

Резонансы электромагнитно-индуцированных прозрачности и абсорбции в световом поле эллиптически поляризованных волн

Д.В.Коваленко, М.Ю.Басалаев, В.И.Юдин, А.В.Тайченачев

Рассмотрено возбуждение сильным двухчастотным полем резонансов электромагнитно-индуцированных прозрачности (ЭИП) и абсорбции (ЭИА) на вырожденном оптическом замкнутом переходе $F_g \rightarrow F_e$ для различных значений полных угловых моментов основного (F_g) и возбужденного (F_e) состояний. Световое поле сформировано из двух сонаправленных волн с произвольными эллиптическими поляризациями. Показано, что процесс спонтанного переноса анизотропии из возбужденного состояния в основное определяет формирование резонанса ЭИА на переходе $F_g = F \rightarrow F_e = F + 1$. Полученные результаты обобщают установленную ранее в рамках теории возмущения классификацию переходов на «яркие» ($F_g = F \rightarrow F_e = F + 1$) и «темные» ($F_g = F \rightarrow F_e = F$ и $F_g = F \rightarrow F_e = F - 1$) по отношению к направлению сверхзукского резонанса.

Ключевые слова: электромагнитно-индуцированная прозрачность, электромагнитно-индуцированная абсорбция, перенос анизотропии, низкочастотная зеемановская когерентность.

1. Введение

В современной лазерной спектроскопии большой интерес вызывают нелинейные интерференционные эффекты, связанные с атомной когерентностью. Примером таких эффектов являются резонансы электромагнитно-индуцированных прозрачности (ЭИП) [1] и абсорбции (ЭИА) [2]. Первый тип резонанса обусловлен когерентным пленением населенностей (КПН) [3–5], когда электромагнитное поле перестает взаимодействовать с атомной средой; при этом формируется долгоживущее когерентное («темное») состояние и наблюдается сверхзукский провал в сигнале поглощения. В свою очередь, физической причиной резонанса ЭИА, обратного по знаку резонансу ЭИП, является спонтанный перенос анизотропии (включая низкочастотную зеемановскую когерентность) из возбужденного состояния атома в основное [6]. Главной особенностью таких резонансов является их ширина, которая может быть намного меньше естественной и достигать сотен и даже единиц герц [7–9]. Благодаря этому они находят множество значимых приложений в квантовой метрологии [10–12], нелинейной оптике [13, 14], оптических коммуникациях [15] и др.

В настоящее время благодаря различным экспериментальным [2, 16, 17] и теоретическим [18–21] исследовани-

ям сложилась классификация дипольных переходов атомов по знаку резонанса (ЭИП или ЭИА) в режиме слабого насыщения атомного перехода. «Темными» являются переходы типа $F_g = F \rightarrow F_e = F$ и $F_g = F \rightarrow F_e = F - 1$ (где F_g и F_e – полные угловые моменты атома в основном и возбужденном состояниях соответственно), на которых наблюдаются резонансы ЭИП. «Яркие» переходы – это переходы типа $F_g = F \rightarrow F_e = F + 1$, на которых формируются ЭИА. В частности в работе [22] эта классификация была теоретически обоснована в рамках теории возмущений для двухчастотной конфигурации из двух сонаправленных волн с произвольными эллиптическими поляризациями.

В настоящей работе мы обобщаем полученные в [22] результаты на случай сильного поля, когда теория возмущений неприменима. Для этого рассмотрена модель атомной среды с переносом анизотропии и без неё. Показано, что эту задачу можно свести к уравнениям на матрицу плотности с коэффициентами, периодически зависящими от времени. Применяя метод построения динамического стационарного состояния [23], мы рассчитали периодический сигнал поглощения для различных параметров светового поля и угловых моментов F_g и F_e . В результате была подтверждена ранее сложившаяся классификация дипольных переходов по знаку сверхзукского резонанса вне зависимости от интенсивностей световых волн.

2. Теория и расчеты

Рассмотрим взаимодействие эллиптически поляризованного бихроматического поля

$$E(t) = E_1 e_1 e^{-i\omega_1 t} + E_2 e_2 e^{-i\omega_2 t} + \text{с.с.} \quad (1)$$

с атомной средой, у которой вырожденные по проекциям полного углового момента основное (g) и возбужденное (e) состояния образуют замкнутый оптический дипольный переход $F_g \rightarrow F_e$ (рис.1). Здесь $E_{1,2}$ и $\omega_{1,2}$ – скалярные

Д.В.Коваленко, А.В.Тайченачев. Новосибирский национальный исследовательский государственный университет, Россия, 630090 Новосибирск, ул. Пирогова, 2; Институт лазерной физики СО РАН, Россия, 630090 Новосибирск, просп. Акад. Лаврентьева, 15Б; e-mail: dvk.laser@yandex.ru

М.Ю.Басалаев, В.И.Юдин. Новосибирский национальный исследовательский государственный университет, Россия, 630090 Новосибирск, ул. Пирогова, 2; Институт лазерной физики СО РАН, Россия, 630090 Новосибирск, просп. Акад. Лаврентьева, 15Б; Новосибирский государственный технический университет, Россия, 630092 Новосибирск, просп. К.Маркса, 20

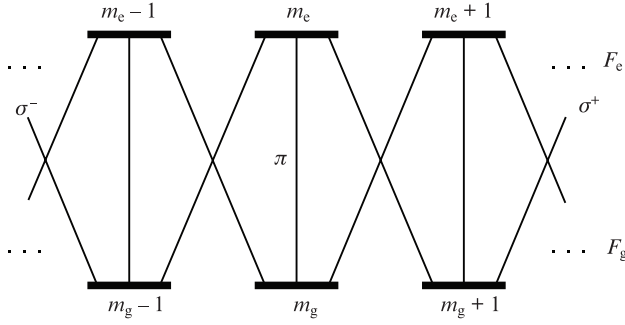


Рис.1. Схема уровней энергии атома, вырожденных по проекциям полных угловых моментов основного (F_g) и возбужденного (F_e) состояний на ось квантования z . Линиями обозначены светоиндуцируемые переходы σ^+ , σ^- и π -типов.

амплитуды и частоты световых волн соответственно. Единичные комплексные векторы эллиптической поляризации e_1 и e_2 представим в циклическом базисе:

$$e_j = \sum_{q=0,\pm 1} e_j^{(q)} e_q \quad (j = 1, 2), \quad (2)$$

где $e_{\pm 1} = \mp(e_x \pm ie_y)/\sqrt{2}$; $e_0 = e_z$ – орты циклического базиса; $e_j^{(q)}$ – контравариантные компоненты единичного вектора поляризации j -й волны. Направим ось x вдоль главной оси эллипса поляризации волны E_1 ; тогда для единичных векторов поляризации (2) имеем

$$e_1 = -\sin(\varepsilon_1 - \pi/4)e_{-1} - \cos(\varepsilon_1 - \pi/4)e_{+1}, \quad (3)$$

$$e_2 = -\sin(\varepsilon_2 - \pi/4)e^{i\phi}e_{-1} - \cos(\varepsilon_2 - \pi/4)e^{-i\phi}e_{+1}.$$

Здесь ϕ – угол между главными осями эллипсов поляризации (рис.2); параметр эллиптичности ε определен в интервале $-\pi/4 \leq \varepsilon \leq \pi/4$ причем $|\tan(\varepsilon)|$ есть отношение полуосей эллипса, а знак ε задает направление вращения электрической составляющей светового поля. В частности, $\varepsilon = \pm \pi/4$ и $\varepsilon = 0$ отвечают циркулярной (правой и левой) и линейной поляризациям соответственно.

Атомная среда предполагается достаточно разреженной, что позволяет пренебречь эффектами межатомного взаимодействия и решать задачу в одноатомном прибли-

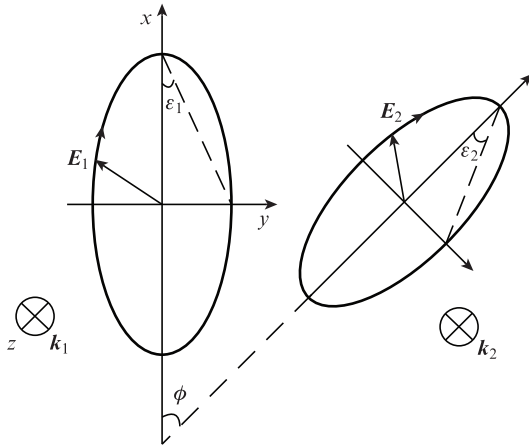


Рис.2. Взаимная ориентация эллипсов поляризации волн; $k_1 = k_2$ – волновые векторы волн, ϕ – угол между главными осями эллипсов, $\varepsilon_{1,2}$ – параметры эллиптичности.

жении. Для математического описания взаимодействия атомов с электромагнитным полем будем использовать стандартный формализм матрицы плотности $\hat{\rho}$, уравнение для которой таково:

$$\frac{\partial}{\partial t} \hat{\rho} = -\frac{i}{\hbar} [(\hat{H}_0 + \hat{V}), \hat{\rho}] + \hat{\Gamma} \hat{\rho}, \quad (4)$$

где

$$\hat{H}_0 = \sum_{j=g,e} \sum_{m_j} \mathcal{E}_j |F_j, m_j\rangle \langle F_j, m_j| \quad (5)$$

– гамильтониан невозмущенного атома в базисе зеемановских состояний $|F, m\rangle$; $\mathcal{E}_j$ – энергия j -го состояния; m_j – проекции j -го углового момента F_j на ось квантования z , пробегающие значения $m_j = -F_j, -F_j + 1, \dots, F_j$; $\hat{\Gamma} \hat{\rho}$ – оператор, описывающий релаксационные процессы (спонтанные, столкновительные, пролетные и т. д.); $\hat{V} = -(\hat{\mathbf{d}} \cdot \mathbf{E})$ – оператор взаимодействия атомов с полем ($\hat{\mathbf{d}}$ – векторный оператор электрического дипольного момента), который в приближении вращающейся волны определяется как

$$\hat{V} = \hbar R_1 \hat{V}_1(t) + \hbar R_2 \hat{V}_2(t) + \text{h.c.} \quad (6)$$

Здесь $R_{1,2} = -dE_{1,2}/\hbar$ – частоты Раби (d – приведенный матричный элемент дипольного момента $\hat{\mathbf{d}}$); h.c. – эрмитово сопряжение;

$$\hat{V}_{1,2}(t) = \hat{V}_{1,2} e^{-i\omega_{1,2}t} \quad (7)$$

– безразмерные операторы взаимодействия;

$$\hat{V}_j = \hat{\mathbf{T}} \cdot e_j = \sum_{q=0,\pm 1} \hat{T}_q e_j^{(q)} \quad (j = 1, 2). \quad (8)$$

Циклические компоненты векторного оператора $\hat{\mathbf{T}}$ выражаются через $3jm$ -символы:

$$\hat{T}_q = \sum_{\{m\}} (-1)^{F_e - m_e} \begin{pmatrix} F_e & 1 & F_g \\ -m_e & q & m_g \end{pmatrix} |F_e, m_e\rangle \langle F_g, m_g|. \quad (9)$$

Разобьем матрицу плотности $\hat{\rho}$ на четыре блока,

$$\hat{\rho} = \hat{\rho}^{gg} + \hat{\rho}^{ee} + \hat{\rho}^{eg} + \hat{\rho}^{ge}, \quad (10)$$

где каждый из блоков есть матрица

$$\hat{\rho}^{ab} = \sum_{m_a, m_b} \rho_{m_a, m_b}^{ab} |F_a, m_a\rangle \langle F_b, m_b|. \quad (11)$$

В силу эрмитовости матрицы плотности $\hat{\rho}^{gg\dagger} = \hat{\rho}^{gg}$, $\hat{\rho}^{ee\dagger} = \hat{\rho}^{ee}$, $\hat{\rho}^{eg\dagger} = \hat{\rho}^{ge}$. Диагональные матричные блоки $\hat{\rho}^{gg}$ и $\hat{\rho}^{ee}$ описывают населенности атомных состояний и низкочастотные (зеемановские) когерентности, а недиагональные матричные блоки $\hat{\rho}^{eg}$ и $\hat{\rho}^{ge}$ соответствуют оптическим когерентностям.

Далее, подставляя выражения (5), (6) в уравнение (4) и выделяя в оптических когерентностях быстрые временные осцилляции на частоте одной из волн (например, на ω_1),

$$\hat{\rho}^{eg} = \hat{\rho}^{eg} e^{-i\omega_1 t}, \quad \hat{\rho}^{ge} = \hat{\rho}^{ge} e^{i\omega_1 t}, \quad (12)$$

получаем следующую систему уравнений:

$$\begin{aligned}
 \left(\frac{\partial}{\partial t} + \gamma_{\text{opt}} + \Gamma_0 - i\delta \right) \hat{\rho}^{\text{eg}} &= -iR_1(\hat{V}_1 \hat{\rho}^{\text{eg}} - \hat{\rho}^{\text{eg}} \hat{V}_1) \\
 &\quad - iR_2 e^{-i\tau t} (\hat{V}_2 \hat{\rho}^{\text{eg}} - \hat{\rho}^{\text{eg}} \hat{V}_2), \\
 \left(\frac{\partial}{\partial t} + \gamma_{\text{opt}} + \Gamma_0 + i\delta \right) \hat{\rho}^{\text{ge}} &= -iR_1(\hat{V}_1^\dagger \hat{\rho}^{\text{ge}} - \hat{\rho}^{\text{ge}} \hat{V}_1^\dagger) \\
 &\quad - iR_2 e^{i\tau t} (\hat{V}_2^\dagger \hat{\rho}^{\text{ge}} - \hat{\rho}^{\text{ge}} \hat{V}_2^\dagger), \\
 \left(\frac{\partial}{\partial t} + \gamma_{\text{sp}} + \Gamma_0 \right) \hat{\rho}^{\text{ee}} &= -iR_1(\hat{V}_1 \hat{\rho}^{\text{ee}} - \hat{\rho}^{\text{ee}} \hat{V}_1^\dagger) \\
 &\quad - iR_2(e^{-i\tau t} \hat{V}_2 \hat{\rho}^{\text{ee}} - e^{i\Delta t} \hat{\rho}^{\text{ee}} \hat{V}_2^\dagger), \\
 \left(\frac{\partial}{\partial t} + \Gamma_0 \right) \hat{\rho}^{\text{gg}} - \Gamma_0 \hat{\rho}^{\text{gg}}(0) &= \hat{\gamma} \{ \hat{\rho}^{\text{ee}} \} - iR_1(\hat{V}_1^\dagger \hat{\rho}^{\text{gg}} - \hat{\rho}^{\text{gg}} \hat{V}_1) \\
 &\quad - iR_2(e^{i\tau t} \hat{V}_2^\dagger \hat{\rho}^{\text{gg}} - e^{-i\Delta t} \hat{\rho}^{\text{gg}} \hat{V}_2).
 \end{aligned} \tag{13}$$

Здесь $\Delta \equiv \omega_2 - \omega_1$; γ_{sp} – скорость радиационного распада возбужденного состояния; Γ_0 – константа, отвечающая за времяпролетную или диффузионную релаксацию в основном состоянии к начальному (изотропному) распределению $\hat{\rho}^{\text{gg}}(0) = \hat{1}^{\text{gg}} \cdot \text{Tr}\{\hat{\rho}\}/(2F_g + 1)$ в отсутствие светового поля; $\hat{1}^{\text{gg}}$ – единичная матрица размерности $(2F_g + 1) \times (2F_g + 1)$; $\text{Tr}\{\dots\}$ – операция взятия следа матрицы; γ_{opt} – скорость релаксации оптических когерентностей; $\delta \equiv \omega_1 - \omega_0$ – отстройка частоты одной из волн светового поля ω_1 от частоты перехода ω_0 ; $\hat{\gamma} \{ \hat{\rho}^{\text{ee}} \}$ – оператор, описывающий приход атомов с возбужденного уровня на основной. В стандартной модели спонтанной релаксации с учетом переноса анизотропии

$$\hat{\gamma} \{ \hat{\rho}^{\text{ee}} \} = \gamma_{\text{sp}} (2F_g + 1) \sum_{q=0, \pm 1} \hat{T}_q^\dagger \hat{\rho}^{\text{ee}} \hat{T}_q. \tag{14}$$

В модели без переноса анизотропии имеет место другое выражение:

$$\hat{\gamma} \{ \hat{\rho}^{\text{ee}} \} = \gamma_{\text{sp}} \frac{\hat{1}^{\text{gg}} \cdot \text{Tr}\{\hat{\rho}^{\text{ee}}\}}{2F_g + 1}. \tag{15}$$

Отметим, что для циклического перехода $F_g \rightarrow F_e$ суммарная населенность на основном и возбужденном уровнях сохраняется:

$$\text{Tr}\{\hat{\rho}^{\text{gg}}\} + \text{Tr}\{\hat{\rho}^{\text{ee}}\} = 1. \tag{16}$$

Видно, что правые части уравнений (13) являются периодическими функциями времени с периодом $T = 2\pi/|\Delta|$. Для расчета временной зависимости матрицы плотности, описываемой данными уравнениями, мы использовали наш метод построения динамического стационарного состояния, подробно изложенный в работе [23]. Суть этого метода состоит в следующем. Для начала необходимо представить систему дифференциальных уравнений для матрицы плотности (13) в векторном виде:

$$\partial_t \boldsymbol{\rho}(t) = \hat{L}(t) \boldsymbol{\rho}(t), \quad \text{Tr}\{\hat{\rho}(t)\} = \sum_j \rho_{jj}(t) = 1. \tag{17}$$

Здесь вектор-столбец $\boldsymbol{\rho}(t)$ формируется из матричных элементов $\rho_{jk}(t)$, а линейный оператор $\hat{L}(t)$ построен из коэффициентов динамической системы уравнений (13). Если для некоторого момента времени t_1 существует вектор $\boldsymbol{\rho}(t_1)$, то, в соответствии с уравнением (13), для другого момента времени, t_2 , мы можем записать:

$$\boldsymbol{\rho}(t_2) = \hat{A}(t_2, t_1) \boldsymbol{\rho}(t_1), \tag{18}$$

где двухвременной оператор эволюции $\hat{A}(t_2, t_1)$ определяется из матричной зависимости $\hat{L}(t)$. В случае справедливости условия периодичности, $\hat{L}(t+T) = \hat{L}(t)$, для произвольных t_2 и t_1 имеет место следующее соотношение:

$$\hat{A}(t_2 + T, t_1 + T) = \hat{A}(t_2, t_1). \tag{19}$$

В работе [23] было строго доказано существование периодического решения $\boldsymbol{\rho}(t+T) = \boldsymbol{\rho}(t)$ для произвольной периодически возбуждаемой квантовой системы. Вследствие релаксационных процессов это состояние реализуется как асимптотическое ($t \rightarrow +\infty$) независимо от начальных условий. Таким образом, периодичность является главным свойством динамического стационарного состояния, которое удовлетворяет следующему уравнению:

$$\boldsymbol{\rho}(t) = \hat{A}(t+T, t) \boldsymbol{\rho}(t), \quad \text{Tr}\{\hat{\rho}(t)\} = \sum_j \rho_{jj}(t) = 1. \tag{20}$$

Это уравнение может быть использовано для построения универсального вычислительного алгоритма (без применения формализма Флоке или Фурье). Действительно, рассмотрим некоторый выбранный временной интервал $[t_0, t_0 + T]$, который можно разбить на N малых подынтервалов между точками $t_n = t_0 + n\tau$ ($n = 0, 1, \dots, N$), где $\tau = T/N$ – длительность подынтервалов. Зависимость $\hat{L}(t)$ мы аппроксимируем ступенчатой функцией, где матрица $\hat{L}(t)$ имеет постоянное значение $\hat{L}(t_{n-1})$ внутри подынтервала $(t_{n-1}, t_n]$. В этом случае вектор $\boldsymbol{\rho}(t_0)$ в начальной точке t_0 определяется уравнением (20) с оператором эволюции $\hat{A}(t_0 + T, t_0)$ в форме последовательного произведения матричных экспонент:

$$\hat{A}(t_0 + T, t_0) \approx \prod_{n=1}^{n=N} e^{\tau \hat{L}(t_{n-1})} = e^{\tau \hat{L}(t_{n-1})} \times \dots \times e^{\tau \hat{L}(t_1)} \times e^{\tau \hat{L}(t_0)}. \tag{21}$$

Векторы $\boldsymbol{\rho}(t_n)$ в других точках интервала $[t_0, t_0 + T]$ определяются через рекуррентное соотношение

$$\boldsymbol{\rho}(t_n) = e^{\tau \hat{L}(t_{n-1})} \boldsymbol{\rho}(t_{n-1}). \tag{22}$$

В качестве спектроскопического сигнала мы рассматриваем поглощение светового поля, которое в приближении оптически тонкой среды определяется полной населенностью возбужденного уровня:

$$S = \text{Tr}\{\hat{\rho}^{\text{ee}}\}. \tag{23}$$

Далее сигнал (23) должен быть усреднен по периоду T :

$$\langle S \rangle_T = \frac{1}{T} \int_0^T S(t) dt. \tag{24}$$

В настоящей работе мы исследуем спектроскопический сигнал $\langle S \rangle_T$ для замкнутого дипольного перехода в зависимости от значений F_g и F_e . Сигнал поглощения (24)

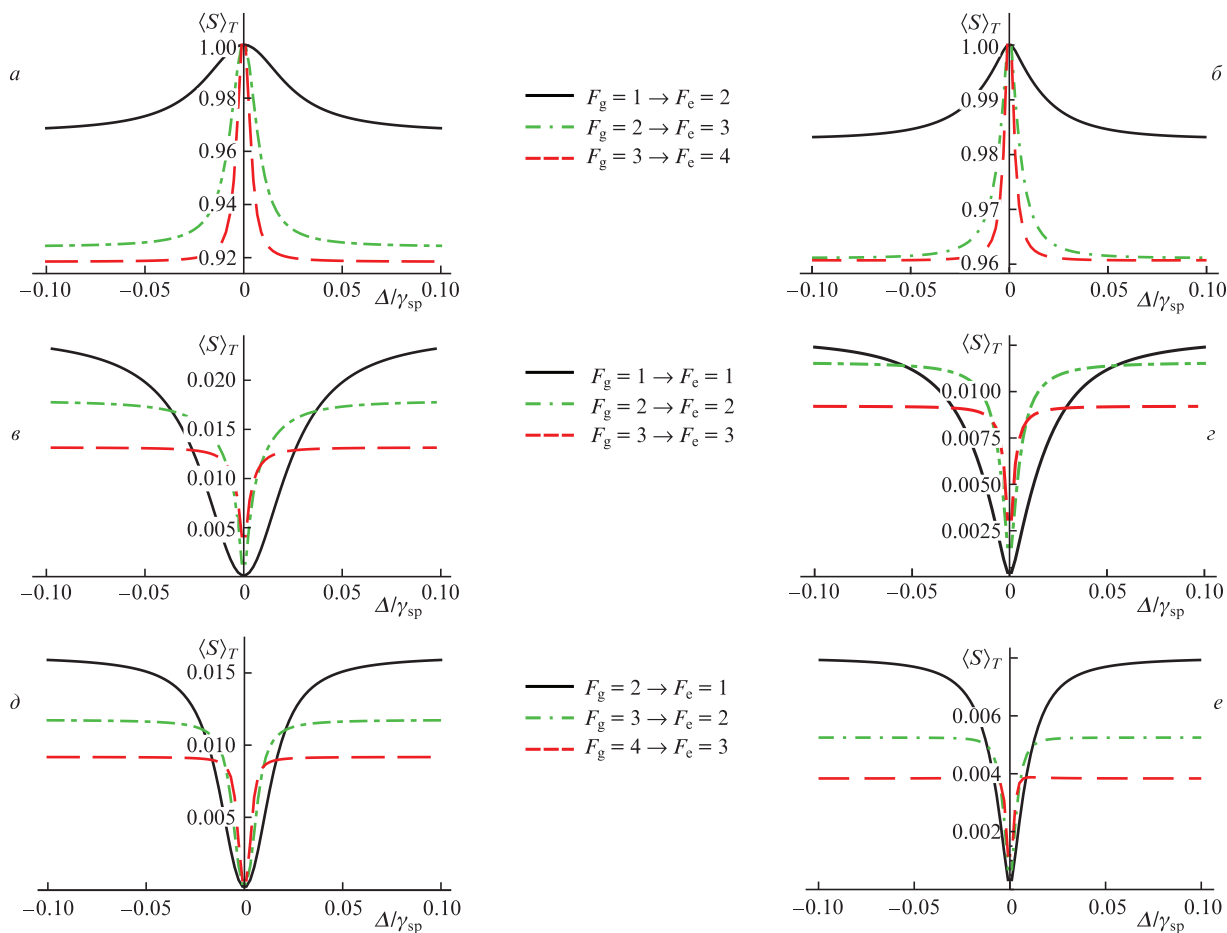


Рис.3. Зависимости сигнала поглощения $\langle S \rangle_T$ от разности частот волн $\Delta \equiv \omega_2 - \omega_1$ (в единицах γ_{sp}) в модели со спонтанным переносом анизотропии из возбужденного состояния в основное для частных случаев переходов $F_g = F \rightarrow F_e = F + 1$ (кривые нормированы на значение сигнала вблизи $\Delta = 0$) (а, б), $F_g = F \rightarrow F_e = F$ (в, г) и $F_g = F \rightarrow F_e = F - 1$ (д, е) при $\varepsilon_1 = \pi/4$, $\varepsilon_2 = -\pi/4$ (а, в, д) и $\varepsilon_1 = \pi/8$, $\varepsilon_2 = -\pi/8$ (б, г, е). Другие параметры модели: $R_1 = R_2 = \gamma_{sp}$, $\gamma_{opt} = 50\gamma_{sp}$, $\Gamma_0 = 10^{-4}\gamma_{sp}$, $\phi = 0$.

является функцией разности частот волн Δ , и сверхузкая резонансная структура проявляется вблизи $\Delta = 0$. Численные расчеты проводились для различных эллиптических поляризаций волн (включая линейную и циркулярную) и при условии $R_1^2 + R_2^2 \gg \gamma_{sp}\Gamma_0$, т.е. для достаточно большой интенсивности поля, когда теория возмущений [22] уже неприменима. Рассматривалась модель со спонтанным переносом анизотропии (14) (рис.3) и без неё (15) (рис.4).

На рис.3,а,б приведены зависимости сигнала $\langle S \rangle_T$ от Δ для частных случаев переходов $F_g = F \rightarrow F_e = F + 1$. Видно, что данные резонансы направлены вверх, т.е. имеет место эффект ЭИА, поэтому переходы $F_g = F \rightarrow F_e = F + 1$ являются «яркими». На рис.3,в,г и д,е представлены анало-

гичные зависимости для частных случаев переходов $F_g = F \rightarrow F_e = F$ и $F_g = F \rightarrow F_e = F - 1$ соответственно. В этом случае резонансы направлены вниз, и проявляется эффект ЭИП, в связи с чем данные переходы являются «тёмными». На рис.4 показаны сверхузкие резонансы, которые формируются на переходах $F_g = 1 \rightarrow F_e = 2$ (рис.4,а), $F_g = 2 \rightarrow F_e = 3$ (рис.4,б) и $F_g = 3 \rightarrow F_e = 4$ (рис.4,в) без учета спонтанного переноса анизотропии. Однако здесь резонансы уже направлены вниз (в отличие от результатов рис.3,а, б), т.е. образуются резонансы ЭИП. Таким образом, эллиптичность волн не влияет на знак сверхузкого резонанса в двухчастотной конфигурации при больших интенсивностях волн, и этот знак определяется только угловыми моментами F_g и F_e . При этом формирование

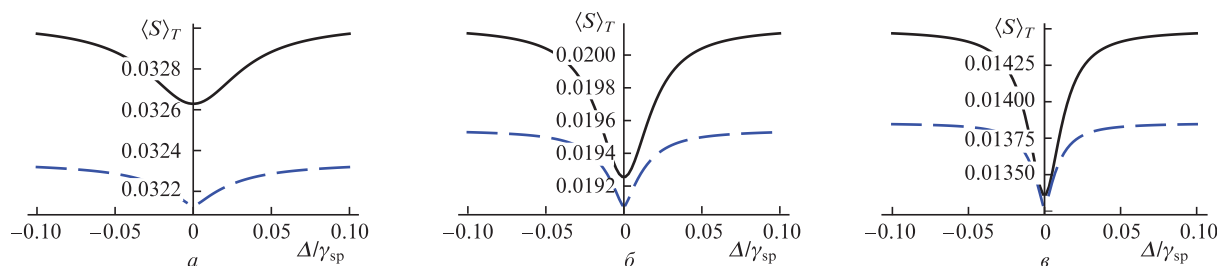


Рис.4. Зависимости сигнала поглощения $\langle S \rangle_T$ от разности частот волн $\Delta \equiv \omega_2 - \omega_1$ (в единицах γ_{sp}) в модели без спонтанного переноса анизотропии из возбужденного состояния в основное для переходов $F_g = 1 \rightarrow F_e = 2$ (а), $F_g = 2 \rightarrow F_e = 3$ (б) и $F_g = 3 \rightarrow F_e = 4$ (в) при $\varepsilon_1 = \pi/4$, $\varepsilon_2 = -\pi/4$ (сплошные кривые) и $\varepsilon_1 = \pi/8$, $\varepsilon_2 = -\pi/8$ (штриховые кривые). Другие параметры модели: $R_1 = R_2 = 2\gamma_{sp}$, $\gamma_{opt} = 50\gamma_{sp}$, $\Gamma_0 = 10^{-4}\gamma_{sp}$, $\phi = 0$.

резонанса ЭИА связано со спонтанным переносом анизотропии из возбужденного состояния в основное.

3. Заключение

В настоящей работе мы провели теоретическое исследование знака сверхзуккого резонанса в зависимости от значений полных угловых моментов основного (F_g) и возбужденного (F_e) состояний замкнутого дипольного перехода вне рамок теории возмущений. В качестве модели нами рассматривалось взаимодействие между двухчастотным полем двух коллинеарных волн с произвольной эллиптической поляризацией и двухуровневой атомной системой, вырожденной по проекциям полного углового момента. Показано, что тип резонанса (ЭИП или ЭИА) не зависит от параметров эллиптичности и интенсивности волн. При этом резонанс ЭИА формируется за счет спонтанного переноса анизотропии из возбужденного состояния атома в основное. В итоге мы обобщили проведенную ранее классификацию циклических дипольных переходов по направлению сверхзуккого резонанса для сильного светового поля. «Яркими» являются переходы $F_g = F \rightarrow F_e = F + 1$, на которых возможно наблюдение резонансов ЭИА. В свою очередь к «тёмным» переходам относятся переходы $F_g = F \rightarrow F_e = F$ и $F_g = F \rightarrow F_e = F - 1$, для которых наблюдаются резонансы ЭИП.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФ (проект №18-72-00065), РФФИ (гранты №19-32-90181, 20-02-00505), гранта Президента Российской Федерации (МК-161.2020.2) и фонда развития теоретической физики и математики «БАЗИС» (проект №19-1-1-67-2).

1. Alzetta G. et al. *Nuovo Cim. B*, **36**, 5 (1976).
2. Akulshin A.M., Barreiro S., Lezama A. *Phys. Rev. A*, **57**, 2996 (1998).
3. Arimondo E., Orriols G. *Lett. Nuovo Cim.*, **17**, 333 (1976).
4. Агапьев Б.Д. и др. *УФН*, **163**, 1 (1993) [*Phys. Usp.*, **36** (9), 763 (1993)].
5. Arimondo E. *Progr. Opt.*, **35**, 257 (1996).
6. Taichenachev A.V., Tumaikin A.M., Yudin V.I. *Phys. Rev. A*, **61**, 011802 (1999).
7. Erhard M., Helm H. *Phys. Rev. A: At., Mol., Opt. Phys.*, **63**, 043813 (2001).
8. Balabas M.V. et al. *Phys. Rev. Lett.*, **105**, 070801 (2010).
9. Lee H.J., Moon H.S. *J. Opt. Soc. Am. B*, **30**, 2301 (2013).
10. Vanier J. *Appl. Phys. B*, **81**, 421 (2005).
11. Shah V., Kitching J. *Adv. At. Mol. Opt. Phys.*, **59**, 21 (2010).
12. Brazhnikov D. et al. *Opt. Express*, **27**, 36034 (2019).
13. Fleischhauer M., Imamoglu A., Marangos J.P. *Rev. Mod. Phys.*, **77**, 633 (2005).
14. Pradhan S., Behera R., Das A.K. *Appl. Phys. Lett.*, **100**, 173502 (2012).
15. Mikhailov E.E. et al. *Phys. Rev. A: At., Mol., Opt. Phys.*, **69**, 063808 (2004).
16. Lezama A., Barreiro S., Akulshin A.M. *Phys. Rev. A: At., Mol., Opt. Phys.*, **59**, 4732 (1999).
17. Dancheva Y. et al. *Opt. Commun.*, **178**, 103 (2000).
18. Renzoni F. et al. *J. Opt. B: Quantum Semiclas. Opt.*, **3**, S7 (2001).
19. Бражников Д.В. и др. *Письма в ЖЭТФ*, **83**, 71 (2006) [*JETP Lett.*, **83** (2), 64 (2006)].
20. Auzinsh M. et al. *Phys. Rev. A: At., Mol., Opt. Phys.*, **78**, 013417 (2008).
21. Breschi E., Weis A. *Phys. Rev. A: At., Mol., Opt. Phys.*, **86**, 053427 (2012).
22. Лазебный Д.Б. и др. *ЖЭТФ*, **148**, 1068 (2015) [*JETP*, **121**, 934 (2015)].
23. Yudin V.I., Taichenachev A.V., Basalaev M.Yu. *Phys. Rev. A*, **93**, 013820 (2016).