\beta + \theta} = \delta \frac{\eta}{\beta + \theta}. \quad (22)$$

В ЛГ, в которых используется газовый разряд постоянного тока, имеются два одинаковых разрядных промежутка. Поэтому, выключая один из них (при неизменном токе разряда в разрядном промежутке), мы уменьшаем коэффициент ненасыщенного усиления в два раза. Измерение отношения интенсивностей в этих двух случаях позволяет определить величину η , опираясь на соотношение (22). Условиям проведения наших экспериментов с ЛГ с прямоугольной подставкой соответствовал параметр

$\eta \approx 1.5$ или коэффициент усиления $\alpha \approx 5000$ ppm в штатном режиме работы ЛГ.

Отношение параметров взаимного насыщения и самонасыщения θ/β определялось из измерений модуляционных компонент интенсивности КЛ с частотой биений. В режиме биений интенсивности волн, выходящих из КЛ, можно представить в виде

$$I_{cw, ccw} = I_0 [1 + m_{cw, ccw} \sin(\Delta v t + \chi_{cw, ccw})], \quad (23)$$

где I_0 – постоянная составляющая интенсивности (различие постоянных составляющих интенсивности ВВ пренебрегаем); $m_{cw, ccw}$ – глубины модуляции; $\chi_{cw, ccw}$ – фазовые сдвиги модуляционных компонент.

Если прочность предельного цикла Ω_g значительно превышает величину подставки, то глубины модуляции можно представить в следующем виде [4, 6]:

$$m_{cw, ccw} = \frac{\sqrt{\beta^2 r_{cw}^2 + \theta^2 r_{ccw}^2 - 2\beta\theta r_{cw} r_{ccw} \cos(\varphi_{cw} + \varphi_{ccw})}}{\Omega_g(\beta + \theta)}. \quad (24)$$

При определении отношения θ/β мы воспользовались способом, описанным в работе [9]. С помощью возвратного зеркала, установленного вблизи выходного зеркала КЛ, создается режим однонаправленной обратной связи. В этом случае модуль ККС одной из волн (для определенности, волны, направленной по часовой стрелке) значительно превышает модуль ККС встречной волны. Нетрудно убедиться, что тогда отношение глубин модуляции ВВ

$$m_{ccw}/m_{cw} = \theta/\beta. \quad (25)$$

В нашем случае отношение θ/β составило ~ 0.5 . При этом использовалась смесь ^3He – ^{20}Ne при давлении 4.5 Тор и соотношении парциальных давлений гелия и неона 14:1. Заметим, что в упомянутой выше работе [9] примерно такое же значение θ/β было получено при таком же давлении в смеси с равным содержанием изотопов ^{20}Ne и ^{22}Ne .

Используя полученные значения параметров α , β и θ/β , можно сравнить расчетные и измеренные значения прочности предельного цикла датчиков. Результат такого сравнения представлен на рис.5. Бросается в глаза существенное отличие расчетной зависимости $\Omega_g(\eta)$ от результатов аппроксимации экспериментально измеренных зависимостей $\Delta K(\Omega)$ при больших превышениях усиления над потерями. При $\eta \lesssim 0.3$ они практически совпадают. При больших η наблюдается замедление роста Ω_g . Штри-

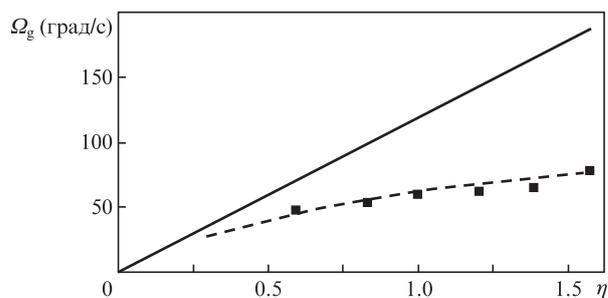


Рис.5. Зависимости прочности предельного цикла от превышения усиления над потерями для зеемановского ЛГ МТ-501. Сплошная линия – результат расчета с использованием соотношения (14), штриховая линия – результат расчета с учетом насыщения, точки – результат аппроксимации экспериментальных зависимостей $\Delta K(\Omega)$.

ховой линией представлена нелинейная зависимость, которой мы попытались аппроксимировать результаты эксперимента:

$$\Omega_g = A \frac{\eta}{1 + 0.9\eta}, \quad (26)$$

где $A = 120$ град/с. При бесконечно большом росте величина Ω_g стремится к значению, равному $A/0.9$.

Столь существенное различие измеренных и расчетных значений прочности предельного цикла ставит вопрос о правомерности использования системы уравнений (8)–(10) при определении параметров S_+ и S_- . А есть ли связь между их значениями, полученными путем аппроксимации зависимости $\Delta K(\Omega)$, и превышением усиления над потерями η ? Напомним, что параметры S_+ и S_- характеризуют ОР в КЛ и не должны зависеть от превышения η . Наши эксперименты не обнаружили такой зависимости. При изменении параметра η от 0.3 до 2.0 относительное изменение параметров ОР не превышало 10% и могло быть отнесено к погрешностям аппроксимации зависимостей $\Delta K(\Omega)$.

Параметры S_+ и S_- можно также определить, используя соотношение (21) для зависимости $\Delta K(\Omega)$ в ЛГ без подставки. Такой способ определения хорошо подходит в случае значительного различия параметров S_+ и S_- . Желательно, чтобы величина S_- более чем в три-пять раз превышала диссипативную составляющую ОР S_+ . В этом случае в зависимости $\Delta K(\Omega)$ присутствует ярко выраженный максимум (рис.6), положение которого определяется прочностью предельного цикла Ω_g . Контрастность этой зависимости также увеличивается при уменьшении тока разряда, которое сопровождается уменьшением Ω_g .

В случае выполнения условия $S_- / S_+ > 5$ (отметим, что этому условию отвечало более половины исследованных датчиков) не обнаружено значительного различия параметров ОР для ЛГ со знакопеременной подставкой и без подставки.

Еще один способ оценки параметра S_- был реализован нами при анализе переменных составляющих интенсивности излучения КЛ с частотой биений. Из соотношения (24) при $S_- \gg S_+$ следует, что $m_{cw} \approx m_{ccw} = m$ и глубина модуляции описывается соотношением

$$m = \frac{S_-}{2\Omega_g}. \quad (27)$$

Опираясь на результат измерений глубин модуляции можно определить параметр S_- . При сравнении найден-

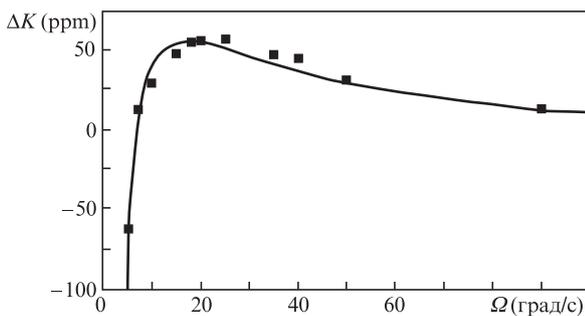


Рис.6. Зависимость $\Delta K(\Omega)$ для ЛГ без подставки при $S_+ = 0.08$ град/с, $S_- = 0.48$ град/с, $\Omega_g = 38$ град/с. Точки – результаты измерений, сплошная линия – аппроксимация.

ных таким образом значений S_- и значений S_+ , полученных при аппроксимации зависимостей $\Delta K(\Omega)$, также не обнаружено их большого различия (оно не превышало 10%–15%).

Подведем промежуточный итог нашему исследованию. Обнаружена нелинейная зависимость прочности предельного цикла КЛ от превышения усиления над потерями η . Это ставит под сомнение правомерность применения системы уравнений (8)–(10) при описании амплитудно-фазовых характеристик КЛ, работающих при больших значениях η . Использование значения прочности предельного цикла, полученного с учетом эффекта насыщения, позволяет корректно определять величину нелинейных поправок к МК, связанных с влиянием ОР. Для описания крыльев зависимости $\Delta K(\Omega)$ достаточно воспользоваться соотношением, полученным для режима «квазистационарного» (медленного) переключения знака прямоугольной подставки. Форма крыльев зависимости $\Delta K(\Omega)$ определяется четырьмя параметрами: диссипативной (S_+) и консервативной (S_-) составляющими ОР, прочностью предельного цикла Ω_g и амплитудой прямоугольной подставки Ω_0 .

Обратимся теперь к центральной части зависимости $\Delta K(\Omega)$ (рис.7,а). Ее немонотонный характер затрудняет введение коррекции нелинейных поправок к МК. Столь сложную форму параметрических зон синхронизации практически невозможно описать с помощью удобного и, с физической точки зрения, корректного аналитического соотношения. Единственный, на наш взгляд, выход из этой ситуации связан с введением «ошумления» амплитуды частотной подставки. Ширина области, где проявляются параметрические резонансы, составляет 1–1.5 град/с. Поэтому оптимальное значение амплитуды ошумления должно примерно соответствовать этой величине. В нашем

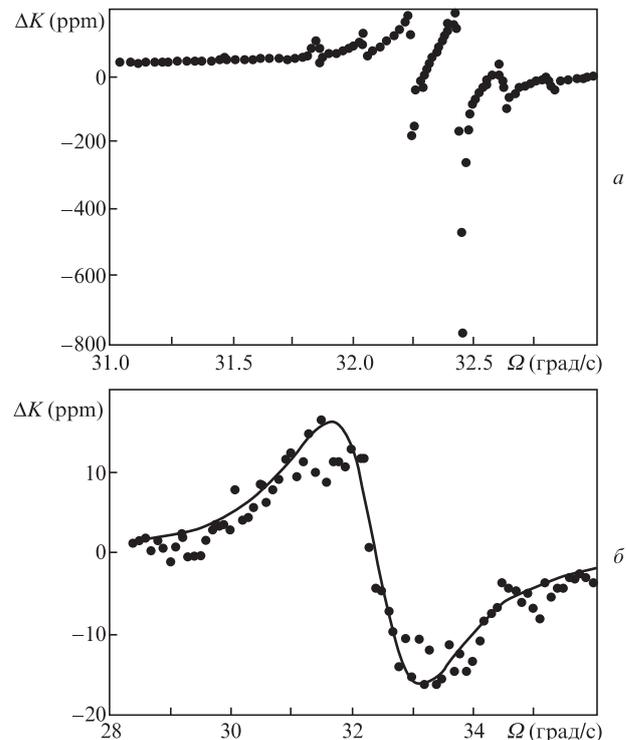


Рис.7. Центральная часть зависимости $\Delta K(\Omega)$ без ошумления (а) и после введения ошумления (б). Точки – результаты измерений, сплошная линия – аппроксимация.

случае мы использовали квазишумление, вводя в корректирующий соленоид зеемановского ЛГ амплитудно-модулированный гармонический сигнал:

$$\Omega_n = \Omega_a \sin(2\pi f_1) \sin(2\pi f_2), \quad (28)$$

где $f_1 = 200$ Гц; $f_2 = 45$ Гц; $\Omega_a \approx 1.2$ град/с.

При таком ошумлении параметрические зоны синхронизации исчезают (рис.7,б), пиковое значение нелинейной поправки $\Delta K(\Omega)$ снижается почти на два порядка, достигая 30 ppm. Вид полученной в результате ошумления центральной части зависимости $\Delta K(\Omega)$ хорошо описывается следующим аналитическим соотношением, представляющим собой первую производную функции Лоренца:

$$\Delta K = -\frac{Nx}{1+x^4}, \quad (29)$$

где

$$x = \frac{\Omega - \Omega_0}{\Omega_a} \quad (30)$$

– безразмерная отстройка частоты вращения от амплитуды подставки ЛГ, а параметр N линейно зависит от порога захвата ЛГ. Форма этой зависимости определяется амплитудой ошумления Ω_a ($\Omega_a = 1.2$ град/с). Наличие консервативной составляющей S_+ приводит к появлению небольшого смещения между асимптотическими значениями при малых и больших скоростях вращения: $\Delta K(\Omega \rightarrow 0) - \Delta K(\Omega \rightarrow \infty)$. В приведенном выше примере эта величина составила ~ 10 ppm.

Среднеквадратичное отклонение разности измеренных и расчетных значений средней части зависимости $\Delta K(\Omega)$ не превысило 2 ppm. Таким образом, использование аналитических соотношений (21) и (29) позволяет в значительной мере (от сотен до единиц ppm) скорректировать величину нелинейных поправок к МК во всем рабочем диапазоне скоростей вращения ЛГ с прямоугольной подставкой.

Следующий раздел посвящен исследованию механизма формирования диссипативной и консервативной составляющих ККС в КР. Это поможет найти способы практической реализации процедуры коррекции МК зеемановского ЛГ с прямоугольной подставкой.

3. Особенности формирования консервативных и диссипативных составляющих ККС в зеемановском ЛГ

Величины диссипативных и консервативных составляющих ККС определяются совокупностью всех источников ОР, находящихся на поверхности зеркал и попадающих в рабочую зону мод ВВ. Воспользуемся простейшей моделью формирования полей ОР и будем считать, что на поверхности каждого из зеркал КР находятся два точечных источника ОР: диссипативный и консервативный. Комплексные коэффициенты связи, фигурирующие в системе уравнений (8)–(10), представляют собой скалярную сумму парциальных ККС отдельных зеркал КР:

$$r = \sum_n r_n \exp(2ikl_n), \quad (31)$$

где $k = 2\pi/\lambda$ – волновое число; l_n – продольная координата точечного источника ОР на оптической оси КР. Под парциальными модулями ККС зеркал r_n мы понимаем в данном случае их диссипативную или консервативную составляющую. Соотношение (31) для них остается по форме тем же самым, изменяются только параметры r_n и l_n . Множитель 2 в показателе экспоненты означает, что набег фазы для волны, распространяющейся в обратном направлении, удваивается по сравнению со случаем интерференции волн, распространяющихся в прямом направлении.

Если представить соотношение (31) в виде парциальных векторов ККС, расположенных на комплексной плоскости, то аргументы $2kl_n$ являются углами поворота парциальных ККС относительно друг друга. При изменении длин плеч резонатора (например, при тепловых воздействиях) эти углы могут изменяться в диапазоне $0-2\pi$. Как следствие, модули суммарного ККС могут (гипотетически) изменяться в диапазоне $0-\sum_n r_n$.

Конкретизируем теперь нашу задачу и рассмотрим интерференцию волн ОР в четырехзеркальном КР, контур которого имеет форму квадрата. Нетрудно заметить, что при однородных тепловых деформациях наблюдается периодическое изменение модуля суммарного ККС. В пересчете на изменение периметра КР этот период составляет 2λ . При этом каждый вектор парциальных ККС поворачивается на комплексной плоскости на 360° .

Для управления периметром и его стабилизации часть зеркал резонатора снабжается пьезоэлектрическими корректорами (ПЭК). В современных ЛГ, как правило, используется КР с двумя ПЭКа. При этом имеются два варианта компоновки ПЭКов, расположенных либо по диагонали квадрата, либо на соседних зеркалах резонатора. Эти варианты компоновки по-разному реагируют на однородные тепловые деформации (например, на нагрев) КР (рис.8). В случае диагональной компоновки ПЭКов оптический контур из квадрата превращается в ромб с той же длиной плеч, при этом суммарный ККС остается неизменным. В случае второго варианта компоновки при нагреве квадратный оптический контур превращается в прямоугольный. Суммарный ККС изменяется следующим образом:

$$r = r_1 + r_2 \exp\left[2ik\left(l_{12} - \frac{\Delta L}{4}\right)\right] + r_3 \exp\left[2ik\left(l_{12} + l_{23} - \frac{\Delta L}{4}\right)\right] + r_4 \exp[2ik(l_{12} + l_{23} + l_{34})]. \quad (32)$$

Здесь l_{12}, l_{23}, l_{34} – расстояния между рассеивателями до начала нагрева резонатора (так мы назвали однородную тепловую деформацию), а ΔL – изменение периметра КР при выключенной системе стабилизации.

Если сгруппировать в соотношении (32) первое с четвертым слагаемым, а второе с третьим и изобразить их на комплексной плоскости в виде двух векторов (рис.8,б), то при нагреве резонатора суммарный вектор $r_{23} = r_2 + r_3$ описывает окружность вокруг суммарного вектора $r_{14} = r_1 + r_4$. Следовательно, задача сводится к интерференции двух источников ОР с переменной фазой, изменяющейся в диапазоне $0-2\pi$. Модуль суммарного ККС будет изменяться в диапазоне от суммы модулей двух этих векторов до их разности.

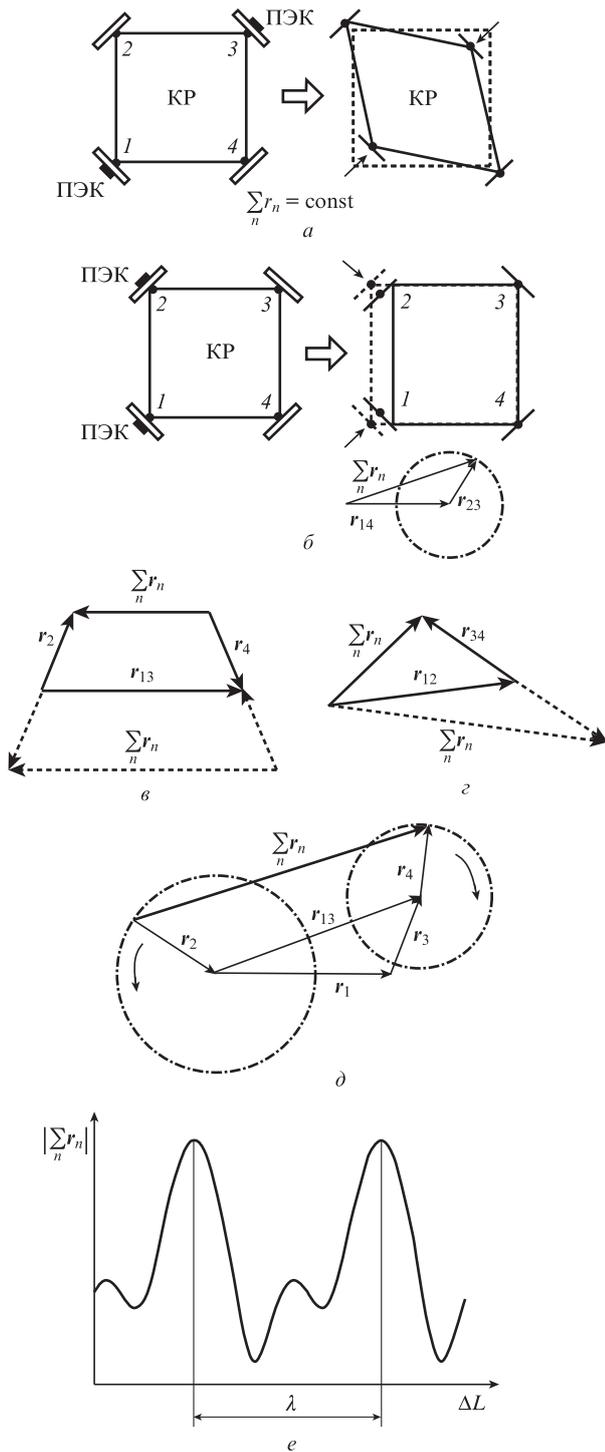


Рис.8. Формирование суммарного ККС в четырехзеркальном КР. Однородные тепловые деформации: диагональная компоновка ПЭКов (а), ПЭКи установлены на соседних зеркалах (б). Перескок моды на λ : диагональная компоновка (в), ПЭКи установлены на соседних зеркалах (з). Противофазный ход двух ПЭКов при диагональной компоновке (д). Изменение модуля суммарного ККС при противофазном ходе двух ПЭКов (е).

Важной особенностью компоновок с двумя ПЭКами является изменение суммарного ККС при переходе на соседнюю продольную моду (так называемый перескок на λ). В этом случае существуют две возможные конфигурации парциальных ККС (рис.8,в и з). Соотношения для суммарных ККС имеют вид

$$r = r_1 + r_2 \exp\left[2ik\left(l_{12} - \frac{\lambda m}{4}\right)\right] + r_3 \exp[2ik(l_{12} + l_{23})] + r_4 \exp\left[2ik\left(l_{12} + l_{23} + l_{34} + \frac{\lambda m}{4}\right)\right], \quad (33)$$

$$r = r_1 + r_2 \exp(2ikl_{12}) + r_3 \exp\left[2ik\left(l_{12} + l_{23} - \frac{\lambda m}{4}\right)\right] + r_4 \exp\left[2ik\left(l_{12} + l_{23} + l_{34} - \frac{\lambda m}{4}\right)\right], \quad (34)$$

где m – целое число.

Видно, что есть два повторяющихся значения суммарного ККС. При этом рассматриваемые нами варианты компоновки ПЭКов имеют свои особенности. В случае диагональной компоновки ПЭКов (соотношение (33)) при изменении периметра на λ векторы r_1 и r_3 остаются неподвижными на комплексной плоскости, а векторы r_2 и r_4 поворачиваются на 180° . Для второй компоновки (соотношение (34)), векторы r_1 и r_2 остаются неподвижными, а векторы r_3 и r_4 (ПЭКи установлены на зеркалах 1 и 2) поворачиваются на 180° .

Сравнительный анализ двух схем компоновки ПЭКов показывает, что схема с диагональной компоновкой является более предпочтительной для реализации процедуры коррекции. Рассмотрим эту схему подробнее на примере зеemanовского ЛГ.

Главной отличительной особенностью зеemanовского ЛГ является КР с неплоским контуром, собственные моды которого имеют круговые поляризации. Частотное расстояние между соседними поляризационными модами составляет $c/(2L)$, а не c/L , как в резонаторе с плоским контуром. Как следствие, получаем четыре варианта конфигурации парциальных ККС. Каждому из положений ПЭКов соответствует своя пара значений S_- и S_+ . В случае КР с плоским контуром существуют два варианта конфигурации парциальных ККС. На рис.4 представлены результаты измерений крыльев зависимости $\Delta K(\Omega)$ для одного из исследованных зеemanовских ЛГ. Для каждой из этих четырех зависимостей указана пара значений S_- и S_+ .

Для введения процедуры коррекции необходимо научиться контролировать конфигурацию парциальных ККС и управлять ею. Это дает возможность стабилизировать зависимость $\Delta K(\Omega)$ для ЛГ. Подобный подход к решению данной задачи был реализован авторами работы [10]. В четырехзеркальном КР три зеркала были снабжены ПЭКами. Алгоритм управления ПЭКами позволял не только стабилизировать периметр резонатора, но и получать конфигурацию ККС, соответствовавшую минимальному значению S_+ .

Расположение ПЭКов по диагонали квадратного КР позволяет эффективно решить указанную проблему. Для этого один из ПЭКов используется для стабилизации периметра ЛГ, а перемещения другого ПЭКа стабилизируют конфигурацию векторов парциальных ККС зеркал. Такой алгоритм управления конфигурацией КР эквивалентен работе в режиме противофазного хода двух ПЭКов [11]. Данный режим работы ПЭКов иллюстрирует рис.8,д. При передвижении ПЭКа векторы r_2 и r_4 вращаются на комплексной плоскости навстречу друг другу. Поведение консервативной составляющей ККС описывается соотношением

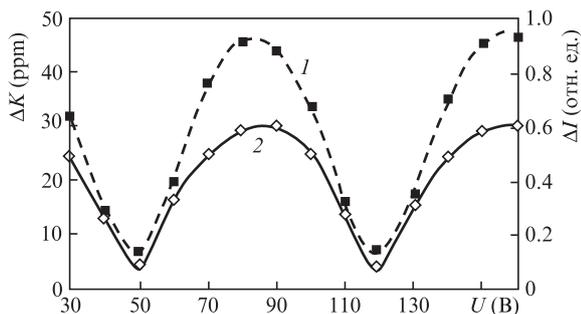


Рис.9. Зависимости от напряжения U на ПЭКе нелинейной поправки к МК ($\Omega = 18$ град/с) (1) и переменной составляющей интенсивности ΔI (2) при противофазном перемещении двух ПЭКов. Точки – результат измерений.

$$r = r_1 + r_2 \exp(2ik\Delta l) + r_3 \exp(i\vartheta_3) + r_4 \exp(-2ik\Delta l + i\vartheta_4), \quad (35)$$

где Δl – продольное перемещение ПЭКа; ϑ_3 и ϑ_4 – фазовые сдвиги, описывающие исходное положение векторов парциальных консервативных составляющих ОР зеркал 3 и 4 на комплексной плоскости. Аналогичное соотношение можно записать и для диссипативной составляющей.

Как следствие, мы имеем периодические зависимости модулей ККС от параметра Δl (период равен λ). В зависимости от начальных углов поворота на комплексной плоскости (ϑ_3 и ϑ_4) получаются одногорбые (с одним максимумом) или двугорбые (с двумя максимумами) зависимости диссипативных или консервативных составляющих ОР [12].

Для управления конфигурацией парциальных векторов ККС можно воспользоваться результатом измерения модуляционной компоненты интенсивности КЛ с частотой биений. Этот параметр показывает явную корреляционную связь с величиной нелинейных поправок к МК. На рис.9 представлены зависимости от напряжения на ПЭКе нелинейной поправки к МК для скорости вращения 18 град/с и модуляционной компоненты интенсивности при противофазном ходе двух ПЭКов.

В приведенном выше примере наблюдалась хорошая корреляция между нелинейной поправкой к МК и переменной составляющей интенсивности. Связано это с тем, что в данном датчике консервативная составляющая ОР значительно превышала диссипативную составляющую ($S_-/S_+ > 7$). Если различие не столь значительно, то такая корреляция не обнаруживается. Однако величину переменной составляющей интенсивности можно использовать в качестве репера, позволяющего стабилизировать конфигурацию парциальных ККС. Таким образом, величины S_- и S_+ , а значит и зависимость $\Delta K(\Omega)$, можно поддерживать неизменными при тепловых и механических воздействиях ЛГ.

4. Заключение

Учет консервативной (S_-) и диссипативной (S_+) составляющих ККС встречных волн позволяет получить

аналитические соотношения, хорошо описывающие (количественно и качественно) нелинейные поправки к МК ЛГ с прямоугольной подставкой во всем рабочем диапазоне угловых скоростей вращения ЛГ. При описании крыльев зависимости $\Delta K(\Omega)$ можно пренебречь влиянием параметрических эффектов и воспользоваться соотношениями, полученными в приближении слабой связи. В центральной части данной зависимости введение ошумления амплитуды дает возможность значительно (почти на два порядка) уменьшить величину нелинейных искажений МК и описать форму этих поправок с помощью аналитического соотношения.

Наряду с параметрами S_+ и S_- форма зависимости $\Delta K(\Omega)$ определяется также амплитудой прямоугольной подставки и прочностью предельного цикла КЛ Ω_g . Наши эксперименты показали, что величина Ω_g нелинейно зависит от превышения усиления над потерями η . Расчитанный параметр Ω_g оказывается в несколько раз больше измеренного значения при $\eta > 1-2$. Это ставит под сомнение правомерность применения системы уравнений (8)–(10) для описания амплитудно-фазовых характеристик КЛ, работающего при больших значениях η . Использование в аналитической зависимости $\Delta K(\Omega)$ значения Ω_g , полученного непосредственно из результатов измерений, позволяет корректно описать величину нелинейных поправок к МК, связанных с влиянием ОР.

Расположение ПЭКов по диагонали КР квадратного сечения дает возможность эффективно управлять конфигурацией парциальных ККС зеркал. В качестве репера можно использовать амплитуду переменной составляющей интенсивности ВВ с частотой биений, добываясь ее минимального значения при перемещении ПЭКов. По нашим оценкам, такой подход к коррекции нелинейных поправок в ЛГ с прямоугольной подставкой, связанных с влиянием ОР, позволит уменьшить их до 1–2 ppm.

1. Aronowitz F., Collins R.J. *Appl. Phys. Lett.*, **9**, 55 (1966).
2. Aronowitz F., in *Optical Gyros and their Applications* (Neuilly-sur-Seine, France, RTO AGARDograph 339, 1999, p. 3.1).
3. *Волновые и флуктуационные процессы в лазерах*. Под ред. Ю.Л.Климонтовича (М.: Наука, 1974).
4. Азарова В.В., Голяев Ю.Д., Дмитриев В.Г. *Квантовая электроника*, **30**, 96 (2010) [*Quantum Electron.*, **30**, 96 (2010)].
5. Азарова В.В., Голяев Ю.Д., Савельев И.И. *Квантовая электроника*, **45**, 171 (2015) [*Quantum Electron.*, **45**, 171 (2015)].
6. Хошев И.М. Канд. дис. (М., МГУ им. М.В.Ломоносова, 1978).
7. Горшков В.Н., Грушин М.Е., Ларионцев Е.Г., Савельев И.И., Хохлов Н.И. *Квантовая электроника*, **46**, 1061 (2016) [*Quantum Electron.*, **46**, 1061 (2016)].
8. Etrich C., Mandel P., CentenoNeelen R., Spreeuw R.J.C., Woerdman J.P. *Phys. Rev. A*, **46**, 525 (1992).
9. Бирман А.Я., Петрухин Е.А., Савушкин А.Ф. *Квантовая электроника*, **6**, 2626 (1979) [*Sov. J. Quantum Electron.*, **9**, 1557 (1979)].
10. Федоров А.Е., Зборовский В.А., Рекунов Д.А., Курылев А.Н. *Труды XXIV Санкт-Петербургской международной конференции по интегрированным навигационным системам* (С.-Петербург, 2017, с. 349–355).
11. Бессонов А.С., Макеев А.П., Петрухин Е.А. *Квантовая электроника*, **47**, 675 (2017) [*Quantum Electron.*, **47**, 675 (2017)].
12. Бессонов А.С., Макеев А.П., Петрухин Е.А. *Труды XXIV Санкт-Петербургской международной конференции по интегрированным навигационным системам* (С.-Петербург, 2017, с. 482–486).