

Генерация разностной частоты в двухчастотном полупроводниковом дисковом лазере: модель с запаздывающей обратной связью

Ю.А.Морозов, М.И.Балакин, Л.А.Кочкуров, А.И.Конюхов, М.Ю.Морозов

Построена математическая модель внутрирезонаторного генератора разностной частоты на основе двухчастотного полупроводникового дискового лазера в виде динамической системы с запаздыванием. Исследованы стационарное состояние генерации (состояние равновесия динамической системы), его устойчивость, а также динамика излучения в переходном режиме после включения источника первичной оптической накачки. Показано, что состояние равновесия является устойчивым в широкой области параметров, что представляет интерес для возможных применений такого генератора.

Ключевые слова: нелинейно-оптическое взаимодействие, генерация разностной частоты, средний инфракрасный диапазон, полупроводниковый дисковый лазер.

1. Введение

Генераторы разностной частоты и оптические параметрические генераторы, работающие в непрерывном режиме, могут с успехом применяться в спектроскопии высокого разрешения [1]. Особенно перспективными являются внутрирезонаторные версии этих устройств. После создания двухчастотного лазера с вертикальным внешним резонатором, или, как его еще называют, полупроводникового дискового лазера [2], появилась возможность реализации на его основе компактного внутрирезонаторного генератора разностной частоты (ВГРЧ) в среднем ИК диапазоне (с длиной волны излучения порядка 16.5 мкм) [3].

Ранее перспективность внутрирезонаторного параметрического генератора (ПГ) с накачкой от полупроводникового дискового лазера была продемонстрирована в работе [4], где в однорезонаторном ПГ накачивающее, сигнальное и холостое излучения имели длины волн 1.05, 1.6 и 3.05 мкм соответственно (первичная оптическая накачка осуществлялась от диодного лазера с длиной волны 808 нм). Одним из недостатков такого устройства, является, на наш взгляд, невозможность значительного сближения длин волн накачки и сигнала, поскольку резонаторы этих оптических полей разделены с помощью дихроичного делителя. При этом не может быть реализована возможность существенного увеличения длины волны холостого излучения.

Использование общего резонатора для полей накачки и сигнала [3] позволяет избежать этого недостатка. Кроме

того, сформулированный в работе [3] подход может быть применен для создания как оптического ПГ, так и ВГРЧ. При этом изменяется лишь устройство активного зеркала, а общая схема остается неизменной.

Одним из факторов, определяющих пригодность ВГРЧ для использования в спектроскопии, является устойчивость стационарного режима излучения относительно малых возмущений этого состояния. Для теоретического анализа линейной устойчивости используется математическая модель, формализующая динамическое поведение генератора. Зачастую такая модель предполагает разложение оптических полей по модам резонатора, так называемое разложение по нормальным модам Слэтера [5–9]. Для несфазированных мод (или при учете лишь одной продольной моды) этот подход приводит к малости изменения амплитуд полей на масштабе времени кругового обхода резонатора. В то же время следует отметить, что более быстрые изменения амплитуды полей не запрещены при строгом электродинамическом рассмотрении; эти величины должны мало меняться в переходном режиме (или сохраняться постоянными в режиме стационарных колебаний в высокочастотном резонаторе) лишь в соседние моменты времени, разделенные временным интервалом, кратным времени обхода резонатора.

Для анализа более быстрых осцилляций интенсивности полей и изучения влияния этих осцилляций на устойчивость стационарного состояния нами используется модель динамической системы с запаздыванием [10–13]. В этой модели подразумевается рассмотрение лазера в виде связанных резонаторов, оптические поля рассматриваются в пределах внутреннего резонатора (subcavity), а влияние внешнего (основного) резонатора учитывается в виде многократных запаздывающих отражений. В настоящей работе данная модель модернизирована для учета влияния нелинейно-оптического взаимодействия на стационарные характеристики и динамику системы. Отметим, что в нашей модели подразумевается, что амплитуда отраженного из внешнего резонатора излучения велика по сравнению с таковой во внутреннем резонаторе. Это в корне отличает нашу модель от известной модели

Ю.А.Морозов, М.Ю.Морозов. Саратовский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А.Котельникова РАН, Россия, 410019 Саратов, ул. Зеленая, 38; e-mail: yuri.mor@rambler.ru

М.И. Балакин, Л.А.Кочкуров. Саратовский государственный технический университет им. Ю.А.Гагарина, Россия, 410054 Саратов, ул. Политехническая, 77

А.И.Конюхов. Саратовский национальный исследовательский государственный университет им. Н.Г.Чернышевского, Россия, 410012 Саратов, ул. Астраханская, 83

Поступила в редакцию 4 апреля 2019 г.

Ланга–Кобаяши [14], которая, как известно, учитывает внешние отражения малого уровня.

2. Вывод математической модели

Схема ВГРЧ, исследуемого в настоящей работе, представлена на рис.1. Основу устройства составляет двухчастотный полупроводниковый дисковый лазер (ПДЛ), который называется также двухчастотным лазером с вертикальным внешним резонатором [2]. Генератор включает внутренний резонатор, образованный брэгговским зеркалом и отражающей гранью структуры, обращенной во внешний резонатор. Для обеспечения необходимой полосоы отражения брэгговское зеркало выполнено в виде двухполосного зеркала (ДПЗ). Объем внутреннего резонатора заполнен активной средой, состоящей из квантовых ям (КЯ), разделенных барьерами. Поэтому внутренний резонатор называют также активным зеркалом. Внешний (основной) резонатор образован ДПЗ с одной стороны и выходным сферическим зеркалом – с другой. В данном генераторе обеспечивается одновременная генерация коротковолнового (с длиной волны 1.98 мкм) и длинноволнового (2.25 мкм) полей (в терминологии параметрического взаимодействия эти поля принято называть излучением накачки и сигнала). Как уже отмечалось, внешний резонатор является общим для полей накачки и сигнала. Для обеспечения нелинейно-оптического взаимодействия, сопровождающегося генерацией излучения на разностной частоте (холостого излучения), вблизи активного зеркала (т.е. в области, где плотность мощности оптических полей накачки и сигнала наиболее высока) размещен нелинейный кристалл GaAs, обладающий квазисинхронизмом. Холостое излучение с длиной волны 16.5 мкм не является резонансным, т.е. может свободно выходить через внешнее зеркало.

Устройства активного лазерного зеркала ВГРЧ и активного зеркала обычного ПДЛ существенно различаются. Во-первых, в активной среде ВГРЧ имеются по крайней мере два кластера (набора) КЯ различного молярного состава (мелкие Ga_{0.74}In_{0.26}Sb и глубокие Ga_{0.7}In_{0.3}As_{0.06}Sb_{0.94}), предназначенные для генерации излучения накачки и сигнала (рис.2). Инверсия носителей в КЯ создается вследствие поглощения излучения оптической накачки (первичной накачки) в барьерных слоях, разделяющих КЯ. Во избежание конкуренции за носители квантовых ям, принадлежащих разным активным областям, эти области отделены друг от друга широкозонным блокинг-слоем (Al_{0.85}Ga_{0.15}As_{0.068}Sb_{0.932}), препятствующим транс-

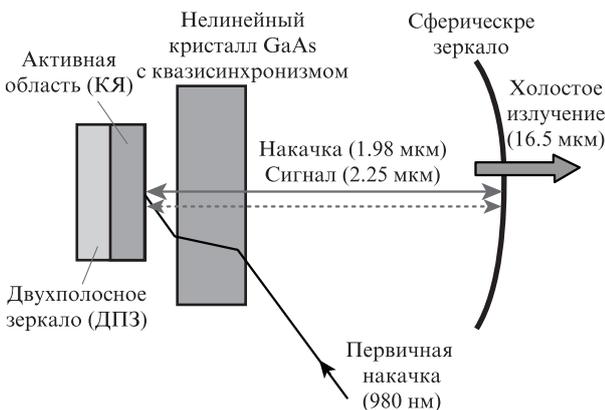


Рис.1. Схема внутрирезонаторного генератора разностной частоты.

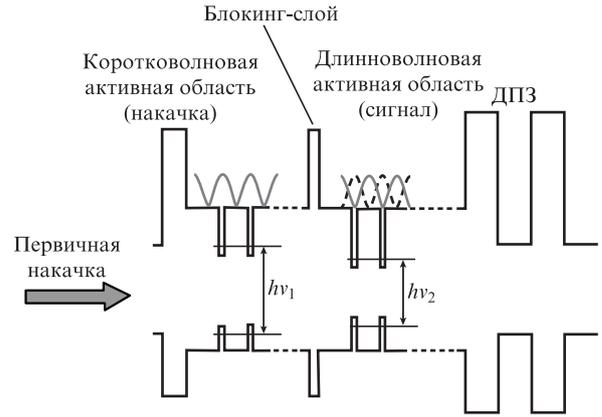


Рис.2. Энергетическая диаграмма активного зеркала ВГРЧ.

порту носителей между ними. Другой отличительной особенностью, по сравнению с устройством активной области обычного (одночастотного) полупроводникового дискового лазера, является расположение КЯ относительно пространственной структуры оптических полей: «длинноволновые» КЯ располагаются в узлах поля коротковолнового излучения. При этом связь оптических полей вследствие возможного поглощения этого излучения является минимальной, но каждый из наборов КЯ располагается в пучностях «своего» поля для обеспечения максимально возможного усиления.

Ключевым для построения математической модели является рассмотрение отражений в структуре лазера (рис.3). Здесь r и R – модули коэффициентов отражения активного и выходного зеркал соответственно; $r_{\text{ДВМ}}$ – коэффициент отражения ДПЗ. Нелинейный кристалл длиной L_c , находящийся вблизи активного зеркала, показан на схеме в виде затемненной области. Как уже упоминалось при постановке задачи, мы рассматриваем поля внутри активного зеркала, а влияние внешнего резонатора учитывается с помощью многократных отражений поля. Тогда эффективный коэффициент отражения внешней поверхности активного зеркала может быть записан как

$$r_{\text{eff}} = \frac{A^+ + A_{\text{ext}}^+}{A^-}, \tag{1}$$

где A^+ и A^- – амплитуды волн, распространяющихся соответственно в положительном и отрицательном направлениях оси z ; A_{ext}^+ – комплексная амплитуда внутри активного зеркала. При выполнении суммирования отражений во внешнем резонаторе получаем

$$r_{\text{eff}} = r \left[1 - \chi \sum_{m=1}^{\infty} (R_{\text{eff}} r)^{m-1} \frac{A^+(t - m\tau)}{A^+(t)} \exp(-j\omega m\tau) \right]. \tag{2}$$

Здесь $\chi = R_{\text{eff}}(1 - r^2)/r$; ω – угловая частота соответствующего поля; τ – время кругового обхода внешнего резонатора; $A^+(t - m\tau)$ – реплика комплексной амплитуды поля

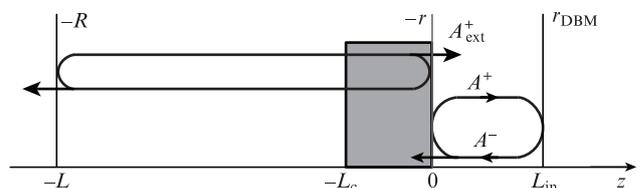


Рис.3. Отражения в структуре ВГРЧ.

$A^+(t)$, задержанная на время, равное m обходам резонатора. В двух предельных случаях: при $\chi \ll 1$ (вследствие $R_{\text{eff}} \ll 1$) и $\chi \gg 1$ (вследствие $r \ll 1$, антиотражающее покрытие на активном зеркале) можно ограничиться учетом лишь однократного обхода по внешнему резонатору. В первом случае реализуется модель Ланга – Кобаяши [14] слабой связи с внешним пространством, а во втором – наша модель, когда связь с внешним резонатором сильная.

В формуле (2) величина R_{eff} учитывает вклад как отражения от внешнего зеркала, так и влияние нелинейно-оптического взаимодействия в нелинейном кристалле:

$$R_{\text{eff}1} = R[1 - \mu(f_2 + f_{2\tau})]^{1/2} \quad (3)$$

для излучения накачки и

$$R_{\text{eff}2} = R[1 + \mu(f_1 + f_{1\tau})]^{1/2} \quad (4)$$

для сигнального излучения. Здесь f_i соответствует одностороннему потоку фотонов поля накачки ($i = 1$) и сигнального излучения ($i = 2$); величина с индексом τ здесь и далее относится к моменту времени, задержанному на величину τ , т. е. $f_{i\tau} = f_i(t - \tau)$. Мы полагаем, что поля накачки и сигнала представлены гауссовыми пучками с радиусами w_1 и w_2 ; при этом оказывается, что $\mu = 2\gamma/[\pi(w_1^2 + w_2^2)]$, где

$$\gamma = \frac{32Z_0}{n_1 n_2 n_3} d_{14}^2 \left(\frac{L_c}{\lambda_1 \lambda_2} \right) \hbar \omega_3. \quad (5)$$

В (5) $Z_0 = 120\pi$ – импеданс свободного пространства; $n_{1,2,3}$ – показатели преломления нелинейного кристалла GaAs для соответствующих длин волн; d_{14} – элемент тензора нелинейной восприимчивости; $\lambda_{1,2}$ – длины волн накачки и сигнального излучения; $\hbar \omega_3$ – энергия фотона холостого излучения.

Применяя подход, сформулированный в [13], с учетом вышеприведенных уравнений получим следующую систему динамических уравнений с запаздыванием для исследуемого ВГРЧ:

$$\begin{aligned} \dot{s}_1 &= \eta \left[(G_1 - 1) + \frac{1}{T} \left(\frac{s_{1\tau}}{s_1} - 1 \right) - \frac{\delta}{T} (s_2 + s_{2\tau}) \right] s_1, \\ \dot{s}_2 &= \eta \left[(G_2 - 1) + \frac{1}{T} \left(\frac{s_{2\tau}}{s_2} - 1 \right) + \frac{\delta}{T} (s_1 + s_{1\tau}) \right] s_2, \end{aligned} \quad (6)$$

$$\dot{v}_1 = \sigma_1 - v_1 - G_1 s_1,$$

$$\dot{v}_2 = \sigma_2 - v_2 - G_2 s_2.$$

Здесь числа фотонов s_i и носителей v_i нормированы на s_{j0} и $v_{i\text{th}}$ соответственно, причем $s_{j0} = v_{i\text{th}}/\eta$, где $v_{i\text{th}}$ – пороговое число носителей в i -й активной области; $\eta = \tau_r/\tau_{\text{ph}}$ (τ_r и $\tau_{\text{ph}} = (v_g \alpha_s)^{-1}$ – времена жизни носителей и фотонов во внутреннем резонаторе); $T = 2\alpha_s L_{\text{in}}$ – потери на обход резонатора; $\alpha_s = \alpha_{\text{in}} - (L_{\text{in}})^{-1} \ln[r_{\text{ДВМ}}(1 - r^2)R]$ – коэффициент потерь во внутреннем резонаторе. Коэффициент усиления G_i в соответствии с [15, 16] принимает вид $G_i = 1 + G_{i0} \ln v_i$, где $G_{i0} = 4m_i G_{\text{QW}}/T$, m_i – число КЯ в i -й активной области, G_{QW} – фактор усиления в расчете на одну КЯ (полагаем его одинаковым для КЯ различного молярного состава). Пороговое число носителей можно определить как $v_{i\text{th}} = m_i \pi w_{\text{pp}}^2 N_i \exp(1/G_{i0})$, где w_{pp} – радиус пучка

первичной накачки, N_i – поверхностная плотность носителей при просветлении. Фактор нелинейного взаимодействия имеет вид $\delta_i = \mu a_{i0}/\tau_{\text{in}}$, где $\tau_{\text{in}} = 2L_{\text{in}}/v_g$ – время кругового обхода внутреннего резонатора. Мощность первичной накачки, нормализованная на пороговое значение, обозначается как $\sigma_i = P/P_{i\text{th}}$. Точки над переменными в левых частях уравнений (6) означают дифференцирование по нормированному времени t/τ_r .

3. Результаты численного моделирования

Большинство расчетов было выполнено при следующих параметрах устройства: $L = 30$ мм, $L_c = 5$ мм, $L_{\text{in}} = 5$ мкм, $\lambda_1 = 1.98$ мкм, $\lambda_2 = 2.25$ мкм, $w_1 = w_2 = 80$ мкм, $w_{\text{pp}} = 90$ мкм, $d_{14} = 1.0 \times 10^{-4}$ мкм/В, $n_1 \approx n_2 = 3.335$, $n_3 = 3.22$, $T = 0.025$, $\tau_r = 2 \times 10^{-9}$ с, $N_1 = 1.45 \times 10^{12}$ см $^{-2}$, $G_{\text{QW}} = 2.0 \times 10^{-3}$ [16]. Каждая из активных областей ВГРЧ содержала по пять КЯ. При проведении расчетов мы полагали, что мощность первичной накачки поглощается в активных областях в равных долях.

Линейная стабильность (т. е. устойчивость относительно малых возмущений) стационарного состояния (иначе, состояния равновесия динамической системы) исследовалась с помощью пакета программ DDEBIFTOOL [17]. Характеристическое уравнение системы имеет бесконечное число корней, большинство из которых можно сгруппировать в два набора, состоящих их комплексно-сопряженных пар:

$$\lambda_n^{(1,3)} = \text{Re}(\lambda_n^{(1)}) \pm j \text{Im}(\lambda_n^{(1)}), \quad (7)$$

$$\lambda_n^{(2,4)} = \text{Re}(\lambda_n^{(2)}) \pm j \text{Im}(\lambda_n^{(2)}).$$

Кроме того, имеется счетное число чисто действительных корней, однако их значения намного меньше по величине, чем действительные части корней из наборов (7). Поэтому для определения устойчивости эти действительные корни не имеют существенного значения. Мнимые части корней (7), которые, как известно, определяют частоту колебаний малых отклонений от состояния равновесия, находятся приблизительно в кратном отношении с межмодовой частотой биений, т. е. $\text{Im}(\lambda_n^{(1,2)}) \approx 2\pi n/\tau$. Последнее соотношение полностью соответствует выводам общей теории относительно структуры корней характеристического уравнения для динамической системы с запаздыванием [18].

Проведенные расчеты показали, что в широкой области практически интересных значений параметров ВГРЧ и накачки действительные части корней (7) остаются отрицательными. Иными словами, стационарное положение динамической системы (6) является устойчивым. Это положение является важным для возможных применений ВГРЧ в системах спектроскопии высокого разрешения.

Для подтверждения вывода об устойчивости состояния равновесия нами проведены расчеты процесса установления стационарного состояния при значениях параметров, приведенных выше, и параметра первичной накачки $\sigma_1 = \sigma_2 = 10$. На рис.4 показана динамика переходного процесса для излучения накачки и сигнала. При расчетах мы полагали, что мощность первичной накачки включается скачком в момент времени $t = 0$. Видно, что для повышения интенсивности излучения до заметных значений необходимо время в несколько десятков времен

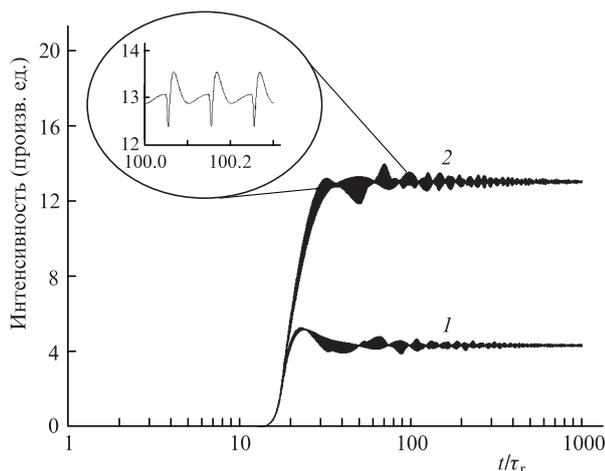


Рис.4. Динамика излучения накачки (1) и сигнала (2) в переходном режиме ВГРЧ.

жизни носителей τ_r или времен жизни фотонов во внешнем резонаторе (для ВГРЧ с рассматриваемыми параметрами это время жизни $\tau_{PH} \approx 2L/(cT) = 4\tau_r$). Из рис.4 также следует, что установление колебаний происходит через слабо затухающие релаксационные колебания (характерное время затухания $\sim 1000\tau_r$). Форма этих колебаний сложная – на вставке показан выделенный участок динамического поведения, с периодом колебаний, приблизительно равным времени обхода $\tau = 0.1\tau_r$. В целом установление равновесного состояния происходит в результате затухающего процесса, который характеризуется многомасштабностью характерных времен (имеются быстрые осцилляции с характерным временем порядка времени обхода резонатора при медленном изменении размаха этих осцилляций).

4. Заключение

Сформулирована система скоростных дифференциальных уравнений с запаздыванием для генератора разностной частоты, построенного на основе двухчастотного полупроводникового дискового лазера. Выполнены расчеты стационарного состояния (состояния равновесия динамической системы), его устойчивости относительно малых возмущений и динамики излучения в переходном режиме при включении излучения первичной накачки.

Показано, что характеристическое уравнение имеет бесконечное множество корней, большинство из которых могут быть сгруппированы в комплексно-сопряженные пары. Мнимые части корней, представляющие собой ча-

стоты колебаний малых отклонений от состояния равновесия, отделены друг от друга частотой межмодовых биеений в резонаторе устройства. Действительные части корней, максимальная из которых определяет время установления равновесия, являются отрицательными, т.е. состояние равновесия устойчиво (по крайней мере в исследованной области параметров). Это важный вывод для предполагаемого применения ВГРЧ в устройствах спектроскопии.

Переходная динамика излучения ВГРЧ подтверждает выводы об устойчивости стационарного состояния. Показано, что установление колебаний к стационарному значению происходит медленно (на масштабе $1000\tau_r$), причем характерное время изменения амплитуды колебаний на любом выделенном малом интервале времени приблизительно равно времени обхода резонатора.

Работа выполнена в рамках государственного задания и частично поддержана РФФИ (проект № 18-08-00599-а).

1. Sorokina I., Vodopyanov K. (Eds.). *Solid-State Mid-Infrared Laser Sources* (Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2003).
2. Leinonen T., Morozov Y.A., Härkönen A., Pessa M. *IEEE Photon. Techn. Lett.*, **17**, 2508 (2005).
3. Morozov Y.A. *Appl. Phys B*, **124**, 12 (2018).
4. Stothard D.J.M., Hopkins J.M., Burns D., Dunn M.H. *Opt. Express*, **17**, 10648 (2009).
5. Hodges S.E., Munroe M., Cooper J., Raymer M.G. *JOSA B*, **14**, 191 (1997).
6. Debuisschert T., Raffy J., Pocholle J.P., Papuchon M. *JOSA B*, **13**, 1569 (1996).
7. Turnbull G.A., Dunn M.H., Ebrahimzadeh M. *Appl. Phys B*, **66**, 701 (1998).
8. Morozov Y.A. *JOSA B*, **33**, 1470 (2016).
9. Siegman A.E. *Lasers* (California: University Science Book, 1986).
10. Park J.D., Seo D.S., McInerney J. *IEEE J. Quantum Electron.*, **26**, 1353 (1990).
11. Hui R.Q., Tao S.P. *IEEE J. Quantum Electron.*, **25**, 1580 (1989).
12. van Tartwijk G.H.M., Lenstra D. *Quantum Semiclass. Opt.*, **7**, 87 (1995).
13. Morozov Y.A., Leinonen T., Härkönen A., Pessa M. *IEEE J. Quantum Electron.*, **42**, 1055 (2006).
14. Lang R., Kobayashi K. *IEEE J. Quantum Electron.*, **16**, 347 (1980).
15. Zory P.S. (Ed.). *Quantum-Well Lasers* (San Diego: Acad. Press, 1993).
16. Rattunde M., Schmitz J., Mermelstein C., Kiefer R., Wagner J., in *Mid-Infrared Semiconductor Optoelectronics. Springer Series in Optical Sciences* (London: Springer-Verlag, 2006, p. 131).
17. Engelborghs K., Luzyanina T., Roose D. *ACM Transactions on Mathematical Software*, **28**, 1 (2002).
18. Yanchuk S., Giacomelli G. *J. Phys. A: Math. Theor.*, **50**, 103001 (2017).