

# Управление атомным конденсатом Бозе–Эйнштейна при интерферометрическом зондировании с обратной связью

В.А.Томилин, Л.В.Ильичёв

*Рассмотрена задача о декогеренции конденсата Бозе–Эйнштейна невзаимодействующих атомов при проведении интерферометрического зондирования классическим монохроматическим внешним полем. Конденсат находился в одном из плеч интерферометра Маха–Цендера, при этом часть излучения с выхода интерферометра подавалась обратно на вход, замыкая тем самым цепь когерентной обратной связи. Также была рассмотрена более общая постановка, в которой конденсат располагается в системе «вложенных» друг в друга интерферометров, при этом часть выходного излучения каждого из них тоже подается обратно на его вход, замыкая так называемую многопетлевую обратную связь. Показана возможность эффективного управления скоростями декогеренции различных матричных элементов. Исследовано применение обратной связи указанного типа к бозе-конденсату в двухъямном потенциале. Обнаружено, что с помощью такой обратной связи можно эффективно управлять распределениями атомов по ямам.*

**Ключевые слова:** атомный конденсат Бозе–Эйнштейна, интерферометрическое зондирование, обратная связь, скорость декогеренции.

## 1. Введение

Атомный бозе-конденсат является неклассическим состоянием материи. Он характеризуется тем, что основная часть его атомов находится в едином квантовом состоянии. Это состояние задает среднюю пространственную плотность атомов и определенные фазовые соотношения между вариантами расположения атомов. Иначе говоря, в бозе-конденсате имеет место макроскопическая пространственная когерентность. Обнаружить ее можно с помощью интерференционных экспериментов с пучками оптического излучения, зондирующего различные области объема, занятого конденсатом. Однако зондирование даже сильно нерезонансным полем превращает конденсат в открытую квантовую систему, что ведет к потере макроскопической когерентности. Представляет интерес исследование этого процесса и поиск методов управления им.

Квантовая теория управления зародилась в 80-х годах прошлого века [1] и в последние годы получила существенное развитие в связи с эволюцией экспериментальных методик, позволяющих проводить эксперименты с одиночными квантовыми объектами. Один из наиболее эффективных методов управления – обратная связь. К основным приложениям этой теории относятся управление эволюцией квантовых систем и инженерия квантовых состояний, таких как сжатые [2], зацепленные [3] и суперпозиционные [4]. Применительно к локализованным в оптической ловушке атомам обратная связь преимущественно направлена на увеличение эффективности их оптического охлаждения [5, 6]. Основным методом при этом является фазово-контрастное зондирование конденсата

с последующей подстройкой локализуемого потенциала [7, 8].

В настоящей работе предлагается новая схема управления атомным бозе-конденсатом с помощью обратной связи: при интерферометрическом зондировании конденсата часть излучения с выхода интерферометра перенаправляется обратно на его вход. С использованием достаточно простой модели для описания конденсата показано, что подобный тип обратной связи способен эффективно подавлять потерю когерентности конденсатом. Помимо этого, предложен новый метод управления пространственным распределением атомов в бозе-конденсате. Его преимуществом по сравнению со стандартными подходами является то, что он не предполагает перестройки потенциала ловушки, удерживающей конденсат. Вместо этого переключаются управляемые фазовые сдвиги, получающиеся в интерферометрах, с помощью которых осуществляется зондирование конденсата.

В разд.2 описана используемая модель декогеренции бозе-конденсата. В разд.3 рассмотрено применение интерферометрической обратной связи для управления декогеренцией в рамках выбранной модели. В разд.4 исследованы измененный вариант обратной связи с добавлением переключений фазы и его использование для управления атомными распределениями в бозе-конденсате, локализованном в двухъямном потенциале. Результаты работы и их обсуждение приведены в Заключение.

## 2. Декогеренция атомного конденсата

Настоящая работа посвящена исследованию новой схемы управления бозе-конденсатом, поэтому для описания самого конденсата мы будем пользоваться упрощенной моделью, не учитывающей эффекты межатомных взаимодействий, в которой конденсат представлен одиночной бозонной модой. Будем также полагать зондирующее излучение классическим и нерезонансным атомным переходам, а волновой фронт излучения – достаточно

В.А.Томилин, Л.В.Ильичёв. Институт автоматизации и электрометрии СО РАН, Россия, 630090 Новосибирск, просп. Акад. Коптюга, 1; e-mail: 8342tomilin@mail.ru

Поступила в редакцию 11 марта 2020 г., после доработки – 30 марта 2020 г.

широким, чтобы поле можно было считать однородным на характерном размере локализации конденсата. В этом случае взаимодействие атомов конденсата с излучением носит дисперсионный характер, а результатом взаимодействия является приобретение амплитудой  $\mathcal{E}$  зондирующего излучения фазового сдвига, пропорционального числу атомов в конденсате:  $\mathcal{E} \rightarrow \mathcal{E}e^{i\phi\hat{n}}$ , где параметр  $\phi$  имеет смысл сдвига, вносимого одним атомом, а  $\hat{n}$  – оператор числа атомов в моде конденсата\*.

В кинетическом уравнении, описывающем эволюцию состояния конденсата, взаимодействие излучения с конденсатом будет отражено в диссипативной части, имеющей вид структуры Линдблада. Процесс декогеренции (или дефазировки) связан с необратимым уходом излучения, несущего информацию о конденсате, из интерферометра. Соответствующий ему оператор Линдблада в случае квантованного поля – это фотонный оператор уничтожения. Очевидно, что в нашем случае он должен быть пропорционален амплитуде покинувшего резонатор излучения [11], которая после приобретения фазового сдвига становится оператором. Таким образом, уравнение для матрицы плотности  $\hat{\rho}$  имеет следующий вид:

$$\left(\frac{d}{dt}\hat{\rho}\right)_{\text{deph}} = v e^{i\phi\hat{n}}\hat{\rho}e^{-i\phi\hat{n}} - v\hat{\rho}. \quad (1)$$

Параметр  $v$  пропорционален интенсивности пучка и задает скорость разрушения когерентности.

Для начала рассмотрим процесс декогеренции сам по себе, без учета собственной динамики конденсата. От уравнения (1) нетрудно перейти к совокупности независимых уравнений для матричных элементов статистического оператора  $\hat{\rho}$  в базисе Фока  $\{|n\rangle; n = 0, \dots, N_{\text{at}}\}$  атомной моды ( $N_{\text{at}}$  – полное число атомов в моде конденсата):

$$\frac{d}{dt}\langle m|\hat{\rho}|n\rangle = (-\gamma_{mn} + i\omega_{mn})\langle m|\hat{\rho}|n\rangle, \quad (2)$$

$$\omega_{mn} = v \sin[(m - n)\phi],$$

$$\gamma_{mn} = v\{1 - \cos[(m - n)\phi]\}.$$

### 3. Схема интерферометрического зондирования с когерентной обратной связью

Предлагаемая схема обратной связи имеет следующий вид. Конденсат располагается в интерферометре Маха–Цендера, на вход которого подается классическое когерентное излучение, аналогично тому, как описано в предыдущем разделе. Излучение с одного из выходов интерферометра поступает обратно на входной (балансный) светоделитель (рис.1,а). Таким образом, в системе возникает обратная связь, схожая с той, что встречается в радиоэлектронных цепях: часть выходного сигнала системы подается обратно на вход. Согласно принятой в теории

\* Более последовательная теория требовала бы квантового рассмотрения как конденсата, так и зондирующего поля. Их взаимодействие было бы отражено появлением в гамильтониане слагаемого  $\propto \hat{n}_{\text{ph}}$ , где  $\hat{n}_{\text{ph}}$  – число фотонов в зондирующем пучке. Однако в случае, когда флуктуации числа фотонов малы, последний оператор можно заменить средним числом фотонов в пучке  $\bar{n}_{\text{ph}}$ . Это справедливо, к примеру, для когерентных состояний Глаубера  $|\alpha\rangle$  при  $|\alpha| \gg 1$ . Один из возможных подходов к учету флуктуаций зондирующего поля обсуждается в работах [9, 10].

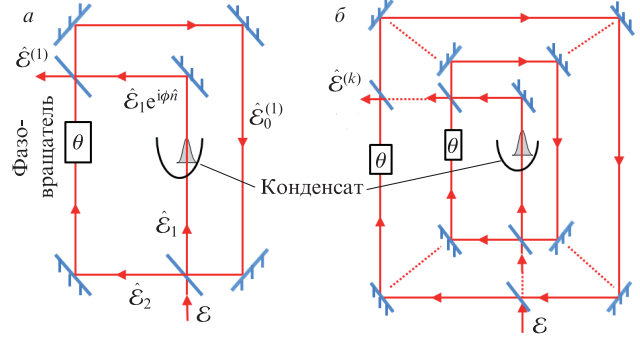


Рис.1. Схема интерферометрического зондирования с когерентной обратной связью с одной петлей (а) и несколькими петлями (б).

квантовой обратной связи классификации, обратная связь данного типа называется когерентной [12], поскольку она не содержит в явном виде этапа проведения измерения над управляемой системой.

Найдем связь между входным и выходным сигналами. Как показано в разд.2, в результате взаимодействия амплитуда излучения, прошедшего через конденсат, становится оператором, действующим в пространстве состояний конденсата. В присутствии обратной связи это относится к амплитудам всех полей, кроме входного. Эти операторы мы, как обычно, будем обозначать символом  $\hat{\Lambda}$  над соответствующей переменной. Подчеркнем, что операторную природу зондирующее поле приобретает исключительно в результате взаимодействия с конденсатом. Для амплитуд на входном светоделителе имеем следующие выражения (обозначения см. на рис.1,а):

$$\hat{\mathcal{E}}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}[\mathcal{E} + \hat{\mathcal{E}}_0^{(1)}], \quad (3)$$

$$\hat{\mathcal{E}}_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}[-\mathcal{E} + \hat{\mathcal{E}}_0^{(1)}].$$

Аналогичное соотношение можно записать и для выходного сигнала:

$$\hat{\mathcal{E}}_0^{(1)} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{\mathcal{E}}_2 e^{i\theta} + \hat{\mathcal{E}}_1 e^{i\phi\hat{n}}), \quad (4)$$

$$\hat{\mathcal{E}}_1^{(1)} = \frac{1}{\sqrt{2}}(-\hat{\mathcal{E}}_2 e^{i\theta} + \hat{\mathcal{E}}_1 e^{i\phi\hat{n}}).$$

Здесь предполагается, что задержка, вносимая цепью обратной связи, пренебрежимо мала. В силу соотношений (3), (4) получаем выражение

$$\hat{\mathcal{E}}^{(1)} = \frac{e^{i\theta} + (1 - 2e^{i\theta})e^{i\phi\hat{n}}}{2 - e^{i\theta} - e^{i\phi\hat{n}}}\mathcal{E}. \quad (5)$$

И числитель, и знаменатель в (5) – операторные выражения. Деление в данном случае означает умножение на оператор, обратный знаменателю. Нетрудно показать, что стоящий в правой части оператор является унитарным, а потому можно записать выражение  $\hat{\mathcal{E}}^{(1)} = e^{i\chi_1(\hat{n})}\mathcal{E}$ .

Данную схему можно обобщить, поместив полученную систему с цепью обратной связи в плечо нового интерферометра Маха–Цендера и также замкнув один из его выходов на себя. Этот шаг можно повторять, получая в итоге последовательность «вложенных» друг в друга

интерферометров (рис. 1, б), каждый из которых содержит петлю обратной связи. Насколько известно авторам, подобная концепция «многопетлевой» обратной связи ранее не была описана в литературе. Если пронумеровать интерферометры от 1 до  $N$ , то для выходных амплитуд каждого из них можно составить следующее соотношение (с учетом того, что каждый интерферометр содержит в общем случае свой фазовый сдвиг  $\theta_k$ ):

$$\hat{\mathcal{E}}^{(k)} = e^{i\chi_k(\hat{n})} \mathcal{E}, \quad (6)$$

$$e^{i\chi_k(\hat{n})} = \frac{e^{i\theta_k} + (1 - 2e^{i\theta_k})e^{i\chi_{k-1}(\hat{n})}}{2 - e^{i\theta_k} - e^{i\chi_{k-1}(\hat{n})}}.$$

В случае, когда все фазовые сдвиги одинаковы и равны  $\theta$ , данное соотношение становится рекуррентным и имеет решение в замкнутом виде:

$$e^{i\chi_k(\hat{n})} = \frac{e^{i\chi_1(\hat{n})}(2^{k-1}e^{i\theta} - 1) + e^{i\theta}(1 - 2^{k-1})}{e^{i\chi_1(\hat{n})}(2^{k-1} - 1) + e^{i\theta} - 2^{k-1}}. \quad (7)$$

Нетрудно проверить, что модуль правой части (7) также равен единице, т. е. амплитуда выходного излучения остается неизменной. Параметром  $\theta$  легко управлять, реализуя тем самым простой метод изменения параметров обратной связи. Именно случай одинаковых фазовых сдвигов мы и будем рассматривать в дальнейшем.

С учетом соотношения (7) уравнение эволюции конденсата, подвергающегося зондированию в цепочке из  $N$  вложенных интерферометров с когерентной обратной связью, выглядит следующим образом (по аналогии с (1)):

$$\left(\frac{d}{dt}\hat{\rho}\right)_{\text{deph}} = v e^{i\chi_N(\hat{n})}\hat{\rho}e^{-i\chi_N(\hat{n})} - v\hat{\rho}, \quad (8)$$

а в терминах матричных элементов получаем выражение

$$\frac{d}{dt}\langle m|\hat{\rho}|n\rangle = v[e^{i\chi_N(m)}e^{-i\chi_N(n)} - 1]\langle m|\hat{\rho}|n\rangle. \quad (9)$$

Рассмотрим, как введение когерентной обратной связи изменяет процесс дефазировки зондируемого бозе-конденсата. На рис. 2 представлены скорости декогеренции матричных элементов статистического оператора конденсата. Видно, что обратная связь с использованием даже одного интерферометра эффективно подавляет декогеренцию большей части матричных элементов. С увеличением числа интерферометров эффект становится еще более выраженным – прежняя скорость потери когерентности остается лишь у матричных элементов с номерами  $n$ , для которых  $\phi n = 2\pi$ . Это объясняется тем, что матрич-

ные элементы выражения (5) по состояниям с такими  $n$  стремятся к  $\mathcal{E}$ . Таким образом, влияние обратной связи на декогеренцию соответствующих элементов матрицы плотности снижается.

#### 4. Когерентная обратная связь с переключением фазы

В экспериментальных приложениях часто возникает задача приготовления конденсата с заданным пространственным распределением. В частности, это важно при изучении различных аспектов процесса туннелирования между множественными локализациями бозе-конденсата [13, 14]. В рассмотренной выше схеме зависимость от пространственной координаты не возникала. В общем случае представляет интерес ситуация, когда зондирующий пучок освещает лишь часть пространства, занимаемого конденсатом. При этом полагается, что ловушка, в которой локализован конденсат, создается иным способом (не с помощью зондирующего излучения). Очевидно, это ведет к разделению конденсата на освещенную и неосвещенную фракции и разрушает когерентность между ними. Для описания указанного процесса в данном разделе будет использоваться модель конденсата в двухъямной ловушке. Собственная динамика конденсата при этом описывается гамильтонианом двух бозонных мод:

$$\hat{H} = \omega_A \hat{a}^\dagger \hat{a} + \omega_B \hat{b}^\dagger \hat{b} + \lambda(\hat{a}^\dagger \hat{b} + \hat{b}^\dagger \hat{a}). \quad (10)$$

Здесь операторы  $\hat{a}$ ,  $\hat{a}^\dagger$  и  $\hat{b}$ ,  $\hat{b}^\dagger$  отвечают рождению и уничтожению фотонов в ямах А и В, а константа  $\lambda$  описывает процесс туннелирования атомов из одной ямы в другую.

Предположим теперь, что оптическому зондированию подвергаются атомы только в одной потенциальной яме (пусть для определенности это будет яма А). Из уравнения (1) видно, что диагональные элементы матрицы плотности не меняются в процессе декогеренции. Не меняются они и под действием зондирования с обратной связью, описываемого уравнением (8), поскольку операторы Линдблада хоть и приобретают более сложный вид, однако остаются унитарными и диагональными по числу атомов в освещенной яме, что демонстрирует определенную ограниченность рассмотренной в разд. 3 схемы.

В работе [15] был рассмотрен иной метод зондирования бозе-конденсата, локализованного в двухъямной ловушке. Конденсат также был помещен в интерферометр Маха–Цендера, при этом освещалась лишь одна потенциальная яма. Управление осуществлялось путем быстрых переключений потенциала ловушки, инициируемых детектированием фотонов в выходных каналах интер-

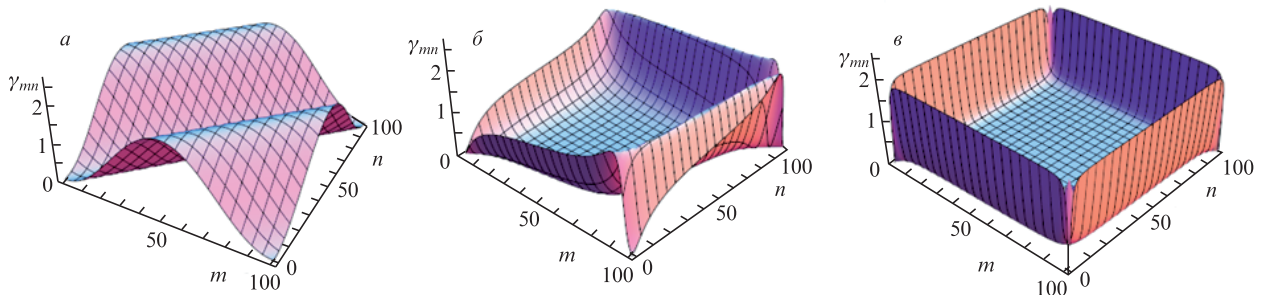


Рис. 2. Скорости декогеренции  $\gamma_{mm}$  матричных элементов  $\langle m|\hat{\rho}|n\rangle$  в схемах без обратной связи (а), с одной петлей обратной связи (б) и с пятью петлями обратной связи (в) при  $\theta = \pi/4$  и  $\phi = \pi/50$ .

ферометра. Обратная связь такого типа называется обратной связью, основанной на измерениях [12]. Было показано, что с ее помощью можно создавать нетривиальные распределения атомов по ямам. Однако для этого необходимо осуществлять многократные переключения потенциала ловушки, что не слишком удобно. Кроме того, возникает достаточно жесткое ограничение на время, за которое происходят эти переключения. С одной стороны, они должны быть достаточно быстрыми, чтобы можно было пренебречь задержкой в цепи обратной связи. С другой стороны, быстрые (по сравнению с характерным временем эволюции атомов внутри ямы) переключения потенциала приводят к возбуждению более высоких колебательных уровней в яме и нарушению двухмодового приближения. Как будет показано ниже, добавление в эту схему когерентной обратной связи позволяет достичь схожего эффекта без необходимости изменений самого потенциала ловушки.

В разд.3 была рассмотрена система вложенных друг в друга интерферометров с обратной связью, содержащих в свободных плечах одинаковые фазовые сдвиги. В отличие от потенциала ловушки, в которой локализован конденсат, коллективное изменение этих фазовых сдвигов легко осуществимо. В схеме, приведенной на рис.3, детектирование фотонов в том или ином выходном канале внешнего интерферометра вызывает переключения фазовых сдвигов в системе когерентной обратной связи, аналогичной представленной на рис.1. Для описания такой обратной связи, основанной на переключениях фазы, существует весьма удобный формализм так называемых гибридных статистических операторов [16]. Введение обратной связи требует рассматривать совокупность квантовой подсистемы (конденсата) и классической подсистемы (устройства, регулирующего положение управляемого фазового сдвига).

Данный подход успешно применялся нами в цикле работ, посвященных изучению обратной связи на основе переключений фазы в системах одиночных излучателей [17]. Суть его состоит в том, что обычный статистический оператор квантовой системы заменяется набором гибридных операторов, пронумерованных классическим индексом. Каждый из этих операторов является условным состоянием системы, соответствующим тому или иному состоянию цепи обратной связи. В нашем случае таких

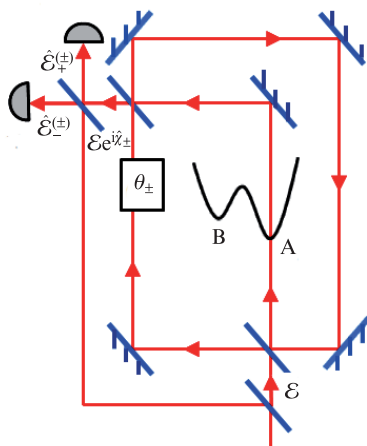


Рис.3. Схема интерферометрического зондирования двухъямного бозе-конденсата с когерентной обратной связью и переключением фазы.

состояний всего два – они отвечают тому или иному выходу внешнего интерферометра Маха–Цендера. Будем обозначать их верхними индексами «+» и «-». Еще одно отличие от рассмотренных выше уравнений (1) и (8) – существование двух выходных каналов вместо одного, соответствующие им операторы Линдблада обозначены нижними индексами «+» и «-». Указанные операторы Линдблада также зависят от текущего значения фазовых сдвигов  $\theta$ , поэтому они вдобавок приобретают классический индекс « $\pm$ ». С учетом сказанного, можно записать следующую систему квантовых кинетических уравнений для новых гибридных операторов:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}\hat{\rho}^{(+)} = & -i[\hat{H}, \hat{\rho}^{(+)}] + v\hat{\mathcal{E}}_+^{(+)}\hat{\rho}^{(+)}\hat{\mathcal{E}}_+^{(+)\dagger} + v\hat{\mathcal{E}}_+^{(-)}\hat{\rho}^{(-)}\hat{\mathcal{E}}_+^{(-)\dagger} \\ & - \frac{v}{2}\{\hat{\mathcal{E}}_+^{(+)\dagger}\hat{\mathcal{E}}_+^{(+)} + \hat{\mathcal{E}}_+^{(+)\dagger}\hat{\mathcal{E}}_+^{(-)}, \hat{\rho}^{(+)}\}, \end{aligned} \tag{11}$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}\hat{\rho}^{(-)} = & -i[\hat{H}, \hat{\rho}^{(-)}] + v\hat{\mathcal{E}}_-^{(-)}\hat{\rho}^{(-)}\hat{\mathcal{E}}_-^{(-)\dagger} + v\hat{\mathcal{E}}_-^{(+)}\hat{\rho}^{(+)}\hat{\mathcal{E}}_-^{(+)\dagger} \\ & - \frac{v}{2}\{\hat{\mathcal{E}}_-^{(-)\dagger}\hat{\mathcal{E}}_-^{(-)} + \hat{\mathcal{E}}_-^{(-)\dagger}\hat{\mathcal{E}}_-^{(+)}, \hat{\rho}^{(-)}\}, \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} \hat{\mathcal{E}}_+^{(\pm)} &= \frac{1}{\sqrt{2}}[e^{i\chi_{\pm}(\hat{n}_A)} - 1]; \\ \hat{\mathcal{E}}_-^{(\pm)} &= \frac{1}{\sqrt{2}}[e^{i\chi_{\pm}(\hat{n}_A)} + 1]; \end{aligned} \tag{12}$$

операторы  $\chi_{\pm}(\hat{n}_A)$  имеют вид, аналогичный (7), но с заменой  $\theta \rightarrow \theta_{\pm}$ ; фигурные скобки обозначают антикоммутатор.

Стоит прокомментировать структуру диссипативных частей в системе (11). Сам квантовый скачок – резкое изменение квантового состояния системы в результате регистрации фотона на выходе интерферометра – описывается так называемым сэндвичным членом в структуре Линдблада [18]. В зависимости от того, какое значение фазового сдвига было до этой регистрации, возможны два типа сэндвичных слагаемых. Содержащийся в каждом из них гибридный статистический оператор имеет индекс фазового сдвига до переключения.

Видно, что даже использование простейшей двухмодовой модели приводит к уравнениям, слишком сложным для полного аналитического рассмотрения. В рамках настоящей работы наибольший интерес представляет исследование влияния обратной связи, поэтому естественно сконцентрироваться на случае, когда ее эффект максимален. Поскольку переключения фазовых сдвигов инициируются фотодетектированиями, то естественно исследовать случай, когда переключения происходят достаточно часто, т. е. случай больших интенсивностей зондирующего излучения. Это соответствует режиму сильной декогеренции. В данном случае диссипативные части уравнений (12) оказываются доминирующими.

Для диссипативной части можно выделить «естественный» для нее базис, в котором эта часть может быть сведена к балансному уравнению типа уравнения Паули, – базис Фока для освещенной ямы. Если скорость разрушения когерентности в освещенной яме достаточно высока, то можно предположить, что когерентность в этом базисе не распространяется дальше одного члена от диаго-

нали. Тогда для гибридных статистических операторов можно использовать следующий анзац [19]:

$$\hat{\rho}^{(\pm)} = \sum_n (|n\rangle_A \langle n| \otimes \hat{\rho}_n^{(\pm)} + |n+1\rangle_A \langle n+1| \otimes \hat{\rho}_{n+1}^{(\pm)} + |n\rangle_A \langle n+1| \otimes \hat{\rho}_{n,n+1}^{(\pm)}), \quad (13)$$

где с очевидностью  $\hat{\rho}_{-n}^{(\pm)} = \hat{\rho}_{+n}^{(\pm)\dagger}$ , а  $\text{Tr}(\hat{\rho}_n^{(+)} + \hat{\rho}_n^{(-)}) = p_n$  есть вероятность иметь  $n$  атомов в яме В. Операторы  $\hat{\rho}_n^{(\pm)}$ ,  $\hat{\rho}_{n+1}^{(\pm)}$  и  $\hat{\rho}_{n,n+1}^{(\pm)}$  относятся к неосвещенной яме В. Однако оказывается удобным перейти от них к следующим линейным комбинациям:

$$\begin{aligned} \hat{\rho}_n &= \hat{\rho}_n^{(+)} + \hat{\rho}_n^{(-)}, \\ \hat{r}_n &= \hat{\rho}_n^{(+)} - \hat{\rho}_n^{(-)}, \\ \hat{\rho}_{\pm n} &= \hat{\rho}_{\pm n}^{(+)} + \hat{\rho}_{\pm n}^{(-)}, \\ \hat{r}_{\pm n} &= \hat{\rho}_{\pm n}^{(+)} - \hat{\rho}_{\pm n}^{(-)}. \end{aligned} \quad (14)$$

Уравнения для них имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \hat{\rho}_n &= -i\omega_B [\hat{n}_B, \hat{\rho}_n] - i\lambda \sqrt{n+1} \hat{b}^\dagger \hat{\rho}_{n+1} + i\lambda \sqrt{n} \hat{\rho}_{n(n-1)} \hat{b}^\dagger \\ &\quad - i\lambda \sqrt{n} \hat{b} \hat{\rho}_{-(n-1)} + i\lambda \sqrt{n+1} \hat{\rho}_{-n} \hat{b}, \\ \frac{d}{dt} \hat{r}_n &= -i\omega_B [\hat{n}_B, \hat{r}_n] - i\lambda \sqrt{n+1} \hat{b}^\dagger \hat{r}_{n+1} + i\lambda \sqrt{n} \hat{r}_{n(n-1)} \hat{b}^\dagger \\ &\quad - i\lambda \sqrt{n} \hat{b} \hat{r}_{-(n-1)} + i\lambda \sqrt{n+1} \hat{r}_{-n} \hat{b} - v[2 + \cos\chi_+(n)] \\ &\quad - \cos\chi_-(n) \hat{r}_n - v[\cos\chi_+(n) + \cos\chi_-(n)] \hat{\rho}_n, \\ \frac{d}{dt} \hat{\rho}_{n+1} &= -i\omega_A \hat{\rho}_{n+1} - i\omega_B [\hat{n}_B, \hat{\rho}_{n+1}] - i\lambda \sqrt{n+1} \hat{b} \hat{\rho}_n \\ &\quad + i\lambda \sqrt{n+1} \hat{\rho}_{n+1} \hat{b} - \frac{v}{2} \{2 - e^{i[\chi_+(n+1) - \chi_+(n)]} \\ &\quad - e^{i[\chi_-(n+1) - \chi_-(n)]}\} \hat{\rho}_{n+1} - \frac{v}{2} \{e^{i[\chi_-(n+1) - \chi_-(n)]} \\ &\quad - e^{i[\chi_+(n+1) - \chi_+(n)]}\} \hat{r}_{n+1}, \\ \frac{d}{dt} \hat{r}_{n+1} &= -i\omega_B [\hat{n}_B, \hat{r}_{n+1}] - i\lambda \sqrt{n+1} \hat{b} \hat{r}_n + i\lambda \sqrt{n+1} \hat{r}_{n+1} \hat{b} \\ &\quad - 2v \hat{r}_{n+1} - \frac{v}{2} [e^{i\chi_+(n+1)} + e^{-i\chi_+(n)} + e^{i\chi_-(n+1)} + e^{i\chi_-(n)}] \hat{\rho}_{n+1} \\ &\quad - \frac{v}{2} [e^{i\chi_+(n+1)} + e^{-i\chi_+(n)} - e^{i\chi_-(n+1)} - e^{i\chi_-(n)}] \hat{r}_{n+1}. \end{aligned} \quad (15)$$

Отметим, что первое уравнение в (15) ничем не отличается от уравнения в отсутствие обратной связи, полученного в [19]. Однако операторы  $\hat{\rho}_{\pm n}$  уже эволюционируют совершенно по-другому, что приводит к иным стационарным распределениям. Проверим, при каких соотношениях между параметрами задачи правомерно использовать анзац (13). Для этого проанализируем уравнения для операторов  $\hat{\rho}_{n+1}$  и  $\hat{r}_{n+1}$ , поскольку именно их матричные элементы определяют величину когерентности в освещенной яме.

В уравнении для  $\hat{\rho}_{n+1}$  «источником» служат слагаемые, пропорциональные  $\lambda \hat{b} \hat{\rho}_n$  и  $\lambda \hat{\rho}_{n+1} \hat{b}$ , а в уравнении для  $\hat{r}_{n+1}$  – слагаемые, пропорциональные  $\lambda \hat{b} \hat{r}_n$  и  $\lambda \hat{r}_{n+1} \hat{b}$ . Таким образом, скорость создания когерентности зави-

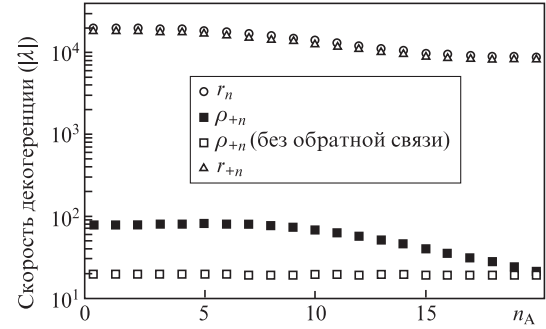


Рис.4. Скорости декогеренции операторов, описывающих состояние ямы В, при  $N_{\text{at}} = 20$ ,  $\omega_A = 5\lambda$ ,  $\omega_B = 7\lambda$ ,  $\phi = \pi/50$ ,  $v = 10^4\lambda$ ,  $\theta_{\pm} = \pm\pi/2$ .

сит только от  $\lambda$ . Слагаемые, пропорциональные  $v$ , описывают потерю когерентности. Следовательно, если скорость потери когерентности значительно превышает  $|\lambda|$ , то выражение (13) можно считать справедливым. На рис.4 представлены примеры рассчитанных скоростей потери когерентности входящих в анзац (13) операторов в сравнении со скоростью потери когерентности величиной  $\hat{\rho}_{n+1}$  в отсутствие обратной связи (последняя равна  $v(1 - \cos\phi)$  [19]). Видно, что условие сильной декогеренции достаточно хорошо выполняется при  $v(1 - \cos\phi) \gg |\lambda|$ , и в этой области значений  $v$  введение анзаца (13) вполне обосновано. Выполнение этого условия достаточно легко обеспечить увеличением интенсивности зондирующего излучения либо увеличением высоты барьера между потенциальными ямами, последнее приведет к уменьшению параметра туннелирования  $\lambda$ .

Следствием введенного приближения является еще одно обстоятельство – эволюция операторов  $\hat{r}_{n+1}$  и  $\hat{\rho}_{n+1}$  оказывается адиабатически подчиненной медленно эволюционирующему оператору  $\hat{\rho}_n$ . Поэтому можно пренебречь производными по времени в последних двух уравнениях в (15).

Поскольку целью данного раздела является выяснение возможности обратной связи по управлению атомными распределениями, нас в первую очередь будут интересовать диагональные матричные элементы  $\langle k | \hat{\rho}_n | k \rangle = \rho_n(k)$ . Несложные алгебраические преобразования позволяют получить для них систему балансных уравнений

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \rho_n(k) &= F_1(\rho_n(k), \rho_{n+1}(k-1), \rho_{n-1}(k+1), r_n(k), \\ &\quad r_{n+1}(k-1), r_{n-1}(k+1)), \\ \frac{d}{dt} r_n(k) &= F_2(\rho_n(k), \rho_{n+1}(k-1), \rho_{n-1}(k+1), r_n(k), \\ &\quad r_{n+1}(k-1), r_{n-1}(k+1)), \end{aligned} \quad (16)$$

где  $F_{1,2}$  – линейные функции своих аргументов (мы не приводим явные выражения для них по причине громоздкости). Видно, что данная система определяет населенности состояний с заданным полным числом атомов  $N_{\text{at}} = n + k$ . Нахождение ее стационарного решения не представляет серьезной проблемы и может быть выполнено численно.

В качестве критерия, демонстрирующего возможность создания нетривиальных распределений атомов по ямам, выберем величину  $\rho_0(N_{\text{at}})/\rho_{N_{\text{at}}}(0)$  – отношение вероятности того, что все атомы находятся в неосвещенной яме В, к вероятности обратной ситуации, когда все атомы

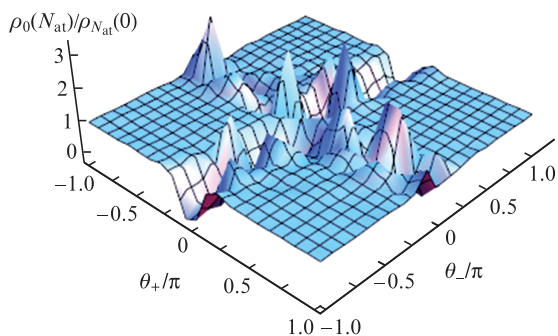


Рис.5. Зависимость параметра  $\rho_0(N_{\text{at}})/\rho_{N_{\text{at}}}(0)$  от управляемых фазовых сдвигов  $\theta_{\pm}/\pi$  при  $N_{\text{at}} = 10$ ,  $\omega_A = 5\lambda$ ,  $\omega_B = 7\lambda$ ,  $\phi = \pi/50$ ,  $v = 10^4\lambda$ .

находятся в яме А. Поскольку в отсутствие переключений фазовых сдвигов  $\theta$  стационарное распределение атомов по ямам однородно, то указанная величина равна единице. На рис.5 представлена зависимость этой величины от фазовых сдвигов  $\theta_{\pm}$ , между которыми происходят переключения. Видно, что при приближении к линии  $\theta_+ = \theta_-$  величина  $\rho_0(N_{\text{at}})/\rho_{N_{\text{at}}}(0)$  ожидаемо стремится к единице. В целом же возникает достаточно сложный рельеф со множеством максимумов и минимумов. Это говорит о том, что правильным подбором  $\theta_{\pm}$  можно эффективно «перекачивать» атомы из одной потенциальной ямы в другую. Неравновесное распределение возникает в результате непрерывно происходящих переключений фазовых сдвигов, которые изменяют фазовые соотношения между атомами в разных ямах.

## 5. Заключение

В работе исследована принципиально новая схема интерферометрической обратной связи и продемонстрирована ее перспективность на примере относительно простых теоретических моделей. В основе ее лежит создание нескольких петель когерентной обратной связи с использованием интерферометров Маха–Цендера. Рассмотрено применение данной схемы к задаче управления состоянием атомного бозе-конденсата. Обнаружено, что она может эффективно подавлять процесс декогеренции, вызванный фазово-контрастным зондированием конденсата. Данный эффект может найти приложения в задачах приготовления и хранения квантовых состояний.

Указанная схема также показала свою эффективность и для управления пространственным распределением атомов в конденсате. В рамках двухмодового приближения установлено, что многопетлевая обратная связь в сочетании с обратной связью, основанной на измерениях, способна создавать сильно неравновесные стационарные

распределения атомов конденсата, локализованного в двухъямном потенциале.

Хотя идея организации обратной связи рассмотренного типа достаточно проста, ее экспериментальная реализация связана с определенными трудностями. Прежде всего, основной инструмент создания обратной связи – интерферометр Маха–Цендера – является весьма тонкой в настройке и в использовании системой. Исследование того, как на полученные результаты повлияют особенности реального эксперимента (в частности, неидеальная форма атомного облака), будет предметом отдельного рассмотрения. Кроме того, несомненный практический интерес имеет учет межатомного взаимодействия. Другим многообещающим развитием настоящей работы является исследование случая квантованного поля. Представляется, что зондирование бозе-конденсата существенно неклассическим излучением (например, находящимся в сжатом состоянии) может привести к созданию нетривиальных корреляций между атомами и полем.

Один из авторов (В.А.Томилин) при выполнении работы пользовался финансовой поддержкой РФФИ (грант №19-32-80018). Л.В.Ильичёв благодарен поддержке, оказанной в рамках выполнения госзадания (проект АААА-А17-117052210003-4, внутренний номер ФАСО 0319-2016-0002) в Институте автоматизации и электромеханики СО РАН.

- Shapiro J.H., Saplakoglu G., Ho S.-T. *J. Opt. Soc. Am. B*, **4**, 1604 (1987).
- Iida S., Yukawa M., Yonezawa H., Yamamoto N., Furusawa A. *IEEE Trans. Automat. Contr.*, **57**, 2045 (2012).
- Li Y., Luo B., Guo H. *Phys. Rev. A*, **84**, 012316 (2011).
- Negretti A., Poulsen U.V., Mølmer K. *Phys. Rev. Lett.*, **99**, 223601 (2007).
- Steixner V., Rabl P., Zoller P. *Phys. Rev. A*, **72**, 043826 (2005).
- Bushev P. et al. *Phys. Rev. Lett.*, **96**, 043003 (2006).
- Szigeti S.S. et al. *Phys. Rev. A*, **80**, 013614 (2009).
- Szigeti S.S. et al. *Phys. Rev. A*, **82**, 043632 (2010).
- Ильичёв Л.В. *Письма в ЖЭТФ*, **106**, 14 (2017) [*JETP Lett.*, **106**, 12 (2017)].
- Ильичёв Л.В., Чаповский П.Л. *Квантовая электроника*, **47**, 463 (2017) [*Quantum Electron.*, **47**, 463 (2017)].
- Breuer H.-P., Petruccione F. *The Theory of Open Quantum Systems* (Oxford: Oxford University Press, 2002).
- Wiseman H.M., Milburn G.J. *Quantum Measurement and Control* (Cambridge: Cambridge University Press, 2009).
- Levy S., Lahoud E., Shomroni I., Steinhauer J. *Nature*, **449**, 579 (2007).
- Rab M. et al. *Phys. Rev. A*, **77**, 061602(R) (2008).
- Tomilin V.A., Il'ichov L.V. *Ann. Phys. (Berlin)*, **528**, 619 (2016).
- Diósi L. arXiv:1401.0476v1 (2014).
- Томилин В.А., Ильичёв Л.В. *Письма в ЖЭТФ*, **94**, 734 (2011) [*JETP Lett.*, **94**, 676 (2012)]; *ЖЭТФ*, **143**, 211 (2013) [*JETP*, **116**, 181 (2013)]; *Ann. Phys. (Berlin)*, **526**, 520 (2014).
- Blanchard Ph., Jadczyk A. *Rep. Math. Phys.*, **36**, 235 (1995).
- Ильичёв Л.В., Чаповский П.Л. *Письма в ЖЭТФ*, **102**, 18 (2015) [*JETP Lett.*, **102**, 14 (2015)].