

# Исследование возможности применения математического формализма спиральных пучков света для анализа кардиограмм

В.Г.Волостников, С.А.Кишкин, С.П.Котова, М.С.Русакова

*Для классификации кардиограмм предлагается метод анализа контурных изображений, основанный на математическом формализме спиральных пучков света. Введена метрика близости контуров кардиограмм в пространстве интенсивностей спиральных пучков. Проведена классификация нормальных и инфарктных кардиограмм согласно предложенному методу. Показано, что рассматриваемый метод дает корректные результаты в большинстве протестированных случаев.*

**Ключевые слова:** спиральные пучки, классификация кардиограмм, контурный анализ, анализ кардиограмм.

## 1. Введение

Проблема автоматизированного анализа физиологических сигналов, в том числе электрокардиографических, в настоящее время становится все более актуальной в связи с необходимостью профилактической диагностики и ранней диагностики патологий. Традиционно анализ электрокардиограммы (ЭКГ) проводит специалист-кардиолог, ориентируясь на ее форму, высоту и взаимное расположение зубцов, положение и длительность сегментов [1] (рис. 1), и итог анализа во многом зависит от опыта и квалификации врача.

Вместе с тем в настоящее время все большее внимание в диагностике уделяется автоматизированным методам анализа. Дифференциальная диагностика в случае анализа ЭКГ с точки зрения автоматизации процесса пред-

ставляет собой задачу классификации, которую решают различными способами. Один из основных методов – применение аппарата нейросетей [2, 3] (см. также ссылки в работе [3]). В ряде других направлений для успешной классификации сигнала предлагается применять математические преобразования, например вейвлет-анализ [4, 5]. Однако упомянутые методы не свободны от некоторых недостатков: можно отметить высокую сложность архитектуры и отсутствие формализованных алгоритмов настройки нейросетей, а также проблему корректного обучения нейросети. Алгоритмы вейвлет-преобразований, как правило, не учитывают особенности сигнала и цель его преобразования, а в случае вейвлет-анализа кардиограмм в настоящее время нет четких критериев сопоставления вейвлет-кардиограммы с определенными видами кардиологических патологий [4]. Вместе с тем кардио-

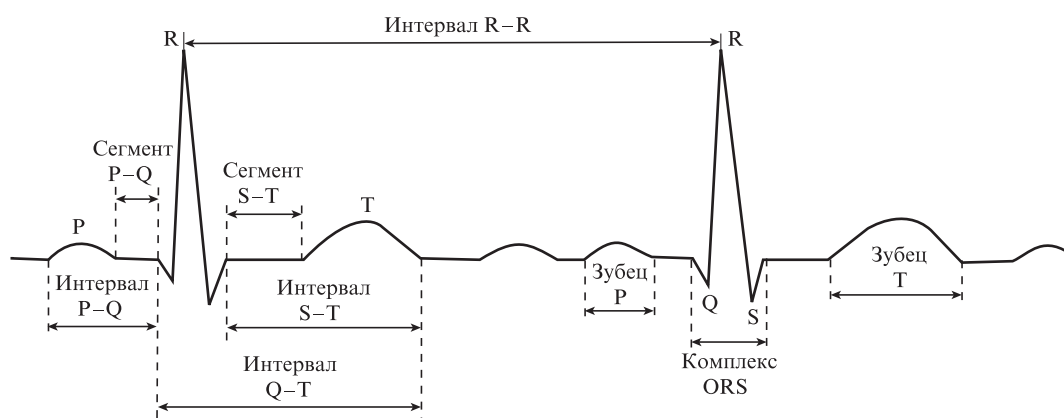


Рис. 1. Схематичное изображение фрагмента нормальной кардиограммы (основные элементы).

**В.Г.Волостников, С.А.Кишкин, С.П.Котова.** Самарский филиал Физического института им. П.Н.Лебедева РАН, Россия, 443011 Самара, ул. Ново-Садовая, 221; e-mail: kotova@fian.smr.ru  
**М.С.Русакова.** Самарский национальный исследовательский университет им. акад. С.П.Королева, Россия, 443086 Самара, Московское ш., 34; e-mail: r.margarita@gmail.com

Поступила в редакцию 18 сентября 2018 г., после доработки – 23 ноября 2018 г.

грамму можно рассматривать как частный случай контура, и, соответственно, задачу анализа кардиограмм (и их классификации) можно решать, используя различные методы контурного анализа [6, 7]. В работах [8, 9] предложен метод распознавания контуров, базирующийся на таких объектах когерентной оптики, как спиральные пучки света. Данный метод предполагает, что распознавание проводится не для плоской кривой, определяющей контур, а

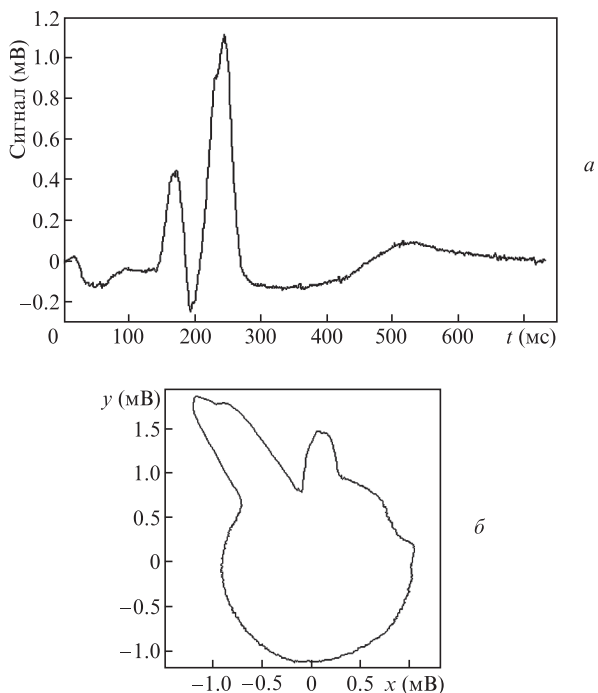


Рис.2. Фрагмент кардиограммы (один период), полученной с отведения кардиографа V<sub>1</sub> для иллюстрации картины инфаркта: стандартное изображение – развертка сигнала напряжения V(t) во времени (a) и циклограмма x(t) = V(t)cos[(2π/T)t], y(t) = V(t)sin[(2π/T)t] (б).

для соответствующего ей более информативного спирального светового пучка, обладающего важными характеристиками и свойствами. Спиральные пучки света впервые были рассмотрены в работах [10, 11] как класс автономных решений параболического уравнения, сохраняющих при эволюции неизменную интенсивность с точностью до масштаба и вращения. Настоящая работа является продолжением исследований, приведенных в [8, 9], и базируется на следующих предпосылках. В кардиографии контуры нормальной и инфарктной кардиограмм имеют характерный вид и значительно отличаются друг от друга. Поскольку сигнал кардиограммы описывается некой периодической функцией, можно перейти от линейной развертки кардиограммы во времени к представлению ее в виде замкнутого на периоде контура (рис.2).

Сопоставляя контурам кардиограмм спиральные пучки, можно построить некую метрику близости (или похожести) распределений интенсивностей спиральных пучков (а значит, и исходных контуров ЭКГ), после чего делать вывод о принадлежности тестируемой кардиограммы к классу нормальных либо к классу патологических с картиной инфаркта.

## 2. Математический формализм теории спиральных пучков света

В современной кардиографии в настоящее время принят стандартный способ регистрации кардиограмм, когда фиксируются показания с 12 отведений (три стандартных, три усиленных отведения от конечностей и шесть грудных отведений), т. е. одна кардиограмма представляет собой набор зависимостей от 12 отведений. Будем рассматривать сигнал с каждого отведения кардиографа как плоскую кривую, состоящую из упорядоченного набора точек:

$$\zeta(t) = x(t) + iy(t), \quad t \in [0, T]. \tag{1}$$

Кардиограмму, за исключением случаев аритмии, можно рассматривать как некоторую периодическую функцию с периодом T, что позволяет описывать ее формулой (1). Для успешного анализа контура кардиограммы необходимо преодолеть основные проблемы классического контурного анализа [2]: выбор начальной точки, относительного масштаба контуров, поворота, а также наличие шумов. В работах [8, 9] было показано, что применение метода спиральных пучков света в задаче распознавания контуров позволяет избежать вышеупомянутых проблем за счет ряда особенностей, присущих спиральным пучкам света. Спиральный пучок – это световое поле, распределение интенсивности которого может иметь сколь угодно сложную форму (в том числе замкнутой кривой); оно сохраняет свою структуру при распространении и фокусировке с точностью до поворота и масштаба [11]. Контур, описываемому формулой (1), можно взаимно однозначно сопоставить комплексную амплитуду спирального пучка S(z, z\*):

$$S(z, z^* | \zeta(t), t \in [0, T]) = \exp\left(\frac{-zz^*}{\rho^2}\right) \times \int_0^T \exp\left\{-\frac{\zeta(t)\zeta^*(t)}{\rho^2} + \frac{2z\zeta^*(t)}{\rho^2} + \frac{1}{\rho^2} \int_0^t [\zeta^*(\tau) d\zeta - \zeta(t) d\zeta^*] \frac{d\zeta}{dt} dt\right\}, \tag{2}$$

где ρ – параметр гауссова пучка.

Если параметризовать фрагмент кардиограммы, составляющий один ее период, и представить его в виде замкнутого контура, то тогда (в случае выполнения для соответствующего спирального пучка условия квантования

$$S_{\text{curve}} = \frac{1}{2} \pi \rho^2 N_q, \quad N = 0, 1, 2, \dots, \tag{3}$$

где S<sub>curve</sub> – площадь под кривой; N<sub>q</sub> – параметр квантования, определяемый числом нулей комплексной амплитуды [11]) комплексная амплитуда спирального пучка инвариантна относительно выбора начальной точки на кривой с точностью до фазового множителя [9]. Отметим, что для корректного описания сложных контуров число нулей комплексной амплитуды не может быть малым. В дальнейшем будем называть спиральный пучок, построенный для большого значения параметра квантования (N<sub>q</sub> = 150) спиральным пучком с большой детализацией.

Перейдем от интегрального представления комплексных амплитуд к бесконечным суммам, разложив спиральный пучок по ортогональному базису полиномов Лагерра–Гаусса L<sub>0n</sub>(z, z\*):

$$S(z, z^*) = \sum_{n=0}^N c_n \left[ \sqrt{\frac{2^{n+1}}{\pi n! \rho^{2n+2}}} \exp\left(\frac{-zz^*}{\rho^2}\right) z^n \right], \tag{4}$$

где коэффициенты c<sub>n</sub> имеют вид

$$c_n = \sqrt{\frac{2^{n-1} \pi}{n! \rho^{2n-2}}} \int_0^T [\zeta^*(t)]^n \exp\left\{-\frac{\zeta(t)\zeta^*(t)}{\rho^2} + \dots\right\}$$

$$+ \frac{1}{\rho^2} \int_0^{\rho} \left\{ \zeta^*(t) \zeta'(\tau) - \zeta(\tau) \zeta'^*(t) \right\} |\zeta'(\tau)| d\tau. \quad (5)$$

В работах [8, 9] было показано, что комплексная амплитуда спирального пучка при выполнении условия квантования (3) инвариантна относительно преобразования масштаба  $A$  и поворота контура  $\alpha$  вида  $\zeta(t) \rightarrow \zeta(t)A \times \exp(i\alpha)$ :

$$S(z, z^* | \zeta(t)A \exp(i\alpha)) = S\left(\frac{z}{A \exp(i\alpha)}, \frac{z^*}{A \exp(-i\alpha)} | \zeta(t)\right), \quad (6)$$

а коэффициенты разложения  $c_n$  из формулы (4) хранят информацию об угле поворота.

Иными словами, задача контурного анализа может быть решена с использованием принципов когерентной оптики, т. к. математический аппарат спиральных пучков света позволяет преодолевать упомянутые выше классические сложности.

### 3. Классификация кардиограмм с применением математического аппарата спиральных пучков: основная идея и метрика

Примем формальную постановку задачи. Пусть контур  $\zeta(t)$  – фрагмент сигнала с одного из 12 отведений кардиографа на периоде сердечного ритма,  $K$  – множество контуров всех кардиограмм со всех отведений,  $D$  – конечное множество классов кардиограмм (диагнозов). Будем считать, что существует неизвестная целевая зависимость – отображение  $K \rightarrow D$ , значения которой известны только для элементов конечного обучающего подмножества  $K_0 = \{(k_1, d_1), \dots, (k_n, d_n)\}$ , где  $K_0$  – множество эталонных кардиограмм с известным диагнозом. Для любой кардиограммы  $k \in K$  необходимо найти соответствующий класс  $d_j \in D$ , такой, чтобы расстояние между совокупностью контуров  $k_i$  с отведений кардиографа и соответствующими элементами множества  $K_j \in K$ ,  $K_j \rightarrow d_j$  было минимальным. Иначе говоря, задача классификации в данной постановке может быть сведена к подбору подходящей метрики  $\mu$ , определяющей расстояние между тестируемым контуром и множеством контуров эталонных кардиограмм в соответствующих отведениях. Выбор такой метрики, вообще говоря, является нетривиальной задачей [12] и во многом обуславливает успешность того или иного подхода к решению задачи классификации. Широко известные методы решения задачи классификации (вероятностные, метод  $C$ -means, KNN и т. п.) вводят часто используемые метрики [12, 13], которые, очевидно, неприменимы в случае спиральных пучков, т. к. здесь вновь вводимая метрика должна быть инвариантна относительно преобразований масштаба и поворота контура, а также относительно выбора начальной точки на контуре.

Введем следующую метрику  $\mu: I \times I \rightarrow [0, 1]$  в пространстве интенсивностей спиральных пучков, где  $I(z, z^*) = S(z, z^*)S^*(z, z^*)$ . В качестве основы выберем функцию перекрытия интенсивностей  $\Pi(\theta)$ :

$$\Pi(\theta) = \iint_{\mathbb{R}^2} I^{(1)}(z, z^*) I^{(2)}(z \exp(i\theta), z^* \exp(-i\theta)) dx dy \times \left[ \sqrt{\iint_{\mathbb{R}^2} I^{(1)}(z, z^*) I^{(1)}(z \exp(i\theta), z^* \exp(-i\theta)) dx dy} \times \right. \quad (7)$$

Поскольку  $\Pi(\theta)$  – нормированное скалярное произведение, то значение ее модуля лежит в пределах отрезка  $[0, 1]$ . Теперь введем метрику  $\mu$  в виде

$$\mu(I_1, I_2) = 1 - \max_{\theta \in [0, 2\pi]} |\Pi(I_1, I_2, \theta)|. \quad (8)$$

Значение метрики, максимально приближенное к нулю, означает, что тестируемая кардиограмма принадлежит к определяемому классу кардиограмм (есть совпадение с классифицированным контуром), тогда как значение, близкое к единице, соответствует случаю, когда тестируемый контур не подходит к рассматриваемому классу.

### 4. Алгоритм процесса классификации кардиограмм методом спиральных пучков

Рассмотрим подробнее, как происходит классификация кардиограмм. Данные для анализа кардиограмм взяты из открытой базы физиологических сигналов [physionet.org](http://physionet.org) [14] (PTB Diagnostic ECG Database [15]). Для определенности будем рассматривать два больших класса кардиограмм: нормальные и кардиограммы пациентов с инфарктом миокарда. Локализация инфаркта может быть различной: передний инфаркт, нижний, боковой, затронуты желудочки сердца или его перегородка, предсердия [1]. В зависимости от локализации инфаркта характерная картина изменений видна на сигналах, полученных с различных отведений кардиографа. Так, при переднем инфаркте характерны изменения для отведений I (II), aVL, V<sub>1</sub>, V<sub>2</sub> (V<sub>3</sub>–V<sub>6</sub>), при нижнем – для отведений II, III, aVF, при боковом – для отведений I, II, aVL, V<sub>5</sub>, V<sub>6</sub> [1]. Соответственно, наличие корреляций тестируемой кардиограммы с эталонной по выбранным отведениям может свидетельствовать о наличии инфаркта.

Процесс сравнения кардиограмм включает следующие этапы:

1. Для классифицируемой (тестируемой) кардиограммы определяется период сердцебиения, и для каждого из 12 стандартных отведений строится параметризованная замкнутая кривая (1) на периоде.

2. Для каждого из входных 12 контуров тестируемой ЭКГ вычисляется набор коэффициентов разложения (5) для комплексной амплитуды спирального пучка (4). При этом должно выполняться условие квантования (3), где параметр квантования (а значит, и количество коэффициентов разложения) не может быть малым, т. к. форма контура достаточно сложная и требует хорошей детализации.

3. Для каждой эталонной кардиограммы и каждого из 12 отведений из файлового хранилища извлекаются заранее вычисленные коэффициенты разложения.

4. Для каждого из 12 отведений тестируемой кардиограммы вычисляется метрика (8) по всем эталонным кардиограммам и выбирается наилучший результат для каждого отведения.

5. Анализируется совокупность результатов по 12 отведениям и принимается решение о классификации кардиограммы в соответствии со следующими правилами:

- а) кардиограмма уверенно классифицируется как нормальная, если хотя бы по 8 отведениям метрика достигла минимума для класса нормальных ЭКГ, а оставшиеся от-

ведения не являются определяющими для классов инфарктных ЭКГ;

б) кардиограмма уверенно классифицируется как инфарктная, если хотя бы по половине отведений метрика достигала минимума для класса инфарктных ЭКГ, причем эти отведения являются определяющими для локализаций инфаркта эталонных кардиограмм.

## 5. Результаты классификации кардиограмм

В качестве эталонных кардиограмм были выбраны 10 нормальных кардиограмм от 10 пациентов разного возраста и пола, 10 инфарктных кардиограмм от 10 разных пациентов с различными локализациями инфаркта (передний, нижний, ниже-боковой, ниже-задне-боковой, передний инфаркт перегородки, повторный передний инфаркт). Для каждой кардиограммы построен замкнутый контур по периоду на 12 отведениях, а также рассчитаны коэффициенты разложения спирального пучка по полиномам Лаггерра–Гаусса для всех контуров. Далее для каждой тестируемой кардиограммы и каждого из 12 отведений вычислялась корреляционная функция (7) со всеми эталонными ЭКГ в случаях средней детализации (50 нулей комплексной амплитуды и 300 коэффициентов разложения) и большой детализации (150 нулей и 600 коэффициентов). Отметим, что даже в случае средней детализации были получены хорошие результаты распознавания контуров кардиограмм и их классификации, однако далее мы подробно рассмотрим и обсудим результаты для большой детализации. В табл.1 и далее приняты следующие названия кардиограмм:  $TI_k$  – тестируемые ин-

Табл.1. Число отведений для каждой тестируемой кардиограммы, по которым достигнута наилучшая метрика с эталонными кардиограммами по типу «норма» ( $\aleph_{norm}$ ) и «инфаркт» ( $\aleph_{hat}$ ).

Тестируемые кардиограммы	$\aleph_{hat}$	$\aleph_{norm}$	Результат классификации	Фактический диагноз
$TI_1$ (pat_5b)	5	7	норма, сомнительный результат	инфаркт
$TI_2$ (pat_6b)	10	2	инфаркт	инфаркт
$TI_3$ (pat_7c)	11	1	инфаркт	инфаркт
$TI_4$ (pat_9)	9	3	инфаркт	инфаркт
$TI_5$ (pat_10a)	6	6	инфаркт	инфаркт
$TI_6$ (pat_14b)	8	4	инфаркт	инфаркт
$TI_7$ (pat_15a)	6	6	инфаркт	инфаркт
$TI_8$ (pat_16a)	6	6	инфаркт	инфаркт
$TI_9$ (pat_17b)	4	8	норма, сомнительный результат	инфаркт
$TI_{10}$ (pat_19c)	6	6	инфаркт	инфаркт
$TI_{11}$ (pat_20c)	11	1	инфаркт	инфаркт
$TN_1$ (pat_105)	4	8	норма, сомнительный результат	норма
$TN_2$ (pat_245)	4	8	норма, сомнительный результат	норма
$TN_3$ (pat_252)	1	11	норма	норма
$TN_4$ (pat_266)	1	11	норма	норма
$TN_5$ (pat_267)	2	10	норма	норма
$TN_6$ (pat_277)	4	8	норма	норма
$TN_7$ (pat_279a)	2	10	норма	норма
$TN_8$ (pat_284)	1	11	норма	норма

фарктные кардиограммы,  $TN_k$  – тестируемые нормальные,  $EI_k$  – эталонные инфарктные,  $EN_k$  – эталонные нормальные (в скобках даны названия согласно базе данных исходных сигналов).

Протестировано 11 инфарктных кардиограмм, из которых 9 классифицированы как инфарктные, а также 8 нормальных кардиограмм, из которых достоверно распознаны 6 (классифицированы как нормальные). Таким образом, согласно приведенным результатам чувствительность метода составила 82%, а специфичность – 75%.

Рассмотрим, например, кардиограмму под кодовым названием  $TI_2$ . Она соответствует сложной картине повторного инфаркта, для анализа которой следует обращать внимание на отведения I, aVL (рис.3),  $V_1$ ,  $V_2$  и II, III, aVF. Из рис.3 хорошо видно, что для рассматриваемой картины инфаркта в отведении aVL контуры кардиограмм обладают характерными особенностями и значительно отличаются друг от друга даже при визуальном сравнении. Объекты, к которым предлагается перейти в рассматриваемом методе, – спиральные пучки – «наследуют» геометрию начального сигнала, поэтому, соответственно, будут различаться и распределения интенсивностей построенных спиральных пучков, и картины распределения фазы поля спирального пучка.

В табл.2 и 3 приведены результаты вычисления метрики близости  $\mu$  тестируемой кардиограммы со всеми эталонными.

Проанализируем полученные данные. Совпадений с нормальными ЭКГ всего два, они наблюдаются для отведений aVR и  $V_6$ , сигналы с которых, вообще говоря, не являются определяющими при диагностике данной картины инфаркта. Уверенно можно утверждать, что есть хорошее совпадение с инфарктными кардиограммами для отведений II, aVF,  $V_1$ – $V_5$  (эти отведения являются определяющими для рассматриваемых эталонных кардиограмм) – значения метрики здесь достигают минимальных величин (0.060 – 0.132), худшее значение  $\mu$  в приведенном примере – 0.535 (однако оно является лучшим среди всего эталонного набора по отведению II). Также есть совпадения с инфарктными кардиограммами для неопределяющих отведений I, III, aVL, что тоже свидетельствует в пользу классификации тестируемой ЭКГ как инфарктной.

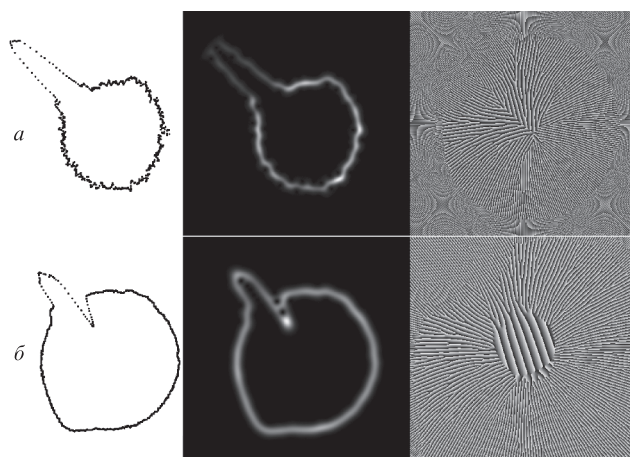


Рис.3. Контуры тестируемой инфарктной кардиограммы  $TI_2$  (а) и эталонной нормальной кардиограммы  $EN_1$  (б) с отведения aVL (слева), распределение интенсивности соответствующего спирального пучка (в центре) и распределение фазы спирального пучка (справа). На фазовом распределении черный цвет соответствует 0, белый – 2 $\pi$ .

Табл.2. Значения метрики близости  $\mu$  для отведений кардиограммы  $TN_2$  (патологическая, инфаркт) I, II, III, aVL, aVR, aVF с соответствующими отведениями эталонных кардиограмм.

Эталонная кардиограмма	Отведение кардиографа					
	I	II	III	aVL	aVR	aVF
EN <sub>1</sub> (pat_104)	0.625	0.693	0.776	0.591	0.267	0.758
EN <sub>2</sub> (pat_242)	0.588	0.644	0.796	0.617	0.577	0.756
EN <sub>3</sub> (pat_244)	0.479	0.604	0.726	0.497	0.367	0.670
EN <sub>4</sub> (pat_246)	0.432	0.589	0.735	0.523	0.317	0.725
<b>EN<sub>5</sub></b> (pat_247)	0.368	0.702	0.756	0.574	<b>0.165</b>	0.733
EN <sub>6</sub> (pat_248)	0.639	0.725	0.635	0.502	0.328	0.771
EN <sub>7</sub> (pat_251)	0.367	0.550	0.364	0.366	0.336	0.453
EN <sub>8</sub> (pat_255)	0.456	0.675	0.760	0.549	0.355	0.763
EN <sub>9</sub> (pat_260)	0.477	0.721	0.816	0.616	0.429	0.779
EN <sub>10</sub> (pat_264)	0.451	0.590	0.677	0.572	0.453	0.669
EI <sub>1</sub> (pat_1)	0.423	0.612	0.452	0.383	0.660	0.495
EI <sub>2</sub> (pat_2)	0.604	0.633	0.627	0.621	0.485	0.558
EI <sub>3</sub> (pat_3)	0.556	0.639	0.397	0.637	0.269	0.482
EI <sub>4</sub> (pat_4a)	0.367	0.621	0.231	0.486	0.311	0.445
EI <sub>5</sub> (pat_7a)	0.515	0.596	0.257	0.468	0.460	0.436
EI <sub>6</sub> (pat_8a)	0.405	0.569	0.599	0.450	0.326	0.597
<b>EI<sub>7</sub></b> (pat_11a)	<b>0.350</b>	<b>0.535</b>	0.347	<b>0.333</b>	0.182	<b>0.318</b>
EI <sub>8</sub> (pat_12a)	0.542	0.578	0.215	0.452	0.321	0.522
<b>EI<sub>9</sub></b> (pat_13a)	0.565	0.617	<b>0.214</b>	0.484	0.373	0.387
EI <sub>10</sub> (pat_18a)	0.520	0.622	0.237	0.474	0.568	0.399

Примечание: полужирным шрифтом отмечены наилучшие значения метрики и кардиограммы, для которых они достигаются.

Табл.3. Значения метрики близости  $\mu$  для отведений кардиограммы  $TN_2$  (патологическая, инфаркт) V<sub>1</sub>–V<sub>6</sub> с соответствующими отведениями эталонных кардиограмм.

Эталонная кардиограмма	Отведение кардиографа					
	V <sub>1</sub>	V <sub>2</sub>	V <sub>3</sub>	V <sub>4</sub>	V <sub>5</sub>	V <sub>6</sub>
EN <sub>1</sub>	0.218	0.293	0.460	0.741	0.776	0.719
EN <sub>2</sub>	0.586	0.316	0.359	0.384	0.325	0.547
EN <sub>3</sub>	0.449	0.652	0.755	0.755	0.673	0.360
EN <sub>4</sub>	0.267	0.285	0.371	0.468	0.409	0.399
EN <sub>5</sub>	0.147	0.148	0.266	0.424	0.428	0.502
EN <sub>6</sub>	0.387	0.652	0.813	0.807	0.790	0.617
<b>EN<sub>7</sub></b>	0.284	0.253	0.319	0.483	0.671	<b>0.344</b>
EN <sub>8</sub>	0.231	0.327	0.398	0.545	0.564	0.383
EN <sub>9</sub>	0.380	0.351	0.386	0.449	0.559	0.480
EN <sub>10</sub>	0.412	0.456	0.501	0.745	0.763	0.470
EI <sub>1</sub>	0.769	0.750	0.729	0.590	0.449	0.587
EI <sub>2</sub>	0.512	0.431	0.280	0.247	0.396	0.477
EI <sub>3</sub>	0.380	0.432	0.602	0.798	0.694	0.416
<b>EI<sub>4</sub></b>	<b>0.060</b>	<b>0.118</b>	<b>0.132</b>	<b>0.231</b>	0.310	0.407
EI <sub>5</sub>	0.164	0.167	0.168	0.255	0.409	0.399
EI <sub>6</sub>	0.587	0.664	0.724	0.812	0.808	0.423
EI <sub>7</sub>	0.289	0.206	0.353	0.594	0.572	0.399
EI <sub>8</sub>	0.248	0.283	0.319	0.343	0.313	0.422
EI <sub>9</sub>	0.170	0.193	0.270	0.451	0.485	0.429
<b>EI<sub>10</sub></b>	0.640	0.412	0.331	0.386	<b>0.292</b>	0.528

Примечание: полужирным шрифтом отмечены наилучшие значения метрики и кардиограммы, для которых они достигаются.

В табл.4 и 5 приведены результаты расчетов метрики близости  $\mu$  тестируемой нормальной кардиограммы со всеми эталонными. Видно, что для данной кардиограммы  $TN_3$  с 11 отведений минимум метрики  $\mu$  в диапазоне

Табл.4. Значения метрики близости  $\mu$  для отведений кардиограммы  $TN_3$  (нормальная) I, II, III, aVL, aVR, aVF с соответствующими отведениями эталонных кардиограмм.

Эталонная кардиограмма	Отведение кардиографа					
	I	II	III	aVL	aVR	aVF
EN <sub>1</sub>	0.315	0.318	0.660	0.745	0.126	0.450
<b>EN<sub>2</sub></b>	0.729	<b>0.247</b>	0.657	0.771	0.199	0.371
EN <sub>3</sub>	0.425	0.341	0.496	0.601	0.065	0.405
EN <sub>4</sub>	0.542	0.422	0.612	0.465	0.242	0.432
EN <sub>5</sub>	0.609	0.504	0.733	0.794	0.259	0.559
<b>EN<sub>6</sub></b>	0.456	0.506	<b>0.275</b>	0.376	0.110	0.317
<b>EN<sub>7</sub></b>	<b>0.246</b>	0.580	0.390	<b>0.334</b>	0.101	0.693
EN <sub>8</sub>	0.477	0.314	0.668	0.684	0.117	0.337
<b>EN<sub>9</sub></b>	0.505	0.289	0.763	0.770	<b>0.048</b>	0.544
<b>EN<sub>10</sub></b>	0.452	0.297	0.328	0.724	0.077	<b>0.282</b>
EI <sub>1</sub>	0.682	0.650	0.683	0.669	0.534	0.670
EI <sub>2</sub>	0.724	0.656	0.645	0.685	0.356	0.662
EI <sub>3</sub>	0.601	0.706	0.643	0.704	0.286	0.739
EI <sub>4</sub>	0.637	0.683	0.564	0.755	0.278	0.727
EI <sub>5</sub>	0.416	0.751	0.568	0.465	0.207	0.768
EI <sub>6</sub>	0.388	0.465	0.400	0.699	0.148	0.590
EI <sub>7</sub>	0.554	0.690	0.484	0.629	0.267	0.683
EI <sub>8</sub>	0.440	0.773	0.613	0.477	0.205	0.764
EI <sub>9</sub>	0.384	0.544	0.572	0.452	0.219	0.734
EI <sub>10</sub>	0.464	0.731	0.504	0.411	0.419	0.755

Примечание: полужирным шрифтом отмечены наилучшие значения метрики и кардиограммы, для которых они достигаются.

Табл.5. Значения метрики близости  $\mu$  для отведений кардиограммы  $TN_3$  (нормальная) V<sub>1</sub>–V<sub>6</sub> с соответствующими отведениями эталонных кардиограмм.

Эталонная кардиограмма	Отведение кардиографа					
	V <sub>1</sub>	V <sub>2</sub>	V <sub>3</sub>	V <sub>4</sub>	V <sub>5</sub>	V <sub>6</sub>
EN <sub>1</sub>	0.128	0.172	0.440	0.379	0.248	0.435
EN <sub>2</sub>	0.346	0.263	0.468	0.713	0.777	0.733
<b>EN<sub>3</sub></b>	0.125	0.530	0.641	<b>0.176</b>	0.517	0.427
EN <sub>4</sub>	0.205	0.363	0.550	0.670	0.667	0.478
EN <sub>5</sub>	0.160	0.346	0.592	0.682	0.653	0.327
<b>EN<sub>6</sub></b>	0.088	0.547	0.716	0.518	0.184	<b>0.155</b>
EN <sub>7</sub>	0.087	0.147	0.436	0.694	0.495	0.300
EN <sub>8</sub>	0.113	0.151	0.430	0.628	0.613	0.237
<b>EN<sub>9</sub></b>	0.097	<b>0.084</b>	0.352	0.703	0.649	0.222
<b>EN<sub>10</sub></b>	<b>0.063</b>	0.140	<b>0.190</b>	0.292	0.225	0.228
EI <sub>1</sub>	0.768	0.736	0.639	0.621	0.800	0.705
EI <sub>2</sub>	0.384	0.504	0.507	0.771	0.789	0.772
EI <sub>3</sub>	0.500	0.362	0.361	0.210	0.382	0.695
EI <sub>4</sub>	0.404	0.369	0.479	0.770	0.738	0.618
EI <sub>5</sub>	0.167	0.283	0.492	0.777	0.799	0.722
<b>EI<sub>6</sub></b>	0.425	0.492	0.529	0.234	<b>0.133</b>	0.288
EI <sub>7</sub>	0.113	0.311	0.531	0.646	0.611	0.424
EI <sub>8</sub>	0.245	0.390	0.577	0.705	0.773	0.727
EI <sub>9</sub>	0.158	0.283	0.497	0.671	0.635	0.308
EI <sub>10</sub>	0.441	0.316	0.445	0.717	0.770	0.747

Примечание: полужирным шрифтом отмечены наилучшие значения метрики и кардиограммы, для которых они достигаются.

0.048–0.334 достигается с эталонными нормальными кардиограммами (без патологии), и только для отведения V<sub>5</sub> имеет место корреляция с инфарктной ЭКГ EI<sub>6</sub>. Впрочем, поскольку для кардиограммы EI<sub>6</sub> характерные изменения

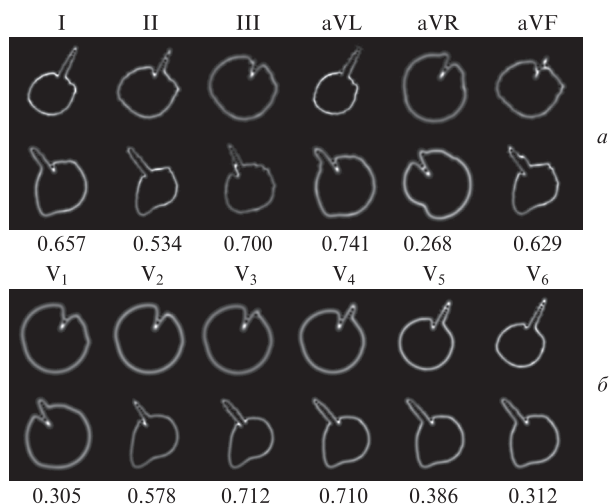


Рис.4. Распределение интенсивности спирального пучка и значения метрики близости контуров  $\mu$  для отведений I, II, III, aVL, aVR, aVF (а) и V<sub>1</sub>–V<sub>6</sub> (б) для инфарктной ЭКГ E1<sub>9</sub> (верхний ряд) и нормальной ЭКГ EN<sub>3</sub> (нижний ряд).

видны на отведениях II, III, aVF и не проявляют себя на отведении V<sub>5</sub>, можно утверждать, что тестируемая кардиограмма TN<sub>3</sub> распознана успешно как вариант нормальной (без патологии).

На рис.4 показаны распределения интенсивностей спирального пучка для эталонных кардиограмм E1<sub>9</sub> (инфаркт) и EN<sub>3</sub> (норма) для 12 отведений. Видно, что распределения интенсивности для разных отведений имеют характерные особенности для инфарктной и нормальной (без патологии) кардиограмм и значительно различаются. Расчет метрики близости контуров друг к другу при помощи предложенного метода дает значения  $\mu > 0.5$  для 8 из 12 отведений, и лишь для отведений V<sub>1</sub>, V<sub>6</sub> и aVR значение  $\mu$  опускается ниже 0.35 (контуров для данных отведений достаточно схожи). Из приведенного примера вычислений метрики близости для двух эталонных кардиограмм разных классов видно, что решение о результате классификации должно основываться на анализе совокупности полученных значений метрик для всех отведений кардиографа. Данная процедура лежит в области теории принятия решений в условиях неопределенности и выходит за рамки настоящей работы, однако ей будет уделено значительное внимание в ходе дальнейших исследований, которые планируется посвятить статистическому анализу множества эталонных кардиограмм с последующим извлечением информации о схожести в терминах введенной метрики.

## 6. Заключение

Предложен математический формализм спиральных пучков света для решения задачи классификации электрокардиограмм, введена метрика близости распределения интенсивностей спиральных пучков, приведены результаты классификации кардиограмм предложенным методом. Полученные результаты демонстрируют успешную классификацию для большинства рассмотренных кардиограмм, метод позволяет получить информацию об отсутствии или наличии инфаркта. В перспективе развития данных исследований может быть расширена база для дифференциальной диагностики других патологий сердечно-сосудистой системы, а также для дифференциальной диагностики локализации инфаркта. Другое перспективное направление исследований будет связано с ускорением вычислений, например за счет распараллеливания используемых алгоритмов.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 17-42-630934).

1. Орлов В.Н. *Руководство по электрокардиографии* (М.: Медицинское информационное агентство, 2017).
2. Haykin S. *Neural Networks: A Comprehensive Foundation* (New Jersey: Pearson Education, 2009).
3. Исаков Р.В., Аль Мабрук М.А., Сушкова Л.Т. *Медицинская техника*, **3**, 18 (2011).
4. Романец И.А., Атопков В.А., Гурия Г.Т. *Компьютерные исследования и моделирование*, **4**, 895 (2012).
5. Красовицкая К.А., Черкашин Е.А. *Образовательные ресурсы и технологии*, **2**, 180 (2016).
6. Фурман Я.А. *Введение в контурный анализ и его приложения к обработке изображений и сигналов* (М.: Физматлит, 2003).
7. Дюдин М.В., Поваляев А.Д., Подвальный Е.С., Томакова Р.А. *Вестник Воронежского государственного технического университета*, **10**, 54 (2014).
8. Волостников В.Г., Кишкин С.А., Котова С.П. *Квантовая электроника*, **43**, 646 (2013) [*Quantum Electron.*, **43**, 646 (2013)].
9. Волостников В.Г., Кишкин С.А., Котова С.П. *Квантовая электроника*, **48**, 268 (2018) [*Quantum Electron.*, **48**, 268 (2018)].
10. Абрамочкин Е.Г., Волостников В.Г. *УФН*, **174**, 1273 (2004) [*Phys. Usp.*, **47**, 1177 (2004)].
11. Абрамочкин Е.Г., Волостников В.Г. *Современная теория гауссовых пучков* (М.: Физматлит, 2010).
12. Мозговой М.В. *C++ мастер-класс. 85 нетривиальных проектов, решений и задач* (СПб.: Наука и техника, 2007, с. 272).
13. Сегаран Т. *Программируем коллективный разум* (СПб.: Символ-Плюс, 2008).
14. Goldberger A.L., Amaral LAN, Glass L., Hausdorff J.M., Ivanov P.Ch., Mark R.G., Mietus J.E., Moody G.B., Peng C.-K., Stanley H.E. *Circulation*, **101**, e215 (2000); <http://circ.ahajournals.org/content/101/23/e215.full>.
15. Boussejot R, Kreiseler D, Schnabel, A. *Biomedizinische Technik*, **40**, 317 (1995).