# Выделение двумерного контура изображения с использованием двух порядков брэгговской дифракции

В.М.Котов, С.В.Аверин

Исследован процесс выделения двумерного контура изображения с использованием акустооптического пространственного фильтра, основанного на дифракции света в два порядка. Теоретически показано, что дифракция, происходящая в кристалле парателлурита на «медленной» звуковой волне, распространяющейся ортогонально оптической оси кристалла, позволяет выделять двумерный контур изображения, переносимого оптическим излучением с длиной волны 0.63 мкм, в широкой полосе акустических частот: 25–50 МГц. Экспериментально получено выделение двумерного контура изображения на частоте звука 29 МГц.

**Ключевые слова:** выделение двумерного контура изображения, акустооптическая дифракция, брэгговский режим, дифракция в два порядка.

### 1. Введение

Акустооптическое (АО) взаимодействие является эффективным методом управления параметрами не только отдельного оптического луча, но и совокупности лучей, передающих изображение [1–4]. Один из широко используемых методов обработки изображений – выделение его контура. Контур, будучи только малой частью изображения, содержит информацию о таких важных характеристиках объекта, как его форма и размер, ориентация в пространстве, скорость и характер движения и т.д.

Для выделения контура наиболее широко применяется оптическая фурье-обработка изображения, где АО ячейка служит фильтром пространственных частот [5]. Если вначале АО ячейки использовались для фильтрации одномерных изображений (см., напр., [6–8]), то впоследствии было установлено, что они с успехом могут применяться и для обработки двумерных изображений, в частности для выделения двумерных контуров. Это можно сделать, используя специальные срезы кристаллов или выбирая особые режимы АО дифракции [9–15].

Одной из важных характеристик АО ячеек, применяемых в качестве фильтра пространственных частот, является полоса пропускания пространственных частот, которая, по сути, определяет предельное разрешение ячейки [5]. Для увеличения предельного разрешения ячейки при прочих равных условиях необходимо уменьшать частоту акустической волны [5]. Отметим, что АО фильтры, основанные на квазиколлинеарной дифракции в TeO<sub>2</sub> и предназначенные для обработки излучения с длиной волны 0.63 мкм, работают на частоте звука 98 МГц [16], а фильтры с тангенциальной геометрией – на частоте 68 МГц [9].

В.М.Котов, С.В.Аверин. Фрязинский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А.Котельникова РАН, Россия, Московская обл., 141190 Фрязино, пл. Акад. Введенского, 1; e-mail: vmk277@ire216.msk.su

Поступила в редакцию 23 октября 2019 г., после доработки – 30 декабря 2019 г.

Существенного уменьшения частоты звука удалось достичь путем использования режима многократной дифракции [12–15], причем для двукратного режима частота звука снизилась до ~35 МГц, а для трехкратного – до 27 МГц. Однако многократные режимы реализуются при значительном потреблении акустической мощности.

В настоящей работе для выделения двумерного контура изображения используется АО ячейка с дифракцией в два порядка. Этот режим является наиболее экономичным с точки зрения потребления управляющей мощности: например, для получения 100%-ной эффективности дифракции требуется мощность, в два раза меньшая мощности для «обычного» брэгговского режима и в четыре раза меньшая мощности для двукратного режима дифракции [1]. Другими словами, предлагаемый режим позволяет существенно уменьшить потребляемую мощность, необходимую для управления АО ячейкой в процессе обработки изображений. Кроме того, как будет показано ниже, рассматриваемые фильтры обеспечивают выделение двумерного контура в широкой полосе акустических частот.

#### 2. Теория

На рис.1 приведена диаграмма АО взаимодействия, положенная в основу предлагаемого режима. Пучок оптического излучения, обозначенный  $P_0$  и содержащий информацию об изображении, распространяется примерно вдоль оптической оси *z* одноосного гиротропного кри-



Рис.1. Диаграмма АО дифракции в два порядка.

сталла, которым может быть кристалл парателлурита  $\text{TeO}_2$ . Ортогонально оси *z* распространяется акустическая волна с волновым вектором *K*. В результате АО взаимодействия падающее излучение дифрагирует в направления плюс первого (пучок  $P_{+1}$ ) и минус первого (пучок  $P_{-1}$ ) дифракционных порядков. Для обработки изображений используется нулевой брэгговский порядок.

При определении передаточных функций будем полагать, что оптическое поле представимо в виде набора плоских волн, при этом дифракция плоских волн происходит независимо. Волны взаимодействуют с плоской монохроматической акустической волной, поэтому дифрагировавшие волны также представляют собой набор плоских волн. Амплитуды волн для дифракционных порядков запишем в виде

$$E_0(\theta_m) = E_{\rm inc}(\theta_m) H_0(\theta_m), \ E_1(\theta_m + K/k) = E_{\rm inc}(\theta_m) H_1(\theta_m),$$
$$E_{-1}(\theta_m - K/k) = E_{\rm inc}(\theta_m) H_{-1}(\theta_m). \tag{1}$$

Здесь  $E_0$ ,  $E_1$  и  $E_{-1}$  – амплитуды полей для нулевого, плюс первого и минус первого дифракционных порядков;  $E_{inc}$  – амплитуда поля падающего излучения;  $\theta_m$  – угол ориентации плоской волны относительно направления распространения излучения; m – номер плоской волны; K и k – модули волновых векторов акустической и оптической плоских волн соответственно;  $H_0$ ,  $H_1$  и  $H_{-1}$  – передаточные функции для нулевого, плюс первого и минус первого дифракционных порядков. Эти функции связаны между собой следующей системой дифференциальных уравнений [1]:

$$\frac{\mathrm{d}H_0}{\mathrm{d}z} = -\frac{\nu}{2} [H_1 \exp(-\mathrm{i}\eta_1 z) + H_{-1} \exp(-\mathrm{i}\eta_2 z)],$$

$$\frac{\mathrm{d}H_1}{\mathrm{d}z} = \frac{\nu}{2} H_0 \exp(\mathrm{i}\eta_1 z),$$
(2)

$$\frac{\mathrm{d}H_{-1}}{\mathrm{d}z} = \frac{v}{2}H_0\exp(\mathrm{i}\eta_2 z).$$

Здесь  $v = (\pi/\lambda)\sqrt{M_2}P_{\rm ac}/(Lh)$  – параметр, связанный с мощностью акустической волны:  $\lambda$  – длина волны света;  $M_2$  – праметр, характеризующий АО качество материала; L – длина АО взаимодействия; h – высота акустического столба;  $P_{\rm ac}$  – акустическая мощность; z – координата, вдоль которой развивается АО взаимодействие;  $\eta_1 = k_z - k_{z(+1)}$  и  $\eta_2 = k_z - k_{z(-1)}$  – расстройки фазового синхронизма для плюс первого и минус первого порядков соответственно;  $k_z$ ,  $k_{z(+1)}$ ,  $k_{z(-1)}$  – проекции волновых векторов для нулевого (k), плюс первого ( $k_{+1}$ ) и минус первого ( $k_{-1}$ ) дифракционных порядков на ось z.

Для граничных условий  $H_0 = 1$  и  $H_1 = H_{-1} = 0$  при z = 0 решение системы (2) имеет вид

$$H_{0} = a_{1} \exp(i\beta_{1}z) + a_{2} \exp(i\beta_{2}z) + a_{3} \exp(i\beta_{3}z),$$

$$H_{1} = \frac{v}{2i} \left\{ \frac{a_{1}}{\beta_{1} + \eta_{1}} \exp[i(\beta_{1} + \eta_{1})z] + \frac{a_{2}}{\beta_{2} + \eta_{1}} \exp[i(\beta_{2} + \eta_{1})z] + \frac{a_{3}}{\beta_{3} + \eta_{1}} \exp[i(\beta_{3} + \eta_{1})z] \right\},$$
(3)

$$H_{-1} = \frac{\nu}{2i} \left\{ \frac{a_1}{\beta_1 + \eta_2} \exp[i(\beta_1 + \eta_2)z] + \frac{a_2}{\beta_2 + \eta_2} \exp[i(\beta_2 + \eta_2)z] + \frac{a_3}{\beta_3 + \eta_2} \exp[i(\beta_3 + \eta_2)z] \right\}.$$

Здесь

$$a_{1} = \frac{T_{1}}{T_{1} + T_{2} + T_{3}}; a_{2} = \frac{T_{2}}{T_{1} + T_{2} + T_{3}}; a_{3} = \frac{T_{3}}{T_{1} + T_{2} + T_{3}}; (4)$$
$$T_{1} = (\beta_{3} - \beta_{2})(\beta_{1} + \eta_{1})(\beta_{1} + \eta_{2}); T_{2} = (\beta_{1} - \beta_{3})(\beta_{2} + \eta_{1})(\beta_{2} + \eta_{2});$$

$$T_3 = (\beta_2 - \beta_1)(\beta_3 + \eta_1)(\beta_3 + \eta_2)$$

 $\beta_1, \beta_2, \beta_3$  – корни кубического уравнения

$$\beta^3 + \beta^2(\eta_1 + \eta_2) + \beta(\eta_1\eta_2 - 0.5\nu^2) - 0.25\nu^2(\eta_1 + \eta_2) = 0.$$
 (5)

Двумерность передаточных функций, т.е. их зависимость от направления вдоль оси y, ортогонального направлениям вдоль осей x и z, учитывалась следующим образом: показатели преломления  $n_{1,2}$  оптических волн одноосного кристалла TeO<sub>2</sub> задавались в виде трехмерных распределений [17]

$$n_{1,2}^{2} = \frac{1 + \tan^{2}\varphi}{\frac{1}{n_{0}^{2}} + \frac{\tan^{2}\varphi}{2} \left(\frac{1}{n_{0}^{2}} + \frac{1}{n_{e}^{2}}\right) \pm \frac{1}{2} \sqrt{\tan^{4}\varphi \left(\frac{1}{n_{0}^{2}} - \frac{1}{n_{e}^{2}}\right)^{2} + 4G_{33}^{2}},$$
(6)

где *n*<sub>o</sub>, *n*<sub>e</sub> – главные показатели преломления кристалла;  $\varphi$  – угол между оптической осью кристалла и волновым вектором световой волны; G<sub>33</sub> – компонента псевдотензора гирации. В нашем случае полагалось, что происходит анизотропная дифракция световой волны на звуковой волне, при этом показатель преломления падающего излучения соответствует знаку «+» в выражении (6), а дифрагировавших лучей - знаку «-». Трехмерные поверхности, образованные волновыми векторами, описываются функциями  $2\pi n_1/\lambda$  и  $2\pi n_2/\lambda$ . Плоскость дифракции пересекает волновые поверхности, при этом она проходит через начало координат и содержит волновой вектор звука К. Значения расстроек  $\eta_1$  и  $\eta_2$  определялись при изменении угла наклона плоскости дифракции к оптической оси z, а затем согласно выражениям (2)-(5) определялись передаточные функции  $H_0, H_1$  и  $H_{-1}$ .

Для вычислений использовались параметры, соответствующие излучению He–Ne-лазера, распространяющегося в монокристалле TeO<sub>2</sub>:  $\lambda = 0.63$  мкм,  $n_0 = 2.26$ ,  $n_e = 2.41$ ,  $G_{33} = 2.62 \times 10^{-5}$ ,  $M_2 = 1200 \times 10^{-18}$  с<sup>3</sup>/г, скорость звука  $V = 0.617 \times 10^5$  см/с [18,19]. Кроме того, полагалось, что  $P_{\rm ac} = 0.05$  Вт, L = h = 0.2 см.

На рис.2 приведены квадраты модуля передаточных функций,  $H_0 \times H_0^*$ , вычисленные для частот звука 25 и 50 МГц. Полученные распределения передаточных функций использовались нами для выделения двумерного контура изображения путем компьютерной «быстрой» фурьеобработки (FFT) [20]. Видно, что распределения сильно неоднородны, для них характерны «изломы» в поведении функций. Наличие изломов придает областям распределений определенную двумерность. Такие распределения характерны для АО фильтров двумерных изображений,



Рис.2. Передаточные функции для нулевого брэгговского порядка, полученные на частотах звука 25 (а) и 50 МГц (б).

основанных на сложении нескольких оптических полей (см., напр., [21-23]). Отметим, что подобные области – не единственные во всех распределениях передаточных функций. Однако в процессе проверки всех таких областей путем FFT-обработки двумерных изображений наилучшие результаты, исходя из сравнения контрастности контуров и их эквивалентности во взаимно ортогональных направлениях, достигнуты с использованием именно участков, показанных на рис.2. Отметим, что эти участки соответствуют одной и той же области распределения функций, но получены при разных частотах. Видно, что на рис.2,  $\delta$  характерные неоднородные области существенно меньше, чем на рис.2,a.

На рис.3 приведены изображение до обработки, представляющее собой круг (рис.3,*a*), и результат его FFTобработки с помощью передаточных функций, показанных на рис.2,a и  $\delta$  (рис.3, $\delta$  и b соответственно). На рис.3, $\delta$ и в достаточно четко выражены контуры круга. При этом толщина контура на рис.3,6 существенно меньше, чем контура на рис.3, в, что находится в полном соответствии с выводами работы [5]. Отсюда ясно, что для более четкого выделения контура необходимо использовать как можно более низкие частоты звука. Однако уменьшение частоты звука приводит к появлению эффективной «перекачки» световой энергии в более высокие порядки дифракции, т. е. к переходу дифракции в режим Рамана-Ната. По сути частота ~25 МГц близка к минимальной частоте для брэгговского режима дифракции. Действительно, параметр Клейна-Кука  $Q = K^2 L/k = 2\pi f^2 \lambda L/V^2$  [1, 2] определяет граничную частоту звука *f* из условия  $Q \ge 4\pi$ . Для частот, превышающих 50 МГц, контур начинает «расплываться», т.е. его характеристики существенно ухудшаются.

Кроме того, верхнее значение частоты ограничивается условием существования дифракции в два порядка. Теоретический анализ показывает, что если свет распространяется строго вдоль оптической оси *z*, то при условии  $L\eta_{1,2} \ge 4$  эффективность дифракции в два порядка не превышает 5% [1]. Приведенное условие в нашем случае ограничивает верхнее значение частоты звука величиной ~50 МГц.

При отклонении пучка падающего излучения от оси *z* эффективность дифракции в один из порядков возрастает, а в другой – уменьшается. При этом, по сути, реализуется дифракция в один дифракционный порядок. В работе [24] проанализированы все случаи выделения контура с использованием брэгговской дифракции в один порядок. Там показано, что, за исключением нескольких вариантов АО взаимодействия, дифракция в один брэгговский порядок не обеспечивает формирования двумерного контура изображения.

## 3. Эксперимент и обсуждение его результатов

Для проверки полученных выводов был выполнен эксперимент. Оптическая схема экспериментальной установки подробно описана в работе [8]. Там рассмотрен классический метод оптической фурье-обработки изображения с использованием двух идентичных линз - входной и выходной. Фокусное расстояние линз F равнялось 18 см. Пучок линейно поляризованного оптического излучения с длиной волны 0.63 мкм, генерируемого Не- Ne-лазером, расширялся расширителем и направлялся на отверстие в виде эллипса с характерным размером ~0.1 см. Излучение, проходящее через отверстие, формировало исходное изображение. На расстоянии F от отверстия по направлению распространения излучения располагалась входная линза. Между линзой и отверстием размещалась четвертьволновая пластинка для получения циркулярно поляризованного излучения. Таким образом формировалась собственная оптическая волна кристалла TeO<sub>2</sub>, что обеспечивало возможность достижения 100%-ной эффективности дифракции. Вторая, выходная линза находилась на расстоянии 2F от входной.

Строго посередине между линзами располагалась AO ячейка, служащая фильтром пространственных частот. AO ячейка изготовлена из монокристалла TeO<sub>2</sub> с размерами 1.0, 0.8 и 0.8 см вдоль направлений [110], [110] и [001] соответственно. К грани (110) кристалла приклеен преобразователь из LiNbO<sub>3</sub>, генерировавший поперечную акустическую волну со сдвигом вдоль направления (110). Преобразователь имел размер  $0.2 \times 0.2$  см и полосу частот 27-40 МГц по уровню 3 дБ. Преобразователь возбуждал в кристалле бегущую акустическую волну. Скорость зву-



Рис.3. Исходное изображение (*a*) и его вид после FFT-обработки с помощью передаточных функций, полученных на частотах 25 (*b*) и 50 МГц (*b*).



Рис.4. Экспериментальная фурье-обработка изображения: изображение без обработки (*a*) и после обработки (*б*).

ка в кристалле V = 617 м/с. Оптическое излучение распространялось примерно вдоль оптической оси кристалла, проходило через выходную линзу и направлялось на экран, находящийся по другую сторону от нее, на расстоянии *F*. На экране наблюдалось изображение после фурьеобработки, которое регистрировалось фотокамерой. В эксперименте использовалась частота звука 29 МГц, близкая к минимальной частоте в полосе частот преобразователя. Подстройкой AO ячейки (ее ориентации и электрической мощности, подаваемой на преобразователь) обеспечивалась ситуация, при которой на экране формировался двумерный контур.

На рис.4 приведены фотографии изображения, полученные в отсутствие напряжения, подаваемого на преобразователь, и при наличии напряжения. На рис.4,  $\delta$  виден хорошо выраженный двумерный контур. Внутри контура наблюдается некоторая структура, указывающая на присутствие неоднородностей в распределении интенсивности исходного излучения. В любом случае, по нашему мнению, существует хорошее согласие теории и эксперимента: сформированный теоретически предсказанный двумерный контур на низкой звуковой частоте (рис.3, $\delta$ ) соответствует контуру, формируемому в процессе эксперимента (рис.4, $\delta$ ).

Полученные результаты значительно расширяют возможности АО дифракции для задач обработки двумерных оптических изображений.

#### 4. Выводы

На основе представленных результатов можно сделать следующие выводы:

1. Для выделения двумерного контура оптического изображения предложено использовать АО фильтр пространственных частот, основанный на брэгговской дифракции в два дифракционных порядка – плюс первый и минус первый.

 Найдены передаточные функции для дифракционных порядков. Для двумерной фильтрации изображений предложено использовать передаточную функцию для нулевого брэгговского порядка. 3. Показано, что рассмотренный режим дифракции позволяет обрабатывать оптические изображения в широкой полосе акустических частот. В частности, полоса частот, в которой формируется двумерный контур оптического изображения, переносимого излучением на длине волны 0.63 мкм, простирается от ~25 до 50 МГц.

4. Экспериментально получено выделение двумерного контура изображения, переносимого оптическим излучением с длиной волны 0.63 мкм, в результате его оптической фурье-обработки с использованием АО пространственного фильтра из парателлурита, работающего на частоте звука 29 МГц.

Представленные результаты могут найти применение для обработки оптических изображений с использованием АО ячейки в качестве фильтра пространственных частот.

Работа выполнена в рамках государственного задания по теме № 0030-2019-0014, а также при частичной финансовой поддержке РФФИ (грант № 19-07-00071).

- 1. Балакший В.И., Парыгин В.Н., Чирков Л.Е. Физические основы акустооптики (М.: Радио и связь, 1985).
- Xu J., Stroud R. Acousto-Optic Devices: Principles, Design, and Applications (New York: John Wiley & Sons Inc., 1992).
- 3. Alippi A., Palma L., Socino C. Appl. Phys. Lett., 26 (7), 360 (1975).
- Балакший В.И., Галанова И.Ю., Парыгин В.Н. Квантовая электроника, 6 (5), 965 (1979) [Sov. J. Quantum Electron., 9 (5), 569 (1979)].
- Балакший В.И. *Радиотехника и электроника*, **29** (8), 1610 (1984).
   Athale R.A., van der Gracht J., Prather D.W., Mait J.N. *Appl. Opt.*,
- **4** (2), 276 (1995).
- Cao D., Banerjee P.P., Poon T.-Ch. *Appl. Opt.*, **37** (14), 3007 (1998).
   Котов В.М., Шкердин Г.Н., Шкердин Д.Г., Котов Е.В. *Радио-*
- техника и электроника, **56** (1), 66 (2011). 9. Балакций В.И., Волошинов В.Б. *Квантовая электроника*, **35**
- Балакший В.И., Волошинов В.Б. Квантовая электроника, 35 (1), 90 (2005) [Quantum Electron., 35 (1), 90 (2005)].
- Balakshy V.I., Voloshinov V.B., Babkina T.M., Kostyuk D.E. J. Mod. Opt., 52, 1 (2005).
- 11. Balakshy V.I., Kostyuk D.E. Appl. Opt., 48, C24 (2009).
- Котов В.М., Шкердин Г.Н., Булюк А.Н. Квантовая электроника, 41 (12), 1113 (2011) [Quantum Electron., 41 (12), 1113 (2011)].
- Котов В.М., Шкердин Г.Н., Аверин С.В. *Радиотехника*, **12**, 57 (2012).
- Котов В.М., Шкердин Г.Н. Радиотехника и электроника, 58 (10), 1040 (2013).
- Котов В.М., Шкердин Г.Н., Аверин С.В. Радиотехника и электроника, 61 (11), 1090 (2016).
- 16. Voloshinov V.B. Opt. Eng., 31 (10), 2089 (1992).
- 17. Котов В.М. Оптика и спектроскопия, 77 (3), 493 (1994).
- Акустические кристаллы. Под ред. М.П.Шаскольской (М.: Наука, 1982).
- 19. Кизель В.А., Бурков В.И. Гиротропия кристаллов (М.: Наука, 1980).
- 20. Гонсалес Р., Вудс Р., Эддинс С. Цифровая обработка изображений в среде МАТЛАБ (М.: Техносфера, 2006).
- Котов В.М., Аверин С.В., Кузнецов П.И., Котов Е.В. Квантовая электроника, 47 (7), 665 (2017) [Quantum Electron., 47 (7), 665 (2017)].
- Kotov V.M., Averin S.V., Kotov E.V., Shkerdin G.N. Appl. Opt., 57 (10), C83 (2018).
- 23. Котов В.М., Аверин С.В., Кузнецов П.И., Котов Е.В. Оптический журн., **85** (1), 34 (2018).
- Костюк Д.Е. Автореф. канд. дисс. (М., МГУ им. М.В. Ломоносова, 2008).