

Влияние стыков двулучепреломляющего волокна на дрейф видности в интерферометре Маха–Цендера

Г.М.Крылов, О.В.Фатьянов, А.В.Дуплинский

Показано, что неидеальность стыков линейных двулучепреломляющих волокон в волоконном интерферометре может приводить к неконтролируемому дрейфу видности при изменении внешних условий даже при наличии стандартного устройства подстройки фазы. В качестве примера рассмотрен двойной интерферометр Маха–Цендера, применяющийся в схемах квантового распределения ключей. Результаты численного моделирования демонстрируют стандартное отклонение уровня ошибок в ключе, сравнимое со средней величиной ошибки.

Ключевые слова: квантовое распределение ключей, видность, коэффициент экстинкции, интерферометр.

1. Введение

На сегодняшний день интерферометрические устройства широко применяются во многих областях науки и техники. Они используются в машиностроении [1], астрономии [2], микроскопии [3], оптоэлектронике [4, 5], оптических сенсорах [6–8], для задач квантовой оптики, в том числе для квантового распределения ключей (КРК) [9–12]. КРК – это технология, позволяющая отправителю (традиционно называемому Алисой) и получателю (Боб) обмениваться секретной информацией, не рискуя быть подслушанными третьей стороной (Ева) [9]. Суть КРК состоит в передаче секретного криптографического ключа с помощью одиночных элементарных частиц, как правило, фотонов. Применяющиеся для КРК интерферометрические устройства требуют согласования состояний поляризации и фаз световых пучков в обоих плечах [6, 7] для достижения высокой (более 0.99) видности интерференционной картины, напрямую связанной с величиной ошибки при генерации ключа [12, 13].

Для согласования состояний поляризации был предложен ряд методов, использующих поляризационные кон-

троллеры [14–17] и зеркала Фарадея [18–20]. Логичным решением является также применение линейных двулучепреломляющих (ДЛП) волокон [8, 21]. Распространенный способ согласования фаз – изменение оптического пути в одном из плеч интерферометра. В волоконных конструкциях эту роль может выполнять пьезоактуатор, механически растягивающий волокно и тем самым подстраивающий относительную фазу в плечах интерферометра [12].

Линейное ДЛП волокно предназначено для поддержания линейной поляризации излучения [22, 23]. Это волокно характеризуется сильным наведенным двулучепреломлением, вызванным введением вращательной симметрии либо в профиль показателя преломления, либо в распределение напряжений. В таком волокне присутствуют две ортогональные поляризационные оси: «быстрая» и «медленная». Если ввести в волокно линейно поляризованное (ЛП) излучение, поляризация которого ориентирована вдоль направления любой из этих осей, то оно будет распространяться практически без изменения состояния поляризации. Степень сохранения состояния поляризации определяет коэффициент экстинкции (КЭ). Его типичное значение, например для широко распространенного волокна PANDA длиной 100 м, составляет более 30 дБ [24]. Однако на волоконных разъемах происходит снижение КЭ до 20 дБ и меньше [25]. Более того, наличие разъемов приводит к тому, что на выходе даже из одиночного оптического шнура из ДЛП волокна КЭ и состояние поляризации зависят от внешних условий: температуры, давления, изгибов волокна [25, 26]. Здесь и далее под «внешними условиями» будут пониматься все факторы, влияющие на разность фаз поляризационных мод в волокне. При последовательном соединении нескольких ДЛП волокон, которое имеет место, например, в интерферометре, процесс перетекания световой энергии из одной поляризационной моды в другую легче описывать не как сложную функцию многих меняющихся во времени параметров, а статистически [27].

Эффективность интерферометрических устройств, выполненных из ДЛП волокна, оценена численно в работе [8]. Было проведено моделирование массива оптических сенсоров, представляющего собой параллельное соединение интерферометров Маха–Цендера. Коэффициенты экстинкции волоконных соединений и светоделителей предполагались постоянными, а фазовые соотношения в волокнах

Г.М.Крылов. Курьит, Россия, 121353 Москва, ул. Новая, 100; Российский квантовый центр, Россия, 121205 Москва, Сколково, Большой б-р, 30, стр. 1; Центр квантовых коммуникаций НТИ, Национальный исследовательский технологический университет МИСиС, Россия, 119049 Москва, Ленинский просп., 4; Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ», Россия, 115409 Москва, Каширское ш., 31; e-mail: g.krylov@goqrate.com

О.В.Фатьянов. Курьит, Россия, 121353 Москва, ул. Новая, 100; Российский квантовый центр, Россия, 121205 Москва, Сколково, Большой б-р, 30, стр. 1; Центр квантовых коммуникаций НТИ, Национальный исследовательский технологический университет МИСиС, Россия, 119049 Москва, Ленинский просп., 4

А.В.Дуплинский. Курьит, Россия, 121353 Москва, ул. Новая, 100; Российский квантовый центр, Россия, 121205 Москва, Сколково, Большой б-р, 30, стр. 1; Центр квантовых коммуникаций НТИ, Национальный исследовательский технологический университет МИСиС, Россия, 119049 Москва, Ленинский просп., 4; Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет), Россия, Московская обл., 141701 Долгопрудный, Институтский пер., 9

Поступила в редакцию 21 ноября 2019 г., после доработки – 31 января 2020 г.

варьировались в соответствии со всевозможными внешними условиями. Определялись комплементарные интегральные функции распределения видности интерференционной картины для каждого сенсора в отдельности и для массива в целом.

В настоящей работе моделируется прохождение оптического излучения через интерферометр, выполненный из ДЛП волокна, при изменяющихся внешних условиях. В качестве примера рассматривается двойной интерферометр Маха–Цендера, применяющийся в системах КРК. Для более полного статистического описания принимается во внимание разброс КЭ светоделителей и оптоволоконных соединений. Продемонстрировано, что неидеальность волоконных соединений приводит к флуктуациям видности интерференционной картины, которые не могут быть скомпенсированы стандартным пьезоактуатором. В свою очередь, для систем КРК колебания видности вызывают изменения уровня квантовой ошибки. Насколько нам известно, впервые путем моделирования получены статистические распределения среднего значения и стандартного отклонения ошибки при учете дисперсии КЭ оптических элементов.

2. Изменение состояния поляризации в одиночном оптическом соединительном шнуре

В этом разделе и далее излучение предполагается монохроматическим. Используется приближение слабонаправляемых мод, в котором в предельном случае одинаковых показателей преломления сердцевины и оболочки продольные компоненты поля становятся равными нулю, что приводит к приближению плоской волны [28]. Также предполагается, что волоконные разъемы выполнены в формате FC/APC и поэтому имеют обратные потери ~ 60 дБ, что исключает заметные вклады эффектов, связанных со взаимными отражениями между элементами. Это позволя-

ет использовать формализм Джонса для описания эволюции состояния поляризации в волноводе [29].

Рассмотрим распространение плоской волны в одиночном оптическом шнуре, выполненном из ДЛП волокна. Как уже отмечалось, если ввести ЛП излучение, поляризация которого ориентирована вдоль направления любой из осей волокна, оно будет распространяться практически без изменения состояния поляризации. Однако при соединении ДЛП волокон всегда имеется небольшой угол разъюстировки α_1 .

Если вектор поляризации излучения составляет угол α_1 (рис. 1) с поляризационной осью волокна, входящая волна может быть представлена в виде векторной суммы двух ортогональных компонент, каждая из которых распространяется в волокне со своей скоростью вследствие различия показателей преломления. При этом большая часть излучения идет по изначально заданной оси, а меньшая – по ортогональной к ней. Коэффициент экстинкции в таком случае будет связан с углом разъюстировки следующим соотношением [25]:

$$K = 10 \lg(1/\tan^2 \alpha_1). \quad (1)$$

Матрица Джонса, описывающая входной разъем, соответствует матрице поворота на угол разъюстировки α_1 :

$$R(\alpha_1) = \begin{pmatrix} \cos \alpha_1 & -\sin \alpha_1 \\ \sin \alpha_1 & \cos \alpha_1 \end{pmatrix}. \quad (2)$$

При распространении излучения в ДЛП волокне ортогональные поляризационные моды приобретают разность фаз φ , вызванную различием показателей преломления. На эту фазовую задержку влияют также температура, давление и изгибы волокна. Разность фаз φ сложно контролировать, поскольку она постоянно меняется во времени.

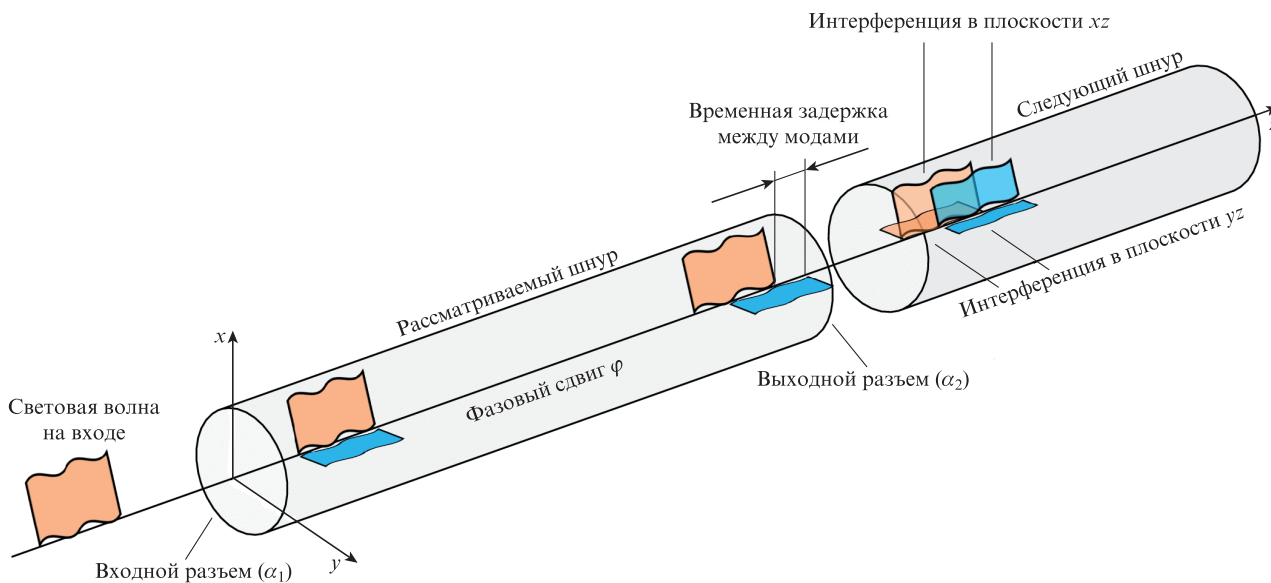


Рис. 1. Прохождение световой волны по оптическому шнуре, выполненному из ДЛП волокна. На входном разъеме она разделяется на две волны, поляризованные вдоль осей волокна. Из-за разностей показателей преломления в ДЛП волокне эти волны распространяются с разной скоростью. Затем на выходном разъеме каждая из них снова разделяется на две волны. Волны, поляризованные вдоль одинаковых направлений, попарно интерферируют на входе в следующий оптический шнур. Здесь x – медленная ось, y – быстрая ось, а z – направление распространения.

Двулучепреломление в этой части шнура описывает матрица Джонса

$$B = F \begin{pmatrix} \exp\left(\frac{i}{2}\varphi\right) & 0 \\ 0 & \exp\left(-\frac{i}{2}\varphi\right) \end{pmatrix}, \quad (3)$$

где F – множитель, определяющийся общим для обеих осей набегом фазы. В дальнейших вычислениях этот множитель будет опущен как не влияющий на состояние поляризации.

Излучение в волокне распространяется до выходного разьема, который характеризуется углом разьюстировки α_2 ; каждая из ортогональных компонент разделяется еще на две. Происходит интерференция, ее результат определяет КЭ и зависит от разности фаз φ , которая изменяется во времени. Если положить, что световая волна на входе поляризована вдоль медленной оси, то результат прохождения ее по оптическому шнуру описывается вектором состояния поляризации

$$P = R(\alpha_2)B(\lambda)R(\alpha_1) \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (4)$$

В [26] показано, что зависимость результата интерференции от φ , а следовательно и от длины волны излучения λ , приводит при определенных условиях к искажению светового импульса, но для монохроматического излучения эти эффекты не важны.

3. Распространение излучения по интерферометру, выполненному из ДЛП волокна

Рассмотрим прохождение оптического излучения через интерферометр. Для достижения высокого интерференционного контраста необходимо обеспечить постоянство разности фаз в плечах и эквивалентность поляризационных трансформаций для путей, которые проходит интерферирующее излучение. Первое условие может быть выполнено с помощью устройства подстройки фазы, например пьезоактуатора, а второе – посредством сборки интерферометра из ДЛП волокна. Схема такого интерферометра показана на рис.2.

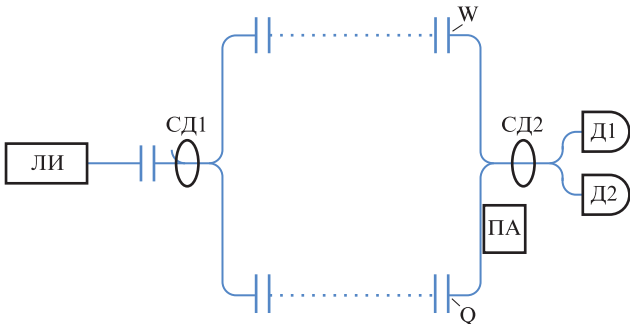


Рис.2. Схема интерферометра, выполненного из ДЛП волокна: ЛИ – лазерный источник; СД1 и СД2 – волоконные светоделители 50/50, сохраняющие поляризацию; ПА – пьезоактуатор; Д1, Д2 – детекторы; вертикальными парными линиями обозначены волоконные стыки.

Выходной, сохраняющий поляризацию светоделитель СД2 имеет два входных плеча, в каждом из которых распространяются две собственные ортогональные моды. Поэтому эволюция состояний поляризации в нем описывается матрицей 4×4 . Сами состояния определяются вектором

$$A = \begin{pmatrix} A_s^{(1)} \\ A_f^{(1)} \\ A_s^{(2)} \\ A_f^{(2)} \end{pmatrix}, \quad (5)$$

где верхний индекс соответствует нижнему (1) или верхнему (2) плечу, а нижний – медленной (s) или быстрой (f) оси волокна.

В работе учитывается конечный КЭ сохраняющих поляризацию волоконных светоделителей. Действие СД2 можно описать произведением двух матриц 4×4 : матрицы C_{id} , соответствующей идеальному делителю 50/50, и матрицы поворота C_{rot} [8]:

$$C_{id} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & i & 0 \\ 0 & 1 & 0 & i \\ i & 0 & 1 & 0 \\ 0 & i & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (6)$$

$$C_{rot} = \begin{pmatrix} \cos \alpha_{bs} & -\sin \alpha_{bs} & 0 & 0 \\ \sin \alpha_{bs} & \cos \alpha_{bs} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \alpha_{bs} & -\sin \alpha_{bs} \\ 0 & 0 & \sin \alpha_{bs} & \cos \alpha_{bs} \end{pmatrix}, \quad (7)$$

где α_{bs} – угол, определяющий уменьшение КЭ. Далее будет показано, что матрица C_{rot} не оказывает влияния на видность. Как следствие, для моделирования СД2 достаточно матрицы C_{id} .

В части интерферометра, предшествующей СД2, с целью упрощения выкладок эволюция состояний поляризации описана с применением матриц 2×2 . Для этого необходимо рассматривать каждое плечо в отдельности. Состояния поляризации в нижнем и верхнем плечах определяются соответственно векторами Джонса

$$A^{(1)} = \begin{pmatrix} A_s^{(1)} \\ A_f^{(1)} \end{pmatrix} \text{ и } A^{(2)} = \begin{pmatrix} A_s^{(2)} \\ A_f^{(2)} \end{pmatrix}.$$

Матрицы поворота и двулучепреломления для j -го соединительного шнура в k -м плече ($k = 1, 2$) можно представить соответственно в виде

$$R_j^{(k)} = \begin{pmatrix} \cos \alpha_j^{(k)} & -\sin \alpha_j^{(k)} \\ \sin \alpha_j^{(k)} & \cos \alpha_j^{(k)} \end{pmatrix}, \quad (8)$$

$$B_j^{(k)} = \begin{pmatrix} \exp\left(\frac{i}{2}\varphi_j^{(k)}\right) & 0 \\ 0 & \exp\left(-\frac{i}{2}\varphi_j^{(k)}\right) \end{pmatrix}. \quad (9)$$

У СД1 всего одно входное плечо – нижнее, поэтому начальное состояние для верхнего плеча пустое:

$$A_{in}^{(2)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Начальное состояние для нижнего плеча – волна, поляризованная вдоль медленной оси:

$$A_{\text{in}}^{(1)} = \begin{pmatrix} \sqrt{I_0} \\ 0 \end{pmatrix},$$

где I_0 – суммарная интенсивность. Для нижнего и верхнего плеч интерферометра соответственно матрицы Джонса для СД1 можно представить следующим образом:

$$C^{(1)} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \cos \alpha_{\text{bs}} & -\sin \alpha_{\text{bs}} \\ \sin \alpha_{\text{bs}} & \cos \alpha_{\text{bs}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} R_{\text{bs}} D^{(1)}, \quad (10)$$

$$C^{(2)} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \cos \alpha_{\text{bs}} & -\sin \alpha_{\text{bs}} \\ \sin \alpha_{\text{bs}} & \cos \alpha_{\text{bs}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} R_{\text{bs}} D^{(2)}. \quad (11)$$

Участок волокна, соединенный с лазерным источником, а также участок между СД2 и детекторами (рис.2) для анализа не важны, поэтому не рассматриваются.

Как уже говорилось, часть интерферометра, предшествующая СД2, описывается матрицами 2×2 . Для промежуточных (intermediate) векторов Джонса, соответствующих нижнему и верхнему плечам можно записать выражения

$$A_{\text{int}}^{(1)} = B_{n+1}^{(1)} \left(\prod_{j=1}^n T_j^{(1)} \right) C^{(1)} B_0^{(1)} R_0^{(1)} A_{\text{in}}^{(1)}, \quad (12)$$

$$A_{\text{int}}^{(2)} = B_{m+1}^{(2)} \left(\prod_{j=1}^m T_j^{(2)} \right) C^{(2)} B_0^{(2)} R_0^{(2)} A_{\text{in}}^{(1)}, \quad (13)$$

где $T_j^{(k)} = R_j^{(k)} B_j^{(k)}$.

Для получения конечного вектора состояний A_{out} следует составить из (12) и (13) четырехкомпонентный вектор A_{int} , а затем подействовать на него матрицей для СД2:

$$A_{\text{int}} = \begin{pmatrix} A_{\text{int}}^{(1)} \\ A_{\text{int}}^{(2)} \end{pmatrix}, \quad (14)$$

$$A_{\text{out}} = C_{\text{id}} A_{\text{int}}. \quad (15)$$

Для оценки качества интерференционной картины вводят параметр, называемый видностью, который определяется формулой

$$V = \frac{I_{\text{max}} - I_{\text{min}}}{I_{\text{max}} + I_{\text{min}}}, \quad (16)$$

где I_{max} и I_{min} – максимальная и минимальная интенсивности излучения в выходных плечах интерферометра. Для феноменологического анализа процессов, связанных с видностью, можно считать светоделитель СД2 идеальным, т.е. моделировать его матрицей C_{id} . Действительно, его действие рассматривается как действие идеального светоделителя, сопровождающееся снижением КЭ. Уменьшение КЭ (см. (7)) изменяет состояние поляризации только внутри каждого из плеч (но не между ними), что не влияет на выходную интенсивность и, следовательно, на видность интерференционной картины.

При прохождении через интерферометр, состоящий из выполненных из ДЛП волокна, последовательно соединенных шнуров, каждый из которых вносит свой, зависящий от времени и внешних условий вклад в снижение КЭ,

световая волна постепенно переходит в поляризационную моду, изначально не предназначенную для распространения. В СД2 происходит интерференция быстрых мод с быстрыми, а медленных с медленными. Эту конструкцию можно рассматривать как два независимых интерферометра – один «быстрый» и один «медленный». Результат интерференции зависит от разностей фаз и определяет интенсивность в каждом из выходных плеч, что непосредственно влияет на видность. Цель пьезоактуатора (рис.2) – воздействовать на участок волокна таким образом, чтобы наведенная разность фаз в двух входных плечах СД2 обеспечивала максимальную видность. Последняя достигается в том случае, когда результат интерференции в медленном интерферометре (конструктивной или деструктивной) в каком-то выходном плече совпадает с результатом интерференции в быстром интерферометре в том же плече. Например, если оба интерферометра будут давать конструктивную интерференцию в верхнем плече и деструктивную – в нижнем, то в верхнем плече будет сосредоточена наибольшая возможная мощность, а в нижнем – наименьшая, т.е. видность максимизируется. Пьезоактуатор, незначительно изменяя длину волокна, практически идентично изменяет оптическую длину пути как вдоль быстрой, так и вдоль медленной оси и в результате не вызывает существенного изменения состояния поляризации [30]. Однако для достижения наибольшей видности необходимо воздействовать на волокно так, чтобы оптические длины путей вдоль обеих осей менялись независимо, поскольку разности фаз в плечах интерферометров, соответствующих быстрой и медленной осям, по-разному меняются в зависимости от внешних условий. Отсюда следует, что стандартный пьезоактуатор может лишь частично компенсировать изменение видности интерферометра.

Моделирование действия пьезоактуатора проводилось следующим образом. Предполагалось, что он воздействует на фазы медленной и быстрой компонент одинаково, внося общую фазу φ_{piezo} . Это предположение достаточно точно выполняется в реальных условиях при небольших растяжениях волокна [30]. Матрицу $B_{n+1}^{(1)}$, отвечающую за участок волокна, в котором установлен пьезоактуатор, можно представить следующим образом:

$$B_{n+1}^{(1)} = \begin{pmatrix} \exp\left[i\left(\varphi_{\text{piezo}} + \frac{1}{2}\varphi_{n+1}^{(1)}\right)\right] & 0 \\ 0 & \exp\left[i\left(\varphi_{\text{piezo}} - \frac{1}{2}\varphi_{n+1}^{(1)}\right)\right] \end{pmatrix}. \quad (17)$$

Следовательно, вектор

$$A_{\text{int}} = \begin{pmatrix} M_s^{(1)} \exp\left[i\left(\varphi_{\text{piezo}} + \frac{1}{2}\psi_{n+1}^{(1)}\right)\right] \\ M_f^{(1)} \exp\left[i\left(\varphi_{\text{piezo}} - \frac{1}{2}\psi_{n+1}^{(1)}\right)\right] \\ M_s^{(2)} \exp\left(\frac{i}{2}\psi_{m+1}^{(2)}\right) \\ M_f^{(2)} \exp\left(-\frac{i}{2}\psi_{m+1}^{(2)}\right) \end{pmatrix}, \quad (18)$$

где $M_{s,f}^{(k)}$ – модули комплексных амплитуд $A_{s,f}^{(k)}$ в точках W и Q (рис.2), а $\psi_{n+1}^{(1)}, \psi_{m+1}^{(2)}$ зависят от $\varphi_{n+1}^{(1)}, \varphi_{m+1}^{(2)}$ и разностей фаз комплексных амплитуд $A_s^{(k)}$ и $A_f^{(k)}$ ($k = 1, 2$). Общие фазы амплитуд $A_s^{(k)}$ и $A_f^{(k)}$ не учитывались по той же причине, что и множитель F в (3). Выходные амплитуды A_{out} рассчитывались по формуле (15). Без ограничения общ-

ности полагалось, что в нижнем плече возникает излучение с интенсивностью I_{\max} , а в верхнем – с I_{\min} . В соответствии с этим [31]

$$I_{\max} = \max_{0 \leq \varphi_{\text{piezo}} < 2\pi} (I_{s \text{ out}}^{(1)} + I_{f \text{ out}}^{(1)}) = \max_{0 \leq \varphi_{\text{piezo}} < 2\pi} \left\{ \frac{I_0}{2} + \sqrt{(M_s^{(1)} M_s^{(2)})^2 + (M_f^{(1)} M_f^{(2)})^2 + 2M_s^{(1)} M_s^{(2)} M_f^{(1)} M_f^{(2)} \cos(\Delta\psi)} \times \cos[\varphi_{\text{piezo}} + f(M_{s,f}^{(1,2)}, \psi_{n+1}^{(1)}, \psi_{m+1}^{(2)})] \right\}, \quad (19)$$

где $I_{s \text{ out}}^{(k)}$, $I_{f \text{ out}}^{(k)}$ – интенсивности на выходе СД2; $(M_s^{(1)})^2 + (M_f^{(1)})^2 + (M_s^{(2)})^2 + (M_f^{(2)})^2 = I_0$; $\Delta\psi = \psi_{n+1}^{(1)} - \psi_{m+1}^{(2)}$. Условие максимизации достигается, когда $\varphi_{\text{piezo}} = 2\pi l - f(M_{s,f}^{(1,2)}, \psi_{n+1}^{(1)}, \psi_{m+1}^{(2)})$, $l \in \mathbb{Z}$. При этом видность

$$V = \frac{2}{I_0} \times \sqrt{(M_s^{(1)} M_s^{(2)})^2 + (M_f^{(1)} M_f^{(2)})^2 + 2M_s^{(1)} M_s^{(2)} M_f^{(1)} M_f^{(2)} \cos(\Delta\psi)}. \quad (20)$$

Эта величина может быть качественно интерпретирована как характеристика несогласованности интерференционных картин быстрого и медленного интерферометров, препятствующая созданию общей интерференционной картины.

4. Результаты численного моделирования

В 1992 году Ч.Беннетт предложил распространенную в настоящее время схему фазового кодирования – двойной интерферометр Маха–Цендера [10]. Он представляет собой два несбалансированных интерферометра – один для Алисы и один для Боба, соединенные с помощью оптического волокна. Ключ кодируется в разности фаз интерферирующих оптических импульсов. Схема интерферометра, выполненного из ДЛП волокна, приведена на рис.3. Далее будет показано, что при анализе распространения излучения в таком интерферометре можно использовать упрощенную схему, приведенную на рис.2.

Когда на стороне Боба подсчитываются поступившие импульсы, наблюдаются три пика во времени: самый ранний соответствует фотонам, прошедшим путь «короткое–короткое» плечи, второй – прошедшим пути «короткое–длинное» и «длинное–короткое», последний – прошедшим путь «длинное–длинное». Первый и третий пики отвечают неинтерферирующим импульсам, второй – интерферирующим [9].

При анализе удобно представлять систему в виде интерферометра Маха–Цендера (рис.4). Такое представление оказывается возможным благодаря тому, что импульсы, интересные с точки зрения распределения ключа (т. е. прошедшие пути «короткое–длинное» и «длинное–короткое» плечи), разделены по времени и интерферируют только на последнем, сохраняющем поляризацию волоконном

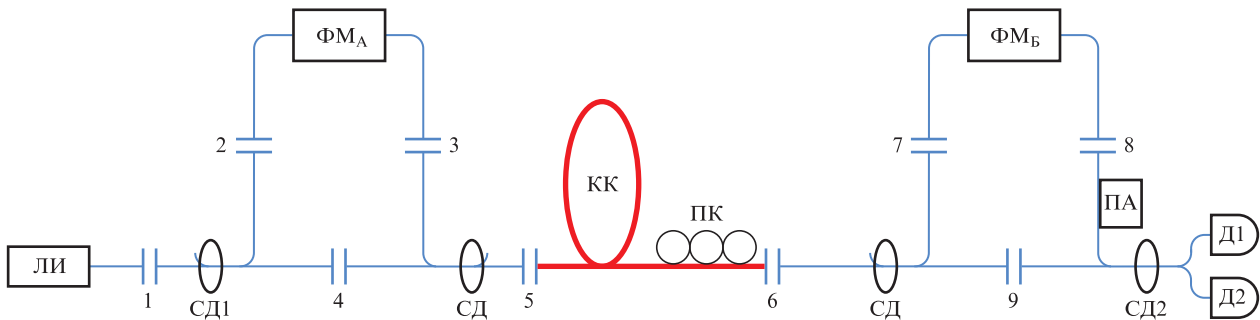


Рис.3. Схема двойного интерферометра Маха–Цендера: ЛИ – лазерный источник; ФМ_А и ФМ_Б – фазовые модуляторы Алисы и Боба; КК – квантовый канал; ПК – поляризационный контроллер; СД, СД1 и СД2 – волоконные светоделители 50/50, сохраняющие поляризацию; ПА – пьезоактуатор; тонкие линии – ДЛП волокно, жирные – стандартное одномодовое оптическое волокно; Д1 и Д2 – детекторы; цифрами пронумерованы волоконные стыки.

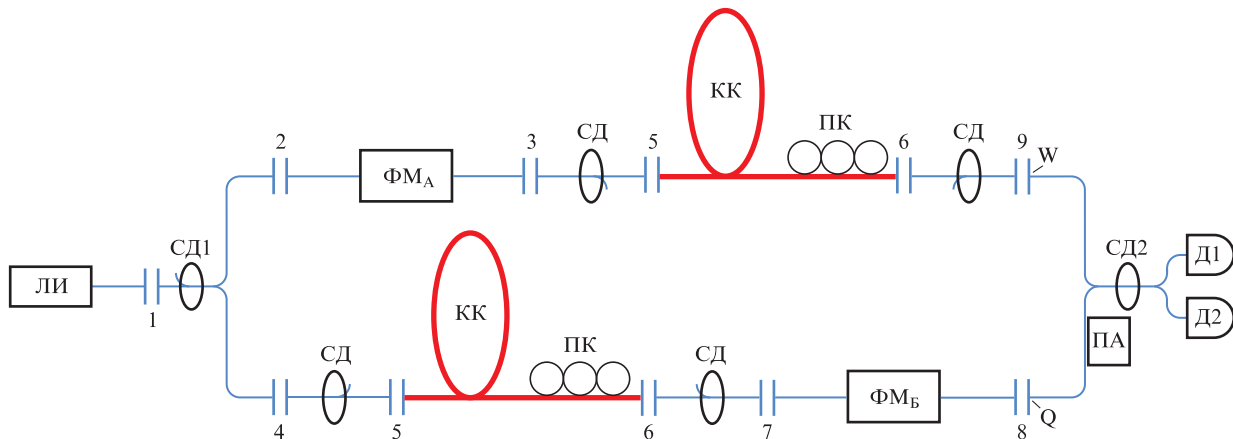


Рис.4. Схема двойного интерферометра Маха–Цендера, используемая при моделировании: ЛИ – лазерный источник; ФМ_А и ФМ_Б – фазовые модуляторы Алисы и Боба; КК – квантовый канал; ПК – поляризационный контроллер; СД, СД1 и СД2 – волоконные светоделители 50/50, сохраняющие поляризацию; ПА – пьезоактуатор; тонкие линии – ДЛП волокно, жирные – стандартное одномодовое оптическое волокно; Д1 и Д2 – детекторы; цифрами пронумерованы волоконные стыки.

светоделителе 50/50, на промежуточных же делителях интерференции не происходит. Этот факт в совокупности с требованием малой относительно центральной длины волны спектральной ширины импульса (выполняется в реальных установках) позволяют перейти от рассмотрения импульсов к рассмотрению монохроматической световой волны.

В волоконных схемах КРК из-за своего быстрого действия достаточно широкое распространение получили электрооптические фазовые модуляторы на основе ниобата лития [32–34]. Считается, что быстрая и медленная оси кристаллов в модуляторах параллельны осям волокна, а их поляризационная модовая дисперсия и поляризационно-зависимые потери пренебрежимо малы, поэтому модуляторы не снижают КЭ. Квантовый канал состоит из стандартного одномодового оптического волокна, в связи с чем на 5-м стыке не происходит поворота состояния поляризации, и он не учитывается при моделировании. Дисперсионные эффекты в квантовом канале предполагаются незначительными, поэтому он тоже выпадает из рассмотрения. Предполагается также, что на конце квантового канала установлен поляризационный контроллер, который преобразует поляризацию излучения для оптимального ввода в разъем 6, но делает это с небольшой ошибкой. Вследствие этого разъем 6 моделируется матрицей поворота, причем она одинакова для обоих плеч. Промежуточные светоделители моделируются только матрицами поворота R_{bs} , поскольку для данного анализа не важны их соединяющие и разделяющие свойства.

Таким образом, схема моделируемого интерферометра упрощается до схемы, показанной на рис.2. Все уравнения, приведенные выше, остаются применимыми, только теперь I_0 в формуле (19) – это суммарная интенсивность интерферирующих волн, т.е. волн, распространяющихся по путям «короткое–длинное» и «длинное–короткое» плечи интерферометра. Видность интерферометра соответствует оптической квантовой ошибке QBER (quantum bit error rate, далее обозначаемой E). Расчет проводится по следующей формуле [9]:

$$E = \frac{1 - V}{2}. \quad (21)$$

С использованием пакета MATLAB было проведено моделирование эволюции состояния поляризации при прохождении излучения через двойной интерферометр Маха–Цендера, а также вычислены изменения видности в зависимости от внешних условий. Моделирование выполнено на основе совокупности численных экспериментов, каждый из которых представляет собой набор симуляций. Предполагается, что в каждом численном эксперименте углы разьестировки разъемов $\alpha_j^{(k)}$ и параметры α_{bs} постоянные (но случайные), а разности фаз $\varphi_j^{(k)}$, равномерно распределенные на интервале $[0, 2\pi)$, варьируются от симуляции к симуляции. Это соответствует рассмотрению одного конкретного интерферометра Маха–Цендера в изменяющихся внешних условиях. В каждом эксперименте значения $\alpha_j^{(k)}$ и α_{bs} удовлетворяют нормальным распределениям со стандартными отклонениями 5° и 3.5° соответственно [26]. Таким образом, совокупность численных экспериментов определяет выборку всевозможных интерферометров, каждый из которых находится в изменяющихся внешних условиях.

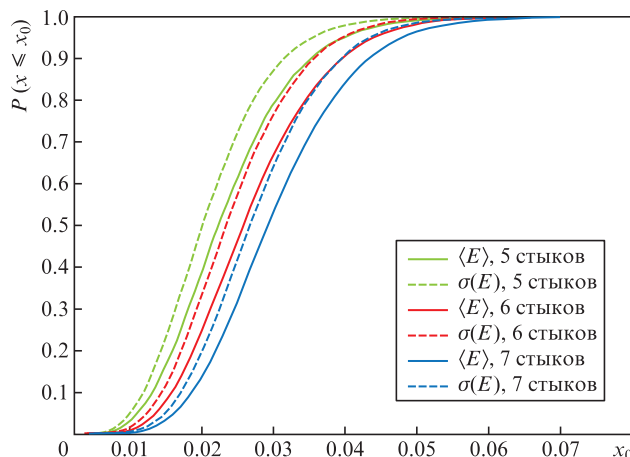


Рис.5. Функции распределения средней квантовой ошибки $\langle E \rangle$ и стандартного отклонения квантовой ошибки $\sigma(E)$ для конфигураций интерферометра с пятью, шестью и семью стыками в каждом плече. Здесь $x = \langle E \rangle, \sigma(E)$. Цветной вариант рис.5 помещен на сайте нашего журнала <http://www.quantum-electron.ru>.

В каждой симуляции разности фаз $\varphi_j^{(k)}$ выбирались на основе статистического распределения, далее рассчитывались амплитуды полей $A_{s,f}^{(1,2)}$ в точках Q и W сразу после 8-го и 9-го стыков (рис.4). Затем находились параметры V (20) и E (21) и осуществлялся переход к следующей симуляции. Всего было проведено 10^4 численных экспериментов по 10^4 симуляций в каждом для конфигураций с пятью стыками в плечах (рис.4) и по столько же симуляций для конфигураций с шестью и семью стыками. Это позволило оценить вклад числа соединений в схеме в уменьшение видности интерференционной картины.

На рис.5 показаны функции распределения средней квантовой ошибки $\langle E \rangle$ и стандартного отклонения квантовой ошибки $\sigma(E)$ для различных конфигураций интерферометров в зависимости от числа стыков. Усреднение по всем интерферометрам величины $\langle E \rangle$ дало значения 2.35%, 2.69% и 3.04% (обозначим $\langle E \rangle_{av}$), усреднение $\sigma(E)$ – 2.11%, 2.45% и 2.76% (обозначим $\sigma_{av}(E)$) для пяти, шести и семи стыков соответственно. Таким образом, разброс ошибки в рассмотренных случаях практически сравним с ее средним значением. С ростом числа стыков растут $\langle E \rangle_{av}$ и $\sigma_{av}(E)$. Как следствие, возможно существенное изменение квантовой ошибки в процессе обмена ключом.

5. Заключение

В работе проведено численное моделирование прохождения световой монохроматической плоской волны через интерферометр Маха–Цендера, выполненный из ДЛП волокна. В качестве примера рассмотрен двойной интерферометр, использующийся в системах КРК. Показано, что применение стандартного устройства подстройки фазы – пьезоактуатора допускает дрейф видности интерферометра, что в конечном счете влияет на уровень ошибок при КРК. С помощью численной модели получены статистические характеристики видности и квантовой ошибки для нескольких конфигураций интерферометра, различающихся общим числом стыков. Для каждой конфигурации был рассмотрен набор всевозможных интерферометров, различающихся качеством изготовления волоконных стыков и светоделителей. В свою очередь, каждый интерферометр из набора был промоделирован в различных внешних ус-

ловиях. С ростом числа стыков усредненное по интерферометрам среднее по внешним условиям значение квантовой ошибки и усредненное по интерферометрам стандартное отклонение ошибки растут, при этом разброс ошибки по порядку величины сравним с ее средним значением: $\langle E \rangle_{\text{ав}} = 2.35\%$, 2.69% и 3.04% , а $\sigma_{\text{ав}}(E) = 2.11\%$, 2.45% и 2.76% для пяти, шести и семи стыков соответственно. Полученные данные свидетельствуют о существенном влиянии качества и количества стыков ДЛП волокна на дрейф уровня ошибок под влиянием внешних условий, несмотря на наличие устройства обратной связи.

В дальнейшем планируется проведение анализа распространения оптических импульсов в интерферометрах с учетом эффектов, связанных с дисперсионными свойствами среды и деполяризацией излучения.

Авторы выражают благодарность Д.В.Сычу за ценные советы и конструктивное обсуждение материала.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (грант № 17-71-20146).

1. Коломийцов Ю.В. *Интерферометры. Основы инженерной теории. Применение* (Л.: Машиностроение, 1976).
2. Ахманов С.А., Никитин С.Ю. *Физическая оптика* (М.: Изд-во МГУ, Наука, 2004).
3. Dyson J. *Proc. R. Soc. London, Ser. A*, **204** (1077), 170 (1950).
4. Wooten E.L., Kissa K.M., Yi-Yan A., Murphy E.J., Lafaw D.A., Hallemeier P.F., et al. *IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron.*, **6** (1), 69 (2000).
5. Mahmoud M., Bottenfield C., Cai L., Piazza G. *Proc. 30th Annual Conf. IEEE Photonics Society* (Orlando, USA, 2017, p.223).
6. Stowe D.W., Moore D.R., Priest R.G. *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, **30** (10), 1632 (1982).
7. Kersey A.D., Dandridge A., Tveten A.B. *Opt. Lett.*, **13** (4), 288 (1988).
8. Tur M., Boger Y.S., Shaw H.J. *J. Lightwave Technol.*, **13** (7), 1269 (1995).
9. Gisin N., Ribordy G., Tittel W., Zbinden H. *Rev. Mod. Phys.*, **74** (1), 145 (2002).
10. Bennett C.H. *Phys. Rev. Lett.*, **68** (21), 3121 (1992).
11. Townsend P.D., Rarity J.G., Tapster P.R. *Electron. Lett.*, **29** (14), 1291 (1993).
12. Gobby C., Yuan Z.L., Shields A.J. *Appl. Phys. Lett.*, **84** (19), 3762 (2004).
13. Dušek M., Haderka O., Hendrych M., Myška R. *Phys. Rev. A*, **60** (1), 149 (1999).
14. Okoshi T. *IEEE Trans. Electron Devices*, **32** (12), 2624 (1985).
15. Lefevre H.C. *Electron. Lett.*, **16** (20), 778 (1980).
16. Ulrich R. *Appl. Phys. Lett.*, **35** (11), 840 (1979).
17. Walker N.G., Walker G.R. *Electron. Lett.*, **23** (6), 290 (1987).
18. Mo X.F., Zhu B., Han Z.F., Gui Y.Z., Guo G.C. *Opt. Lett.*, **30** (19), 2632 (2005).
19. Muller A., Herzog T., Huttner B., Tittel W., Zbinden H., Gisin N. *Appl. Phys. Lett.*, **70** (7), 793 (1997).
20. Martinelli M. *Opt. Commun.*, **72** (6), 341 (1989).
21. Hu Y.-M., Chen Z., Meng Z., Zhang X., Song Z. *Chin. J. Lasers*, **24**, 891 (1997).
22. Noda J., Okamoto K., Sasaki Y. *J. Lightwave Technol.*, **4** (8), 1071 (1986).
23. Sears F.M. *J. Lightwave Technol.*, **8** (5), 684 (1990).
24. Sasaki Y. et al. *J. Lightwave Technol.*, **4** (8), 1097 (1986).
25. Penninckx D., Beck N. *Appl. Opt.*, **44** (36), 7773 (2005).
26. Penninckx D., Beck N., Gleyze J.F., Videau L. *J. Lightwave Technol.*, **24** (11), 4197 (2006).
27. Monerie M. *Appl. Opt.*, **20** (14), 2400 (1981).
28. Gloge D. *Appl. Opt.*, **10** (10), 2252 (1971).
29. Jones R.C. *J. Opt. Soc. Am.*, **38** (8), 671 (1948).
30. Zhang F., Lit J.W. *Appl. Opt.*, **32** (13), 2213 (1993).
31. Oo N., Gan W.S. *Int. J. Computer Commun. Eng.*, **1** (3), 200 (2012).
32. Marand C., Townsend P.D. *Opt. Lett.*, **20** (16), 1695 (1995).
33. Duplinskiy A., Ustimchik V., Kanapin A., Kurochkin Y. *Proc. Int. Conf. Micro- and Nano-Electronics 2016* (Zvenigorod, Russia, 2016, Vol. 10224, p. 102242W).
34. Duplinskiy A., Ustimchik V., Kanapin A., Kurochkin V., Kurochkin Y. *Opt. Express*, **25** (23), 28886 (2017).