

Влияние отстроек частоты на генерацию бриллюэновского излучения в микрорезонаторах

Д.А.Коробко, И.О.Золотовский, В.В.Светухин, А.В.Жуков,
А.Н.Фомин, К.В.Борисова, А.А.Фотиади

Теоретически исследована генерация бриллюэновского излучения в микрорезонаторах в случае несовпадения бриллюэновского сдвига с межмодовым расстоянием микрорезонатора. Показано, что, несмотря на возрастание порога генерации, в этом случае можно добиться существенного повышения интенсивности бриллюэновского сигнала по сравнению с резонансным случаем. Необходимым условием этого эффекта является выбор оптимального значения отстройки частоты излучения накачки от частоты соответствующей моды микрорезонатора. Следствием повышения порога генерации является также сужение диапазона генерации бриллюэновского сигнала в нерезонансном случае, что при оптимальном выборе отстройки приводит к снижению уровня шумов сигнала. Аналитические расчеты подтверждены результатами численного моделирования.

Ключевые слова: узкополосные лазеры, ВРМБ-лазеры, микрорезонаторы, бриллюэновский сдвиг.

1. Введение

Разработка узкополосных лазерных источников с низким уровнем шума является одной из центральных задач современной фотоники [1–3]. Сфера их приложений очень широка – в нее входят, например, распределенный волоконный мониторинг [4, 5], прецизионная спектроскопия [6], оптические коммуникации [7], нелинейные схемы преобразования частоты [8], микроволновая фотоника [9]. Среди наиболее доступных и изученных способов сужения полосы генерации стоит упомянуть использование конфигураций с обратной связью [10, 11], в том числе через внешний к исходному источнику резонатор или микрорезонатор (МР) [12–14]. Использование подобных конфигураций позволяет добиться сужения полосы генерации стандартных полупроводниковых РОС-лазеров до значений порядка нескольких килогерц [15].

В последние десятилетия, однако, очень интенсивно развивается еще одно направление, связанное с разработкой узкополосных лазеров на основе вынужденного рассеяния Мандельштама–Бриллюэна (ВРМБ). Характерные черты таких лазеров – низкий порог генерации и узкая полоса усиления (десятки МГц) [16]. Столь узкая полоса, ширина которой не превышает межмодовое расстояние, позволяет разрабатывать одночастотные волоконные ВРМБ-лазеры с длиной резонатора около 10 м [17, 18]. В

последние годы в исследованиях ВРМБ-лазеров можно отметить фундаментальный скачок, связанный с переходом от волоконных технологий к технологиям интегральной фотоники [19]. ВРМБ-лазеры в интегрально-оптическом исполнении сохраняют свои основные свойства, обладая при этом более низкой себестоимостью и компактностью, что важно для использования в сенсорике, в системах обработки больших объемов данных, атомных часах и др. [20]. Недавно был продемонстрирован ВРМБ-лазер на основе кольцевого волновода со структурой Si_3N_4 , позволяющий сохранить все преимущества лазеров данного типа при переносе на оптоэлектронную платформу [21]. Важно также, что оптоэлектронный дизайн позволяет использовать ряд материалов с повышенным коэффициентом ВРМБ-усиления (волноводы на основе кремния, халькогенидов и т. п.) [22–25].

Успешную ВРМБ-генерацию в МР обеспечивает подстройка межмодового расстояния резонатора под величину бриллюэновского частотного сдвига, осуществить которую возможно, точно задавая размеры при изготовлении. Современные технологии позволяют контролировать размеры МР, обеспечивая точность свободного спектрального параметра (FSR) порядка 1 МГц при условии, что его величина равна бриллюэновскому сдвигу Ω_B (при этом $\Omega_B/(2\pi) \sim 10$ ГГц) [25]. Подобная точность не исключает, однако, необходимости учета эффектов, связанных с наличием отстройки FSR резонатора от величины бриллюэновского сдвига. Действительно, оба параметра (FSR и Ω_B) зависят, причем различным образом, от длины волны накачки; кроме того, следует учитывать воздействие внешних факторов (температуры, деформации и т. д.). Учет влияния этих эффектов необходим и при решении специфических задач физики ВРМБ-лазеров (напр., для подстройки частоты генерации, настройки генерации бриллюэновского гребенчатого спектра [26], а также в сенсорных приложениях [27]).

Цель настоящей работы – описание эффектов, возникающих в ВРМБ-лазерах на основе МР при возможном неточном совпадении частоты бриллюэновского сдвига

Д.А.Коробко, И.О.Золотовский, А.В.Жуков, А.Н.Фомин, К.В.Борисова. Ульяновский государственный университет, Россия, 432700 Ульяновск, ул. Л.Толстого, 42; Научно-производственный комплекс «Технологический центр», Россия, Москва, 124498 Зеленоград, пл. Шокина, 1, стр.7; e-mail: korobkotam@rambler.ru

В.В.Светухин. Научно-производственный комплекс «Технологический центр», Россия, Москва, 124498 Зеленоград, пл. Шокина, 1, стр.7

А.А.Фотиади. Ульяновский государственный университет, Россия, 432700 Ульяновск, ул. Л.Толстого, 42; Научно-производственный комплекс «Технологический центр», Россия, Москва, 124498 Зеленоград, пл. Шокина, 1, стр.7; University of Mons (Belgium), 31, Blvd. Dolez, B-7000 Mons, Belgium

Поступила в редакцию 22 октября 2019 г.

Ω_B и спектрального расстояния между модами накачки и стоксовой волны в резонаторе, кратного свободному спектральному параметру FSR. Общность рассматриваемых подходов не исключает их применения к любому типу ВРМБ-лазеров с достаточно коротким (менее 1 м) резонатором, т.е. генерирующих в одночастотном режиме. Тем не менее в качестве основного объекта исследования мы полагаем МР в составе интегрально-оптических платформ. Важно также отметить, что из рассмотрения исключена генерация стоксовых компонент второго и более высоких порядков, что технически может быть осуществлено при помощи дополнительного фильтра, связанного с МР.

2. Основные соотношения

Рассматривается стандартная схема бриллюэновского лазера на основе МР с накачкой непрерывным лазером (рис.1,а). МР туннельно связан с волноводом для лазерного излучения накачки с частотой ω_S , которое возбуждает прямую волну с амплитудой $A_F(t)$ на частоте ω_F . При рассеянии прямой волны на существующих тепловых флуктуациях плотности (с равновесным значением ρ_0) генерируется обратная (бриллюэновская) волна с амплитудой $A_B(t)$ и частотой ω_B . Далее при развитии бриллюэновского процесса возбуждается акустическая волна плотности с амплитудой колебаний $\rho(t)$.

Амплитуды взаимодействующих волн в МР связаны системой уравнений [28]

$$\begin{aligned} \frac{\partial A_F}{\partial t} &= -\frac{A_F}{2\tau_F} - i\frac{\gamma_e \omega_F}{4n_0^2 \rho_0} \Lambda_F A_B \rho + \sqrt{\frac{1}{\tau_{\text{ext}}}} S \exp[i(\omega_S - \omega_F)t], \\ \frac{\partial A_B}{\partial t} &= -\frac{A_B}{2\tau_B} - i\frac{\gamma_e \omega_B}{4n_0^2 \rho_0} \Lambda_B A_F \rho^*, \\ \frac{\partial \rho}{\partial t} &= i\frac{\Omega_B^2 - \Omega^2}{2\Omega} \rho - \frac{\Gamma}{2} \rho - i\frac{\varepsilon_0 \gamma_e}{4\Omega} \frac{\ell_\rho^2}{R^2} \Lambda_\rho A_F A_B^*. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь ω_F – ближайшая к частоте накачки ω_S частота моды микрорезонатора; Ω – частота акустической волны; Ω_B – частота, соответствующая максимуму усиления (т.е. $\Omega_B/(2\pi)$ – бриллюэновский сдвиг); γ_e – константа электрострикции; n_0 – показатель преломления материала МР; ρ_0 – равновесное значение; Γ – параметр затухания; Λ_F , Λ_B и Λ_ρ – интегралы перекрытия [16], зависящие от поперечного распределения поля мод. При выводе третьего уравнения системы (1) использовано предположение о том, что поля прямой и обратной волн имеют в поперечном распределении вид фундаментальной моды. С учетом того, что волны распространяются вблизи внешней границы резонатора, радиус траектории моды принят равным радиусу резонатора R . Условия фазового синхронизма записываются как $\Omega =$

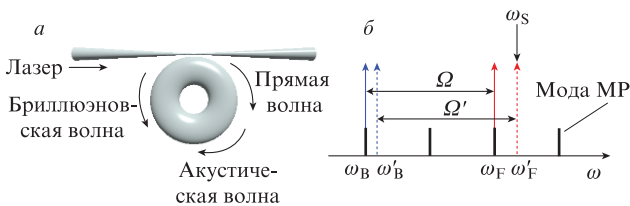


Рис.1. Схемы генерации бриллюэновского излучения в микрорезонаторе (а) и подстройки частот прямой, обратной и акустической волн при отстройке частоты накачки от частоты моды микрорезонатора (б).

$\omega_F - \omega_B$, т.е. разность между частотами прямой и обратной волн равна частоте акустической волны и $\ell_\rho = \ell_F + \ell_B$, т.е. ее угловой момент равен сумме моментов прямой и обратной волн. С целью упрощения, не изменяющего принципиально решения рассматриваемой задачи, мы полагаем $\Lambda_F = \Lambda_B = \Lambda_\rho = 1/2$. Это оправдано, в частности, тем, что модовые числа прямой и обратной волн близки [28].

Величины τ_F и τ_B соответствуют временам жизни прямой и обратной волн, которые, естественно, связаны с потерями энергии в МР. Эти потери могут быть разделены на две части: материальные потери, характеризующиеся временами τ_{F0} и τ_{B0} , и потери на связи с выходным световодом, характеризующиеся временем τ_{ext} . Для прямой и обратной волн справедливы соотношения

$$\frac{1}{\tau_F} = \frac{1}{\tau_{F0}} + \frac{1}{\tau_{\text{ext}}},$$

$$\frac{1}{\tau_B} = \frac{1}{\tau_{B0}} + \frac{1}{\tau_{\text{ext}}}.$$

Если обозначить амплитуду мощности вводимой накачки как S , то величина $|S|^2$ пропорциональна мощности волны накачки; $|A_F|^2$ и $|A_B|^2$ пропорциональны энергиям соответствующих волн [29]. Тогда соотношение, описывающее сохранение энергии в МР, имеет вид

$$\frac{|A_B|^2}{\tau_B} + \frac{|A_F|^2}{\tau_{F0}} = |S|^2 - |T|^2, \quad (2)$$

где $|T|^2$ – мощность, прошедшая через МР в прямом направлении.

Отстройка частоты накачки от частоты МР приводит к тому, что стационарное решение уравнений (1) может быть получено только для волн со смещением частоты $\sigma_F = \omega_S - \omega_F$, $\sigma_B = \omega_B' - \omega_B$, $\sigma_\rho = \Omega' - \Omega$ (для амплитуд справедливо выражение $A_k' = A_k \exp(-i\sigma_k t)$). Для реализации фазового синхронизма требуется выполнение условия $\sigma_F = \sigma_B + \sigma_\rho$. С учетом того, что комплексные амплитуды взаимодействующих волн имеют вид $A_F = |A_F| \exp(i\varphi_F)$, $A_B = |A_B| \exp(i\varphi_B)$, $\rho = |\rho| \exp(i\varphi_\rho)$, уравнения (1) могут быть записаны как (в дальнейшем изложении штрихи опущены)

$$\begin{aligned} \frac{\partial |A_F|}{\partial t} &= \frac{|A_F|}{2\tau_F} + \frac{\gamma_e \omega_0}{8n_0^2 \rho_0} |A_B| |\rho| \sin(\varphi_\rho + \varphi_B - \varphi_F) \\ &\quad + \sqrt{\frac{1}{\tau_{\text{ext}}}} |S| \cos(\varphi_S - \varphi_F), \\ \frac{\partial \varphi_F}{\partial t} &= -\sigma_F - \frac{\gamma_e \omega_0}{8n_0^2 \rho_0} \frac{|A_B| |\rho|}{|A_F|} \cos(\varphi_\rho + \varphi_B - \varphi_F) \\ &\quad + \sqrt{\frac{1}{\tau_{\text{ext}}}} \frac{|S|}{|A_F|} \sin(\varphi_S - \varphi_F), \\ \frac{\partial |A_B|}{\partial t} &= -\frac{|A_B|}{2\tau_B} + \frac{\gamma_e \omega_0}{8n_0^2 \rho_0} |A_F| |\rho| \sin(\varphi_F - \varphi_B - \varphi_\rho), \\ \frac{\partial \varphi_B}{\partial t} &= -\sigma_B - \frac{\gamma_e \omega_0}{8n_0^2 \rho_0} \frac{|A_F| |\rho|}{|A_B|} \cos(\varphi_F - \varphi_B - \varphi_\rho), \\ \frac{\partial |\rho|}{\partial t} &= -\frac{\Gamma}{2} |\rho| + \frac{\varepsilon_0 \gamma_e}{8\Omega} \frac{\ell_\rho^2}{R^2} |A_F| |A_B| \sin(\varphi_F - \varphi_B - \varphi_\rho), \\ \frac{\partial \varphi_\rho}{\partial t} &= -\sigma_\rho + \frac{\Omega_B^2 - \Omega^2}{2\Omega} - \end{aligned} \quad (3)$$

$$-\frac{\epsilon_0 \gamma_e \ell_\rho^2}{8\Omega R^2} \frac{|A_F| |A_B|}{|\rho|} \cos(\varphi_F - \varphi_B - \varphi_\rho).$$

Здесь также принято стандартное упрощение: вследствие близости ω_F и ω_B можно считать $\omega_B \approx \omega_F = \omega_0$.

3. Аналитический расчет

Анализ решений системы (3) при различных отстройках $\Omega_B - \Omega$ составляет основную часть данной работы. Рассматривая установившийся после переходных процессов стационарный режим (производные в левой части равны нулю), отметим, что стационарные значения энергий прямой и обратной волн могут быть легко найдены:

$$|A_F|^2 = \frac{16n_0\rho_0\Gamma\Omega R^2}{\tau_B\epsilon_0\gamma_e^2\omega_0\ell_\rho^2} \frac{1}{\sin^2(\varphi_F - \varphi_B - \varphi_\rho)}, \tag{4}$$

$$|A_B|^2 = \frac{2\tau_B}{\sqrt{\tau_{\text{ext}}}} |S| |A_F| \cos(\varphi_S - \varphi_F) - \frac{\tau_B}{\tau_F} |A_F|^2.$$

Видно, что в стационарном режиме генерации энергия прямой волны не зависит от мощности накачки, а определяется параметрами резонатора и соотношением между фазами взаимодействующих волн. Другими словами, при достижении порога энергия прямой волны захватывается на указанном уровне. При дальнейшем росте внешней накачки вся ее энергия, перешедшая в МР, передается обратной волне. Второе соотношение в (4) представляет собой иную запись закона сохранения энергии (2). Эквивалентность между ними следует из соотношения $A_F/\sqrt{\tau_{\text{ext}}} = S + T$ [29]. Запишем уравнение (2) в виде, описывающем взаимосвязь между мощностью накачки и мощностью $|A_B|^2/\tau_{\text{ext}}$ бриллюэновской волны, выведенной из МР:

$$\frac{|A_B|^2}{\tau_{\text{ext}}} = \frac{\tau_B}{\tau_{\text{ext}}} \left(|S|^2 - |T|^2 - \frac{|A_F|^2}{\tau_{F0}} \right). \tag{5}$$

В (5) величину τ_B/τ_{ext} можно идентифицировать как параметр эффективности генерации, а $|A_F|^2/\tau_{F0}$ характеризует ее пороговую мощность.

Для изучения параметров генерации при наличии частотных отстроек рассмотрим энергии взаимодействующих волн в зависимости от отстройки σ_F между частотами накачки и прямой волны в МР. Из системы (3) и условий фазового синхронизма, в частности, следует, что

$$\sigma_B = \frac{\sigma_F - (\Omega_B^2 - \Omega^2)/(2\Omega)}{1 + \Gamma\tau_B}, \tag{6}$$

$$\sigma_\rho = \frac{\sigma_F\Gamma\tau_B + (\Omega_B^2 - \Omega^2)/(2\Omega)}{1 + \Gamma\tau_B},$$

т. е. величина σ_F и разность между бриллюэновским сдвигом и межмодовым расстоянием $\Omega_B - \Omega$ определяют сдвиг частоты обратной волны. Отстройки, в свою очередь, влияют на соотношение между фазами взаимодействующих волн. Действительно, рассматривая случай $\Omega_B = \Omega$, отметим, что при нулевой отстройке частоты накачки выполняется соотношение $\sigma_B = \sigma_\rho = 0$, откуда следует условие фазового согласования в стационарном режиме: $\varphi_F - \varphi_B - \varphi_\rho = \pi/2$ и $\varphi_S - \varphi_F = 0$. При наличии любой из от-

строек точка согласования фаз смещается, что приводит к сдвигу стационарного состояния и изменению энергий волн. В частности, из системы (3) можно получить следующее соотношение:

$$\sin^2(\varphi_F - \varphi_B - \varphi_\rho) = \frac{1}{1 + 4\tau_B^2\sigma_B^2}.$$

Используя его, для стационарного режима получаем выражение для энергии прямой волны и уравнение, неявно определяющее энергию обратной волны, в зависимости от отстройки:

$$|A_F|^2 = \frac{g}{\tau_B} \left\{ 1 + \left[\frac{2(\sigma_F - \Delta)\tau_B}{1 + \Gamma\tau_B} \right]^2 \right\},$$

$$|A_B|^2 = \sqrt{\frac{4g\tau_B}{\tau_{\text{ext}}}} [1 + (2\sigma_B\tau_B)^2] S \cos(\varphi_S - \varphi_F) - \frac{\tau_B}{\tau_F} |A_F|^2,$$

$$\cos(\varphi_S - \varphi_F) = \left| \frac{\sqrt{1 + (2\sigma_B\tau_B)^2}}{2\tau_F} + \frac{|A_B|^2}{2g} \right| \tag{7}$$

$$\times \left\{ [1 + (2\sigma_B\tau_B)^2] \left[\sigma_F^2 + \left(\frac{1}{2\tau_F} \right)^2 \right] + \frac{|A_B|^2}{2g} \left[\frac{1}{\tau_F} - 4\sigma_F\sigma_B\tau_B \right] + \frac{|A_B|^4}{4g^2} \right\}^{-1/2},$$

где $g = 16\rho_0\Gamma\Omega n_0^2 R^2 / (\omega_0\epsilon_0\gamma_e^2\ell_\rho^2)$; $\Delta = (\Omega_B^2 - \Omega^2)/(2\Omega)$. Проанализируем полученные соотношения. Значения используемых для расчетов параметров системы (приведены ниже) соответствуют кварцевому дисковому (либо сферическому) резонатору с радиусом 2.8 мм и площадью моды 25 мкм² [28].

$\tau_F = \tau_B$ (с)	$(2\pi \times 2 \times 10^6)^{-1}$
τ_{ext} (с)	$(2\pi \times 1.33 \times 10^6)^{-1}$
Γ (с ⁻¹)	$2\pi \times 15.64 \times 10^6$
Ω_B (с ⁻¹)	$2\pi \times 11.55 \times 10^9$
γ_e	1.5
n_0	1.5
ρ_0 (кг·м ⁻³)	2200
ℓ/R (м ⁻¹)	1.22×10^7

Рассматривается накачка с $\lambda = 1550$ нм, соответствующая $\omega_0 = 1.22 \times 10^{15}$ с⁻¹. Мощность накачки в 1 мВт при данных условиях соответствует нормировке $|S|^2 = 2.3 \times 10^{20}$ Вт·м⁻²·Ф⁻¹.

Сначала рассмотрим стандартную ситуацию, когда бриллюэновский сдвиг точно равен спектральному расстоянию между двумя модами МР, т. е. $\Delta = 0$. На рис.2,а показаны зависимости энергий прямой и обратной волн от соответствующих отстроек. При увеличении отстройки частоты накачки энергия прямой волны возрастает $\propto \sigma_F^2$, симметрично относительно изменения знака отстройки, при этом энергия $|A_F|^2$, в соответствии с (4), не зависит от уровня накачки. При малых мощностях накачки P_{pump} и при отстройке σ_F , близкой к нулю, пороговые значения энергии прямой волны минимальны, генерация обратной волны при этом происходит также в узком диапазоне $\sigma_B \rightarrow 0$. Следствием выражения (6), важным для достижения узкополосной генерации, является то, что область изменения σ_B в $(1 + \Gamma\tau_B)$ раз уже полосы, находящейся между пороговыми точками σ_F . При повышении

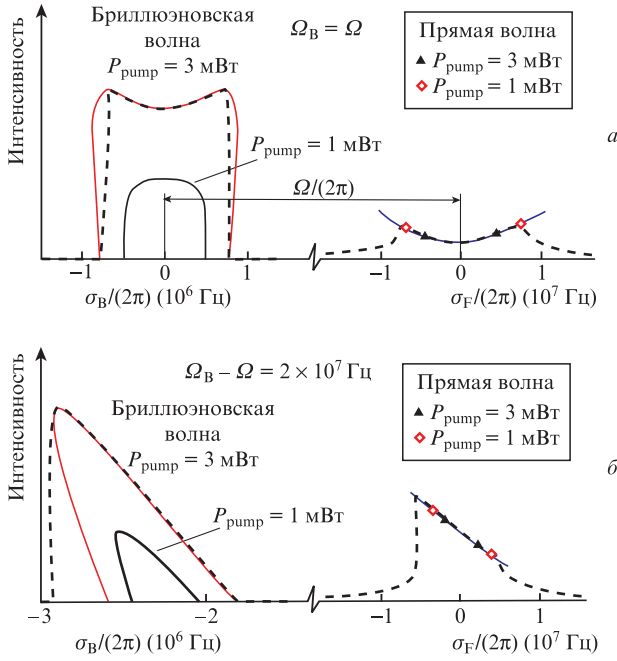


Рис.2. Зависимости энергии обратной (бриллюэновской) волны от отстройки σ_B в стационарном режиме генерации при различных мощностях накачки (слева) и энергии прямой волны от отстройки σ_F при совпадении бриллюэновского сдвига и расстояния между модами (справа) (а); то же, но при отстройке бриллюэновского сдвига от расстояния между модами $\Delta/(2\pi) = 20$ МГц (б). Символы обозначают уровни энергии прямой волны, соответствующие порогу генерации. Штриховые линии – результаты численного моделирования системы (3) при $P_{\text{pump}} = 3$ мВт. Обращаем внимание на различие масштабов для σ_F и σ_B .

уровня накачки возрастает как энергия, так и ширина полосы генерации обратной волны. Ширина межпороговой полосы σ_F также увеличивается. Отметим сравнительно «плоскую» зависимость энергии обратной волны $|A_B|^2$ от величины отстроек.

Далее сравним рассмотренную ситуацию со случаем, когда по каким-либо причинам бриллюэновский сдвиг превышает межмодовое расстояние, $\Omega_B > \Omega$ (рис.2,б). В этих условиях проявляется эффект затягивания частоты генерации к максимуму усиления (frequency pulling) [30], т.е. смещение отстройки σ_B в отрицательную область, сопровождающееся ростом σ_F . Как видно из рисунка, отстройка $\Delta/(2\pi) = 20$ МГц вызывает смещение полосы бриллюэновской генерации на 2,5–3 МГц. Зависимость энергии прямой волны деформируется – минимум $|A_F|^2$ смещается в точку $\sigma_F = \Delta$, при этом энергия волны возрастает, а ширина межпороговой полосы σ_F существенно уменьшается. Соответственно сужается и полоса генерации в диапазоне отстройки σ_B . Зависимость энергии $|A_B|^2$ от отстройки характеризуется широкой полосой бистабильности, нижняя ветвь при этом соответствует неустойчивым решениям. Максимум энергии обратной волны вследствие затягивания находится в области минимально допустимых значений σ_B , ограниченных условием $\cos(\varphi_S - \varphi_F) = 1$. Отметим, что в определенной полосе отстроек σ_B (или, иными словами, в некотором диапазоне Δ) при достаточно высоком уровне накачки максимальное значение энергии обратной волны увеличивается относительно ее значения в резонансе (при $\Delta = \sigma_B = \sigma_F = 0$). В частности, из рис.2 следует, что при $\Delta/(2\pi) = 20$ МГц и мощности накачки 1 мВт и более обеспечивается рост

максимальной энергии бриллюэновской волны по сравнению с полностью резонансным случаем. Полагая, что отстройка Δ достаточна для того, чтобы величина затягивания превышала характерные потери, т.е. $\sigma_B > 1/\tau_B$, можно получить следующую оценку для параметров, при которых происходит данный эффект:

$$\frac{(2\sigma_B\tau_B - 1)}{2(\sigma_B\tau_B)^2} S > \frac{1}{\tau_F} \sqrt{\frac{g\tau_{\text{ext}}}{\tau_B}}.$$

4. Результаты численного моделирования

Рассмотрим результаты, полученные при численном моделировании системы (3). Для описания динамики генерации третье уравнение системы (1) должно быть дополнительно свободным членом $f(t)$, описывающим малые термические флуктуации плотности (ланжевенковский шумовой источник). В его отсутствие, как нетрудно видеть, генерация не возникает, т.к. начальные условия $A_B = \rho = 0$ не изменяются. Для источника $f(t)$, имеющего вид белого шума, при равенстве действительной и мнимой частей справедливо выражение $\{f(t)f^*(t)\} = C\delta(t-t')$, где $C = kT\rho_0\Gamma/Vv^2$; k – постоянная Больцмана; V – объем акустической моды; v – скорость звука [31]. В режиме генерации этот шумовой член приводит к флуктуациям амплитуды и фазы взаимодействующих волн, связанных с предельной шириной линии генерации лазера. При его «отключении» в режиме генерации взаимодействующие волны становятся полностью когерентными. Моделирование осуществлялось методом Рунге–Кутты 4-го порядка для нулевых начальных энергий взаимодействующих волн при различных значениях мощности накачки до достижения стационарных значений. (В присутствии стохастического источника стационарными будем называть средние значения величин, их истинные динамически изменяющиеся значения отличаются лишь на величину малой стохастической флуктуации.)

Вначале сравним результаты моделирования с аналитическими. На рис.2 показаны результаты моделирования с параметрами, соответствующими теоретическим расчетам, при мощности накачки 3 мВт. Видно, что они совпадают с результатами, полученными при анализе соотношений (7). Исключение составляют лишь «неустойчивые» ветви энергии обратной волны $|A_B|^2$, которые в ходе моделирования не наблюдаются. Кроме того, результаты моделирования расширены на диапазон значений σ_F , в котором генерации обратной волны не происходит, т.е. на область, где значение энергии прямой волны находится ниже порога.

Далее рассмотрим процесс генерации бриллюэновского излучения в МР в зависимости от уровня накачки. Как и ранее, начнем со случая резонансной накачки, $\Delta = 0$ (рис.3,а). Путем сканирования отстройки σ_F определяем относительный коэффициент пропускания МР $|T|^2/|S|^2$, используя выражение (2). Для малых значений $S \rightarrow 0$ получаем пропускание, соответствующее спектру МР, которое определяется только величинами τ_{F0} и τ_{ext} (пунктирная кривая на рис.3,а). При увеличении мощности накачки наблюдается возбуждение обратной волны, причем ее отстройка σ_B определяется величиной σ_F (соотношения (6)). Отметим, что результаты моделирования также соответствуют аналитическим: с повышением уровня накачки растет перекачка энергии в обратную волну, при этом растет пропускание МР, а энергия прямой волны в

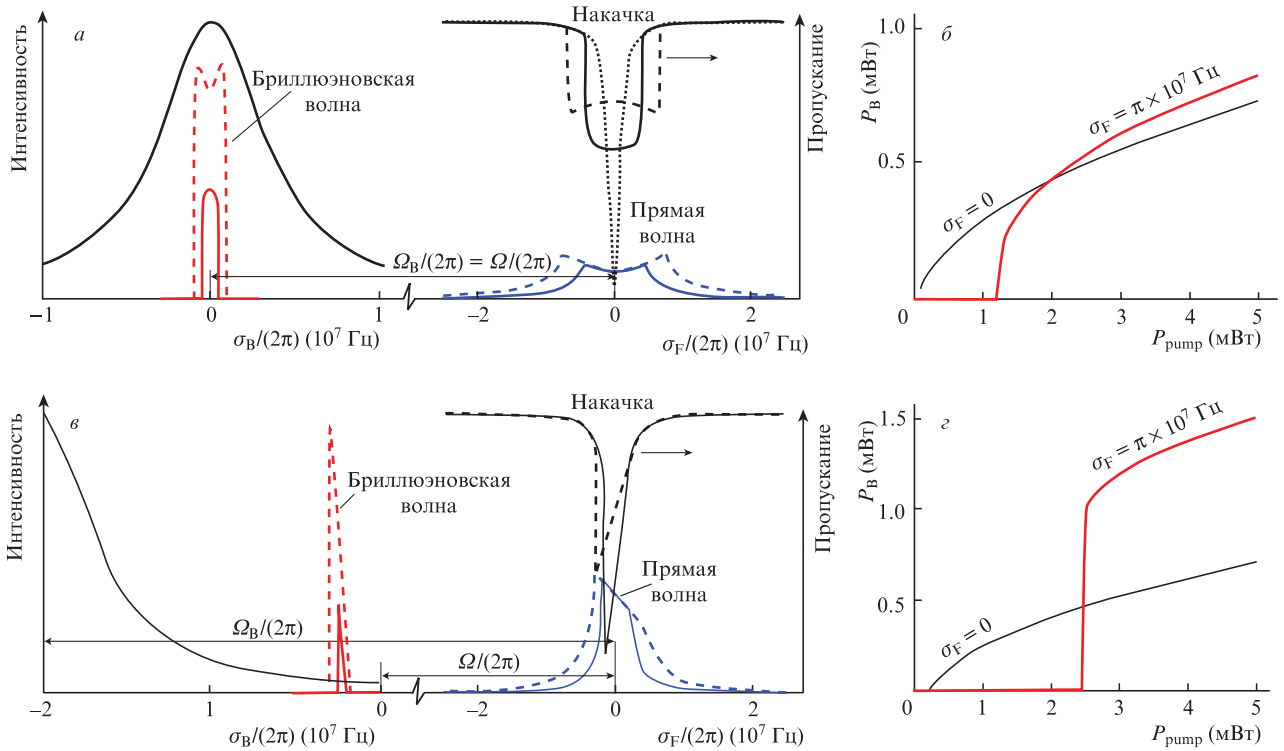


Рис.3. Интенсивность излучения накачки, прошедшего в МР, и пропускание МР в зависимости от отстройки σ_F (справа), а также интенсивность обратной волны в зависимости от отстройки σ_B (слева) при мощности накачки 1 мВт (сплошные кривые) и 3 мВт (штриховые кривые) (а); выходная мощность бриллюэновского излучения в зависимости от мощности накачки при различных значениях отстройки σ_F (б); то же, но при отстройке максимума бриллюэновского усиления от расстояния между модами $(\Omega_B - \Omega)/(2\pi) = 20$ МГц (в и г соответственно). На рис. а и б спектральное расстояние между прямой и обратной волнами совпадает с ВРМБ-сдвигом; пунктирная кривая показывает пропускание резонатора в линейном режиме (без ВРМБ-генерации).

области бриллюэновской генерации не зависит от мощности накачки.

На рис.3,б представлена зависимость выходной мощности бриллюэновского излучения $|A_B|^2/\tau_{ext}$ от мощности накачки. Видно, что при нулевой отстройке σ_F пороговая мощность генерации минимальна. Ее легко выразить, используя (4):

$$|S_0|^2 = \frac{g\tau_{ext}}{4\tau_B\tau_F^2}.$$

Снижение дифференциальной эффективности генерации с увеличением уровня накачки происходит в соответствии с формулой (5), т. е. с ростом $|S|^2$ параллельно возрастает и пропускание $|T|^2$. Наличие отстройки частоты накачки от резонанса, как и следовало ожидать согласно аналитическим расчетам, приводит к росту порога генерации. Тем не менее, при повышении уровня накачки выходная бриллюэновская мощность, индуцированная при ненулевой отстройке, превышает значение, полученное при $\sigma_F = 0$. Это также следует из соотношений (7) и рис.2,а, где уровень энергии $|A_B|^2$, соответствующий припороговым значениям отстройки σ_F , выше, чем в центральной части при $\sigma_F = 0$.

Далее, по аналогии с предыдущим, рассмотрим ситуацию в случае, когда бриллюэновский сдвиг превышает межмодовое расстояние: $\Omega_B > \Omega$ (рис.3,в). Вследствие затягивания возникает характерная асимметрия пропускания. Полученные в ходе моделирования зависимости энергий прямой и обратной волн также находятся в соответствии с аналитическими формулами (7), т. е. при заданной мощности накачки генерация обратной волны возникает

в более узком диапазоне отстроек σ_F , чем в случае $\Omega_B = \Omega$. Последнее приводит к сужению диапазона отстроек бриллюэновского излучения σ_B . Данные эффекты объясняются ростом порога генерации, который существенно выше нуля даже для резонансной накачки (при $\sigma_F = 0$). С увеличением отстройки σ_F порог еще более повышается, однако использование мощной накачки позволяет получить бриллюэновское излучение с мощностью, значительно большей, чем в резонансном случае $\Omega_B = \Omega$ (рис.3,г).

Рассмотренные закономерности проиллюстрированы на рис.4, на котором показаны изменения энергий прямой и обратной волн в зависимости от соответствующих отстроек при различных спектральных расстояниях между максимумом усиления бриллюэновского излучения и модой МР. Отметим, в соответствии с (6), линейную зависимость отстройки σ_B от величины $\Omega_B - \Omega$. Быстрый рост интенсивности прямой волны при сужении полосы σ_F , в которой происходит генерация бриллюэновского излучения, и резкий скачок интенсивности обратной волны $|A_B|^2$ при достижении порога также следуют из приведенных выше рассуждений. Из рис.4 видно, что в определенном диапазоне отстроек $\Omega_B - \Omega$ при достаточно высоком уровне накачки максимальное значение энергии обратной волны увеличивается по сравнению с ее значением в резонансе $\Delta = \sigma_B = \sigma_F = 0$. Отметим также, что уровень накачки в 1 мВт достаточен для увеличения максимальной энергии обратной волны в диапазоне отстроек $0 < (\Omega_B - \Omega)/(2\pi) \leq 30$ МГц. Абсолютный максимум энергии $|A_B|^2$ фиксируется при $(\Omega_B - \Omega)/(2\pi) \leq 20$ МГц и отстройке накачки $\sigma_F \approx 2$ МГц. При дальнейшем увеличении отстройки бриллюэновского сдвига от межмодового расстояния энергия обратной волны резко уменьшается. При повышении накачки

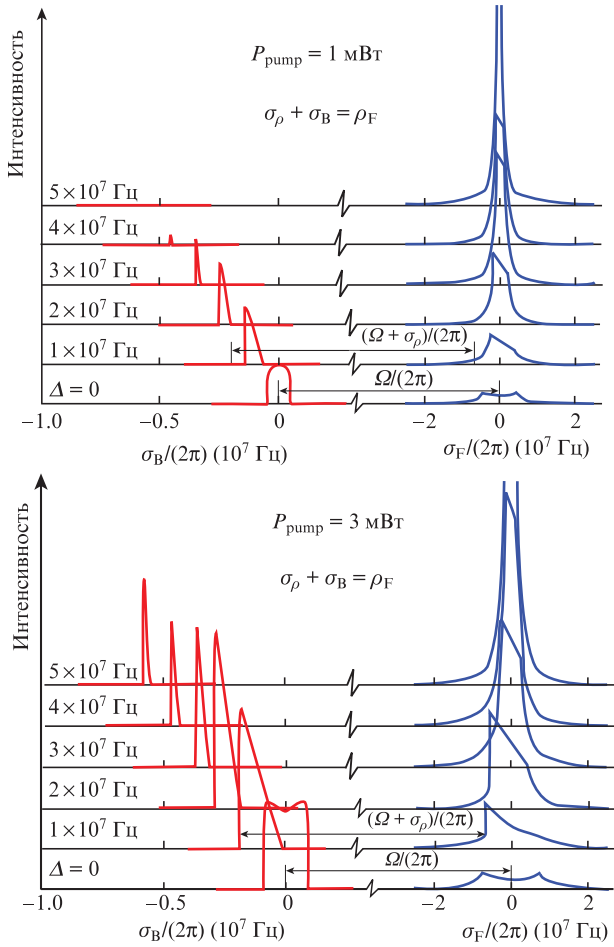


Рис.4. Зависимости интенсивностей прямой и обратной волн от соответствующих отстроек σ_F и σ_B при различных значениях $\Delta = (\Omega_B - \Omega)/(2\pi)$ и мощности накачки 1 (а) и 3 мВт (б). Обращаем внимание на различие масштабов для σ_F и σ_B .

ки до 3 мВт диапазон генерации бриллюэновского сигнала значительно возрастает; во всем исследуемом диапазоне $0 < (\Omega_B - \Omega)/(2\pi) \leq 50$ МГц максимум энергии обратной волны превышает свое значение при резонансе. Абсолютный максимум энергии бриллюэновского сигнала соответствует отстройке $(\Omega_B - \Omega)/(2\pi) \approx 20$ МГц и отстройке накачки $\sigma_F \approx 4$ МГц.

Путем численного моделирования также исследовались шумовые характеристики генерируемого в МР бриллюэновского излучения. Для этого была охарактеризована спектральная плотность RIN обратной волны

$$S(\omega) = \frac{2}{\langle |A_B|^2 \rangle^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \langle \delta |A_B(t)|^2 \delta |A_B(t + \tau)|^2 \rangle \exp(i\omega\tau) d\tau$$

при различных отстройках накачки σ_F в двух случаях: при совпадении бриллюэновского сдвига и межмодового расстояния и при отстройке $(\Omega_B - \Omega)/(2\pi) = 20$ МГц. При моделировании мощность накачки выбрана равной 3 мВт. Резонансный случай (рис.5,а) характеризуется «плоской» зависимостью интенсивности обратной волны от отстройки частоты, поэтому объяснима полученная слабая зависимость спектральной плотности RIN от отстройки – для $\sigma_F/(2\pi) \leq 5$ МГц RIN в широкой полосе частот (около 10 МГц) составляет приблизительно -140 дБ/Гц. При приближении отстройки к пороговым значениям RIN возрастает до -130 дБ/Гц в полосе до 1 МГц.

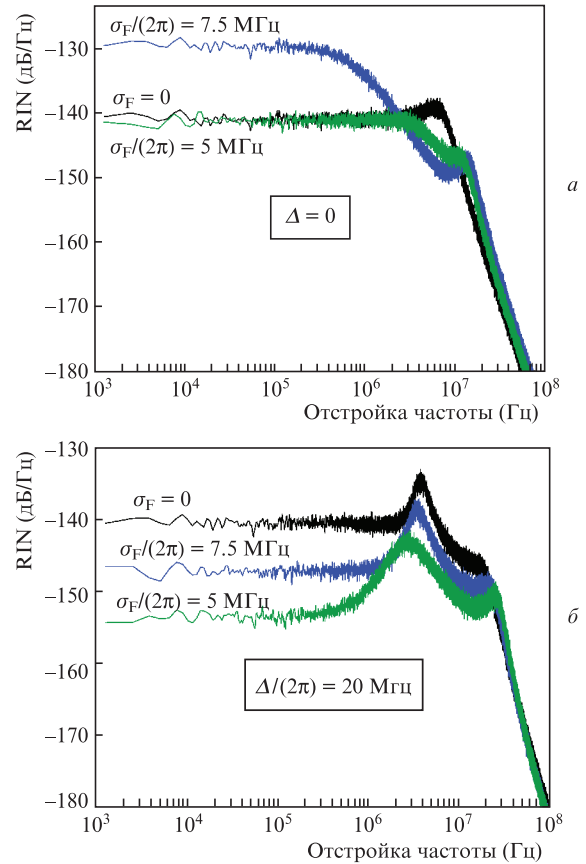


Рис.5. Результаты численного моделирования. Спектральная плотность относительной интенсивности шума (RIN) бриллюэновского сигнала в МР при различных отстройках накачки в случае совпадения бриллюэновского сдвига и межмодового расстояния (а) и при отстройке $(\Omega_B - \Omega)/(2\pi) = 20$ МГц (б).

При определении RIN в нерезонансном случае обратим внимание на примечательный факт – при оптимальном выборе отстройки частоты накачки шумовые характеристики бриллюэновского излучения могут быть существенно улучшены (рис.5,б). Видно, что при $\sigma_F/(2\pi) = 5$ МГц (при $(\Omega_B - \Omega)/(2\pi) = 20$ МГц) RIN снижается до уровня примерно -155 дБ/Гц. Объяснить это можно сужением полосы генерации бриллюэновского сигнала и «компрессией» его отклика на флуктуации фазы и амплитуды взаимодействующих волн при отстройке накачки, соответствующей максимуму интенсивности обратной волны. Даже несмотря на сильную фазово-амплитудную связь, приводящую к формированию характерного шумового максимума вблизи частот 2–4 МГц, уровень RIN остается ниже, чем в резонансном случае, в широкой полосе частот 1 кГц–50 МГц.

5. Заключение

На основе теоретических соотношений проведено исследование генерации бриллюэновского излучения в МР. В отличие от большинства известных работ, посвященных этой теме, основное внимание было уделено изучению характеристик генерируемого сигнала при существенном несовпадении бриллюэновского сдвига и межмодового расстояния микрорезонатора. Показано, что, несмотря на возрастание порога генерации, сопровождающее смещение максимума усиления от моды МР, интенсивность бриллюэновского сигнала при этом может быть

выше, чем в резонансном случае. Необходимым условием этого эффекта является выбор оптимального значения отстройки частоты накачки от частоты соответствующей моды МР, а следствием повышения порога генерации – также сужение диапазона генерации бриллюэновского сигнала в нерезонансном случае, что при оптимальном выборе данной отстройки приводит к снижению уровня шумов сигнала. Полученные аналитические расчеты подтверждены данными численного моделирования. Результаты работы могут быть использованы не только для проектирования и анализа экспериментальных данных бриллюэновских лазеров на основе МР, но и при разработке микрорезонаторных сенсоров или других устройств микроволновой фотоники.

Работа выполнена при поддержке Министерства высшего образования и науки РФ в рамках государственного задания НПК «Технологический центр» на 2019 г.

- Komljenovic T., Srinivasan S., Norberg E., Davenport M., Fish G., Bowers J.E. *IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron.*, **21** (6), 214 (2015).
- Matei D.G., Legero T., Häfner S., Grebing C., Weyrich R., Zhang W., Sterr U. *Phys. Rev. Lett.*, **118** (26), 263202 (2017).
- Никулин М.А., Бабин С.А., Дмитриев А.К., Дычков А.С., Каблуков С.И., Луговой А.А., Печерский Ю.Я. *Квантовая электроника*, **39**, 906 (2009) [*Quantum Electron.*, **39**, 906 (2009)].
- Кузнецов А.Г., Харенко Д.С., Бабин С.А., Цыденжапов И.Б., Шелемба И.С. *Квантовая электроника*, **47**, 967 (2017) [*Quantum Electron.*, **47**, 967 (2017)].
- Bueno Escobedo J.L., Spirin V.V., López-Mercado C.A., Márquez Lucero A., Mégret P., Zolotovskii I.O., Fotiadi A.A. *Res. Phys.*, **7**, 641 (2017).
- Чепуров С.В., Луговой А.А., Прудников О.Н., Тайченачев А.В., Багаев С.Н. *Квантовая электроника*, **49**, 412 (2019) [*Quantum Electron.*, **49**, 412 (2019)].
- Ip E., Lau A., Varros D., Kahn J. *Opt. Express*, **16**, 753 (2008).
- Донцова Е.И., Каблуков С.И., Лобач И.А., Достовалов А.В., Бабин С.А., Гладышев А.В., Дианов Е.М. и др. *Квантовая электроника*, **46**, 989 (2016) [*Quantum Electron.*, **46**, 989 (2016)].
- Yao J. *J. Lightwave Technol.*, **27**, 314 (2009).
- Напартович А.П., Сухарев А.Г. *Квантовая электроника*, **34**, 630 (2004) [*Quantum Electron.*, **34**, 630 (2004)].
- Petermann K. *Laser Diode Modulation and Noise* (Springer Science & Business Media, 2012).
- Liang W., Ichenko V.S., Eliyahu D., Savchenkov A.A., Matsko A. B., Seidel D., Maleki L. *Nat. Commun.*, **6**, 7371 (2015).
- Золотовский И.О., Коробко Д.А., Фотиади А.А., Панайотов К. *Квантовая электроника*, **47**, 871 (2017) [*Quantum Electron.*, **47**, 871 (2017)].
- López-Mercado C.A., Spirin V.V., Bueno Escobedo J.L., Márquez Lucero A., Mégret P., Zolotovskii I.O., Fotiadi A.A. *Opt. Commun.*, **359**, 195 (2016).
- Bueno Escobedo J.L., Spirin V.V., López-Mercado C.A., Mégret P., Zolotovskii I.O., Fotiadi A.A. *Res. Phys.*, **6**, 59 (2016).
- Kobyakov A., Sauer M., Chowdhury D. *Adv. Opt. Photonics*, **2**, 1 (2010).
- Smith S.P., Zarinetchi F., Ezekiel S. *Opt. Lett.*, **16**, 393 (1991).
- Spirin V.V., López-Mercado C.A., Mégret P., Fotiadi A.A. *Laser Phys. Lett.*, **9**, 377 (2012).
- Eggleton B.J., Poulton C.G., Rakich P.T., Steel M.J., Bahl G. *Nature Photon.*, **1**, 13 (2019).
- Diamandi H.H., Zadok A. *Nature Photon.*, **13**, 9 (2019).
- Gundavarapu S., Brodnik G.M., Puckett M., Huffman T., Bose D., Behunin R., Wu J., Qiu T., Pinho C., Chauhan N., Nohava J., Rakich P.T., Nelson K.D., et al. *Nature Photon.*, **13**, 607 (2019).
- Eggleton B.J., Luther-Davies B., Richardson K. *Nature Photon.*, **5**, 141 (2011).
- Eggleton B.J., Poulton C.G., Pant R. *Adv. Opt. Photonics*, **5**, 536 (2013).
- Otterstrom N.T., Behunin R.O., Kittlaus E.A., Wang Z., Rakich P.T. *Science*, **360**, 1113 (2018).
- Lee H., Chen T., Li J., Yang K.Y., Jeon S., Painter O., Vahala K.J. *Nature Photon.*, **6**, 369 (2012).
- Li J., Lee H., Vahala K.J. *Nat. Commun.*, **4**, 2097 (2013).
- Li J., Suh M. G., Vahala K. *Optica*, **4**, 346 (2017).
- Loh W., Papp S.B., Diddams S.A. *Phys. Rev. A*, **91**, 053843 (2015).
- Haus H.A. *Waves and Fields in Optoelectronics* (New Jersey: Prentice-Hall, 1983).
- Li J., Lee H., Chen T., Vahala K.J. *Opt. Express*, **20**, 20170 (2012).
- Boyd R.W., Rzaewski K., Narum P. *Phys. Rev. A*, **42**, 5514 (1990).