Точность оценки длительности сверхкоротких лазерных импульсов с использованием одноимпульсного автокоррелятора интенсивности второго порядка

И.В.Кузьмин, С.Ю.Миронов, Е.А.Хазанов

Проанализирована точность оценки длительности однопериодных лазерных импульсов с центральными длинами волн 910 и 780 нм с помощью одноимпульсного автокоррелятора интенсивности второго порядка. Показано, что для оценки длительности однопериодных импульсов с погрешностью менее 5% необходимо использовать для генерации второй гармоники кристаллы KDP толщиной не более 10 мкм. В то же время для оценки длительности спектрально ограниченного импульса в десять периодов оптических колебаний толщина кристалла может составлять до 1 мм. В этом случае при оптимальном угле схождения пучков первой гармоники погрешность оценки длительности меньше 2%.

Ключевые слова: *автокоррелятор, трехволновое взаимодействие, сверхкороткие лазерные импульсы.*

1. Введение

Современные осциллографы и фотодиоды не обладают временным разрешением, достаточным для прямого измерения длительности фемтосекундных лазерных импульсов. Для этого используются косвенные методы и созданные на их основе приборы. Одни из них позволяют измерять корреляционные функции интенсивности, а другие, с помощью специальных алгоритмов, – восстанавливать временной профиль импульса и его спектральную или временную фазу. Применение тех или иных методов определяется режимом работы лазера и характеристиками диагностируемых импульсов. Как правило, для измерения временных характеристик одиночных сверхкоротких импульсов используют автокорреляторы интенсивности второго [1–3] и третьего [4, 5] порядков, а также приборы FROG (frequency resolved optical gating), SPIDER (spectral phase interferometry for direct electric field reconstruction) [6] и GRENUILLE [7] в одноимпульсном исполнении. Одноимпульсные корреляторы интенсивности второго порядка не позволяют различить передний и задний фронты импульса, в то время как в корреляторах интенсивности третьего порядка такой проблемы не существует. Для диагностики лазерных импульсов с высокой частотой следования (десятки герц и выше) применяют сканирующие FROG и кросс-корреляторы на основе двухфотонного поглощения [8] и генерации второй гармоники [9]. В связи с созданием сверхмощных лазерных систем [10], позволяющих генерировать лазерные импульсы с петаваттной мощностью и ультракороткой длительностью (десятки фемтосекунд и менее), актуальной становится задача корректного измерения временных характеристик такого излучения.

В последнее время активно стали развиваться и методы дополнительного временного сжатия сверхмощных лазерных импульсов. Один из них, получивший название CAfCA (compression after compressor approach) [11], был успешно апробирован в экспериментах и позволил в значительной степени уменьшить длительность импульса излучения [12–15]. В перспективе, как было показано в работе [16], применение данного метода даст возможность реализовать в экспериментах петаваттные лазерные импульсы с длительностью в один период осцилляций светового поля. Диагностика временных параметров такого излучения является нетривиальной задачей, но решить ее можно и с помощью уже развитых методов при обеспечении достаточной точности измерений.

Важно отметить, что и ранее одноимпульсные корреляторы интенсивности второго и третьего порядков использовались для диагностики импульсов сверхкороткой длительности. Впервые результаты измерений длительности фемтоскундного лазерного импульса с помощью одноимпульсного автокоррелятора второго порядка были представлены в работе [17]. Длительность импульса составляла 50 фс, при проведении измерений применялся кристалл KDP толщиной 300 мкм. В работе [18] показана возможность автокорреляционных измерений при длительности импульсов ~100 фс с динамическим диапазоном 10^8. Авторы [19] при использовании техники дисперсионного сканирования продемонстрировали получение в одноимпульсном режиме временной огибающей лазерного импульса с длительностью 4 фс. В работах [20, 21] рассмотрен одноимпульсный кросс-коррелятор с динамическим диапазоном до 10^{10}, субпикосекундным разрешением и временным окном до 70 пс.

Получаемые в экспериментах сверхкороткие лазерные импульсы, как правило, имеют неплоскую фазу спектра. При диагностике чирпированных импульсов сверхкороткой длительности влияние дисперсии линейной части показателя преломления нелинейного кристалла может приводить к неправильной оценке ширины автокорреляционной функции (АКФ). В этом случае оценить величину ошибки можно с помощью численных методов. В настоящей работе проанализирована точность оценки длительности однопериодных лазерных импульсов с центральными длинами волн λ_0 = 910 и 780 нм при использовании од-

И.В.Кузьмин, С.Ю.Миронов, Е.А.Хазанов. Федеральный исследовательский центр Институт прикладной физики РАН, Россия, 603950 Н.Новгород, ул. Ульянова, 46;
e-mail: kuzminiv@appl.sci-nnov.ru

Поступила в редакцию 4 марта 2020 г.

ноимпульсного автокоррелятора интенсивности второго порядка. Моделирование выполнено для спектрально ограниченных импульсов, а также для импульсов с квадратичной и кубической модуляцией фазы спектра.

2. Оптическая схема и принцип работы

Оптическая схема одноимпульсного автокоррелятора второго порядка представлена на рис.1,*а*. Измеряемый лазерный импульс разделяется на две реплики, которые направляются в нелинейно-оптический кристалл, где происходит неколлинеарная генерация второй гармоники (рис.1,*б*). Неколлинеарная схема взаимодействия необходима для реализации принципа трансформации временного распределения интенсивности в ее пространственный профиль [17]. В такой реализации поперечное распределение интенсивности излучения второй гармоники в ближней зоне на выходе нелинейного кристалла содержит информацию о временной структуре диагностируемого излучения. Оптимальная работа прибора подразумевает детектирование симметричной АКФ интенсивности второго порядка:

$$K(\tilde{\tau}) = \int_{-\infty}^{\infty} I_1(t-\tilde{\tau}) I_0(t)\,\mathrm{d}t, \qquad (1)$$

где $I_0(t)$ и $I_1(t-\tilde{\tau})$ – временные распределения интенсивности исходного диагностируемого импульса и импульса, прошедшего через делительную пластину. В идеальном случае их профили тождественны, т.е. $I_1(t) = I_0(t)$. Однако при стремлении длительности диагностируемого импульса к одному периоду колебаний в оптических элементах возрастает роль линейной дисперсии показателя преломления. В схеме прибора таких элементов два: делительная пластина и сам нелинейный кристалл. Из-за дисперсии в делительной пластине измеряемая функция перестает соответствовать автокорреляционной. Ее профиль может не обладать симметрией, а восстанавливаемая информация о временной структуре импульса быть неточной.

Решить проблему с делительной пластиной можно двумя способами. Первый способ подразумевает разделение пучка без его прохождения через материальную среду. Это может быть реализовано за счет отражения части (например, 50% по площади) пучка зеркалом. Дифракционные эффекты, возникающие при таком разделении пучка, могут быть исключены путем переноса изображения сферическим зеркалом на поверхность кристалла. Второй способ подразумевает компенсацию внесенной материальной дисперсии делителя с помощью чирпирующего зеркала, установленного в тракте прошедшего через пластину пучка. Очевидно, что второй подход не является оптимальным, поскольку чирпирующее зеркало не может точно скомпенсировать внесенную дисперсию второго и более высоких порядков. Более того, само чирпирующее зеркало может дополнительно вносить и нежелательную фазу спектра. Далее мы будем подразумевать, что в приборе реализовано бездисперсионное деление лазерного пучка. Влияние геометрических факторов и дисперсии показателя преломления нелинейного кристалла на взаимодействие импульсов будет рассмотрено в следующих разделах.

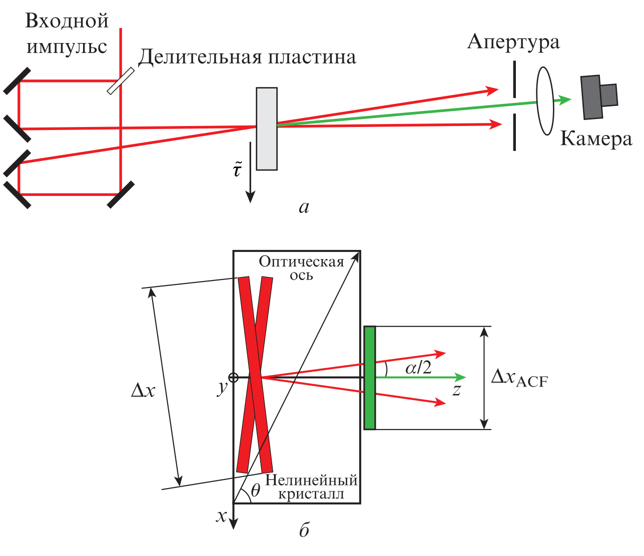

Рис.1. Схема получения АКФ при неколлинеарной генерации второй гармоники (*а*) и схема взаимодействия импульса и его реплики в нелинейном кристалле (*б*).

3. Влияние геометрии взаимодействия импульсов на точность измерений их длительности

В этом разделе влиянием дисперсии показателя преломления нелинейного кристалла на генерацию второй гармоники пренебрежем. Определим основные требования к геометрии взаимодействия импульсов, которые должны выполняться для корректного измерения АКФ второго порядка. На рис.1,*б* показана схема взаимодействия двух импульсов внутри нелинейного кристалла. Поскольку, как указывалось ранее, генерация второй гармоники происходит с малой эффективностью, то измеряемый сигнал представляет собой функцию вида

$$K_1(x) = \int_{-\infty}^{\infty} I_0(t-\beta x + t_0) I_0(t+\beta x)\,\mathrm{d}t, \qquad (2)$$

здесь I_0 – интенсивность излучения первой гармоники; t_0 – временная задержка между импульсами первой гармоники; $\beta = \sin(\alpha/2)/\boldsymbol{v}_z$; α – угол между направлениями распространения пучков первой гармоники внутри кристалла; $\boldsymbol{v}_z$ – проекция групповой скорости импульса первой гармоники на ось z; x – поперечная координата (рис.1,*б*). Выражение (2) интегрируется аналитически для импульсов с гауссовым распределением интенсивности:

$$I_0(x,y,t) = I_0 \exp\left(-4\frac{x^2+y^2}{\Delta x^2}\right)\exp\left(-4\ln 2\frac{t^2}{\Delta t^2}\right), \qquad (3)$$

где Δx – полный размер пучка по уровню 1/e, а Δt – полная длительность импульса на уровне половины максимального значения интенсивности. Результат интегрирования представляет собой гауссову функцию с шириной вдоль оси x по уровню 1/2 интенсивности $\Delta x_{\rm ACF}$:

$$\frac{1}{\Delta x_{\rm ACF}^2} = \frac{2}{\ln 2\Delta x^2} + \frac{2\beta^2}{\Delta t^2}. \qquad (4)$$

Временная задержка одного из импульсов на величину t_0 приводит к смещению максимума АКФ на $\Delta x_0 = t_0\beta \times \Delta x_{\rm ACF}^2/\Delta t^2$. Поскольку в рассматриваемом корреляторе реализуется принцип линейной трансформации временной координаты в пространственную, то данное соотношение совместно с (4) позволяет найти связь между шириной АКФ $\Delta t_{\rm ACF}$ и длительностью диагностируемого импульса Δt:

$$\Delta t_{\rm ACF}^2 = 2\Delta t^2 \left(1 + \frac{\Delta t^2}{\ln 2\beta^2 \Delta x^2}\right). \quad (5)$$

В то же время хорошо известна связь ширины АКФ и длительности импульса с гауссовым распределением интенсивности: $\Delta t_{\rm ACF}^2 = 2\Delta t^2$. Из сравнения этого соотношения с формулой (5) видно, что автокоррелятор интенсивности всегда вносит систематическую ошибку в определение длительности. Поскольку второе слагаемое в правой части формулы (5) больше нуля, то эта ошибка приводит к завышению оцениваемой длительности.

В рамках рассматриваемого приближения увеличение диаметра пучка Δx и угла α между взаимодействующими импульсами первой гармоники внутри нелинейного элемента уменьшает ошибку. Так, для импульсов с длительностями один, три и десять периодов осцилляций поля ($\Delta t = p\lambda_0/c$, где $p = 1, 3, 10$ и $\lambda_0 = 910$ нм) при диаметре пучка $\Delta x = 1$ мм и угле $\alpha = 1°$ ошибка в определении длительности будет составлять 0.4%, 4% и 30% соответственно. Для минимизации величины этой ошибки в дальнейших расчетах будем полагать Δx равным 2 мм, в этом случае для указанных длительностей ошибка составит 0.1%, 1% и 8% соответственно. Отметим, что геометрическая ошибка также может быть устранена введением дополнительной поправки, но эффективнее использовать такое соотношение между размером пучка и длительностью импульса, при котором ошибка пренебрежимо мала.

4. Влияние линейной дисперсии показателя преломления нелинейного кристалла на точность оценки длительности

4.1. Уравнения и начальные условия на границе

Проанализируем влияние линейной дисперсии показателя преломления кристалла, в котором происходит генерация второй гармоники, на точность оценки длительности сверхкоротких лазерных импульсов. Для этого получим уравнения, описывающие процесс неколлинеарной генерации второй гармоники импульсами с длительностью один период колебаний поля. Будем использовать метод медленно меняющейся волны (ММВ) [22], который является более точным по сравнению с методом медленно меняющейся амплитуды (ММА) [23]. Для вывода уравнений этим методом используем приближение

$$\left|\frac{\partial E}{\partial z}\right| \ll k_0 |E|, \text{ или } |(k_0 - k_1\omega_0)/k_0| \ll 1,$$

которое справедливо в более широких диапазонах параметров по сравнению с приближением $[k(\omega) + k_0]/(2k_0) \approx 1$, используемым в методе ММА. Здесь $k(\omega) = (\omega/c)\sqrt{\varepsilon(\omega)}$ – зависимость волнового числа от частоты ω; $\varepsilon(\omega)$ – диэлектрическая проницаемость; k_0 – волновое число для центральной частоты ω_0; $E = \tilde{A}(t, r_\perp, z)\exp[{\rm i}(\omega_0 t - k_0 z + \psi] +$ с.с. – напряженность электрического поля световой волны; k_1^{-1} – групповая скорость лазерного импульса для центральной частоты; $\tilde{A}(t, r_\perp, z)$ – комплексная амплитуда.

В рамках указанного приближения непосредственно из уравнений Максвелла можно получить уравнение в сопровождающей системе координат ($\tau = t - k_1 z$, $\partial_\tau \to \partial_t$, $\partial_z \to \partial_z - k_1\partial_\tau$) для амплитуды электрического поля (см. Приложение):

$$\partial_z \tilde{A} + {\rm i}\hat{D}\tilde{A} - \frac{1}{2k_0}\left({\rm i} + \frac{k_1}{k_0}\partial_\tau\right)^{-1}(\Delta_\perp + \hat{D}^2 + \partial_z^2)\tilde{A}$$
$$= -\frac{2\pi}{c^2}\frac{\omega_0^2}{k_0}\left({\rm i} + \frac{1}{\omega_0}\partial_\tau\right)^2\left({\rm i} + \frac{k_1}{k_0}\partial_\tau\right)^{-1}\tilde{P}, \quad (6)$$

где

$$\hat{D} = \sum_{m=0}^{\infty}\frac{k_m}{m!}(-{\rm i}\partial_t)^m + {\rm i}k_1\partial_t - k_0$$

– дисперсионный оператор;

$$k_m = \left.\frac{\partial^m k(\omega)}{\partial\omega^m}\right|_{\omega=\omega_0};$$

$\tilde{P}$ – амплитуда нелинейной поляризации. При выводе уравнения (6) поглощение в среде не учитывается. Применительно к процессу неколлинеарной генерации второй гармоники из уравнения (6) при учете дополнительного условия $(k_1^2/k_0^2)\partial_\tau^2 \ll 1$ можно получить систему связанных уравнений в параксиальном приближении (см. Приложение):

$$\partial_z \hat{A}_1(\Omega, r_\perp, z) + {\rm i}\left[\hat{D}_{1\omega} + \left(1 - \frac{k_{31}}{k_{1z0}}\Omega\right)\frac{\Delta_\perp + \hat{D}_{1\omega}^2}{2k_{1z0}}\right]\hat{A}_1(\Omega, r_\perp, z)$$
$$= -\frac{2\pi}{c^2}\frac{\omega_{10}^2 d_{\rm eff}}{k_{1z0}}\mathbb{F}\left\{\left[{\rm i} + \left(\frac{2}{\omega_{10}} - \frac{k_{31}}{k_{1z0}}\right)\partial_\tau\right]\tilde{A}_2^*(\tau, r_\perp, z)\right.$$
$$\left.\times\ \tilde{A}_3(\tau, r_\perp, z)\right\}\exp({\rm i}\Delta kz),$$

$$\partial_z \hat{A}_2(\Omega, r_\perp, z) + {\rm i}\left[\hat{D}_{2\omega} + \left(1 - \frac{k_{31}}{k_{2z0}}\Omega\right)\frac{\Delta_\perp + \hat{D}_{2\omega}^2}{2k_{2z0}}\right]\hat{A}_2(\Omega, r_\perp, z)$$
$$= -\frac{2\pi}{c^2}\frac{\omega_{20}^2 d_{\rm eff}}{k_{2z0}}\mathbb{F}\left\{\left[{\rm i} + \left(\frac{2}{\omega_{20}} - \frac{k_{31}}{k_{2z0}}\right)\partial_\tau\right]\tilde{A}_1^*(\tau, r_\perp, z)\right. \quad (7)$$
$$\left.\times\ \tilde{A}_3(\tau, r_\perp, z)\right\}\exp({\rm i}\Delta kz),$$

$$\partial_z \hat{A}_3(\Omega, r_\perp, z) + {\rm i}\left[\hat{D}_{3\omega} + \left(1 - \frac{k_{31}}{k_{3z0}}\Omega\right)\frac{\Delta_\perp + \hat{D}_{3\omega}^2}{2k_{3z0}} + (\tan\rho)\partial_y\right]$$
$$\times\hat{A}_3(\Omega, r_\perp, z) = -\frac{2\pi}{c^2}\frac{\omega_{30}^2 d_{\rm eff}}{k_{3z0}}\mathbb{F}\left\{\left[{\rm i} + \left(\frac{2}{\omega_{30}} - \frac{k_{31}}{k_{3z0}}\right)\partial_\tau\right]\tilde{A}_1(\tau, r_\perp, z)\right.$$
$$\left.\times\ \tilde{A}_2(\tau, r_\perp, z)\right\}\exp(-{\rm i}\Delta kz).$$

Здесь $\hat{A}_j(\Omega, r_\perp, z)$ – фурье-образ комплексных амплитуд взаимодействующих импульсов $\hat{A}_j(\tau, r_\perp, z)$; k_{jz0} и ω_{j0} – проекции волновых векторов на ось z и центральные частоты взаимодействующих импульсов; $\hat{D}_{j\omega} = k_j(\omega) - v_3^{-1}\Omega - k_{jz0}$ – дисперсионный множитель; $v_3 = k_{31}^{-1}$ – групповая скорость излучения на суммарной частоте; $d_{\rm eff}$ – коэффициент нелинейности кристалла; ρ – угол сноса; $\Delta k = k_{1z0} +$

$k_{2z0} - k_{3z0}$ – волновая отстройка от направления синхронизма на центральной частоте. Особенностью данной системы уравнений является более точный учет дисперсионных эффектов, что позволяет описывать взаимодействие сверхкоротких оптических импульсов. При проведении вычислений в дисперсионном соотношении вместо членов ряда использованы точные уравнения Селлмейера в исследуемом спектральном диапазоне.

В качестве граничных условий будем рассматривать импульсы-пучки с квазиплоским поперечным распределением интенсивности (степень супергауссовой функции 6) и гауссовым распределением по времени. Отметим, что система уравнений (7) позволяет использовать в качестве граничных условий импульсы-пучки с произвольным распределением интенсивности и произвольной фазой спектра (в том числе и измеренные в экспериментах). Для демонстрации влияния чирпа на точность измерения длительности малопериодных импульсов было использовано разложение фазы спектра до третьего порядка. Начальные условия удобно записать для спектральных компонент поля на входной границе кристалла:

$$\hat{A}_1(\Omega, x, y) = A_{01}\exp\left(-\frac{x^6}{2\Delta x^6} - \frac{y^6}{2\Delta y^6}\right) \times \exp\left(-\mathrm{i}\Omega x\frac{\tan(\alpha/2)}{v_z}\right)\exp\left(-\frac{2\ln 2\Omega^2}{\Delta\Omega^2}\right) \times \exp\left(-\mathrm{i}\varphi_1\frac{\Omega^2}{2} - \mathrm{i}\varphi_2\frac{\Omega^3}{6}\right), \tag{8}$$

$$\hat{A}_2(\Omega, x, y) = A_{02}\exp\left(-\frac{x^6}{2\Delta x^6} - \frac{y^6}{2\Delta y^6}\right) \times \exp\left(\mathrm{i}\Omega x\frac{\tan(\alpha/2)}{v_z}\right)\exp\left(-\frac{2\ln 2\Omega^2}{\Delta\Omega^2}\right) \times \exp\left(-\mathrm{i}\varphi_1\frac{\Omega^2}{2} - \mathrm{i}\varphi_2\frac{\Omega^3}{6}\right), \tag{9}$$

где $\Omega = \omega_0 - \omega$ – отстройка от центральной частоты; $\Delta\Omega$ – полная ширина спектра по уровню 1/2 интенсивности; φ_1 и φ_2 – параметры квадратичной и кубической фазовой модуляции. В начальных условиях (8) и (9) учтено, что импульсы сверхкороткой длительности в результате преломления на границе кристалла приобретают угловой чирп и соответствующий ему наклон амплитудного фронта. Система уравнений (7) совместно с начальными условиями (8), (9) на границе может быть использована для моделирования одноимпульсного автокоррелятора интенсивности второго порядка, применяемого для измерения длительности малопериодных (вплоть до одного периода оптических колебаний) импульсов. В этой системе уравнений начальная фаза колебаний поля не влияет на получаемую АКФ независимо от длительности импульса.

4.2. Численное моделирование одноимпульсного автокоррелятора

Проанализируем точность оценки длительности лазерных импульсов с помощью автокоррелятора интенсивности. Будем рассматривать излучение с центральными длинами волн λ_0 = 910 нм (OPCPA-система на кристаллах DKDP) и 780 нм (лазерные комплексы с Ti:сапфировыми усилителями) и длительностями импульсов один, три и десять периодов поля, соответствующими 3, 9 и 30 фс (2.6, 7.8 и 26 фс) для импульсов с λ_0 = 910 нм (780 нм). Предполагается, что в кристалле кросс-коррелятора лазерные пучки пересекаются в некритической к синхронизму плоскости. В качестве нелинейного элемента, применяемого для генерации второй гармоники, рассматрим кристаллы KDP толщиной 10–1000 мкм. Диаметр пучка Δx выберем равным 2 мм, чтобы, в соответствии с разд.3, минимизировать вклад геометрической ошибки. Кристалл KDP используется в автокорреляторе интенсивности второго порядка, который применяется для диагностики временных характеристик излучения на выходе субпетаваттного лазерного комплекса PEARL (λ_0 = 910 нм). Выбор данного типа кристалла был обусловден тем, что в указанной спектральной области он имеет достаточно слабую дисперсию линейной части показателя преломления: k_{12} = 11 фс^2/мм и k_{22} = 82 фс^2/мм для первой и второй гармоник соответственно. Групповое разбегание импульсов первой и второй гармоник Δv = 36 фс/мм. В то же время для излучения

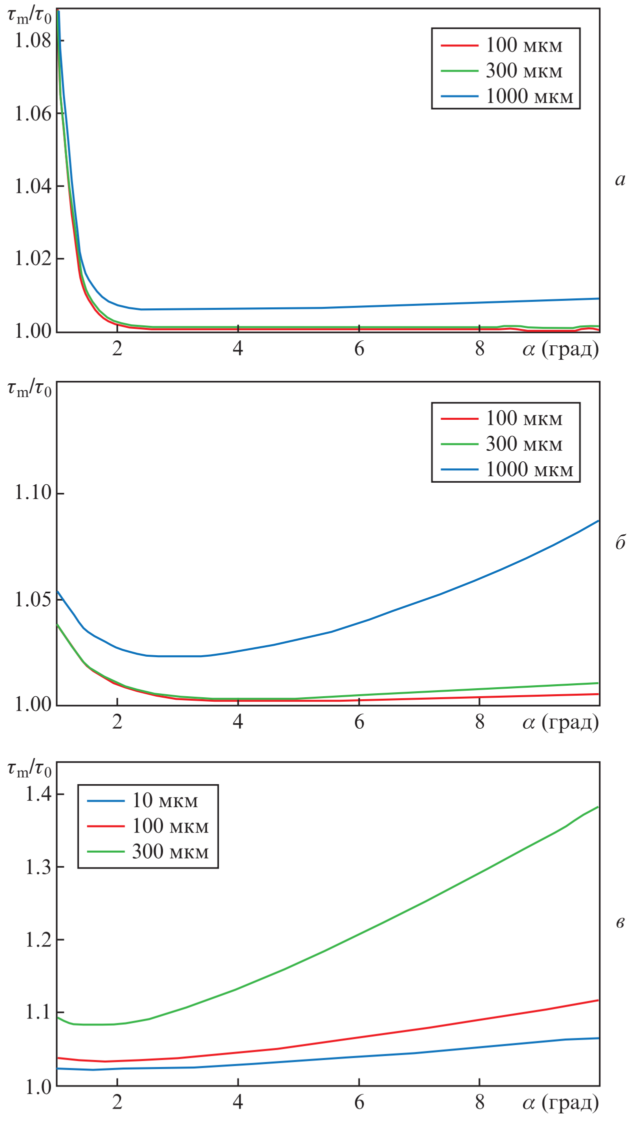

Рис.2. Зависимости отношения τ_m/τ_0 от угла схождения α для импульсов с длительностями десять периодов поля (*а*), три периода (*б*) и один период (*в*) при различных толщинах кристалла и λ_0 = 910 нм. Цветные варианты рис.2–4 помещены на сайте нашего журнала http://www.quantum-electron.ru.

Ti:сапфировых лазеров с $\lambda_0 \approx 780$ нм кристалл KDP имеет значительно большую дисперсию ($k_{12} = 30$ фс^2/мм, $k_{22} = 103$ фс^2/мм, $\Delta v = 77$ фс/мм), что сказывается на точности измерения длительности.

Система связанных уравнений (7) решалась с помощью сплит-степ фурье-метода [23]. Зависимости отношения «измеренной» длительности импульса $\tau_m = \Delta t_{ACF}/\sqrt{2}$ к исходной длительности τ_0 от угла схождения α и толщины кристалла приведены на рис.2 и 3 для излучения с $\lambda_0 = 910$ и 780 нм. Моделирование было выполнено для спектрально ограниченных импульсов ($\varphi_1 = 0$, $\varphi_2 = 0$).

Приведенные на рис.2 зависимости имеют единственный экстремум, соответствующий оптимальному углу схождения α между импульсами первой гармоники внутри кристалла. Экстремум обусловлен, с одной стороны, уширением АКФ при малых α (см. выражение (5)), а с другой – дисперсионным расплыванием взаимодействующих импульсов в кристалле. При диагностике лазерных импульсов с $\lambda_0 = 780$ нм влияние дисперсионных эффектов на результат измерения становится более существенным, чем при длительности импульсов с $\lambda_0 = 910$ нм. Точность измерения длительности снижается. Для импульсов с длительностью в десять периодов оптических колебаний и более существенных различий в оценке длительности не наблюдается.

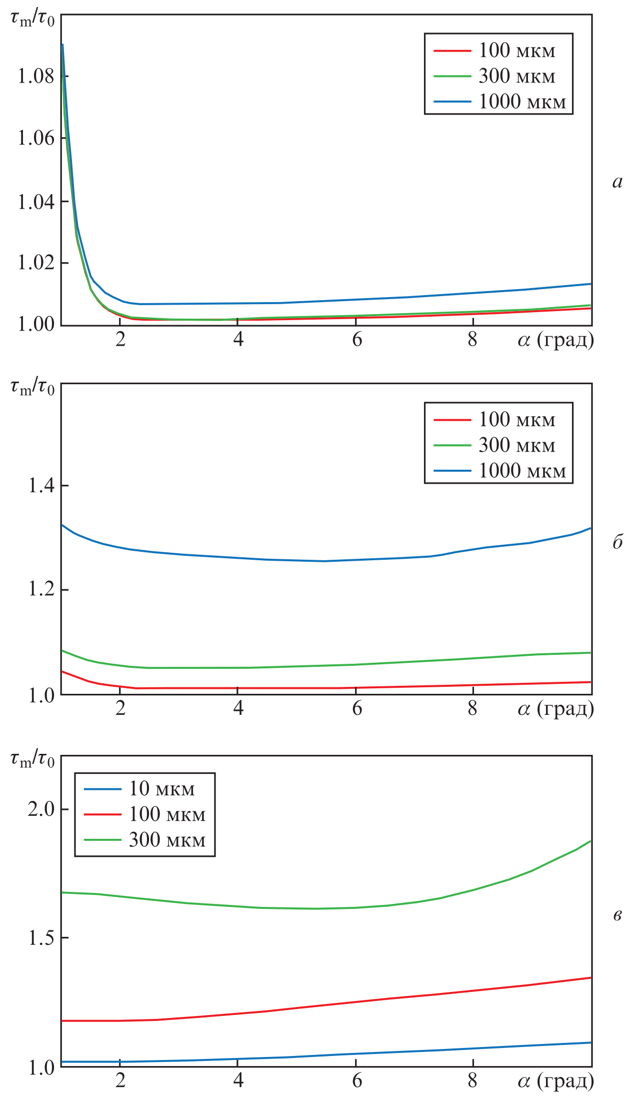

Рис.3. Зависимости отношения τ_m/τ_0 от угла схождения α для импульсов с длительностями десять периодов поля (*а*), три периода (*б*) и один период (*в*) при различных толщинах кристалла и $\lambda_0 = 780$ нм.

Рассмотрим влияние квадратичной фазовой модуляции на точность оценки длительности ($\varphi_1 \neq 0$, $\varphi_2 = 0$) импульса. На рис.4,*а* представлена зависимость отношения τ_m/τ_0 от угла схождения α и толщины кристалла. Спектральная ширина лазерного импульса соответствует длительности в один период осцилляций поля (длина волны 780 нм), а длительность увеличена до примерно четырех осцилляций.

На рис.4,*б* продемонстрировано влияние кубической фазовой модуляции на точность оценки ширины ($\varphi_1 = 0$, $\varphi_2 \neq 0$) АКФ. Видно, что при толщине кристалла больше 10 мкм для рассматриваемых импульсов измеряемая функция в значительной степени отличается от АКФ, что приводит к ошибочным результатам измерения длительности. Отметим также, что знак фазовой модуляции также влияет на измерения. Таким образом, при измерении длительности сверхширокополосных лазерных импульсов, в общем случае имеющих фазовую модуляцию различных порядков, толщина кристалла KDP не должна превышать 10 мкм, при этом точность оценки длительности будет лучше 5%.

В то же время для оценки длительности спектрально ограниченных импульсов около десяти периодов оптических колебаний может быть использован кристалл с толщиной вплоть до 1 мм. В данном случае при оптимальном угле схождения пучков первой гармоники точность оценки длительности лучше 1% и даже при неоптимальном угле она составляет 2% (см. рис.2,*а*).

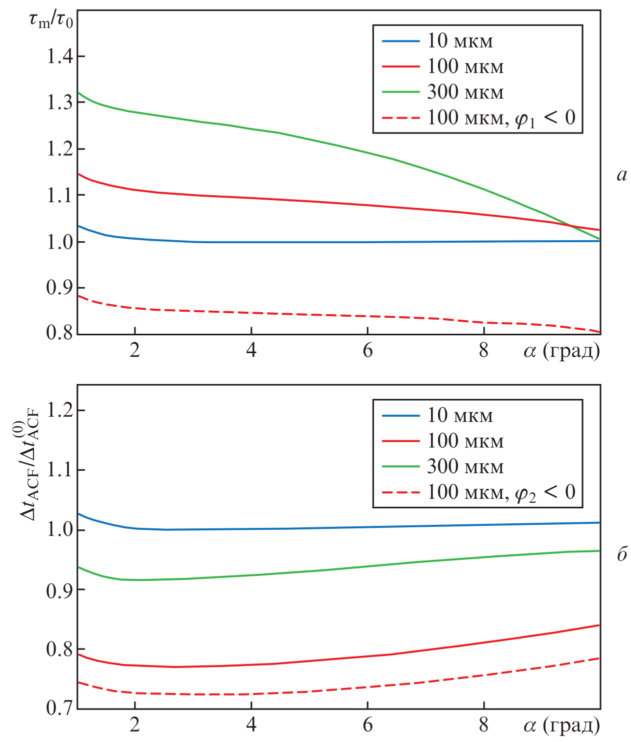

Рис.4. Зависимости от угла схождения α отношения τ_m/τ_0 для линейно чирпированного импульса с длительностью около четырех периодов поля (*а*) и отношения «измереннной» ширины АКФ к исходной ($\Delta t_{ACF}/\Delta t^{(0)}_{ACF}$) для импульса с кубической фазовой модуляцией (*б*) при различных толщинах кристалла и $\lambda_0 = 780$ нм.

5. Заключение

В работе проанализирована возможность использования одноимпульсного автокоррелятора интенсивности для оценки длительности однопериодных лазерных импульсов с центральными длинами волн 910 и 780 нм. Показано, что точность восстанавливаемой длительности для спектрально ограниченных импульсов зависит как от толщины нелинейного кристалла, так и от угла схождения пучков первой гармоники. При этом существует оптимальный угол, при котором восстановление длительности происходит с наименьшей ошибкой. При диагностике сверхширокополосных лазерных импульсов необходимо использовать кристаллы KDP толщиной не более 10 мкм, что позволит обеспечить точность оценки длительности не хуже 5%. Тем не менее для оценки длительности импульса около десяти периодов оптических колебаний толщина кристалла может быть выбрана равной 1 мм. В этом случае при оптимальном угле схождения точность оценки длительности лучше 2%.

Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования РФ (№0030-2020-0022).

Приложение. Вывод используемых уравнений и оценка допустимости соответствующих приближений

Исходное нелинейное волновое уравнение для электрического поля выглядит следующим образом:

$$(\partial_z^2 + \Delta_\perp)E(\boldsymbol{r},t) - \frac{1}{c^2}\partial_t^2\int_{-\infty}^{t}\varepsilon(t-t')E(\boldsymbol{r},t')\,\mathrm{d}t' = \frac{4\pi}{c^2}\partial_t^2 P_{\mathrm{nl}}(\boldsymbol{r},t). \tag{П1}$$

Запишем выражения для полей через их огибающие:

$$E(\boldsymbol{r},t) = \tilde{A}(t,\boldsymbol{r}_\perp,z)\exp[\mathrm{i}(\omega_0 t - k_0 z + \psi)],$$
$$P_{\mathrm{nl}}(\boldsymbol{r},t) = \tilde{P}(\boldsymbol{r}_\perp,z,t)\exp[\mathrm{i}(\omega_0 t - k_0 z + \psi)]. \tag{П2}$$

Подставим (П2) в волновое уравнение и получим выражение

$$(-k_0^2 - 2\mathrm{i}k_0\partial_z + \partial_z^2 + \Delta_\perp)\tilde{A} + (k_0 - \mathrm{i}k_1\partial_t + \hat{D})^2\tilde{A} = \frac{4\pi}{c^2}\omega_0^2\Big(\mathrm{i} + \frac{1}{\omega_0}\partial_t\Big)^2\tilde{P}. \tag{П3}$$

Здесь

$$\hat{D} = \sum_{m=0}^{\infty}\frac{k_m}{m!}(-\mathrm{i}\partial_t)^m + \mathrm{i}k_1\partial_t - k_0$$

– дисперсионный оператор;

$$k_m = \frac{\partial^m k(\omega)}{\partial\omega^m}\bigg|_{\omega=\omega_0};$$

$k(\omega) = (\omega/c)\sqrt{\varepsilon(\omega)}$ – зависимость волнового числа от частоты. Аналогичное уравнение получено в [22]. Далее перейдем в сопровождающую систему координат ($\tau = t - k_1 z$, $\partial_\tau \to \partial_t$, $\partial_z \to \partial_z - k_1\partial_\tau$) и перепишем уравнение (П3) в виде

$$[-k_0^2 - 2\mathrm{i}k_0(\partial_z - k_1\partial_\tau) + (\partial_z - k_1\partial_\tau)^2 + \Delta_\perp]\tilde{A} + [k_0^2 + 2k_0(-\mathrm{i}k_1\partial_\tau + \hat{D}) + (-\mathrm{i}k_1\partial_\tau + \hat{D})^2]\tilde{A} = \frac{4\pi}{c^2}\omega_0^2\Big(\mathrm{i} + \frac{1}{\omega_0}\partial_\tau\Big)^2\tilde{P}. \tag{П4}$$

Раскроем скобки:

$$(-k_0^2 - 2\mathrm{i}k_0\partial_z + 2\mathrm{i}k_0k_1\partial_\tau + \partial_z^2 - 2k_1\partial_\tau\partial_z + k_1^2\partial_\tau^2 + \Delta_\perp)\tilde{A} + (k_0^2 - 2\mathrm{i}k_0k_1\partial_\tau + 2k_0\hat{D} - k_1^2\partial_\tau^2 - 2\mathrm{i}k_1\hat{D}\partial_\tau + \hat{D}^2)\tilde{A} = \frac{4\pi}{c^2}\omega_0^2\Big(\mathrm{i} + \frac{1}{\omega_0}\partial_\tau\Big)^2\tilde{P}, \tag{П5}$$

сократим одинаковые слагаемые с разными знаками:

$$(-2\mathrm{i}k_0\partial_z + \partial_z^2 - 2k_1\partial_\tau\partial_z + \Delta_\perp)\tilde{A} + (2k_0\hat{D} - 2\mathrm{i}k_1\hat{D}\partial_\tau + \hat{D}^2)\tilde{A} = \frac{4\pi}{c^2}\omega_0^2\Big(\mathrm{i} + \frac{1}{\omega_0}\partial_\tau\Big)^2\tilde{P}, \tag{П6}$$

и вынесем в левой части уравнения (П6) за скобку множитель $[\mathrm{i} + (k_1/k_0)\partial_t]$:

$$-2\mathrm{i}k_0\bigg[(-\mathrm{i}\partial_z + \hat{D})\Big(i + \frac{k_1}{k_0}\partial_\tau\Big) - \frac{\partial_z^2}{2\mathrm{i}k_0} - \frac{\Delta_\perp}{2\mathrm{i}k_0} - \frac{\hat{D}^2}{2\mathrm{i}k_0}\bigg]\tilde{A} = \frac{4\pi}{c^2}\omega_0^2\Big(\mathrm{i} + \frac{1}{\omega_0}\partial_\tau\Big)^2\tilde{P}. \tag{П7}$$

Таким образом, получаем

$$\partial_z\tilde{A} + \mathrm{i}\hat{D}\tilde{A} - \frac{1}{2k_0}\Big(\mathrm{i} + \frac{k_1}{k_0}\partial_\tau\Big)^{-1}(\Delta_\perp\tilde{A} + \hat{D}^2\tilde{A} + \partial_z^2\tilde{A}) = -\frac{2\pi}{c^2}\frac{\omega_0^2}{k_0}\Big(\mathrm{i} + \frac{1}{\omega_0}\partial_\tau\Big)^2\Big(\mathrm{i} + \frac{k_1}{k_0}\partial_\tau\Big)^{-1}\tilde{P}. \tag{П8}$$

Для дальнейшего упрощения учем, что

$$\frac{1}{\mathrm{i} + (k_1/k_0)\partial_\tau}\,\frac{-\mathrm{i} + (k_1/k_0)\partial_\tau}{-\mathrm{i} + (k_1/k_0)\partial_\tau} = \frac{-\mathrm{i} + (k_1/k_0)\partial_\tau}{1 + (k_1^2/k_0^2)\partial_\tau^2} \approx -\mathrm{i} + \frac{k_1}{k_0}\partial_\tau. \tag{П9}$$

После преобразования уравнение (П8) будет иметь следующий вид:

$$\partial_z\tilde{A} + \mathrm{i}\hat{D}\tilde{A} + \frac{1}{2k_0}\Big(\mathrm{i} - \frac{k_1}{k_0}\partial_\tau\Big)(\Delta_\perp\tilde{A} + \hat{D}^2\tilde{A} + \partial_z^2\tilde{A}) = \frac{2\pi}{c^2}\frac{\omega_0^2}{k_0}\Big(\mathrm{i} + \frac{1}{\omega_0}\partial_\tau\Big)^2\Big(\mathrm{i} - \frac{k_1}{k_0}\partial_\tau\Big)\tilde{P}. \tag{П10}$$

В спектральной области уравнение в параксиальном приближении выглядит так:

$$\partial_z \hat{A}(\Omega, r_\perp, z) + \mathrm{i}\left[\hat{D}_\omega + \left(1 - \frac{k_1}{k_0}\Omega\right)\frac{\Delta_\perp + \hat{D}_\omega^2}{2k_0}\right]\hat{A}(\Omega, r_\perp, z)$$
$$= \frac{2\pi}{c^2}\frac{\omega_0^2}{k_0}\mathbb{F}\left[\left(\mathrm{i} + \frac{1}{\omega_0}\partial_\tau\right)^2\left(\mathrm{i} - \frac{k_1}{k_0}\partial_\tau\right)\tilde{P}\right]. \quad (\text{П}11)$$

Здесь $\mathbb{F}$ – прямое преобразование Фурье; $\hat{A}(\Omega, r_\perp, z)$ – фурье-образ амплитуды поля $\tilde{A}(t, r_\perp, z)$;

$$\hat{D}_\omega = \sum_{m=0}^{\infty}\frac{k_m}{m!}\Omega^m - k_1\Omega - k_0$$

– дисперсионный множитель. Уравнения (П10),(П11) могут быть применены для описания нелинейно-оптических явлений при распространении лазерных импульсов, длительность которых близка к одному периоду оптических колебаний. Дополнительно к используемым в [22] приближениям должно выполняться приближение (П9). При неколлинеарном трехволновом взаимодействии дисперсионный оператор $\hat{D}_\omega$ в сопровождающей системе координат будет иметь вид

$$\hat{D}_{j\omega} = \sum_{m=0}^{\infty}\frac{k_{jm}}{m!}\Omega^m - \frac{1}{v}\Omega - k_{jz0}. \quad (\text{П}12)$$

Здесь $j = 1-3$ – индексы взаимодействующих лазерных импульсов; k_{jz0} – проекции волновых векторов взаимодействующих импульсов на центральной частоте на ось z; v – групповая скорость вдоль оси z, определяющей направление распространения излучения на суммарной частоте.

С учетом сказанного выше получим систему уравнений, описывающую неколлинеарную генерацию третьей гармоники. Каждое из взаимодействующих полей запишем следующим образом:

$$\begin{aligned}
&E_1(\boldsymbol{r}, t) = \tilde{A}_1(t, \boldsymbol{r}_\perp, z)\exp[\mathrm{i}(\omega_{10}t - k_{1z0}z + k_{1x0}x)],\\
&P_1(\boldsymbol{r}, t) = d_{\rm eff}\tilde{A}_2^*\tilde{A}_3\exp\{\mathrm{i}[(\omega_{30} - \omega_{20})t - (k_{3z0} - k_{2z0})z\\
&\qquad + k_{2x0}x]\},\\
&E_2(\boldsymbol{r}, t) = \tilde{A}_2(t, \boldsymbol{r}_\perp, z)\exp[\mathrm{i}(\omega_{20}t - k_{2z0}z - k_{2x0}x)],\\
&P_2(\boldsymbol{r}, t) = d_{\rm eff}\tilde{A}_1^*\tilde{A}_3\exp\{\mathrm{i}[(\omega_{30} - \omega_{10})t - (k_{3z0} - k_{1z0})z\\
&\qquad - k_{1x0}x]\},\\
&E_3(\boldsymbol{r}, t) = \tilde{A}_3(t, \boldsymbol{r}_\perp, z)\exp[\mathrm{i}(\omega_{30}t - k_{3z0}z)],\\
&P_3(\boldsymbol{r}, t) = d_{\rm eff}\tilde{A}_1\tilde{A}_2\exp\{\mathrm{i}[(\omega_{10} + \omega_{20})t - (k_{1z0} - k_{2z0})z]\},
\end{aligned} \quad (\text{П}13)$$

где k_{1x0}, k_{2x0} – проекции волновых векторов взаимодействующих импульсов на центральной частоте на ось x. Учитывая нелинейный член в (П11) до первой производной по времени, приходим к системе уравнений, совпадающей с (7). Эта система уравнений учитывает дисперсию, дифракцию (в параксиальном приближении), снос пучков и может быть использована для описания трехволнового взаимодействия импульсов с длительностью до одного периода оптических колебаний. Она применялась нами для описания неколлинеарной генерации второй гармоники. Стоит отметить, что учет нестационарности в нелинейном члене приводит к появлению дополнительной волновой расстройки, зависящей от длительности взаимодействующих импульсов и интенсивности. Полученные уравнения (7) удовлетворяют приближению ММВ:

$$\left|\frac{k_0 - k_1\omega_0}{k_0}\right| \ll 1. \quad (\text{П}14)$$

Отметим, что для излучения с центральной длиной волны 910 нм и характерным временным масштабом 2 фс приближение $(k_1^2/k_0^2)\partial_\tau^2 \approx 0.06 \ll 1$ выполняется. Данное приближение означает, что характерный масштаб изменения огибающей поля должен быть сравним с периодом осцилляций. Неколлинеарность между взаимодействующими импульсами ($\alpha \leqslant 10°$) при трехволновом взаимодействии допускает использование параксиального приближения ($k_{1x0}/k_{1z0} = \tan(\alpha/2) = \tan 5° \approx 0.09 \ll 1$).

1. Janszky J., Corradi G., Gyuzalian R.N. *Opt. Commun.*, **23**, 293 (1977).
2. Raghuramaiah M., Sharma A.K., Naik P.A., Gupta P.D., Ganeev R.A. *Sadhana*, **26**, 603 (2001).
3. Ishida Y., Yajima T., Watanabe A. *Opt. Commun.*, **56**, 57 (1985).
4. Collier J., Hernandez-Gomez C., Allott R., Danson C., Hall A. *Laser Part. Beams*, **19**, 231 (2001).
5. Гинзбург В.Н., Диденко Н.В., Конященко А.В., Ложкарев В.В., Лучинин Г.А., Луценко А., Миронов С.Ю., Хазанов Е.А., Яковлев И.В. *Квантовая электроника*, **38**, 1027 (2008) [*Quantum Electron.*, **38**, 1027 (2008)].
6. French D., Dorrer C., Jovanovic I. *Opt. Lett.*, **34**, 3415 (2009).
7. Akturk S., Kimmel M., O'Shea P., Trebino R. *Opt. Express*, **11**, 68 (2003).
8. Chen C., Rifani M., Cha J., Yin Y.-Y., Elliott D.S. *Phys. Rev. A*, **49**, 461 (1994).
9. Зеленогорский В.В., Андрианов А.В., Гачева Е.И., Геликов Г.В., Красильников М., Мартьянов М.А., Миронов С.Ю., Потемкин А.К., Сыресин Е.М., Штефан Ф., Хазанов Е.А. *Квантовая электроника*, **44**, 76 (2014) [*Quantum Electron.*, **44**, 76 (2014)].
10. Zeng X., Zhou K., Zuo Y., Zhu Q., Su J., Wang X., Jing F. *Opt. Lett.*, **42**, (2017).
11. Хазанов Е.А., Миронов С.Ю., Муру Ж. *УФН*, **189**, 1173 (2019) [*Phys. Usp.*, **62**, 1096 (2019)].
12. Mironov S., Lassonde P., Kieffer J.C., Khazanov E., Mourou G. *Eur. Phys. J. Spec. Top.*, **223**, 1175 (2014).
13. Lassonde P., Mironov S., Fourmaux S., Payeur S., Khazanov E., Sergeev A., Kieffer J.C., Mourou G. *Laser Phys. Lett.*, **13**, 075401 (2016).
14. Миронов С.Ю., Гинзбург В.Н., Яковлев И.В., Кочетков А.А., Шайкин А.А., Хазанов Е.А., Муру Ж. *Квантовая электроника*, **47**, 614 (2017) [*Quantum Electron.*, **47**, 614 (2017)].
15. Гинзбург В.Н., Яковлев И.В., Зуев А.С., Коробейникова А.П., Кочетков А.А., Кузьмин А.А., Миронов С.Ю., Шайкин А.А., Шайкин И.А., Хазанов Е.А. *Квантовая электроника*, **49**, 299 (2019) [*Quantum Electron.*, **49**, 299 (2019)].
16. Mourou G., Mironov S., Khazanov E., Sergeev A. *Eur. Phys. J. Spec. Top.*, **223**, 1181 (2014).
17. Salin F., Georges P., Roger G., Brun A. *Appl. Opt.*, **26**, 4528 (1987).
18. Braun A., Jung I.D., Rudd J.V., Cheng H., Weingarten K.J., Mourou G., Keller U. *Opt. Lett.*, **20**, 1889 (1995).
19. Louisy M., Guo C., Neoričič L., Zhong S., L'Huillier A., Arnold C.L., Miranda M. *Appl. Opt.*, **56**, 9084 (2017).
20. Ma J., Yuan P., Wang J., Xie G., Zhu H., Qian L. *High Power Laser Sci. Eng.*, **6**, e61 (2018).
21. Wang Y., Ma J., Wang J., Yuan P., Xie G., Ge X., Qian L. *Sci. Rep.*, **4**, 3818 (2014).
22. Brabec T., Krausz F. *Phys. Rev. Lett.*, **78**, 3282 (1997).
23. Агравал Г. *Нелинейная волоконная оптика* (М.: Мир, 1996, с.55).