# Частотные характеристики газового кольцевого лазера со связанными резонаторами

## И.И.Золотоверх, Е.Г.Ларионцев

На основе теоретической модели, описывающей динамику генерации в газовом кольцевом лазере (ГКЛ) со связанными резонаторами, исследованы частотные характеристики излучения. Найдены условия, при которых происходит наибольшее возрастание масштабного коэффициента. Исследован режим захвата частот встречных волн. Показано, что в ГКЛ с противофазной оптической связью резонаторов область захвата остается такой же, как и без дополнительного резонатора. Определены условия, при которых в ГКЛ со связанными резонаторами возникает мультистабильность характеристик излучения. При численном решении уравнений рассмотренной теоретической модели обнаружены три ветви частотной характеристики.

Ключевые слова: газовый кольцевой лазер, связанные резонаторы, режим биений, режим захвата, мультистабильность характеристик излучения.

# 1. Введение

Кольцевые лазеры со связанными резонаторами представляют интерес для создания гироскопов. В работах [1-3] теоретически показано, что в таких лазерах можно управлять внутрирезонаторной дисперсией и создавать условия для возникновения аномальной дисперсии, приводящей к увеличению масштабного коэффициента и чувствительности лазерного гироскопа (ЛГ).

К ЛГ относят системы, в которых используются оптические датчики угловой скорости вращения двух типов: кольцевые лазеры, генерирующие внутри лазерного резонатора встречные волны с разными частотами, и датчики, в которых излучение внешнего лазера пропускается во встречных направлениях через интерферометр Саньяка (либо кольцевой резонатор). ЛГ с датчиком первого типа называют активным, а ЛГ с датчиком второго типа – пассивным. Для пассивных ЛГ возможность увеличения масштабного коэффициента с помощью связанных резонаторов была показана теоретически в работах [4–6].

Исследования, проведенные в настоящей работе, относятся к активным ЛГ. Недостатком работ [1-3], в которых рассматривались газовые кольцевые лазеры (ГКЛ) со связанными резонаторами, является то, что в них не учитывалось влияние на частотные характеристики связи через обратное рассеяние и нелинейного взаимодействия встречных волн в активной среде. Для этого надо усовершенствовать теоретическую модель ГКЛ со связанными резонаторами, как это было сделано в работах

**И.И.Золотоверх, Е.Г.Ларионцев.** НИИ ядерной физики им. Д.В.Скобельцына МГУ им. М.В.Ломоносова, Россия, 119991 Москва, Воробьевы горы; e-mail: e.lariontsev@yahoo.com

Поступила в редакцию 13 декабря 2018 г., после доработки – 19 февраля 2019 г.

по полупроводниковым и твердотельным кольцевым лазерам [7–9].

Цель настоящей работы – теоретическое исследование режимов биений и захвата частот в ГКЛ со связанными резонаторами.

## 2. Теоретическая модель ГКЛ

На рис.1 показана схема ГКЛ со связанными резонаторами. Внутри основного кольцевого резонатора, содержащего активную среду АС, распространяются две встречные волны  $\tilde{E}_{1,2}$ . Излучение, вышедшее из основного резонатора через частично пропускающее зеркало связи 3, возбуждает оптические поля  $\tilde{E}_{c1,c2}$  в дополнительном кольцевом резонаторе и возвращается снова в основной резонатор через это же зеркало.



Рис.1. Схема КГЛ со связанными резонаторами.

Внутрирезонаторные поля в основном и дополнительном резонаторах запишем в виде

$$\tilde{E}_{1,2}(t) = E_{1,2}(t) \exp(i\omega_n t), \quad \tilde{E}_{c1,c2}(t) = E_{c1,c2}(t) \exp(i\omega_n t),$$
(1)

где  $\omega_n$  – оптическая частота генерируемой моды. Комплексные амплитуды  $E_{1,2}(t)$  являются медленными функциями времени, слабо меняющимися за период оптических колебаний. Для описания взаимодействия встречных волн в ГКЛ со связанными резонаторами будем использовать следующую систему обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\dot{E}_{1,2} = \frac{\Delta \omega_{\rm r}}{2} [\kappa_{1,2}(1+\eta)/\kappa_0 - 1 - \alpha_{1,2} |E_{1,2}|^2 - \beta_{1,2} |E_{2,1}|^2] E_{1,2}$$
  
$$\pm i \frac{\Omega}{2} E_{1,2} + \frac{i}{2} \tilde{m}_{1,2} E_{2,1} + \frac{k_{\rm c} \exp(i\varphi)}{T} E_{\rm c1,c2}, \qquad (2)$$

$$\dot{E}_{c1,c2} = -\frac{\Delta\omega_c}{2}E_{c1,c2} \pm i\frac{\Omega_c}{2}E_{c1,c2} + \frac{k_c \exp(i\varphi + \omega_n T_c)}{T_c}E_{1,2}.$$
 (3)

Уравнения (2) описывают генерацию встречных волн E<sub>1.2</sub> внутри основного резонатора с учетом воздействия полей E<sub>c1,c2</sub>, а уравнения (3) – возбуждение встречных волн во внешнем резонаторе волнами Е1.2. Рассматривается одномодовая генерация. В уравнениях (2), (3) величины  $\Delta \omega_r$  и  $\Delta \omega_c$  – ширины полос основного и дополнительного резонаторов, внутрирезонаторные потери для встречных волн полагаются одинаковыми. Линейная связь встречных волн в основном резонаторе определяется комплексными коэффициентами связи *m*<sub>1,2</sub>. Коэффициенты  $\kappa_{1,2}$  описывают линейную поляризуемость активной среды ГКЛ, а коэффициенты  $\alpha_{1,2}, \beta_{1,2}$  – ее насыщение полями встречных волн. Коэффициент  $(1 + \eta)/\kappa_0$  равен отношению усиления к внутрирезонаторным потерям в максимуме усиления, где  $\kappa_0 = \max(\text{Re}\kappa_{1,2})$ , а  $\eta$  – превышение усилением порогового значения. Коэффициенты оптической связи между полями в основном и дополнительном резонаторах,  $k_c \exp(i\varphi)/T$  и  $k_c \exp(i\varphi + \omega_n T_c)/T_c$ , зависят от амплитудного коэффициента пропускания зеркала связи  $k_c$ , времен обхода T и  $T_c$  светом контуров основного и дополнительного резонаторов, сдвига фазы  $\varphi$  отраженной и прошедшей волн на зеркале связи, а также от набега фазы за обход дополнительного резонатора  $\Phi = \omega_{\rm n} T_{\rm c}$ .

Чувствительность к вращению связана с эффектом Саньяка: в основном и дополнительном резонаторах изза вращения появляются разности собственных частот для встречных волн:

$$\Omega = 8\pi S \vartheta / (\lambda L), \tag{4a}$$

$$\Omega_{\rm c} = 8\pi S_{\rm c} \vartheta / (\lambda L_{\rm c}), \tag{46}$$

где S и  $S_c$  – проекции площадей основного и дополнительного резонаторов на ось вращения; L и  $L_c$  – периметры кольцевых резонаторов;  $\vartheta$  – угловая скорость вращения.

Коэффициенты  $\kappa_{1,2}$ ,  $\alpha_{1,2}$ ,  $\beta_{1,2}$ , определяющие взаимодействие встречных волн в активной среде, будем вычислять на основе векторной теории ГКЛ [10, 11], которая справедлива в приближении слабого поля при произвольном соотношении между однородной и доплеровской ширинами линии.

# 3. Режимы биений и захвата

#### 3.1. Режим биений

Рассмотрим вначале режим биений встречных волн. Будем считать, что частота биений  $\omega_b$  значительно больше, чем коэффициенты связи встречных волн через обратное рассеяние ( $|\omega_b| \gg |\tilde{m}_{1,2}|$ ). В этом случае при решении уравнений (2), (3) можно пренебречь коэффициентами связи  $\tilde{m}_{1,2}$ . Для простоты ограничимся случаем, когда дополнительный резонатор оказывается нечувствительным к вращению (проекция площади на ось вращения  $S_c$ равна нулю или является малой).

В режиме биений зависимость от времени комплексных амплитуд встречных волн  $E_{1,2}$  представим в виде

$$E_{1,2}(t) = |E_{1,2}| \exp(i\omega_{1,2}t),$$
(5)

где модули амплитуд  $|E_{1,2}|$  – постоянные величины, а частота биений  $\omega_{\rm b} = \omega_1 - \omega_2$ .

Из уравнений (3) находим

$$E_{c1,c2} = \frac{k_{c} \exp(i\varphi + i\omega_{n} T_{c}) / T_{c}}{i\omega_{1,2} + \Delta\omega_{c} / 2} E_{1,2}.$$
 (6)

Подставив (6) в уравнения (2), получим следующую систему уравнений:

$$\begin{split} i\omega_{1,2} &= \left[\kappa_{1,2}(1+\eta)/\kappa_0 - 1 - \alpha_{1,2}\right| E_{1,2} \left|^2 - \beta_{1,2}\right| E_{2,1} \left|^2\right] \Delta \omega_r / 2 \\ &\pm i\Omega / 2 + \frac{A_c}{i\omega_{1,2} + \Delta \omega_c / 2}, \end{split}$$
(7)

где  $A_{\rm c} = k_{\rm c}^2 \exp(i\Phi_{\rm c})/(TT_{\rm c}); \Phi_{\rm c} = 2\varphi + \omega_{\rm n}T_{\rm c}.$ 

Мнимая часть уравнений (7) дает два уравнения для определения частот  $\omega_{1,2}$ :

$$\omega_{1,2} = \operatorname{Im}[\kappa_{1,2}(1+\eta)/\kappa_0 - 1 - \alpha_{1,2}|E_{1,2}|^2 - \beta_{1,2}|E_{2,1}|^2]\Delta\omega_r/2$$

$$\pm \Omega/2 - \frac{\omega_{1,2} \operatorname{Re} A_{c}}{\omega_{1,2}^{2} + \Delta \omega_{c}^{2}/4},$$
(8)

а действительная часть уравнений – два уравнения для определения интенсивностей встречных волн  $|E_{1,2}|^2$ :

$$\operatorname{Re}[\kappa_{1,2}(1+\eta)/\kappa_{0} - 1 - \alpha_{1,2}|E_{1,2}|^{2} - \beta_{1,2}|E_{2,1}|^{2}]\Delta\omega_{r}/2$$
$$= -\frac{\Delta\omega_{c}\operatorname{Re}A_{c}/2 + \omega_{1,2}\operatorname{Im}A_{c}}{\omega_{1,2}^{2} + \Delta\omega_{c}^{2}/4}.$$
(9)

Систему уравнений (8), (9) можно решить методом последовательных приближений. Будем считать, что выполняется следующее неравенство:

$$k_{\rm c}^2 / (TT_{\rm c}) \gg \operatorname{Im}[\kappa_{1,2}(1+\eta)/\kappa_0 - 1 - \alpha_{1,2} |E_{1,2}|^2 -\beta_{1,2} |E_{1,2}|^2] \Delta \omega_{\rm r} / 2.$$
(10)

В этом случае можно пренебречь влиянием нелинейного взаимодействия встречных волн в активной среде на частотную характеристику ГКЛ, и уравнение (8) в нулевом приближении принимает вид

$$\omega_{1,2} - \frac{\omega_0^2(\omega_{1,2}\cos\Phi_c - \sin\Phi_c\Delta\omega_c/2)}{\omega_{1,2}^2 + \Delta\omega_c^2/4} = \pm \Omega/2,$$
(11)

где  $\omega_0 = k_c / \sqrt{TT_c}$ .

При выполнении неравенства

$$\omega_{1,2}^2 \ll \Delta \omega_c^2 / 4 \tag{12}$$

из (11) для частоты биений получим выражение

$$\omega_{\rm b} = \Omega \frac{\Delta \omega_{\rm c}^2}{4\omega_0^2 \cos \Phi_{\rm c} + \Delta \omega_{\rm c}^2}.$$
(13)

Из (13) следует, что зависимость частоты биений от угловой скорости вращения  $\dot{\vartheta}$  определяется масштабным коэффициентом

$$K = \frac{\Delta\omega_{\rm c}^2}{4\omega_0^2 \cos \Phi_{\rm c} + \Delta\omega_{\rm c}^2} K_0, \tag{14}$$

где

$$K_0 = 8\pi S / (\lambda L) \tag{15}$$

 масштабный коэффициент основного резонатора в соответствии с выражением (4а).

В выражения для частоты биений  $\omega_{\rm b}$  и масштабного коэффициента *K* входит фаза отрицательной обратной связи (ООС)  $\Phi_{\rm c}$ , которая зависит от двух параметров: набега фазы в дополнительном резонаторе  $\Phi = \omega_{\rm n} T_{\rm c}$  и сдвига фазы  $\varphi$  отраженной и прошедшей волн на зеркале связи. Фазу ООС можно менять от 0 до  $2\pi$  при перестройке периметра дополнительного резонатора на величину порядка длины волны.

Выделим два частных случая:  $\Phi_c = 2\pi p (p - целое чис$  $ло) - синфазная оптическая связь; <math>\Phi_c = 2\pi p + \pi$  – противофазная связь. В случае противофазной связи оптическая связь между резонаторами приводит к увеличению потерь в основном резонаторе и к уменьшению амплитуд  $|E_{1,2}|$  внутрирезонаторных полей. Синфазная связь, напротив, компенсирует потери в основном резонаторе и увеличивает амплитуды  $|E_{1,2}|$  внутрирезонаторных полей.

Из (14) следует, что противофазная оптическая связь между резонаторами приводит к увеличению масштабного коэффициента, а синфазная связь – к его уменьшению. Наибольшее возрастание масштабного коэффициента имеет место при выполнении условия

$$\omega_0^2 = \Delta \omega_c^2 / 4. \tag{16}$$

#### 3.2. Режим захвата

Рассмотрим теперь режим захвата, когда из-за связи через обратное рассеяние частоты встречных волн становятся одинаковыми ( $\omega_1 = \omega_2 = \omega$ ). В этом режиме комплексные амплитуды встречных волн  $E_{1,2}$  представим в виде

$$E_{1,2} = A \pm iB,$$
 (17)

где *А* и *В* – действительные постоянные величины. Из уравнений (3) находим

$$E_{\rm c1,c2} = \frac{k_{\rm c} \exp(i\varphi + i\omega_{\rm n} T_{\rm c})/T_{\rm c}}{\Delta\omega_{\rm c}/2} E_{\rm 1,2}.$$
(18)

Для простоты при исследовании режима захвата коэффициенты связи встречных волн зададим в виде  $\tilde{m}_1 = \tilde{m}_2 = m \exp(-i\pi/2)$ , будем рассматривать случай противофазной ООС ( $\Phi_c = 2\pi p + \pi$ ) и коэффициенты, определяющие поляризацию среды, будем полагать действительными:  $\kappa_1 = \kappa_2 = \kappa$ ,  $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$ ,  $\beta_1 = \beta_2 = \beta$ . Подставив (18) в уравнения (2), получим систему уравнений

$$(A \pm iB) \left\{ [\kappa (1+\eta)/\kappa_0 - 1 - \alpha (A^2 + B^2) - \beta (A^2 + B^2)] \frac{\Delta \omega_r}{2} \\ \pm \frac{i\Omega}{2} + \frac{2\omega_0^2}{\Delta \omega_c} \right\} + \frac{m}{2} (A \mp iB) = 0.$$
(19)

Действительные и мнимые части этих уравнений можно привести к следующему виду:

$$AB[\kappa (1+\eta)/\kappa_0 - 1 - \alpha (A^2 + B^2) - \beta (A^2 + B^2)] \times \frac{\Delta \omega_r}{2} - \frac{\Omega}{2} B^2 + \frac{2\omega_0^2}{\Delta \omega_c} AB + \frac{m}{2} AB = 0.$$
(20)

$$AB[\kappa(1+\eta)/\kappa_0 - 1 - \alpha(A^2 + B^2) - \beta(A^2 + B^2)]$$

$$\times \frac{\Delta \omega_{\rm r}}{2} + \frac{\Omega}{2}A^2 + \frac{2\omega_0^2}{\Delta \omega_{\rm c}}AB - \frac{m}{2}AB = 0.$$
 (21)

Вычитая (21) из (20), получаем уравнение

$$\Omega(A^2 + B^2) = 2mAB. \tag{22}$$

Выразив A и B через амплитуду  $E_0$  и фазу  $\psi$ , перепишем (22) в виде

$$\frac{\Omega}{m} = \sin(2\psi). \tag{23}$$

Из (23) следует, что режим захвата существует в области

$$-m \le \Omega \le m. \tag{24}$$

В соответствии с (24) оптическая связь между резонаторами не влияет на ширину области захвата. В ГКЛ с противофазной ООС область захвата остается такой же, как и без дополнительного резонатора.

#### 3.3. Частотные характеристики КГЛ

В нулевом приближении (без учета нелинейной связи встречных волн в активной среде) зависимость частоты биений  $f_b = \omega_b/2\pi$  от частотной невзаимности основного кольцевого резонатора  $\Omega/2\pi$  можно рассчитать с помощью уравнений (11). Аналитические формулы для поправок в первом приближении к частоте биений, учитывающие влияние связи встречных волн через обратное рассеяние и нелинейной связи в активной среде, мы не будем выводить в настоящей работе. Эти поправки будут рассмотрены на основе численного решения системы уравнений (2), (3).

При численном решении уравнений (2), (3) коэффициенты  $\kappa_{1,2}$ , описывающие линейную поляризуемость активной среды ГКЛ, и коэффициенты насыщения  $\alpha_{1,2}$ ,  $\beta_{1,2}$ будем рассчитывать по формулам, приведенным в работах [10,11], для кольцевого He–Ne-лазера на переходе  $3s_2-2p_4$  неона с длиной волны 0.63 мкм. Рассмотрим одноизотопный лазер при давлении p = 700 Па с доплеровской шириной линии 800 МГц, однородной шириной линии перехода 357 МГц, шириной верхнего уровня 32 МГц и шириной нижнего уровня 85 МГц. Положим, что магнитное поле H, создающее расщепление магнитных подуровней неона, отсутствует (H = 0).

Сначала рассмотрим ситуацию, когда для ГКЛ со связанными резонаторами выполнено условие (16). Как уже отмечалось, в этом случае при противофазной оптической связи следует ожидать, что масштабный коэффициент, определяемый формулой (14), будет максимальным. Выберем следующие параметры резонаторов: периметры основного и дополнительного резонаторов L = 10 см и  $L_c =$ 40 см, потери за обход этих резонаторов 0.005 и 0.0075 соответственно. При амплитудном коэффициенте пропускания зеркала связи  $k_c = 0.0019$  условие (16) точно выполняется для КГЛ с указанными параметрами связанных резонаторов. При таких значениях параметров на рис.2 показана зависимость частоты биений  $f_{\rm b}$  от частотной невзаимности основного кольцевого резонатора Ω/2π. Сплошная кривая на рис.2 соответствует частоте биений в нулевом приближении, рассчитанной с помощью формул (11). Точками представлены результаты, полученные на основе численного решения уравнений (2), (3) с коэффициентами связи встречных волн  $\tilde{m}_{1,2} =$  $m \exp(-i\pi/2)$  ( $m/2\pi = 100$  Гц) при превышении усилением порога  $\eta = 0.5$ . Расчет был проведен для ГКЛ с оптической связью, близкой к противофазной при  $\Phi_{\rm c} = 1.0091\pi$ . При такой фазе оптической связи  $\Phi_{\rm c}$ , как показало численное решение уравнений (2), (3), масштабный коэффициент при наличии связи встречных волн оказывается максимальным. Наибольшее увеличение масштабного коэффициента (К/К<sub>0</sub> = 1400) в рассматриваемом случае имеет место при  $\Omega/2\pi = 0.66$  кГц.



Рис.2. Зависимость частоты биений встречных волн  $f_b$  от частотной невзаимности  $\Omega/2\pi$  в ГКЛ с оптической связью, близкой к противофазной при выполнении условия (16). Сплошная кривая соответствует частоте биений  $\omega_b$ , рассчитанной по формулам (11). Точками показаны результаты, полученные при численном решении уравнений (2), (3). Значения параметров резонаторов приведены в тексте.

Из рис.2 видно, что при малых частотных невзаимностях, в области –100 Гц  $\leq \Omega/2\pi \leq 100$  Гц, возникает захват частот встречных волн. Ширина области захвата определятся модулем коэффициента связи встречных волн *m* и не зависит от оптической связи между резонаторами. На границе области захвата частота биений изменяется скачком на 4.35 кГц.

#### 3.4. Гистерезис частотных характеристик

В п.3.3 частотные характеристики ГКЛ были рассмотрены в случае оптической связи, удовлетворяющей условию  $k_c^2/(TT_c) = \Delta \omega_c^2/4$ . Как показано в работе [12], при выполнении неравенства

$$k_{\rm c}^2 / (TT_{\rm c}) > \Delta \omega_{\rm c}^2 / 4 \tag{25}$$

для ГКЛ со связанными резонаторами из-за спонтанного нарушения фазовой симметрии возникают новые ветви частотной характеристики. Пусть ГКЛ имеет следующие параметры: периметры основного и дополнительного резонаторов L = 10 см и  $L_c = 40$  см, потери за обход этих резонаторов 0.0049 и 0.00748 соответственно. В этом случае при амплитудном коэффициенте пропускания зеркала связи  $k_c = 0.0019$  выполняется неравенство (25). При таких значениях параметров на рис.3 показана зависимость частоты биений  $f_{\rm b}$  от частотной невзаимности основного кольцевого резонатора  $\Omega/2\pi$ . Сплошная кривая на рис.3 соответствует частоте биений в нулевом приближении, рассчитанной с помощью формул (11). Точками представлены результаты, полученные на основе численного решения уравнений (2), (3) с коэффициентами связи встречных волн  $\tilde{m}_{1,2} = m \exp(-i\pi/2) (m/2\pi = 100 \ \Gamma \mu)$  при  $\eta = 0.5$  и значениях параметров активной среды, указанных выше для одноизотопного Не-Ne-лазера при давлении p = 700 Па. Расчет был проведен для ГКЛ с оптической связью, близкой к противофазной при  $\Phi_{\rm c} = 1.009208\pi$ .

Из рис.3 видно, что частотная характеристика имеет три ветви с номерами 1, 2, 3. На выходе из области захвата частот С при частотной невзаимности  $\Omega/2\pi >$ 100 Гц возникает режим биений на ветви 1. На правой границе ветви 1 при  $\Omega/2\pi >$  130 Гц происходит переход



Рис.3. Три ветви частотной характеристики для ГКЛ с оптической связью, близкой к противофазной, при выполнении условия (25). Сплошная кривая соответствует частоте биений  $\omega_b$ , рассчитанной по формулам (11). Точками показаны результаты, полученные при численном решении уравнений (2), (3). Значения параметров резонаторов приведены в тексте.

в режим биений на ветви 2. На левой границе ветви 2 при  $\Omega/2\pi < -100$  Гц наблюдается переход на ветвь 1. На левой границе ветви 1 при  $\Omega/2\pi < -136$  Гц ГКЛ переходит в режим биений на ветви 3.

## 4. Заключение

В работе исследованы частотные характеристики ГКЛ со связанными резонаторами на основе теоретической модели, описывающей динамику излучения с учетом связи через обратное рассеяние и нелинейного взаимодействия встречных волн в активной среде. Показано, что противофазная оптическая связь резонаторов приводит к увеличению масштабного коэффициента. Наибольшее увеличение этого коэффициента имеет место при выполнении условия (16). В случае связанных резонаторов возникает сильно нелинейная зависимость частоты биений от скорости вращения, что создает существенную трудность для практического использования эффекта увеличения масштабного коэффициента. Исследован режим захвата частот встречных волн. Установлено, что для ГКЛ с противофазной ООС область захвата остается такой же, как и без дополнительного резонатора. Найдены условия, при которых в ГКЛ со связанными резонаторами возникает мультистабильность характеристик излучения. При численном решении уравнений (2), (3) в рамках рассмотренной теоретической модели обнаружены три ветви частотной характеристики.

- Schaar J.E., Yum H.N., Shahriar S.M. Proc. SPIE, 7949, 794914 (2011).
- Han X., Luo H., Qu T., Wang Z., Yuan J., Bin Z. J. Opt., 16, 125401 (2014).
- Wang Z., Yuan B., Xiao G., Fan Z., Yuan J. Appl. Opt., 54, 9568 (2015).
- Smith D.D., Chang H., Myneni K., Rosenberger A.T. *Phys. Rev. A*, 89, 053804 (2014).
- 5. Peng C., Li Z., Xu A. Opt. Express, 15, 3864 (2007).
- Terrel M.A., Digonnet M.J.F., Fan S. Proc. SPIE, 7612, 76120B (2010).
- Ermakov V., Beri S., Ashour M., Danckaert J., Docter J., Bolk J., Leijtens X.J.M., Verschaffelt G. *IEEE J. Quantum Electron.*, 48, 129 (2012).
- Золотоверх И.И., Ларионцев Е.Г., Фирсов В.В., Чекина С.Н. Квантовая электроника, 48, 1 (2018) [Quantum Electron., 48, 1 (2018)].
- Золотоверх И.И., Ларионцев Е.Г. Квантовая электроника, 48, 510 (2018) [Quantum Electron., 48, 510 (2018)].
- Хромых А.М., Якушев А.И. Квантовая электроника, 4, 27 (1977) [Sov. J. Quantum Electron., 7, 13 (1977)].
- Савельев И.И., Хромых А.М., Якушев А.И. Квантовая электроника, 6, 1155 (1979) [Sov. J. Quantum Electron., 9, 682 (1979)].
- Золотоверх И.И., Ларионцев Е.Г. Квантовая электроника, 49, (7), 653 (2019) [Quantum Electron., 49 (7), 653 (2019)].