ВОЛОКОННЫЕ СВЕТОВОДЫ

Влияние магнитного поля на поляризацию света в оптическом волокне со случайным распределением линейного двулучепреломления

В.А.Конышев, С.Н.Лукиных, О.Е.Наний, А.Г.Новиков, В.Н.Трещиков, Р.Р.Убайдуллаев

Предложена численная модель, описывающая эволюцию поляризации световой волны, распространяющейся по телекоммуникационному волокну со случайным линейным двулучепреломлением в магнитном поле. В результате статистической обработки массива результатов численного моделирования впервые получена удобная феноменологическая формула для зависимости среднего значения угла поворота поляризации от магнитного поля, параметров и длины волокна. Установлено, что среднее значение угла поворота поляризации в длинном телекоммуникационном волокне в представлении векторов Стокса линейно зависит от приложенного продольного магнитного поля (как в классическом эффекте Фарадея для изотропной среды), но пропорционально корню из длины волокна. Теоретически показано и экспериментально подтверждено, что угол поворота поляризации для протяженного отрезка телекоммуникационного волокна (50 км) на два порядка меньше угла поворота поляризации для изотропного волокна той же длины и из того же материала.

Ключевые слова: эффект Фарадея, стандартное одномодовое волокно, SSMF, длина биений, корреляционная длина, матрица Джонса, состояние поляризации, вектор Стокса, поляриметр.

1. Введение

Влияние магнитного поля на поляризацию света в изотропной среде, впервые обнаруженное М.Фарадеем в 1845 г., хорошо изучено и широко используется в поляриметрии и датчиках магнитного поля [1-3]. В частности, плоскость поляризации линейно поляризованного излучения в изотропной среде под действием магнитного поля, направленного вдоль оси распространения света, поворачивается на угол Θ , линейно зависящий от индукции магнитного поля *B* и длины волокна *L* [4]:

$$\Theta = VBL,\tag{1}$$

где коэффициент пропорциональности *V*, называемый постоянной Верде, определяется свойствами среды. Наличие постоянного линейного двулучепреломления в среде приводит к существенному изменению влияния магнитного поля на поляризацию света [5].

В настоящей работе исследовано влияние магнитного поля на поляризацию света, распространяющегося в телекоммуникационном оптическом волокне, характеризу-

Поступила в редакцию 18 декабря 2018 г., после доработки – 2 апреля 2019 г.

ющемся случайным распределением линейного двулучепреломления вдоль волокна. Насколько нам известно, исследования влияния магнитного поля на поляризацию света в таких средах ранее не проводились.

Предложенная нами численная модель позволила найти удобную феноменологическую формулу для зависимости среднего значения угла поворота поляризации от магнитного поля и параметров волокна. Полученные результаты могут быть использованы для оценки влияния магнитного поля, вызванного ударом молнии, на работу высокоскоростных волоконно-оптических линий связи в грозотросах [6–8].

2. Модель волокна со случайным распределением линейного двулучепреломления в магнитном поле

Прямолинейное волокно идеальной цилиндрической формы, выполненное из изотропного материала, в отсутствие внешних физических воздействий обладает круговой симметрией и является изотропным. Однако при производстве волокна и оптического кабеля в волокне возникает двулучепреломление со случайными характеристиками [9–11]. Двулучепреломление в волокне принято характеризовать длиной биений

$$L_{\rm B} = 2\pi/\Delta\beta,\tag{2}$$

(в нашем случае $\Delta\beta$ – усредненная по длине волокна разность постоянных распространения для медленной и быстрой мод [12]).

Рассмотрим модель телекоммуникационного волокна, в котором величина двулучепреломления постоянна, а ориентация главных осей случайным образом изменяется

В.А.Конышев, С.Н.Лукиных, А.Г.Новиков, Р.Р.Убайдуллаев. Научно-технический центр Т8, Россия, 107076 Москва, ул. Краснобогатырская, 44, стр. 1, офис 826; e-mail: rru@t8.ru

О.Е.Наний. Научно-технический центр Т8, Россия, 107076 Москва, ул. Краснобогатырская, 44, стр. 1, офис 826; Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова, физический факультет, Россия, 119991 Москва, Воробьевы горы

В.Н.Трещиков. Научно-технический центр Т8, Россия, 107076 Москва, ул. Краснобогатырская, 44, стр. 1, офис 826; Фрязинский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А.Котельникова РАН, Россия, Московская обл., 141701 Фрязино, пл. Акад. Введенского,1

вдоль волокна. Строго говоря, случайным образом изменяется как ориентация главных осей двулучепреломления f и s (fast и slow), так и величина двулучепреломления. Однако, как показано в работах [9,13], статистические поляризационные свойства волокна можно адекватно описать с помощью модели, в которой величина линейного двулучепреломления фиксирована, а случайно изменяется только ориентация медленной и быстрой осей двулучепреломляющего элемента.

В исследуемой модели разобьем волокно длины L на M секций равной величины, $\Delta z = L/M$. Для учета влияния магнитного поля на поляризацию света воспользуемся методом разделения по физическим процессам [14] (рис.1). Для этого каждую секцию представим двумя подсекциями, первая из которых описывает слабое линейное двулучепреломление, вызванное неидеальностью цилиндрического профиля волокна, а вторая – слабое циркулярное двулучепреломление, индуцированное внешним магнитным полем вследствие эффекта Фарадея. Тогда матрица Джонса m-й секции (m = 1, 2, ..., M) определяется как $J_m = FG_m$, где матрица G_m описывает слабое внутреннее линейное двулучепреломление, которым обладает волокно, а матрица F - циркулярное двулучепреломление.

Таким образом, результирующая матрица Джонса всего волокна имеет вид

$$J = J_M J_{M-1} \dots J_2 J_1 = F G_M F G_{M-1} \dots F G_2 F G_1.$$
(3)

Матрица Джонса G_m в общем случае в декартовой системе координат с осями x, y описывается двумя параметрами: разностью набегов фаз компонент, линейно поляризованных вдоль главных осей элемента, $\psi = \psi_s - \psi_f$ и углом α_m между медленной осью s элемента и осью x декартовой системы координат [15]. Тогда матрица Джонса выражается как

$$G_m = R_m G R_m^{-1}, \tag{4}$$

где

$$R_m = \begin{pmatrix} \cos \alpha_m & \sin \alpha_m \\ -\sin \alpha_m & \cos \alpha_m \end{pmatrix} \quad \text{M} \quad G = \begin{pmatrix} \exp(i\psi/2) & 0 \\ 0 & \exp(-i\psi/2) \end{pmatrix}$$

– матрицы поворота на угол α_m и двулучепреломляющего элемента соответственно; $\psi = 2\pi z/L_{\rm B}$ – разность набегов фаз.

Случайное распределение ориентаций главных осей секций в модели будем описывать случайным процессом со спектром белого шума [13]. Каждая секция волокна поворачивается относительно предыдущей вокруг оси z на случайный угол $\Delta \alpha_m$, подчиняющийся нормальному распределению с дисперсией σ и нулевым средним значени-



Рис.1. Разбиение волокна по физическим процессам на чередующиеся подсекции *G* и *F*, описывающие линейное и циркулярное двулучепреломление.

ем. Зависимость плотности вероятности от угла $\Delta \alpha_m$ имеет следующий вид:

$$f(\Delta \alpha_m) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp\left(-\frac{(\Delta \alpha_m)^2}{2\sigma^2}\right).$$
 (5)

Таким образом, формируется одна случайная выборка волокна ($\Delta \alpha_1, \Delta \alpha_2, ..., \Delta \alpha_M$). Углы ориентации осей секций связаны с относительными углами поворота секций соотношениями

$$\alpha_m = \sum_{i=1}^m \Delta \alpha_i, \quad m = 1, 2, ..., M.$$
 (6)

Можно показать, что если квадрат дисперсии пропорционален размеру секции ($\sigma^2 \sim \Delta z$) и размеры секций меньше характерных размеров изменения поляризации света, то статистические свойства волокна не зависят от размера секции; т.е. в предельном случае, когда длина секций Δz стремится к нулю, дисперсия также стремится к нулю, причем квадрат дисперсии остается пропорционален длине секции:

$$\sigma^2 = \aleph \Delta z. \tag{7}$$

В работе [13] через коэффициент пропорциональности \aleph введена корреляционная длина $L_{\rm C} = 1/(2\aleph)$. Проведенные нами численные эксперименты, а также расчеты, выполненные в работе [13], показали, что введенная таким образом корреляционная длина $L_{\rm C}$ с высокой точностью совпадает с широко использующейся для описания свойств оптических волокон со случайным двулучепреломлением длиной деполяризации, измеряемой по отношению к локальным собственным состояниям поляризации (см. Приложение). Полученная связь между корреляционной длиной и длиной деполяризации очень важна, т. к. последняя может быть измерена экспериментально, в то время как о существовании методов прямого измерения корреляционной длины нам ничего не известно.

В присутствии магнитного поля матрица Джонса *F*, описывающая наведенное магнитным полем вследствие эффекта Фарадея круговое двулучепреломление, в декартовом базисе имеет вид [15]

$$F = \begin{pmatrix} \cos(\varphi/2) & -\sin(\varphi/2) \\ \sin(\varphi/2) & \cos(\varphi/2) \end{pmatrix},$$
(8)

где $\varphi = VB\Delta z$ – разность фаз между левой и правой круговыми поляризациями в секции длиной Δz .

Поскольку поляризация излучения на выходе волокна может быть произвольной, описывать ее изменение под действием магнитного поля удобно в представлении векторов Стокса. Если пренебречь деполяризацией, вектор Стокса изображается точкой на сфере Пуанкаре и определяется тремя компонентами: $s = (S_1, S_2, S_3)$, которые однозначно определяются как [15]

$$S_1 = E_x^2 - E_y^2, \quad S_2 = 2E_x E_y \cos \delta, \quad S_3 = 2E_x E_y \sin \delta, \quad (9)$$

где E_x и E_y – амплитуды x- и y-составляющих вектора Джонса света в волокне; δ – разность фаз между y- и x-составляющими вектора Джонса. При фиксированном состоянии поляризации на входе и изменении магнитного поля от нуля до B выходной вектор Стокса $s_{out}(B)$ движется по некоторой траектории на сфере Пуанкаре.

Определим кумулятивный угол как угол, численно равный усредненной по семейству случайных выборок волокна длине траектории выходного вектора Стокса на сфере Пуанкаре при изменении магнитного поля:

$$\theta = \left\langle \sum_{n=1}^{N} \Delta \theta_n^k \right\rangle_k,\tag{10}$$

где $\Delta \theta_n^k$ – угол между последовательными векторами Стокса в *k*-й выборке при пошаговом увеличении поля (*n* – номер шага, *N* – полное число шагов). Угол $\Delta \theta$ между векторами Стокса *s*_A и *s*_B вычисляется по формуле:

$$\Delta \theta = \arccos(s_A, s_B) = \arccos(S_{1A}S_{1B} + S_{2A}S_{2B} + S_{3A}S_{3B}).$$
(11)

В изотропной среде кумулятивный угол θ , определяемый формулой (10), связан с углом поворота Θ плоскости поляризации линейно поляризованного излучения, входящим в классическую формулу для эффекта Фарадея (1), соотношением

$$\theta = 2\Theta. \tag{12}$$

На рис.2 приведены зависимости кумулятивного угла от длины оптического волокна, полученные численным моделированием с усреднением по числу выборок 20 и 400. В расчетах использовались следующие значения параметров: длина волокна L = 50 км, длина секций $\Delta z =$ 0.1 м, корреляционная длина $L_{\rm C} = 1$ м [11], длина биений $L_{\rm B} = 23.5$ м, индукция магнитного поля B = 4.6 мТл, постоянная Верде для телекоммуникационного волокна V =0.53 рад · Тл⁻¹·м⁻¹.

Усреднение по большему числу выборок дает аппроксимирующую зависимость, которую при $z \gg L_{\rm B}, L_{\rm C}$ с высокой степенью точности можно описать формулой





Рис.2. Модельная зависимость кумулятивного угла от длины волокна в соответствии с формулой (13) (аппроксимирующая кривая) и усредненные зависимости, полученные при численном моделировании.

Корневая зависимость от координаты *z* характерна для процессов со случайным изменением параметров. Например, аналогичным образом ведет себя поляризационная модовая дисперсия [9]. В численном эксперименте установлено, что при фиксированных значениях *VB*, *L*_B, *L*_C зависимости кумулятивного угла от *z* действительно высокой точностью описываются выражением $\theta_{\rm app} = f(VB, L_{\rm B}, L_{\rm C})\sqrt{z}$. Зависимость функции *f* от параметров *VB*, *L*_B, *L*_C от редполагалась степенной: $f(VB, L_{\rm B}, L_{\rm C}) = a(VB)^{\alpha}L_{\rm B}^{\beta}L_{\rm C}^{\gamma}$. В результате численного моделирования были определены четыре подгоночных параметра: *a* = $1/2\pi$, $\alpha = 1$, $\beta = 1$, $\gamma = -1/2$. Значение коэффициента *a* совпадает со значением $1/2\pi$ с погрешностью 10^{-3} .

3. Экспериментальная установка и обсуждение результатов

Для исследования влияния внешнего продольного магнитного поля на состояние поляризации излучения на выходе волокна была собрана установка, схема которой показана на рис.3. Непрерывное оптическое излучение (λ = 1550 нм) лазера (ITLA 1.5 мкм, NeoPhotonics) через отрезок поддерживающего поляризацию волокна (РМ) и оптический коннектор К вводились в катушку стандартного одномодового волокна SSMF длиной 50 км. Продольное магнитное поле в волокне создавалось с помощью соленоидальной катушки С (число витков N = 30), через которую пропускался постоянный электрический ток от источника питания (ИП). Ток изменялся от нуля до максимального значения $I_{\text{max}} = 80$ A с шагом 5 A и с шагом по времени 5 с. Току 80 А соответствовало поле B = 4.6 мТл. Компоненты вектора Стокса выходного излучения измерялись с помощью поляризационного контроллера (ПК) (New Ridge Technologies, модель NRT 2550). Блок управления (БУ) задавал силу тока в катушке и управлял работой поляризационного контроллера – включал и записывал показания на каждом шаге изменения тока. Таким образом, регистрировалась зависимость состояния поляризации выходного излучения от силы тока в катушке (продольного магнитного поля в волокне).

Эволюцию поляризации выходного излучения при изменении магнитного поля как в физическом, так и в численном эксперименте удобно представить в виде траектории на сфере Пуанкаре. Для каждой траектории последовательные углы поворота векторов Стокса $\Delta \theta$ вычислялись по формуле (11).

На рис.4 представлены полученные экспериментально и численно траектории состояния поляризации света на выходе волокна длиной 50 км на сфере Пуанкаре при увеличении магнитного поля. Показано по пять траекторий для эксперимента и для численного моделирования.



Рис.3. Схема экспериментальной установки.



Рис.4. Отображение траекторий SOP на сфере Пуанкаре: *a* – эксперимент (отмечены точки нулевого поля В (begin) и максимального поля E (end)); δ – численное моделирование (все кривые начинаются из точки S_1).

Усреднение для определения кумулятивного угла в физическом эксперименте и в численном моделировании проводилось по 1000 траекторий.

На рис.5 приведены обработанные данные численного моделирования и эксперимента. Вертикальные бары показывают стандартное среднеквадратичное отклонение σ_{θ} , которое получено в процессе усреднения. Следует отметить, что σ_{θ} не стремится к нулю с увеличением числа выборок усреднения. При этом наблюдается линейная зависимость кумулятивного угла поворота от тока/поля. Видно хорошее согласие результатов эксперимента и численного моделирования как в поведении самой зависимости, так и по величине дисперсии.

Итак, впервые исследовано влияние магнитного поля на поляризацию света, распространяющегося в телекоммуникационном волокне, и получено феноменологическое аналитическое выражение для кумулятивного угла.

Аналитическое выражение получено в результате статистической обработки массива данных численного моделирования поляризационных характеристик телекоммуникационного волокна со случайной анизотропией. Согласно полученному выражению угол поворота состояния поляризации линейно зависит от величины магнитного поля, а зависимость от длины корневая. Установлено и подтверждено экспериментально, что в длинном (50 км) телекоммуникационном волокне кумулятивный угол поворота состояния поляризации на два порядка меньше соответствующего угла для изотропного волокна той же длины и из того же материала.



Рис.5. Экспериментальная и модельная зависимости от тока в катушке среднего кумулятивного угла и его среднеквадратичного отклонения. Цветной вариант рисунка помещен на сайте нашего журнала http://www.quantum-electron.ru.

Приложение. Определение длины деполяризации

Согласно работам [10, 11, 13] длина деполяризации $L_{\rm E}$ – это расстояние, на котором происходит частичная потеря информации о первоначальной поляризации световой волны. Численно $L_{\rm E}$ определяется как длина, на которой выполняется соотношение

$$\langle p_x(L_{\rm E})\rangle - \langle p_y(L_{\rm E})\rangle = 1/e^2.$$
 (14)

Здесь $\langle p_x(z) \rangle$ и $\langle p_y(z) \rangle$ – усредненные по ансамблю волокон зависимости от координаты *z* нормированных мощностей двух ортогональных линейно поляризованных компонент световой волны. Нормировка произведена на суммарную мощность в двух поляризациях, так что $p_x(z) + p_y(z) = 1$. На входе в волокно (z = 0) поляризация детерминирована: излучение линейно поляризовано вдоль оси $x: p_x(0) = 1, p_y(0) = 0$ (рис.6). Во всех остальных точках с координатами $z \neq 0$ поляризация не полностью детерминирована и характеризуется средним значением. Данное определение длины деполяризации введено Каминовым в 1981 г. и с тех пор широко используется для описания поляризационных характеристик телекоммуникационного волокна со случайным распределением линейного двулучепреломления [10].



Рис.6. Определение длины деполяризации оптического волокна [11] согласно формуле (14).

- 1. Максвелл Д.К. Избранные сочинения по теории электромагнитного поля (М.: Гостехиздат, 1952).
- Verdet E. Recherches sur les propriétés optiques développées dans les corps transparents par l'action du magnétisme (Paris: Mallet-Bachelier, 1854).
- 3. Aftab A., Salman R., Anwar S. *Phase Sensitive Faraday Rotation* (Lahore: LUMS School of Science and Engineering, 2016).
- 4. Mansuripur M., *Field, Force, Energy and Momentum in Classical Electrodynamics* (Sharjah, UAE: Bentham e-books, 2017).
- 5. Запасский В.С., Козлов Г.Г. УФН, 169 (8), 909 (1999).
- 6. Waddy D.S. et al. IEEE Photon. Technol. Lett., 13 (9), 1035 (2001).
- Pietralunga S.M. et al. *IEEE Photon. Technol. Lett.*, 16 (11), 2583 (2004).
- 8. Krummrich P.M. et al. Opt. Express, 24 (11), 12442 (2016).
- 9. Wai P., Menyak C. J. Lightwave Technol., 14 (2), 148 (1996).
- 10. Kaminow I. IEEE J. Quantum Electron., 17 (1), 15 (1981).
- Kogelnik H., Jopson R.M., Nelson L.E. in *Optical Fiber Telecommunications IV-B* (San Diego: Elsevier, 2002, pp 725–861).
- 12. Galtarossa A. et al. Opt. Lett., 26 (13), 962 (2001).
- 13. Wai P., Menyuk C. Opt. Lett., 19 (19), 1517 (1994).
- 14. Agrawal G.P. Nonlinear Fiber Optics (Oxford: Academic Press, 2013).
- Saleh B.E., Teich M.C., Saleh B.E. Fundamentals of Photonics (New York: Wiley, 1991, Vol.22).