# Спонтанное нарушение фазовой симметрии в газовом кольцевом лазере со связанными резонаторами

И.И.Золотоверх, Е.Г.Ларионцев

Предложена теоретическая модель, описывающая динамику излучения в газовом кольцевом лазере (ГКЛ) со связанными резонаторами. Найдены условия, при которых в ГКЛ с противофазной оптической связью резонаторов возникает спонтанное нарушение фазовой симметрии встречных волн. Показано, что при спонтанном нарушении фазовой симметрии на частотной характеристике ГКЛ появляются две ветви. В некоторой области частотных невзаимностей кольцевого резонатора обе ветви могут существовать при одних и тех же условиях. В этом случае в ГКЛ возникает бистабильность излучения и могут наблюдаться гистерезисные явления.

**Ключевые слова:** газовый кольцевой лазер, связанные резонаторы, режим биений, фазовая невзаимность, спонтанное нарушение симметрии.

## 1. Введение

Исследование нелинейной динамики, амплитудных и частотных характеристик излучения кольцевых лазеров со связанными резонаторами является важной задачей. В таких лазерах часть внутрирезонаторного поля основного резонатора, содержащего активную среду, вводится в дополнительный кольцевой резонатор и затем снова возвращается из него в основной резонатор. В результате в основном резонаторе возникает внешняя оптическая обратная связь (ООС), которая, как показали теоретические и экспериментальные исследования полупроводниковых кольцевых лазеров со связанными резонаторами, оказывает большое влияние на динамику генерации и характеристики выходного излучения [1-3]. В этих исследованиях было обнаружено, что существенную роль в динамике излучения и в условиях устойчивости режимов генерации играет фаза ООС [3]. В случае селективной ООС, когда в дополнительном резонаторе осуществляется спектральная фильтрация излучения, в полупроводниковых лазерах можно получать одномодовую генерацию, перестраивать частоту излучения и управлять режимами генерации [4,5].

В теоретических и экспериментальных исследованиях твердотельного кольцевого лазера на YAG:Nd со связанными резонаторами было изучено влияние ООС на автомодуляционные колебания интенсивностей встречных волн [6, 7].

Кольцевые лазеры со связанными резонаторами представляют интерес для использования в гироскопии. В работах [8–10] теоретически показано, что в газовых кольцевых лазерах (ГКЛ) со связанными резонаторами можно управлять внутрирезонаторной дисперсией и создавать условия для возникновения аномальной дисперсии,

**И.И.Золотоверх, Е.Г.Ларионцев.** НИИ ядерной физики им. Д.В.Скобельцына МГУ им. М.В.Ломоносова, Россия, 119991 Москва, Воробъевы горы; e-mail: e.lariontsev@yahoo.com

Поступила в редакцию 8 ноября 2018 г., после доработки – 30 января 2019 г.

приводящей к увеличению масштабного коэффициента и чувствительности лазерного гироскопа. Недостаток этих работ заключается в том, что в них не рассматриваются динамика излучения и устойчивость режимов генерации. Для этого надо усовершенствовать теоретическую модель ГКЛ со связанными резонаторами, как это было сделано в исследованиях полупроводниковых [1–5] и твердотельных [6,7] лазеров.

Одним из нелинейных эффектов, наблюдаемых в кольцевых лазерах и нелинейных кольцевых резонаторах, является спонтанное нарушение симметрии полей встречных волн (см., напр., [11–13]). Цель настоящей работы – теоретическое исследование спонтанного нарушения фазовой симметрии, которое, как показано ниже, может иметь место в ГКЛ со связанными резонаторами.

#### 2. Система уравнений

На рис.1 показана схема ГКЛ со связанными резонаторами. Внутри основного кольцевого резонатора, со-



Рис.1. Схема ГКЛ со связанными резонаторами.

держащего активную среду (AC), распространяются две встречные волны  $\tilde{E}_{1,2}$ . Излучение, вышедшее из основного резонатора через частично пропускающее зеркало связи 3, возбуждает оптические поля  $\tilde{E}_{c1,c2}$  во внешнем кольцевом резонаторе и возвращается снова в основной резонатор через то же зеркало.

Внутрирезонаторные поля в основном и дополнительном резонаторах запишем в виде

$$\begin{split} \tilde{E}_{1,2}(t) &= E_{1,2}(t) \exp(\mathrm{i}\omega_n t), \\ \tilde{E}_{\mathrm{cl},\mathrm{c2}}(t) &= E_{\mathrm{cl},\mathrm{c2}}(t) \exp(\mathrm{i}\omega_n t), \end{split}$$
(1)

где  $\omega_n$  – оптическая частота генерируемой моды. Комплексные амплитуды  $E_{1,2}(t)$  являются медленными функциями времени и мало меняются за период оптических колебаний.

Для ГКЛ со связанными резонаторами, опираясь на аналогичные исследования полупроводниковых [4] и твердотельных [6,7] кольцевых лазеров, запишем следующую систему обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\dot{E}_{1,2} = \frac{\Delta \omega_r}{2} \left[ \frac{\kappa_{1,2}(1+\eta)}{\kappa_0} - 1 - \alpha_{1,2} |E_{1,2}|^2 - \beta_{1,2} |E_{2,1}|^2 \right] E_{1,2}$$
  
$$\pm i \frac{\Omega}{2} E_{1,2} + \frac{i}{2} \tilde{m}_{1,2} E_{2,1} + \frac{k_c \exp(i\varphi)}{T} E_{c1,c2}, \qquad (2)$$

$$\dot{E}_{c1,c2} = -\frac{\Delta\omega_{c}}{2} E_{c1,c2} \pm i \frac{Q_{c}}{2} E_{c1,c2} + \frac{i}{2} \tilde{m}_{c1,c2} E_{c2,c1} + \frac{k_{c} \exp(i\varphi + \omega_{n} T_{c})}{T_{c}} E_{1,2}.$$
(3)

Уравнения (2) описывают генерацию встречных волн E<sub>1,2</sub> внутри основного резонатора с учетом воздействия полей *E*<sub>c1,c2</sub>, а уравнения (3) – возбуждение встречных волн во внешнем резонаторе волнами  $E_{1,2}$ . Здесь  $\Delta \omega_r$ ,  $\Delta \omega_c$  – ширины полос основного и дополнительного резонаторов (внутрирезонаторные потери для встречных волн полагаются равными);  $\tilde{m}_{1,2}$  и  $\tilde{m}_{c1,c2}$  – комплексные коэффициенты связи, определяющие линейную связь встречных волн в основном и дополнительном резонаторах; коэффициенты  $\kappa_{1,2}$  описывают линейную поляризуемость активной среды ГКЛ, а  $\alpha_{1,2}, \beta_{1,2}$  – ее насыщение полями встречных волн;  $(1 + \eta)/\kappa_0$  – отношение усиления к внутрирезонаторным потерям в максимуме кривой усиления;  $\kappa_0 =$  $\max\{\operatorname{Re}\kappa_{1,2}\}; \eta$  – превышение усиления над порогом;  $k_{\rm c} \exp(i\varphi)/T$  и  $k_{\rm c} \exp(i\varphi + \omega_n T_{\rm c})/T_{\rm c}$  – коэффициенты оптической связи между полями в основном и дополнительном резонаторах, зависящие от амплитудного коэффициента пропускания зеркала связи  $k_c$ , времен *T*,  $T_c$  обхода светом контуров основного и дополнительного резонаторов, от сдвига фазы  $\varphi$  между отраженной и прошедшей волнами на зеркале связи, а также от набега фазы за обход дополнительного резонатора  $\Phi = \omega_n T_c$ .

Для обоснования рассматриваемой модели, описывающей динамику излучения ГКЛ со связанными резонаторами, можно использовать также модели связанных лазеров (см., напр., работы [14, 15]). Если в модели связанных лазеров перейти к частному случаю, когда в одном из резонаторов отсутствует усиливающая среда, то прийдем к рассматриваемой нами модели. Она применима при усло-

вии, что в каждом из встречных направлений в ГКЛ осуществляется одномодовая генерация.

Чувствительность к вращению связана с эффектом Саньяка, когда в основном и дополнительном резонаторах изза вращения с угловой скоростью  $\vartheta$  появляется разность собственных частот встречных волн:

$$\Omega = \frac{8\pi S\dot{\vartheta}}{\lambda L}, \ \Omega_{\rm c} = \frac{8\pi S_{\rm c}\dot{\vartheta}}{\lambda L_{\rm c}},\tag{4}$$

где *S*, *S*<sub>c</sub> – проекции площадей основного и дополнительного резонаторов на ось вращения; *L*, *L*<sub>c</sub> – периметры кольцевых резонаторов.

Для описания взаимодействия встречных волн в активной среде будем использовать векторную теорию ГКЛ [16,17], которая справедлива в приближении слабого поля при произвольном отношении ширин однородной и доплеровской линий.

## 3. Частота биений

Рассмотрим режим биений встречных волн. Будем считать, что частота биений  $\omega_{\rm b}$  значительно больше, чем связь встречных волн через обратное рассеяние ( $|\omega_{\rm b}| \gg |\tilde{m}_{1,2}|, |\tilde{m}_{\rm cl,c2}|$ ). В этом случае при решении уравнений (2), (3) коэффициентами связи  $|\tilde{m}_{1,2}|, |\tilde{m}_{\rm cl,c2}|$  можно пренебречь. Для простоты ограничимся случаем, когда дополнительный резонатор оказывается нечувствительным к вращению (проекция вектора площади на ось вращения  $S_{\rm c}$  равна нулю или является малой).

В режиме биений зависимость комплексных амплитуд встречных волн  $E_{1,2}$  от времени представим в виде

$$E_{1,2}(t) = |E_{1,2}|\exp(\pm i\omega t),$$
 (5)

где амплитуды  $|E_{1,2}|$  волн являются постоянными и  $\omega = \omega_b/2$ . Из уравнений (3) найдем

$$E_{\rm lc,2c} = \frac{k_{\rm c} \exp(i\varphi + \omega_n T_{\rm c})/T_{\rm c}}{\pm i\omega + \Delta\omega_{\rm c}/2} E_{\rm l,2}.$$
 (6)

Подставив (6) в уравнения (2) и полагая для простоты, что коэффициенты насыщения  $\alpha_{1,2}$  и  $\beta_{1,2}$  являются действительными величинами, получим следующее уравнение для определения  $\omega$ :

$$\omega + \frac{A\omega}{\omega^2 + (\Delta\omega_c)^2/4} = \frac{\Omega}{2},\tag{7}$$

где  $A = \operatorname{Im}\{k_{c}^{2} \exp[i(2\varphi + \omega_{n}T_{c})]\}.$ 

В (7) входят два параметра, характеризующих фазу ООС:  $\Phi = \omega_n T_c$  и сдвиг фазы  $\varphi$  между отраженной и прошедшей волнами на зеркале связи. Фазу ООС можно менять в интервале  $0-2\pi$  при перестройке периметра дополнительного резонатора на величину порядка длины волны. Будем далее полагать, что  $2\varphi + \omega_n T_c = 2\pi p \pm \pi$ , где p – целое число. В этом случае оптическая связь между резонаторами увеличивает потери в основном резонаторе и уменьшает амплитуды  $|E_{1,2}|$  внутрирезонаторных полей. Такую оптическую связь резонаторов будем называть противофазной.

В случае противофазной оптической связи уравнение (7) перепишем в виде

$$\omega - \frac{\omega_0^2 \omega}{\omega^2 + (\Delta \omega_c)^2 / 4} = \frac{\Omega}{2},\tag{8}$$

где  $\omega_0 = k_c / \sqrt{TT_c}$ .

Из (8) следует, что в отсутствие вращения ( $\Omega = 0$ ) в случае противофазной оптической связи частота биений  $\omega_{\rm b} = 2\omega$  определяется выражением

$$\omega_{\rm b} = \pm 2\sqrt{\omega_0^2 - (\Delta\omega_{\rm c})^2/4} \,. \tag{9}$$

Таким образом, противофазная оптическая связь в отсутствие невзаимности в основном и дополнительном резонаторах (из-за вращения или под действием магнитных полей) приводит к возникновению неравенства частот встречных волн. Другими словами, можно сказать, что оптическая связь приводит к возникновению частотной подставки, которая, в соответствии с (9), может принимать два противоположных по знаку значения. Этот эффект принято называть спонтанным нарушением фазовой симметрии встречных волн.

Из (9) следует, что спонтанное нарушение фазовой симметрии возникает при выполнении условия

$$k_{\rm c}/\sqrt{TT_{\rm c}} > \Delta\omega_{\rm c}/2. \tag{10}$$

На рис.2,*а* показана зависимость частоты биений  $f_b = \omega_b/2\pi$  от частотной невзаимности основного кольцевого резонатора  $\Omega/2\pi$ . Здесь сплошная кривая соответствует частоте биений  $\omega_b = 2\omega$ , рассчитанной по формуле (8). Как видно из рис.2,*a*, существуют два режима с противоположными по знаку частотами биений. На рис.2,*б* и *в* эти же результаты показаны в более узких частотных интервалах.

При расчетах были выбраны следующие параметры: периметры основного и дополнительного резонаторов L = 10 см и  $L_c = 40$  см, потери за обход основного и дополнительного резонаторов 0.005 и 0.002 соответственно, амплитудный коэффициент пропускания зеркала связи  $k_c = 0.001$ . При указанных значениях параметров в случае противофазной оптической связи из-за спонтанного нарушения фазовой симметрии встречных волн возникает частотная подставка; в соответствии с формулой (9)  $f_b = \omega_b/2\pi = \pm 413.5$  кГц. В результате этого на частотной характеристике ГКЛ появляются две ветви (см. рис.2,*a*). Существует область частотных невзаимностей  $\Omega$ , в которой обе ветви могут сосуществовать. В этом случае в ГКЛ возникает бистабильность излучения и могут наблюдаться гистерезисные явления.

Проводилось также численное решение системы уравнений (2), (3) в случае противофазной оптической связи. Все параметры резонатора в этом случае были выбраны такими же, как и при расчетах по формуле (8). Коэффициенты  $\kappa_{1,2}$ , описывающие линейную поляризуемость активной среды ГКЛ, и коэффициенты насыщения  $\alpha_{1,2}, \beta_{1,2}$  были рассчитаны по формулам, приведенным в работах [16, 17] для кольцевого Не-Ne-лазера на переходе неона  $3s_2\!-\!2p_4\,c$ длиной волны 0.63 мкм. Рассматривался одноизотопный лазер при давлении p = 700 Па с доплеровской шириной линии ku/2π = 800 МГц, однородной шириной линии перехода  $\gamma_{ab}/2\pi = 357$  МГц, шириной верхнего уровня  $\gamma_a/2\pi = 32$  МГц и шириной нижнего уровня  $\gamma_b/2\pi = 85$  МГц. Предполагалось, что магнитное поле Н, создающее расщепление магнитных подуровней неона, отсутствует (H = 0).



Рис.2. Зависимость частот биений встречных волн  $f_b = \omega_b/2\pi$  от частотной невзаимности основного кольцевого резонатора  $\Omega/2\pi$  при наличии бистабильности (*a*); бистабильные режимы с противоположными значениями частот биений, показанные в более узких частотных интервалах (*б. в*): сплошные кривые – частоты биений  $\omega_b = 2\omega$ , рассчитанные по формуле (8), точки – результаты, полученные при численном решении уравнений (2), (3), значения параметров приведены в тексте статьи.

Точками на рис.2,*а* показаны результаты, полученные при численном решении уравнений (2), (3) с коэффициентами связи встречных волн  $\tilde{m}_{1,2} = m \exp(-i\pi/2), m/2\pi = 100$  Гц. Превышение усиления над порогом  $\eta$  полагалось равным 0.5.

Как было отмечено выше, противофазная оптическая связь между резонаторами уменьшает интенсивность внутрирезонаторного поля в основном резонаторе. При указанных выше параметрах, как показало численное решение уравнений (2), (3), уменьшение интенсивности составило 20%. Полученные результаты позволяют сделать вывод, что аналитическое решение (8), не учитываюшее влияние связи встречных волн через обратное рассеяние, хорошо согласуется с результатами расчетов с учетом связи.

### 4. Заключение

В работе предложена теоретическая модель, описывающая динамику излучения в ГКЛ со связанными резонаторами. Показано, что в рамках этой модели в случае противофазной оптической связи резонаторов может наблюдаться спонтанное нарушение фазовой симметрии встречных волн, приводящее к возникновению частотной подставки и образованию двух ветвей на частотной характеристике ГКЛ. Эти ветви соответствуют двум бистабильным режимам биений встречных волн с противоположными по знаку частотами биений. Получено приближенное аналитическое решение (8), которое достаточно хорошо согласуется с точными результатами, рассчитанными на основе рассмотренной модели ГКЛ со связанными резонаторами. Найдены условия (10), при выполнении которых в ГКЛ с противофазной оптической связью резонаторов возникает спонтанное нарушение фазовой симметрии встречных волн.

Авторы выражают благодарность И.И.Савельеву, который стимулировал наш интерес к исследованию кольцевых лазеров со связанными резонаторами.

- Mashal L., Van der Sande G., Gelens L., Danckaert J., Verschaffelt G. Opt. Express, 20, 22503 (2012).
- Khoder M., Van der Sande G., Danckaert J., Verschaffelt G. IEEE Photon. Technol. Lett., 28, 959 (2016).

- A ' A '
- 3. Friart G., Van der Sande G., Khoder M., Erneux T., Verschaffelt G. *Opt. Express*, **25**, 339 (2017).
- Ermakov V., Beri S., Ashour M., Danckaert J., Docter J., Bolk J., Leijtens X.J.M., Verschaffelt G. *IEEE J. Quantum Electron.*, 48, 129 (2012).
- Khoder M., Verschaffelt G., Nguimdo R.M., Bolk J., Leijtens X.J. M., Danckaert J. Opt. Lett., 38, 2608 (2013).
- Золотоверх И.И., Ларионцев Е.Г., Фирсов В.В., Чекина С.Н. Квантовая электроника, 48, 1 (2018) [Quantum Electron., 48, 1 (2018)].
- Золотоверх И.И., Ларионцев Е.Г. Квантовая электроника, 48, 510 (2018) [Quantum Electron., 48, 510 (2018)].
- 8. Schaar J.E., Yum H.N., Shahriar S.M. Proc. SPIE, 7949, 794914 (2011).
- Han X., Luo H., Qu T., Wang Z., Yuan J., Bin Z. J. Opt., 16, 125401 (2014).
- Wang Z., Yuan B., Xiao G., Fan Z., Yuan J. Appl. Opt., 54, 9568 (2015).
- Skryabin D.V., Vladimirov A.G., Radin A.M. Opt. Commun., 116, 109 (1995).
- Камышева А.А., Кравцов Н.В., Ларионцев Е.Г., Чекина С.Н. Квантовая электроника, 36, 763 (2006) [Quantum Electron., 36, 763 (2006)].
- Del Bino L., Silver J.M., Stebbings S.L., Del'Haye P. Sci. Rep., 7, 43142 (2017).
- Глова А.Ф., Курчатов С.Ю., Лиханский В.В., Лысиков А.Ю., Напартович А.П. Квантовая электроника, 23, 515 (1996) [Quantum Electron., 26, 500 (1996)].
- 15. Fabiny L., Colet P., Roy R., Lenstra D. Phys. Rev. A, 47, 4287 (1993).
- Хромых А.М., Якушев А.И. Квантовая электроника, 4, 27 (1977) [Sov. J. Quantum Electron., 7, 13 (1977)].
- Савельев И.И., Хромых А.М., Якушев А.И. Квантовая электроника, 6, 1155 (1979) [Sov. J. Quantum Electron., 9, 682 (1979)].