

## НАНОАНТЕННЫ

# Анализ использования модели LCR-контура для оценки резонансного отклика тонких нанополосковых антенн прямого сечения

В.Ю.Венедиктов, Е.А.Ефремова, И.Р.Крылов, У.В.Прохорова

*Продемонстрирована возможность простой оценки ожидаемой частоты резонансного отклика тонкой золотой нанополосковой антенны прямого сечения при взаимодействии с внешним электромагнитным полем. В работе рассмотрены нанополосковые антенны толщиной менее толщины скин-слоя или сравнимой с ней. Приведены аналитические выражения для оценки резонансного отклика и выполнено полноволновое моделирование. Алгоритм получения подобных оценок важен, в частности, для планирования экспериментов без применения полноволнового моделирования, которое часто является весьма ресурсозатратным. Для получения аналитических выражений использовалась уточненная модель LCR-контура. Аналитические оценки, полученные для характеристик резонансного отклика, находятся в хорошем согласии с результатами полноволнового моделирования.*

**Ключевые слова:** нанополосковые антенны, нанополоска, широкополосный резонанс, резонансный отклик, LCR-модель.

## 1. Введение

Частотный резонансный отклик металлических и диэлектрических микро- и наночастиц, как известно, определяется материалом, характерными размерами и геометрией такой частицы. В настоящей работе рассматриваются металлические частицы с резонансным откликом в видимом и ближнем ИК диапазоне. В качестве отклика может рассматриваться как поглощение, так и рассеяние света. Важными характеристиками любого резонанса являются резонансная частота и добротность как величина, обратная относительной ширине резонанса. В ряде практических применений представляет интерес широкополосный отклик наночастиц, т. е. резонанс с большой шириной и низкой добротностью. Это, например, задачи широкополосной фильтрации в телекоммуникационных технологиях и задачи сенсорики, в которых на фоне широкого плазмонного резонанса регистрируются сложные спектры поглощения. Исследования в области создания широкополосного отклика ведутся интенсивно, в частности за последнее время было опубликовано несколько интересных работ, ориентированных на построение принципиальной схемы (геометрии) получения широкополосного отклика для различных технологических приложений, таких как поляризационный конвертор, широкополосный

поглотитель, управление хроматическими аберрациями [1–4].

Как известно, плазмонные резонансы по своей сути являются широкими резонансами, поэтому в настоящей работе мы исследуем возможности построения адекватной оценки плазмонных резонансов для наночастиц, имеющих форму нанополоски прямого сечения (рис.1). Такая форма представляет интерес в силу простоты нанесения наночастиц на твердотельную подложку, в частности методом нанолитографии при изготовлении упорядоченных метаповерхностей. Именно такая геометрия отдельных наноблоков использовалась в работах [1–4]. Заметим, что если обе стороны прямого сечения нанополоски достаточно малы (проволоки), то для таких частиц форма сечения не важна и существуют другие методы аппроксимации (цилиндры эквивалентного сечения [5]).

Следует отметить, что полноволновое, особенно трехмерное, моделирование резонансного отклика метаповерхностей требует больших вычислительных ресурсов, поэтому было бы полезно иметь возможность получить правдоподобные оценки для резонансных характеристик, таких как резонансная частота и ширина резонанса (добротность резонанса), т. е. требуется простая и адекватная модель. Такая модель на основе квазистатического приближения для частиц, намного меньшей длины волны падающего излучения, построена в классических работах [6, 7], где получены простые аналитические выражения для отклика наночастицы. Подробно разобраны случаи частиц разнообразной геометрии, в частности когда наночастица

**В.Ю.Венедиктов.** Санкт-Петербургский государственный университет, Россия, 199034 С.-Петербург, Университетская наб., 7-9; Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина), Россия, 197376 С.-Петербург, ул. Профессора Попова, 5

**Е.А.Ефремова.** Санкт-Петербургский государственный университет, Россия, 199034 С.-Петербург, Университетская наб., 7-9; Университет ИТМО, Россия, 197101 С.-Петербург, Кронверкский пр., 49; e-mail: efremova.kate@gmail.com

**И.Р.Крылов, У.В.Прохорова.** Санкт-Петербургский государственный университет, Россия, 199034 С.-Петербург, Университетская наб., 7-9

Поступила в редакцию 24 октября 2018 г., после доработки – 13 ноября 2018 г.

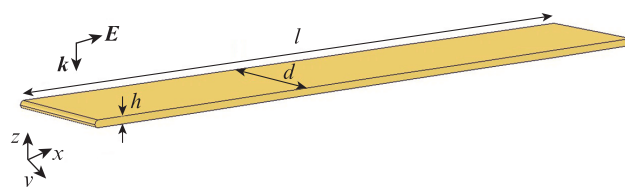


Рис.1. Золотая нанополосковая антенна (нанополоска).

представляет собой трехосный эллипсоид. В настоящей работе мы не ограничиваемся квазистатическим приближением и анализируем возможность применимости LCR-модели колебательного контура [8, 9] для более общего случая. В частности, как будет показано, применение модели LCR-контура дает возможность получения аналитических оценочных формул для частоты резонанса.

К преимуществам рассматриваемой формы наноантенны относится тот факт, что в случае антенны прямоугольного сечения существует три независимых параметра для подстройки резонансной частоты: длина, ширина и толщина. Фиксируя, например, длину и ширину и меняя толщину антенны, мы можем подстраивать частоту резонансного отклика, в частности как это показано в работе [10], где исследовался оптический отклик наноантенны цилиндрической формы в зависимости от форм-фактора, который представляет собой отношение длины цилиндра к его диаметру. В работе [10] показано существенное изменение частоты отклика в зависимости от такого форм-фактора. Для геометрии, рассматриваемой в данной работе (рис. 1), можно ввести два форм-фактора: отношение длины к толщине ( $l/h$ ) и отношение длины к ширине ( $l/d$ ). Появляющаяся в рассматриваемой геометрии еще одна независимая координата дает дополнительную степень свободы для подбора ширины резонанса. В настоящей работе мы рассмотрели нормальное падение внешнего электромагнитного поля на наноантенну из золота толщиной до 20 нм, что соответствует верхнему пределу скин-слоя для ИК спектра. В дальнейшем, рассматривая наноантенну прямоугольного сечения, будем для краткости называть ее нанобалкой.

## 2. LCR-модель в применении к микро- и наночастицам

В этой работе мы намерены сравнить результаты полноволнового расчета характеристик рассеяния света золотой нанобалкой и оценки параметра рассеяния в модели, где нанобалка рассматривается как электрическая цепь последовательного колебательного контура. Впервые идея рассмотрения нанообъекта как колебательного контура была предложена в работе [9] для описания резонансного рассеяния света золотым наночастицей. Кроме того, использование такого подхода описано в работе [8].

В работе [11] в качестве объекта рассеяния света рассматривался наностержень кругового сечения, при этом напряженность электрического поля была направлена вдоль оси наностержня. Получено хорошее согласие резонансной длины волны рассеянного света в модели LCR-контура с экспериментальными результатами, но с учетом подгоночного множителя и для длин, соответствующих квазистатическому приближению. В этой же работе предложена простая аналитическая формула для резонансной длины волны в случае замены наностержня нанобалкой прямоугольного сечения. Расчет по формулам работы [11] хорошо согласуется с результатами других работ для наностержня круглого сечения. Тем не менее, как будет показано ниже, для нанобалки результаты таких расчетов заметно расходятся с результатами полноволновых расчетов, особенно для случаев, находящихся за пределами квазистатической модели.

Мы решили уточнить соответствующие формулы, оставаясь в рамках модели LCR-контура, но не только в

пределах квазистатического приближения, и получить для них простую аналитическую аппроксимацию. Основное уточнение связано с учетом модового состава резонансов, что особенно актуально за пределами квазистатики. В простейшей модели [11] предполагалось, что в каждый момент времени плотность тока одинакова во всех точках объема наностержня и направлена вдоль его оси, в том числе одинакова по всей длине. Тем не менее, как указывается в работах многих авторов, плотность тока в каждый момент времени пропорциональна  $\sin x$ , где  $x$  – координата вдоль оси наностержня (или нанобалки). В частности, возможность сложного модового состава внутри наноантенны проявляется уже для частиц, намного меньших, чем длина волны. Для квазистатического случая подробный полный анализ приведен для сферических частиц в работе [6]. На концах наностержня синусоида должна обращаться в ноль (для дипольной моды) в случае прямоугольного сечения. Соответственно для низшей (дипольной) моды на длине наностержня должна укладываться половина длины волны синусоиды. Это уточнение LCR-модели уже было внесено авторами работы [10], в которой рассматривается дипольная мода для наностержня круглого сечения.

В работе [10], как и в работе [11], рассматривается специфический для нанообразца вклад  $L_0$  в индуктивность контура, связанный с кинетической энергией или импульсом дрейфового движения электронов. При увеличении размеров нанообразца этот вклад становится относительно малым по сравнению с обычной индуктивностью. Величина  $L_0$  находится в результате приравнивания кинетической энергии электронов тока к энергии индуктивности  $L_0 I^2/2$ , откуда получается  $L_0 = l m_e / S n_e e^2$ , где  $l$  и  $S$  – длина и площадь поперечного сечения нанообразца;  $m_e$  – масса электрона;  $n_e$  – концентрация электронов проводимости в золоте;  $e$  – модуль заряда электрона. Значение выражения  $n_e e^2 / m_e$  можно получить, опираясь на хорошо известное из эксперимента значение плазменной частоты для золота  $\omega_p = \sqrt{n_e e^2 / m_e \epsilon_0}$ . Тогда

$$L_0 = \frac{l}{\epsilon_0 \omega_p^2 S} = \frac{l \delta^2}{\epsilon_0 c^2 S} = \frac{\mu_0 l \delta^2}{S}, \quad (1)$$

где  $\epsilon_0$  и  $\mu_0$  – электрическая и магнитная постоянная соответственно, а величина  $\delta = c/\omega_p = 21.9$  нм в соответствии с работами [10], [11] может рассматриваться как глубина проникновения светового поля в золото. Заметим, что для оптических частот толщина скин-слоя электрических токов оказывается в несколько раз меньше этой величины.

Кроме специфического для нанообразцов вклада  $L_0$  в индуктивность эквивалентного колебательного контура есть и традиционный вклад  $L$  в индуктивность. В работе [10], как и в работе [11], предлагается найти этот вклад в соответствии с определением индуктивности:

$$\frac{L I^2}{2} = \int_{V=\infty} \frac{\mu_0 H^2}{2} dV. \quad (2)$$

В работе [10] и емкость колебательного контура  $C$  предлагается найти аналогично:

$$\frac{Q^2}{2C} = \int_{V=\infty} \frac{\epsilon_0 \epsilon E^2}{2} dV, \quad (3)$$

т. е. более корректным образом, чем в работе [11], где емкость определяется как емкость между торцами цилиндра, в приближении плоского конденсатора, с последующим введением подгоночного коэффициента для корректировки емкости, равного 2.5. При вычислениях с использованием (3) диэлектрическую проницаемость внутри наночастицы полагают равной диэлектрической проницаемости окружающей наночастицы среды на том основании, что объем наночастицы мал и поэтому дает малый вклад в интеграл. Плазмонные потери учитываются в виде потерь на омическом сопротивлении наночастицы.

Полностью соглашаясь с формулами работы [10] для вычисления емкости и традиционного вклада в индуктивность, заметим, что интегралы по бесконечному объему можно заменить интегралами по объему нанобъекта, что существенно упрощает вычисления.

Действительно, например, энергию электрического поля можно найти как энергию зарядов проводника:

$$\frac{Q^2}{2C} = \int_{V=\infty} \frac{\epsilon_0 \epsilon E^2}{2} dV = \frac{1}{2} \int_{V_0} \rho \varphi dV, \tag{4}$$

где  $V_0$  – объем наноборазца;  $\epsilon = n^2$  – диэлектрическая проницаемость окружающей наноборазец среды с показателем преломления  $n$ ;  $\rho$  – объемная плотность заряда;

$$\varphi(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \int_{V_0} \frac{\rho(\mathbf{r}') dV'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \tag{5}$$

– потенциал. С учетом модового состава резонансов плотность заряда пропорциональна косинусу координаты вдоль электрического поля  $\mathbf{E}$  световой волны. Отсюда получаем для емкости нанопантенны при возбуждении моды  $m$ :

$$C = \frac{2\epsilon_0\epsilon l}{\pi m^2 \int_{V_0} \int_{V_0} \frac{\cos(m\pi x) \cos(m\pi x')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} dV' dV}. \tag{6}$$

Здесь  $l$  – длина нанобалки или наностержня вдоль поля  $\mathbf{E}$ ;  $V_0$  и  $V'_0$  – один и тот же объем наноборазца;  $x$  и  $x'$  – координата внутри наноборазца вдоль поля  $\mathbf{E}$ ;  $\mathbf{r}$  и  $\mathbf{r}'$  – радиус-вектор точки внутри наноборазца. Интегралы вычисляются в безразмерных переменных, где каждая координата отнесена к длине боразца  $l$ .

Аналогично энергию взаимодействия токов можно связать с индуктивностью:

$$\frac{LI^2}{2} = \int_{V=\infty} \frac{\mu_0 H^2}{2} dV = \frac{1}{2} \int_{V_0} (\mathbf{jA}) dV, \tag{7}$$

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{V_0} \frac{\mathbf{j}(\mathbf{r}') dV'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}, \tag{8}$$

$$L = \frac{\mu_0 l}{2\pi} \int_{V_0} \int_{V_0} \frac{\sin(m\pi x) \sin(m\pi x')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} dV' dV, \tag{9}$$

где  $\mathbf{j}$  – плотность тока, а интеграл, как и в (6), берется по безразмерным переменным, отнесенным к длине боразца  $l$ .

В результате резонансной частоте моды с произвольным номером  $m$

$$\omega_m = \frac{1}{\sqrt{(L_0 + L)C}} = \tag{10}$$

$$= \sqrt{\frac{\pi m^2 \int_{V_0} \int_{V_0} \frac{\cos(\pi m x) \cos(\pi m x')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} dV' dV}{2\epsilon_0 \epsilon l \left( \frac{l}{\epsilon_0 \omega_p^2 S} + \frac{\mu_0 l}{2\pi} \int_{V_0} \int_{V_0} \frac{\sin(\pi m x) \sin(\pi m x')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} dV' dV \right)}}$$

соответствует резонансная длина волны  $\lambda_{\text{res}} = 2\pi c/\omega_{\text{res}} = 2\pi c\sqrt{(L_0 + L)C}$ .

Для дипольной моды ( $m = 1$ ) методом наименьших квадратов мы нашли удобные аппроксимирующие формулы для интегралов в формулах (6), (9) и (10):

$$J_{C1} = \int_{V_0} \int_{V_0} \frac{\cos(\pi x) \cos(\pi x')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} dV' dV \approx \ln \left( 1 + \frac{0.382}{\left(\frac{hd}{l^2}\right)^{0.585} \left(\frac{d}{h} + \frac{h}{d}\right)^{0.345}} \right), \tag{11}$$

$$J_{L1} = \int_{V_0} \int_{V_0} \frac{\sin(\pi x) \sin(\pi x')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} dV' dV \approx \ln \left( 1 + \frac{1.79}{\left(\frac{hd}{l^2}\right)^{0.515} \left(\frac{d}{h} + \frac{h}{d}\right)^{0.352}} \right). \tag{12}$$

Формулы аппроксимации интегралов (11) и (12) справедливы с точностью до 5% для каждой из пар значений относительных ширин и толщин нанобалки, приведенных на рис.2.

Для моды с номером  $m$  интегралы изменяются примерно так:

$$J_{Cm} = J_{C1} \frac{a+1}{a+m} \quad \text{и} \quad J_{Lm} = J_{L1} \frac{b+1}{b+m},$$

где  $a$  и  $b$  – константы, не зависящие от  $m$ , но зависящие от форм-фактора нанобалки. Подставляя в выражение (10)

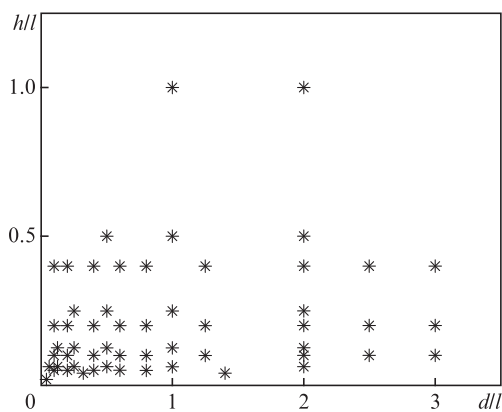


Рис.2. Диапазон изменений обратных форм-факторов нанобалки, в котором справедливы аппроксимации интегралов для индуктивности  $L$  и емкости  $C$  простыми аналитическими формулами (11) и (12).

полученные аппроксимирующие формулы (11),(12) для интегралов, получаем аппроксимирующую формулу для оценки резонансной частоты:

$$\omega_{\text{res}} = \frac{1}{\sqrt{(L_0 + L)C}} \approx \sqrt{\frac{\pi \ln \left( 1 + \frac{0.382}{\left(\frac{hd}{l^2}\right)^{0.585} \left(\frac{d}{h} + \frac{h}{d}\right)^{0.345}} \right)}{2\epsilon l^2 \left[ \frac{1}{\omega_p^2 hd} + \frac{1}{2\pi c^2} \ln \left( 1 + \frac{1.79}{\left(\frac{hd}{l^2}\right)^{0.515} \left(\frac{d}{h} + \frac{h}{d}\right)^{0.352}} \right) \right]}} \quad (13)$$

### 3. Полноволновое моделирование одиночных наноантенн прямоугольного сечения

Как было указано выше, влияние одного из геометрических параметров, в частности диаметра, на положение частоты резонансного отклика цилиндрической наноантенны подробно исследовалось в работе [8]. Было обнаружено изменение частоты отклика в зависимости от диаметра (толщины) такой цилиндрической нанобалки. В настоящей работе исследованы резонансные отклики при изменении двух параметров (ширины и толщины наноантенны при фиксированной длине), тогда как для цилиндра круглого сечения [8] изменяемым параметром была только толщина (диаметр). В этом разделе мы приводим

результаты, полученные полноволновым моделированием для нанобалки прямоугольного сечения. При полноволновом моделировании использовался пакет Comsol Multiphysics (RF-модуль) для численного решения волнового уравнения с учетом как реальной, так и мнимой частей диэлектрической проницаемости сред. Для моделирования затухания поля на бесконечности применялся так называемый идеально согласованный слой PML. Численный алгоритм осуществлялся сеточным методом конечных элементов. Как показано, например, в работе [12], на данный момент такой численный алгоритм является наиболее надежным и достоверным.

Исследовались нанобалки с  $l = 100, 500$  и  $1000$  нм. При этом толщина нанобалки выбиралась меньшей или порядка толщины скин-слоя ( $h = 5, 10, 20$  нм). Такой выбор толщины обусловлен тем, что при выводе аппроксимирующих аналитических выражений по умолчанию предполагалось существование равномерного распределения тока по толщине (вдоль оси  $z$ ). Материал моделируемой наноантенны – золото. Для компьютерного расчета использовались экспериментально полученные дисперсионные характеристики [13].

#### 3.1. Численное моделирование для определения резонансного отклика нанобалки

На рис.3 представлены спектральные зависимости сечения рассеяния для золотой наноантенны с  $l = 500$  нм и  $h = 5, 10$  и  $20$  нм. Ширина нанобалки  $d$  варьировалась от 20 до 900 нм. Зависимости имеют резонансный характер,

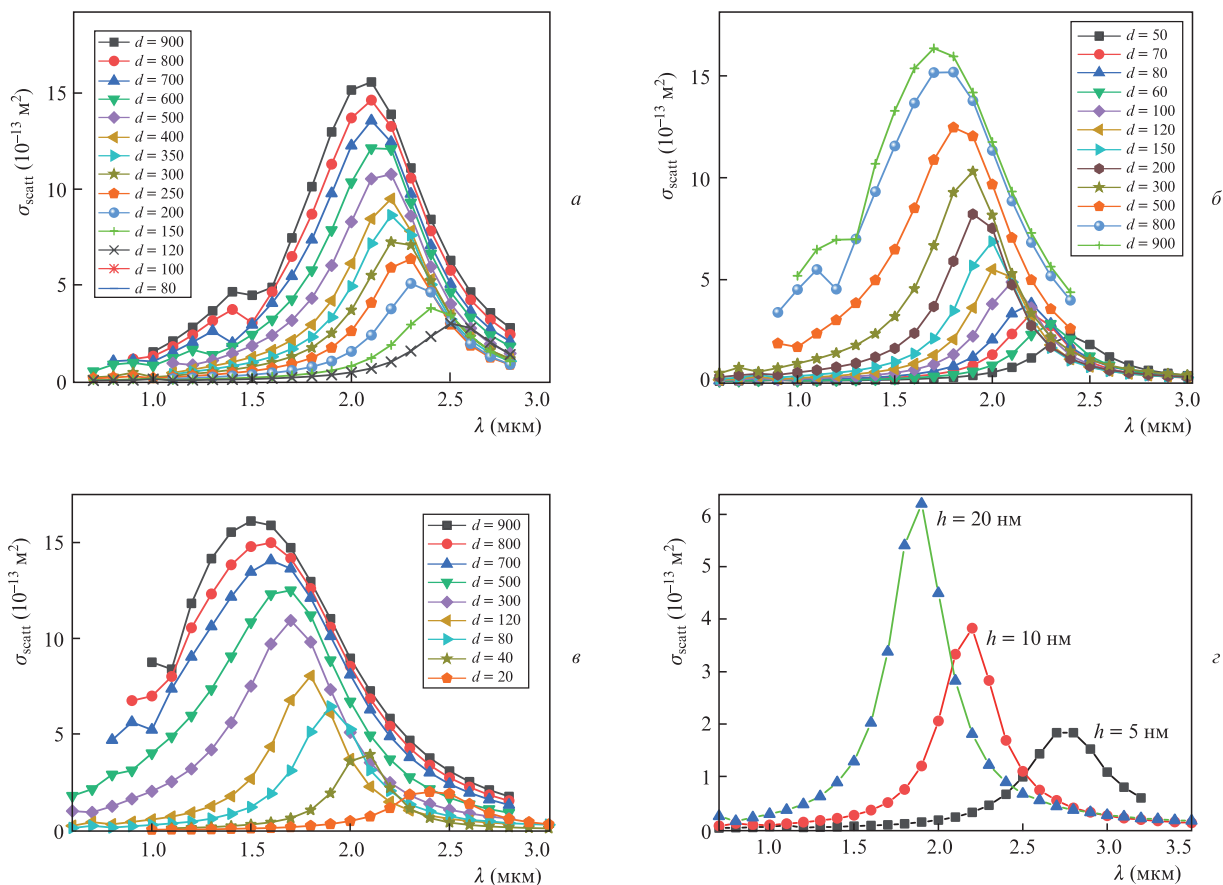


Рис.3. Сечения рассеяния в зависимости от длины волны падающего излучения для  $l = 500$  нм, различных  $d$  и  $h = 5$  (а),  $10$  (б),  $20$  нм (в), а также для  $d = 80$  нм,  $l = 500$  нм и  $h = 5, 10, 20$  нм (г).

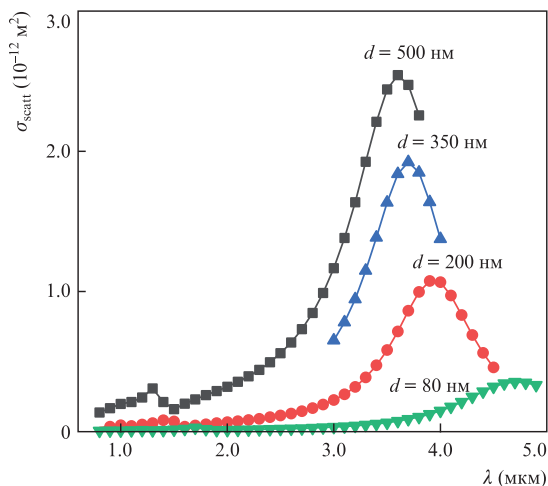


Рис.4. Зависимости сечения рассеяния от длины волны падающего света для золотых нанопалочек с  $l = 1000 \text{ nm}$ ,  $h = 5 \text{ nm}$  и различными  $d$ .

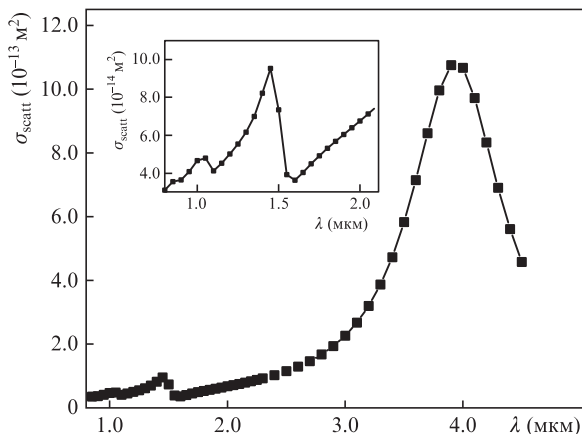


Рис.5. Расчетная зависимость сечения рассеяния для нанопалочки с  $l = 1000 \text{ nm}$ ,  $h = 5 \text{ nm}$  и  $d = 200 \text{ nm}$ . На вставке то же в увеличенном масштабе по длинам волн.

резонанс с наибольшей амплитудой соответствует первой дипольной моде. При увеличении ширины нанопалочки резонансная длина волны уменьшается, а ширина резонанса увеличивается. На левом краю резонанса видна особенность, которая может быть идентифицирована как резонанс третьей моды. При изменении ширины нанопалочки резонансы первой и третьей моды двигаются навстречу друг другу. При нормальном падении света вторая мода не возбуждается.

Из рис.3 хорошо видно, что в выбранном диапазоне частот первая дипольная мода имеет резонансный отклик. Видно также, что с ростом ширины нанопалочки  $d$  резонансная частота сдвигается в область высоких частот (более коротких длин волн) и при превышении некоторой ширины ( $d \approx 800 \text{ nm}$ ) практически не изменяется. Кроме того, наблюдается ожидаемый рост ширины резонансной кривой с ростом  $h$  и  $d$ . Отметим, что особенности поведения ширины резонансной кривой требуют отдельной проработки и не являются первостепенной задачей настоящего исследования. Так же на рис.3,2 приведены резонансные отклики для нанопалочек с  $l = 500 \text{ nm}$ ,  $d = 80 \text{ nm}$  и различными толщинами. Представленные зависимости наглядно демонстрируют относительный сдвиг частотных максимумов и соответствующий рост амплитуды сечения рассеяния с увеличением толщины нанопалочки.

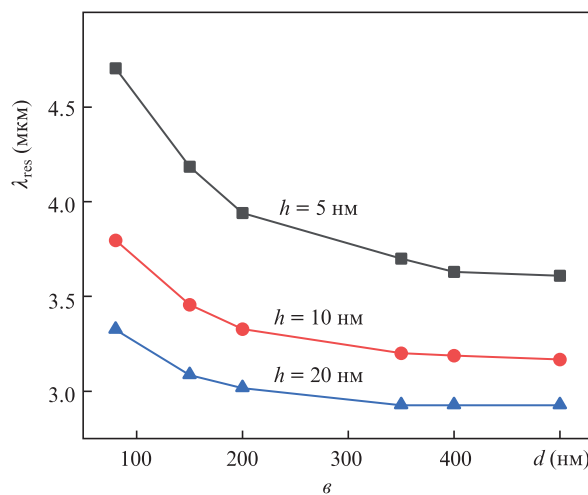
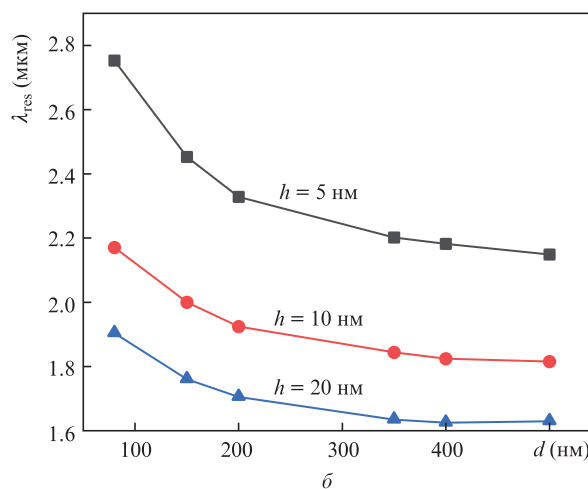
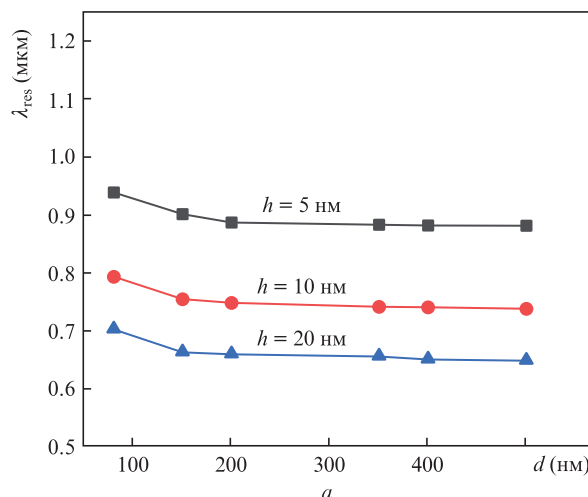


Рис.6. Зависимости резонансной длины волны от ширины  $d$  нанопалочек с  $l = 100$  (а),  $500$  (б),  $1000 \text{ nm}$  (в) и  $h = 5, 10, 20 \text{ nm}$ .

Характер поведения частотного резонансного отклика в зависимости от толщины совпадает с результатами расчетов авторов работы [9] для цилиндрических нанопалочек круглого сечения.

На рис.4 для золотой нанопалочки с  $l = 1000 \text{ nm}$  и  $h = 5 \text{ nm}$  представлены зависимости сечения рассеяния от длины волны при нескольких значениях  $d$  (от 80 до 500 nm). Для антенны с  $d = 500 \text{ nm}$  достаточно хорошо видна тре-



тя мода. Для нанобалки с  $l = 100$  нм характер зависимости сечения рассеяния аналогичен.

На рис.5 представлена расчетная зависимость сечения рассеяния для nanoантенны с  $l = 1000$  нм,  $h = 5$  нм и  $d = 200$  нм, для которой в увеличенном масштабе по длинам волн хорошо видны относительные величины максимумов для нечетных плазмонных мод.

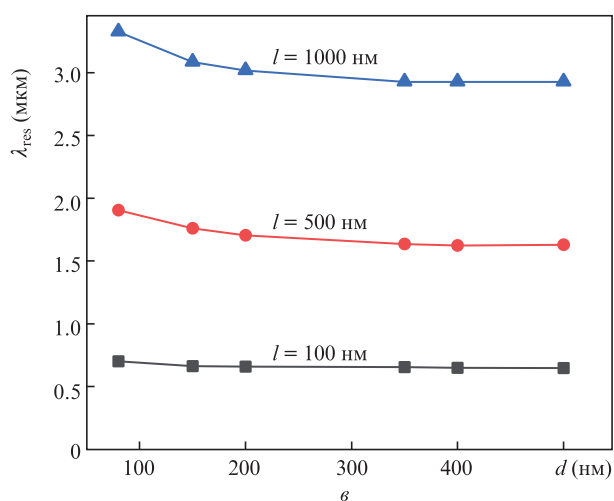
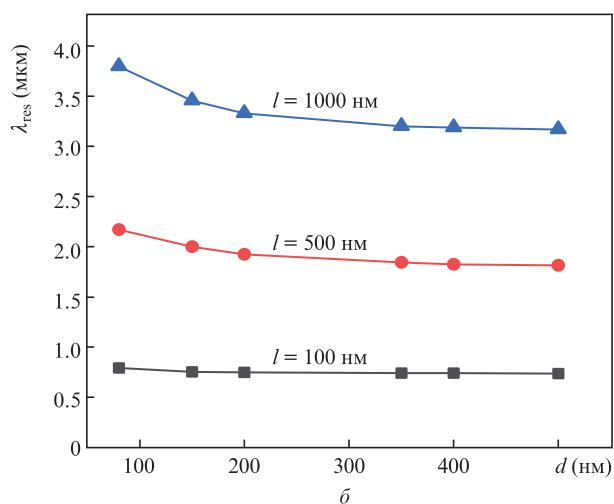
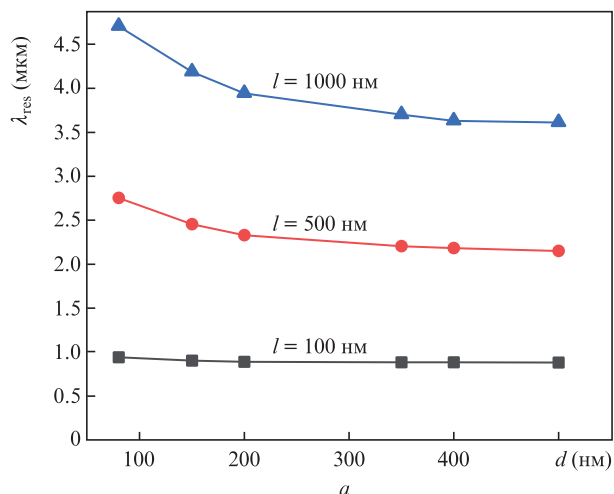


Рис. 7. Зависимости резонансной длины волны от ширины  $d$  нанобалок с  $h = 5$  (а), 10 (б), 20 нм (в) и  $l = 100, 500, 1000$  нм.

На рис.6 показаны зависимости резонансной длины волны от ширины нанобалок  $d$  с  $l = 100, 500$  и  $1000$  нм и  $h = 5, 10, 20$  нм, из которых видно, что резонансный отклик имеет две характерные области: нелинейную область быстрого изменения  $\lambda_{res}$  до ширины  $d \approx 300$  нм и линейную область, где  $\lambda_{res}$  с увеличением  $d$  меняется очень медленно.

На рис.7 приведены те же зависимости, но сгруппированные для одинаковых толщин  $h = 5$  (а), 10 (б), 20 нм (в). Здесь хорошо видно, что в диапазоне быстрого изменения  $\lambda_{res}$  наибольший градиент по  $d$  имеет антенна с наибольшей длиной  $l = 1000$  нм.

#### 4. Результаты и обсуждение

Проанализируем применимость уточненной (по сравнению с [10, 11]) модели LCR-контура для быстрой оценки частотного отклика nanoантенны прямоугольного сечения. На рис.8 представлены зависимости резонансной длины волны от ширины нанобалок с  $l = 100, 500$  и  $1000$  нм и  $h = 5, 10$  нм, полученные в результате полноволнового расчета в среде Comsol, расчета с использованием модели, разработанной авторами работы [11] и расчета по уточненной модели, предлагаемой авторами настоящей работы.

Видно, что существуют области параметров nanoантенн, в которых модель, предложенная авторами [11], дает очень хорошее совпадение с результатами полноволнового расчета, но только для nanoантенн длиной не более 100 нм. Стоит отметить, что это совпадение было достигнуто в [11] введением подгоночного коэффициента 2.5 к электрической емкости. В широком диапазоне параметров модель [11] не является адекватной, в то время как модель, учитывающая синусоидальное распределение токов, сохраняет относительную погрешность и правильно отражает характер зависимости в широком диапазоне параметров nanoантенн. Тем не менее очевидно, что наша модель требует дополнительной доработки и уточнения для уменьшения относительной погрешности результатов расчетов. Неточность может быть обусловлена, например, влиянием неравномерности распределения поля (тока) по ширине и толщине нанобалки. В задачах электростатики плотность заряда велика на острых краях проводника. Следовательно, можно ожидать, что плотность тока возрастает у краев широкой нанобалки. В дальнейшем авторы предполагают дополнить предложенную методику учетом неоднородности поля токов по поперечному сечению нанобалки.

Резюмируя вышесказанное, к основным результатам данной работы можно отнести следующее: получены аппроксимирующие формулы для расчета резонансной длины волны для нанобалки прямоугольного сечения; полноволновым методом получены зависимости резонансной длины волны от ширины и толщины нанобалки; с использованием аппроксимирующих формул показана возможность применения LCR-модели для оценки резонансной частоты nanoантенн с геометрическими параметрами, варьируемыми в широких диапазонах; намечены пути совершенствования LCR-модели.

Авторы благодарны вычислительному центру НГУ за предоставленные возможности проведения полноволновых расчетов в удаленном доступе на кластере НГУ (<http://nusc.nsu.ru>).

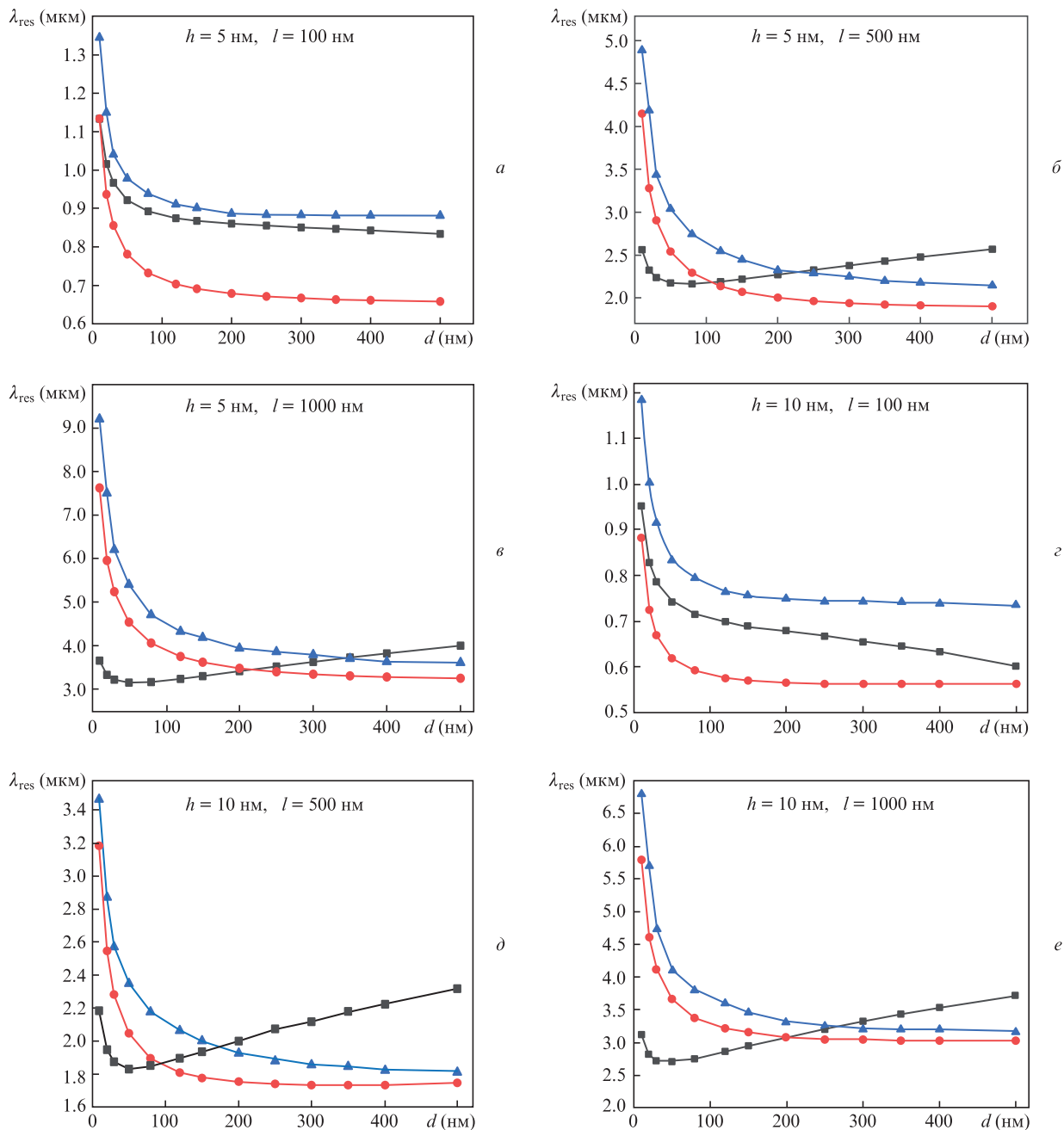


Рис.8. Зависимости резонансной длины волны от ширины  $d$  нанобалок с  $l = 100$  (а, с), 500 (б, д), 1000 нм (е, е) и  $h = 5$  (а-в) и 10 нм (г-е), рассчитанные с использованием полноволновой модели в среде Comsol (▲), LCR-модели из [11] (■) и уточненной LCR-модели настоящей работы (●).

Кроме того, авторы выражают благодарность за полезные обсуждения данной работы С.С.Вергелесу.

1. Zhang F., Zhang M., Ca J., Ou Y., Yu H. *Appl. Phys. Express*, **11**, 082004 (2018).
2. Nagarajan A., Vivek K., Shah M., Achanta V.G., Gerini G. *Adv. Opt. Mater.*, **6**, 1800253 (2018).
3. Hsiao H.-H., Chen Y.H., Lin R.J., Wu P.Ch., Wang Sh., Chen B.H., Tsai D.P. *Adv. Opt. Mater.*, **6**, 1800031 (2018).
4. Zhang L., Zhou P., Lu H., Zhang L., Xie J., Deng L. *Opt. Mater. Express*, **6**, 1393 (2016).
5. Prescott S.W., Mulvaney P. *J. Appl. Phys.*, **99**, 123504 (2006).
6. Guzatov D.V., Klimov V.V., Pikhota M.Yu. *Laser Phys.*, **20**, 85 (2010).
7. Климов В.В. *Наноплазмоника* (М.: Физматлит, 2010).

8. Zhang Q., You J., Liu Ch. *Equivalent Nanocircuit Theory and Its Applications in Nanoplasmonic: Fundamentals and Applications*. Ed by G. Barbillon (London: IntechOpen, 2017, pp 362–356).
9. Engheta N., Salandrino A., Alu A. *Phys. Rev. Lett.*, **95**, 095504 (2005).
10. Zhu D., Bosman M., Yang J.K.W. *Opt. Express*, **22**, 9809 (2014).
11. Huang Ch., Yin X., Huang H., Zhu Y. *Opt. Express*, **17**, 6407 (2009).
12. Павлов А.А., Климов В.В., Владимирова Ю.В., Задков В.Н. *Квантовая электроника*, **43**, 496 (2013) [*Quantum Electron.*, **43**, 496 (2013)].
13. Ciesielski A., Skowronski L., Trzinski M., Gorecka E., Trautman P., Szoplik T. *Surf. Sci.*, **674**, 73 (2018).
14. Bryant G.W., de Abajo F.J.G., Aizpurua J. *NanoLett.*, **8**, 631 (2008).