Методы и алгоритмы компьютерного синтеза голограммных элементов для получения комплексного импульсного отклика оптических систем обработки информации на основе современных пространственных модуляторов света

Е.Ю.Злоказов

Исследованы возможности построения оптических устройств обработки данных и формирования изображений, принцип действия которых основан на манипуляции когерентными световыми пучками с помощью пространственновременных модуляторов света (ПВМС). Представлен обзор коммерчески доступных ПВМС и проведен анализ ограничений их комплексных модуляционных характеристик. Основной проблемой применения современных ПВМС является отсутствие возможности непосредственной модуляции всех состояний внутри единичного комплексного круга. В связи с этим приведено описание особенностей актуальных методов синтеза голограммных элементов, реализующих заданный комплексный импульсный отклик оптической системы и оптимальных для реализации с использованием ПВМС при чисто амплитудной, чисто фазовой и гибридной амплитудно-фазовой модуляции.

Ключевые слова: компьютерный голографический синтез, оптическая обработка инфрмации, пространственные модуляторы света.

1. Введение

Использование двумерной функции распределения комплексной амплитуды света в качестве носителя информации вызывает большой интерес, поскольку позволяет осуществлять оптическую многоканальную параллельную передачу и обработку больших массивов цифровых данных со скоростью и энергоэффективностью, недостижимыми с помощью исключительно электронных средств [1]. Системы формирования двух- и трехмерных изображений [2, 3], оптические системы кодирования изображений [4], когерентные сверточные процессоры и корреляторы [5-10] основаны на принципах формирования комплексного импульсного отклика оптической системы с помощью двумерных фильтрующих фотомасок. Функция пространственного пропускания фотомаски, в общем случае комплексная, определяется исходя из параметров оптической системы, в которой распространяется несущий световой пучок, и с известными ограничениями может быть найдена с использованием методов скалярной теории дифракции [11]. Применение оптико-электронных средств, таких как пространственно-временной модулятор света (ПВМС) с высоким пространственным разрешением, позволяет осуществлять оперативный ввод фильтрующих элементов в оптическую схему, что открывает перспективы создания устройств формирования динамических изображений, а также устройств обработки данных в реальном времени.

Главной проблемой при использовании современных ПВМС с высоким пространственным разрешением явля-

Поступила в редакцию 18 февраля 2020 г., после доработки – 13 марта 2020 г.

ется то, что на данный момент нет средств, позволяющих осуществлять полную манипуляцию комплексной амплитудой света. Для решения этой проблемы выводимые на экран ПВМС фильтрующие фотомаски необходимо тем или иным образом адаптировать под характеристику используемого устройства для обеспечения максимального отношения сигнал/шум на выходе проектируемой системы.

В связи с этим основной целью настоящей работы является оценка перспектив применения современных коммерчески доступных ПВМС для задач оптической обработки данных и формирования изображений исходя из доступных типов модуляции света и методов синтеза голограммных элементов, реализующих заданную функцию комплексного импульсного отклика оптической системы в условиях ограничений модуляционной характеристики используемых устройств.

2. Оптическая система с заданным комплексным импульсным откликом

Формирование световых сигналов с заданным двумерным распределением комплексной амплитуды в общем случае возможно путем реализации в некоторой плоскости оптической системы двумерной фильтрующей маски как голограммного элемента, вид функции пропускания которого определен параметрами формируемого сигнала и конфигурацией оптической схемы распространения светового пучка из плоскости фильтрации в плоскость наблюдаемого выходного сигнала. Использование линз в качестве фурье-преобразующего объектива (ФПО) и фурье-восстанавливающего объектива (ФВО) в конфигурации 4-f позволяет применить методы пространственно-частотной фильтрации для обработки и формирования световых сигналов с заданным пространственным распределением комплексной амплитуды.

На рис.1 приведена типичная 4-f-схема с фурье-фильтром в плоскости пространственных частот. Передняя

Е.Ю.Злоказов. Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ», Россия, 115409 Москва, Каширское ш., 31; e-mail: ezlokazov@gmail.com



Рис.1. Схема когерентного сверточного процессора типа 4-f.

фокальная плоскость ФПО с фокусным расстоянием f_1 , представленная в декартовых координатах x_1, y_1 , называется плоскостью входного изображения с функцией распределения комплексной амплитуды $a(x_1, y_1)$. В этой плоскости происходит формирование входного сигнала оптической системы. Фильтр-транспарант с двумерной функцией распределения коэффициента пропускания T(u, v)располагается в задней фокальной плоскости ФПО, являющейся одновременно передней фокальной плоскостью ФВО. На рис.1 данная плоскость представлена в декартовых координатах u, v. Задняя фокальная плоскость ФВО с фокусным расстоянием f_2 , представленная в декартовых координатах x_2, y_2 , называется плоскостью выходного изображения.

Если $x_2 = -x_1 f_2 / f_1$, $y_2 = -y_1 f_2 / f_1$, $u = x_1 / (\lambda f_1)$, $v = y_1 / (\lambda f_1)$ (λ – длина волны излучения), то функцию распределения комплексной амплитуды света в плоскости выходного изображения можно связать с функцией распределения комплексной амплитуды света в плоскости входного изображения соотношением [11]

$$f(x_2, y_2) = \mathcal{F}^{-1}[A(u, v)T(u, v)](x_2, y_2) = \langle a \odot t \rangle (x_2, y_2), \quad (1)$$

где $A(u,v) = \mathcal{F}[a(x_1,y_1)](u,v) - фурье-преобразование$ $функции <math>a(x_1,y_1)$ в пространственных координатах u,v; $\langle a \odot t \rangle (x,y) - обозначение операции свертки функций$ *a*и*t*в координатах*x*,*y* $. Если в центре плоскости <math>x_1y_1$ разместить точечный источник монохроматического излучения, то A(u,v) = const, и функция распределения комплексной амплитуды в выходной плоскости системы будет пропорциональна обратному фурье-преобразованию от функции *T*:

$$f(x_2, y_2) \propto t(x_2, y_2) = \mathcal{F}^{-1}[T(u, v)](x_2, y_2).$$
(2)

Эта конфигурация лежит в основе когерентных систем формирования изображений с помощью фурье-голограмм. В данном случае функция T(u,v) рассчитывается таким образом, чтобы ее обратный фурье-образ, функция $t(x_2, y_2)$, содержал требуемое изображение.

Возможность аналоговой реализации процедуры свертки двух функций в оптоэлектронном когерентном процессоре может быть использована для решения широкого круга задач, таких как фильтрация и корреляционное распознавание изображений [12], «призрачная» визуализация (ghost imaging) [13], реализации многоканальных параллельных вычислений в частных производных [14, 15], а также моделирование оптических нейронных сетей [16]. В случае проектирования когерентной 4-f-схемы для задач корреляционного распознавания в плоскости x_1y_1 формируется изображение сцены, содержащей образы распознаваемых объектов, а фурье-фильтр T(u,v) реализует импульсный отклик, соответствующий эталону, представленному в предметной плоскости в виде функции t(x, y). В плоскости x_2y_2 формируется изображение функции корреляции входной сцены с функцией эталона.

В простейшем случае согласованного фильтра,

$$T(u,v) = A^*(u,v),$$
 (3)

выражение (1) становится идентичным формуле для автокорреляции, а сигнал на выходе представляет собой яркий и узкий корреляционный пик. Известной проблемой согласованной фильтрации является высокая чувствительность к шумам и к искажениям изображения распознаваемого объекта относительно эталона. Поэтому в настоящее время широкое распространение получили составные инвариантные фильтры, синтезируемые в виде линейной или нелинейной комбинации набора тренировочных образов и позволяющие добиться устойчивости корреляционного распознавания при наличии искажений, таких как поворот, масштабирование, частичное перекрытие, изменение освещенности и т.д. [12, 17, 18].

Таким образом, для формирования требуемого сигнала в выходной плоскости оптической системы, приведенной на рис.1, функция, представляющая двумерное пропускание фурье-фильтра T(u,v), в общем случае должна быть комплексной.

3. Коммерчески доступные ПВМС

Применение электронно-управляемых ПВМС позволяет проводить обработку оптических сигналов и формировать изображения в режиме реального времени. Быстродействие таких систем будет в большей степени определяться числом активных элементов дискретной структуры экрана ПВМС и скоростью их переключения, поэтому пространственное разрешение, тип модуляции и частота смены кадров являются определяющими при проектировании той или иной оптической системы обработки информации и формирования изображений.

В табл.1 представлен обзор коммерчески доступных (на момент написания статьи) устройств пространственновременной модуляции излучения, имеющих высокое пространственное разрешение (более ~1 мегапикселя), а также частоту смены кадров более или около 60 Гц. В итоге можно сделать вывод о том, что на сегодняшний день доступны лишь два типа устройств, отвечающих требуемым характеристикам: ПВМС, принцип работы которых основан на использовании жидких кристаллов (ЖК), и микроэлектромеханические системы (МЭМС).

В случае жидкокристаллических ПВМС можно выделить две принципиально различающиеся технологии изготовления: конструкция просветного типа (TLC – transmissive liquid crystal) и конструкция отражательного типа (LCOS – liquid crystal on silicon). Также стоит особо выделить группу жидкокристаллических ПВМС на основе ферроэлектрических ЖК (FLCOS), обладающих частотой смены кадров, максимальной среди всех устройств на основе ЖК, а также некоторыми уникальными модуляционными свойствами. МЭМС представлены двумя принципиально различными типами: системы на основе матрицы микрозеркал, такие как DMDTM (digital micromirror device [19]) и AMM (active micro-mirror matrix), и на основе решеточного затвора GLVTM (grating light valve [20, 21]). Многие из указанных устройств имеют специфические

Модель	Производитель	Технология	Разрешение	<i>d</i> ₀ (мкм)	ν (Гц)
LCX202A	Sony	TLC	1924 × 1024	7.2	240
SXRD241A	Sony	LCOS	1920×1080	4.25	60
4K	Compound Photonics	LCOS	4096×2160	3.015	120
HX7318	Himax	LCOS	1366×768	6.0	360
D-ILA	JVC	LCOS	4096×2400	6.8	220
LC-2012	Holoeye	TLC	1024×768	32	60
GAEA-2	Holoeye	LCOS	4160×2464	3.74	60
LETO	Holoeye	LCOS	1080×1920	6.4	60/180
X13138	Hamamatsu	LCOS	1272×1024	12.5	60/120
OP02220	OmniVision	LCOS	1280×720	4.5	300
RDP700Q	RaonTech	LCOS	2560×1440	6.05	360
SLM-200	Santec	LCOS	1200×1920	8.0	60/120
SYL2341	Syndiant	LCOS	3840×2160	3.2	60
HSP1920	Meadowlark Optics	LCOS	1920×1152	9.2	30-422
JD4704	Jasper	LCOS	4160×2464	3.74	180
QXGA	ForthDD	FLCOS	2048×1536	8.2	5700
UXGA	MDCA	FLCOS	1600×1200	6.3	540
DLP7000	Texas Instruments	DMD	768×1024	13.6	32552
DLP9500	Texas Instruments	DMD	1080×1920	10.8	23148
1M SLM	Fraunhofer IPMS	AMM	2048×512	16	2000
1D LM	Fraunhofer IPMS	AMM	8000×1	10	1 МГц
G8192	Silicon Light Machines	GLV	8192 × 1	5	250 кГц
Примечание: d_0	 – размер пикселя; v – частота см 	иены кадров.			

Табл.1. Коммерчески доступные ПВМС с высоким пространственным разрешением.

особенности, которые необходимо учитывать при проектировании оптической системы. Так, особенностями жидкокристаллических ПВМС компании Hamamatsu (X13138) являются линейность фазовой характеристики, высокая точность контроля фазы, а также высокая световая эффективность для определенных длин волн за счет использования диэлектрического зеркала. Устройства компании Santec (SLM-200) обладают высокой плоскостностью (до $\lambda/40$), а также высоким разрешением по входному сигналу - 10 бит, что дает возможность осуществлять высокоточный контроль фазы пучка. Устройство компании Меаdowlark Optics (HSP1920) управляется аналоговым драйвером, что позволило повысить частоту смены кадров до 422 Гц. Минимальный размер пикселя имеют устройства компании Syndiant (SYL2341), являющиеся наиболее компактными и поэтому востребованными для нашлемных лисплеев.

Частота смены кадров всех типов ПВМС на основе МЭМС составляет 10 кГц-1 МГц, что особо привлекательно для разработки оптико-цифровых устройств с высокой пропускной способностью. Однако важно иметь в виду, что устройства типа DMDTM и AMM обладают принципиально бинарной амплитудной модуляционной характеристикой, а устройства на основе GLVTM, как правило, имеют высокое разрешение лишь по одной пространственной координате, поэтому для работы в двумерном режиме в оптической схеме необходимо использовать временное сканирование по координате с низким разрешением. Частота смены кадров ~1 МГц устройства 1D LM (Fraunhofer IPMS) позволяет достичь скорости обновления двумерной функции, состоящей из 2000 строк, до 500 Гц, что сопоставимо со скоростью обновления для лучших образцов ПВМС на основе ЖК, а разрешение 8000 пикселей в строке дает возможность формировать изображения с рекордным пространственным разрешением.

На рис.2,*а* показана диаграмма фазора типичного комплексного фурье-фильтра. На рис.2, δ -з приведены типичные диаграммы доступных модуляционных состояний, потенциально достижимых с помощью устройств, представленных в табл.1.

Непрерывная амплитудная модуляция (рис.2,б) доступна с помощью ПВМС на основе ЖК [22], а также МЭМС-модуляторов типа GLVTM. Однако при реализации фурье-фильтра надо иметь в виду, что для некоторых типов жидкокристаллических ПВМС работа в амплитудном режиме может сопровождаться аддитивной фазовой модуляцией, так что модуляционная характеристика может выглядеть так же, как изображенная на рис.2, в. Это может привести к появлению ошибок и искажений на выходе проектируемой оптической системы [23, 24]. Частный случай амплитудной модуляции – бинарная амплитудная модуляция (рис.2,г) – реализуется с использованием ПВМС на основе FLCOS, а также МЭМС на основе матрицы активных микрозеркал (DMDTM и AMM). Чисто фазовая модуляция возможна с помощью большинства ПВМС на основе ЖК [22], а также МЭМС-ПВМС на основе GLVTM. Комбинация бинарной фазовой и непрерывной амплитудной модуляций - биполярная непрерывная амплитудная модуляция (рис.2,е) – может быть получена с использованием ПВМС на основе нематических ЖК с нулевым твистом [25, 26] или ферроэлектрических ЖК [22]. Бинарная фазовая (рис.2,ж) и троичная биполярная амплитудная (рис.2,е) модуляционные характеристики могут быть получены с помощью некоторых типов ПВМС на основе как нематических твист-структур [27, 28], так и ферроэлектрических ЖК [22].

В рамках настоящей работы квантованные или бинарные типы модуляционной характеристики, представленные на рис.2,*г*, *ж* и *з*, рассматриваются как частные случаи непрерывной однополярной или биполярной мо-



Рис.2. Представление на единичном комплексном круге множеств состояний разных типов модуляции, доступных с помощью современных ПВМС: пример диаграммы фазора комплексного фурье-фильтра (*a*), чисто амплитудная модуляция (*б*), амплитудная модуляция с аддитивным фазовым сдвигом (*в*), бинарная амплитудная модуляция (*г*), чисто фазовая модуляция (*д*), биполярная амплитудная модуляция (*е*), бинарная фазовая модуляция (*ж*) и троичная амплитудная модуляция (*з*).

дуляционной характеристики. Для подавления искажений, вызванных ограничением числа уровней квантования, используются такие методы, как бинаризация и растрирование. Подробное рассмотрение этих проблем выходит за рамки настоящей статьи. Результаты исследований по применению бинарных ПВМС в оптических системах свободного пространства приведены в работе [29].

Таким образом, на данный момент не существует ПВМС, элементарные ячейки которого способны проводить полноценную комплексную модуляцию света для всех состояний на единичном комплексном круге. Доступные типы модуляционных характеристик можно разбить на три основные группы: чисто амплитудная, чисто фазовая и комбинированная амплитудно-фазовая (амплитудная с аддитивным фазовым сдвигом и биполярная амплитудная) модуляции.

Один из подходов к решению проблемы реализации комплексной функции отклика – применение оптических схем на основе двух ПВМС [30–33], а также схем, использующих разные зоны ПВМС для формирования пучков, интерференция которых является искомой функцией [34]. Однако, как правило, эти схемы очень сложны и поэтому их подробное рассмотрение выходит за рамки настоящей работы. Особый интерес вызывает подход, заключающийся в применении синтезированного голографического фильтра $\Gamma(u, v)$ вместо транспаранта T(u, v). Ниже представлены методы реализации импульсного отклика когерентной оптической системы, основанные на использовании только одного ПВМС в оптической схеме.

4. Методы формирования комплексного импульсного отклика с использованием амплитудных ПВМС

Ранней попыткой реализации голограммного фурьефильтра с помощью чисто амплитудной бинарной маски был метод, описанный в классических работах Брауна и Ломана [35, 36] и Ломана и Париса [37, 38]. Суть метода заключается в представлении дискретного комплексного элемента синтезированного голограммного фильтра в виде прямоугольного отверстия, площадь которого пропорциональна амплитуде, а смещение отверстия в пределах апертуры элемента пропорционально фазе соответствующего элемента фурье-фильтра. Практическое применение этого метода с помощью ПВМС со строго определенной дискретной структурой элементов потребовало бы значительного запаса по разрешению, т. к. на каждый дискретный элемент фильтра пришлось бы использовать большое число пикселей ПВМС. При этом модуляционная характеристика принимала бы строго определенные дискретные значения по амплитуде и фазе. Далее рассмотрены методы, не требующие значительной избыточности разрешения ПВМС при их физической реализации.

4.1. Метод макропикселей

Метод макропикселей заключается в кодировании дискретных значений комплексной амплитуды фурье-фильтра с помощью нескольких элементов ПВМС. Ли [39] первым предложил использовать четыре пикселя амплитудного ПВМС для представления значений произвольной комплексной функции. Согласно методу Ли, комплексный импульсный отклик в предметной плоскости f(x, y) формируется путем размещения амплитудной голограммы $\Gamma(u, v)$ в плоскости фурье-частот оптической системы. Для поиска функции голографического фильтра комплексную амплитуду фурье-образа импульсного отклика представим в виде суммы двух пар взаимно компенсирующих векторов:

$$|F(u,v)| \exp[i\Phi(u,v)] = F_1(u,v) - F_3(u,v) + iF_2(u,v)$$

- iF₄(u,v), (4)

где F(u,v) – действительная амплитуда фурье-фильтра; $\Phi(u,v)$ – действительная фаза фурье-образа функции f(x,y); неотрицательные действительные функции k-го субпикселя $F_k(u,v)$ могут быть определены по формулам

$$F_{1}(u,v) = \begin{cases} |F(u,v)| \cos \Phi(u,v), \ \cos \Phi(u,v) > 0, \\ 0, \ \cos \Phi(u,v) \le 0, \end{cases}$$

$$F_{3}(u,v) = F_{1}(u,v) - |F(u,v)| \cos \Phi(u,v),$$

$$F_{2}(u,v) = \begin{cases} |F(u,v)| \sin \Phi(u,v), \ \sin \Phi(u,v) > 0, \\ 0, \ \sin \Phi(u,v) \le 0, \end{cases}$$

$$F_{4}(u,v) = F_{2}(u,v) - |F(u,v)| \sin \Phi(u,v).$$
(5)

Тогда дискретную действителеьную неотрицательную функцию пропускания амплитудной голограммы можно представить в виде

$$\Gamma(u,v) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{k=1}^{4} F_k(u,v) \delta\left(u - \frac{n}{N} + \frac{k-1}{4N}, v - \frac{m}{M}\right), (6)$$

где $N \times M$ – физический размер дискретного голографического фильтра. Важно отметить, что субпиксели размещаются вдоль одного из направлений пространственной дискретизации, имеющего размерность N элементов. Фактическая размерность реализуемого комплексного фурьефильтра составляет (N/4) × M. Отклик такого фильтра может быть найден путем расчета обратного фурье-преобразования от функции (6):

$$\gamma(x, y) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{k=1}^{4} f_k(x - mM, y - nN) \exp\left[\frac{in(k-1)\pi}{2}\right]$$
$$= \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} t_n(x - mM, y - nN),$$
(7)

где $f_k(x, y)$ – фурье-образ функции $F_k(u, v)$;

$$t_n(x,y) = \sum_{k=1}^{4} f_k(x - mM, y - nN) \exp\left[\frac{in(k-1)\pi}{2}\right].$$
 (8)

В уравнении (8) член $t_1(x, y)$ – обратный фурье-образ комплексной функции, представленной уравнением (4), откуда можно сделать вывод о том, что $t_1(x, y) = f(x, y)$. Таким образом удается найти чисто амплитудный фильтр, формирующий в предметной плоскости изображение искомого импульсного отклика f(x, y).

Дальнейшее развитие метод Ли получил в работе [40], где на основе аналогичной идеи удалось реализовать комплексную функцию фурье-фильтра с помощью макропикселей, состоящих из трех субпикселей амплитудного ПВМС. Суть идеи заключается в представлении фурьеобраза функции f(x, y) в виде суммы трех слагаемых:

$$|F(u,v)| \exp[i\Phi(u,v)] = F_1(u,v) + F_2(u,v) \exp(i2\pi/3) + F_3(u,v) \exp(i4\pi/3).$$
(9)

Здесь неотрицательные действительные функции k-го субпикселя $F_k(u, v)$ задаются в виде

$$F_{1}(u,v) = \begin{cases} |F(u,v)|\cos \Phi + 3^{-1/2} \times \\ \times |F(u,v)|\sin \Phi, & 0 \le \Phi \le 2\pi/3, \\ 0, & 2\pi/3 \le \Phi \le 4\pi/3, \\ 3^{-1/2} |F(u,v)|\sin \Phi'', & 4\pi/3 \le \Phi \le 2\pi, \end{cases}$$

$$F_{2}(u,v) = \begin{cases} 3^{-1/2} |F(u,v)|\sin \Phi, & 0 \le \Phi \le 2\pi/3, \\ |F(u,v)|\cos \Phi' + 3^{-1/2} \times \\ \times |F(u,v)|\sin \Phi', & 2\pi/3 \le \Phi \le 4\pi/3, \\ 0, & 4\pi/3 \le \Phi \le 2\pi, \end{cases}$$

$$F_{3}(u,v) = \begin{cases} 0, & 0 \le \Phi \le 2\pi/3, \\ 3^{-1/2} |F(u,v)|\sin \Phi', & 2\pi/3 \le \Phi \le 4\pi/3, \\ 0, & 4\pi/3 \le \Phi \le 2\pi, \end{cases}$$

$$F_{3}(u,v) = \begin{cases} 0, & 0 \le \Phi \le 2\pi/3, \\ 3^{-1/2} |F(u,v)|\sin \Phi', & 2\pi/3 \le \Phi \le 4\pi/3, \\ |F(u,v)|\cos \Phi'' + 3^{-1/2} \times \\ \times |F(u,v)|\sin \Phi'', & 4\pi/3 \le \Phi \le 2\pi, \end{cases}$$
(10)

где $\Phi' = \Phi - 2\pi/3$; $\Phi'' = \Phi - 4\pi/3$. Тогда дискретная функция для расчета амплитудной голограммы в фурьеплоскости системы может быть записана в виде

$$\Gamma(u,v) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{k=1}^{3} F_k(u,v)$$
$$\times \delta\left(u - \frac{n}{N} + \frac{k-1}{3N}, v - \frac{m}{M}\right).$$
(11)

Важно отметить, что в этом случае экономится 25% пространственного разрешения фильтра по сравнению с оригинальным методом Ли.

Недостатком описанных мультипиксельных методов является то, что вследствие исключительно амплитудной реализации фильтра в плоскости фурье-частот в плоскости изображения всегда будут наблюдаться яркий нулевой порядок и сопряженное изображение. Для того чтобы изображение отклика не пересекалось с нулевым порядком и сопряженным изображением, к функции фурьефильтра добавляют дополнительный фазовый наклон, по аналогии с методом внеосевой голограммы, рассмотренным ниже в п.4.2. Максимальная величина этого наклона ограничена разрешением ПВМС. Таким образом, разрешение реализуемого фурье-фильтра не будет превышать 1/8 от разрешения ПВМС в случае четырехпиксельного метода Ли, а также 1/6 в случае трехпиксельного варианта.

В представленных методах макропиксельного подхода необходимо провести пространственно-частотную фильтрацию изображения, используя в оптической схеме пространственный фильтр Найквиста, ширина которого по одной из координат определяется величиной $\Delta u = \lambda f/(ld_0)$, а по другой – $\Delta v = \lambda f/d_0$, где l – число субпикселей в одном макропикселе, d_0 – размер пикселя, f – фокусное расстояние ФВО.

4.2. Синтез внеосевой амплитудной голограммы

Голографический метод записи комплексных световых полей основан на добавлении опорного пучка к объектному, несущему информацию о комплексной амплитуде записываемого поля, с целью формирования интерференционного поля и его регистрации с помощью светочувствительного носителя [41]. Результирующая голограмма представляет собой амплитудную дифракционную структуру. Если такую структуру осветить опорным пучком, изображение записанного объекта восстановится в соответствующей плоскости системы. Используя численные модели опорного и объектного пучков в плоскости голографического носителя, можно рассчитать пространственное распределение картины интерференции в виде дискретного массива действительных величин. На рис.3 приведена схема записи и формирования изображения амплитудной голограммой Фурье с опорным пучком (штрих-пунктирные линии), сформированным точечным источником излучения o(x, y), находящимся в переднем фокусе ФПО. Объектный пучок (пунктирные линии) сформирован рассеивающим объектом a(x, y), отстоящим от опорного точечного источника на расстояние Δ_x вдоль оси x.

Тонкий слой светочувствительного материала пластины, расположенной в задней фокальной плоскости ФПО, зафиксирует интенсивность интерференционной картины объектного и опорного пучков в виде двумерной структуры с распределением значений коэффициента пропускания:

$$\Gamma(u,v) \propto |A_{\rm r}(u,v) + A_{\rm d}(u,v)|^2 = |A_{\rm r}|^2 + |A_{\rm d}|^2 + A_{\rm r}^* A_{\rm d} + A_{\rm r} A_{\rm d}^*, \tag{12}$$

где $A_r(u,v) = \text{const} - \text{амплитуда}$ опорного пучка; $A_d(u,v) -$ комплексная амплитуда объектного пучка, которая может быть представлена в виде

$$A_{d}(u,v) = \mathcal{F}[a(x,y)](u,v)\exp(-i2\pi\Delta_{x}u).$$

При численном синтезе голографической структуры кросс-корреляционные слагаемые в формуле (12) могут быть исключены, поскольку они не содержат информации, полезной для восстановления изображения объекта, и, кроме того, являются источниками помех. Тогда основное уравнение для расчета структуры компьютерно синтезированной голограммы Фурье (КСГФ) можно упрощенно записать в виде

$$\Gamma(u,v) = \operatorname{Re}\{\mathcal{F}[a(x,y)](u,v)\exp(-i2\pi\Delta_x u)\}.$$
(13)

Функция $\Gamma(x, y)$ принимает только действительные значения и может быть непосредственно реализована с использованием ПВМС с биполярной амплитудной модуляцией (рис.2,*e*). Для ее реализации с помощью ПВМС с однополярной амплитудной модуляцией (рис.2, δ) к функции $\Gamma(x, y)$ нужно добавить амплитудное смещение:

$$\Gamma'(u,v) = \Gamma(u,v) + C, \tag{14}$$



Рис.3. Схема записи и считывания амплитудной голограммы Фурье.

Е.Ю.Злоказов

где

$$C \ge -\min\Gamma(u, v). \tag{15}$$

Разрешение ПВМС, используемого для реализации функции КСГФ $\Gamma'(u,v)$, а также наличие сопряженного изображения ограничивают разрешение реализуемого объекта величиной (N/2) × M, где N и M – число дискретных элементов ПВМС вдоль осей u и v соответственно [42].

Метод на основе синтеза амплитудных голографических структур наиболее часто используется при реализации комплексных фурье-фильтров в когерентных 4-f-корреляторах изображений [43–48]. Наглядными примерами применения схемы формирования изображений с высоким разрешением на основе КСГФ являются система архивной голографической памяти [49, 50] и устройство вывода знаково-символьной информации в системе дополненной реальности [51], разработанные и исследованные в МГТУ им. Н.Э.Баумана.

5. Методы формирования комплексного импульсного отклика с использованием чисто фазовых ПВМС

Рядом авторов было показано, что в простейшем случае можно использовать только фазовую составляющую функции фурье-фильтра в плоскости фурье-частот системы. Примером возможного применения этого подхода является реализация корреляционных фильтров в когерентном 4-f-корреляторе [52, 53]. Однако надо понимать, что при такой реализации часть полезной информации теряется, а также происходит усиление яркости незначительных элементов формируемого отклика, что не гарантирует корректности выходного сигнала во всех возможных ситуациях, в которых функционирует проектируемая оптическая система. В случае использования системы формирования изображений приравнивание амплитудной составляющей элементов фурье-фильтра к одному и тому же значению приведет к искажениям формируемой сцены, заключающимся, например, в усилении яркости областей с резким градиентом и контуров.

5.1. Синтез киноформа

В ряде случаев фазовая информация не важна и необходимо восстановить только интенсивность светового распределения, но при этом важна высокая дифракционная эффективность оптической системы. Примером подобных оптических устройств являются когерентные системы формирования изображений для визуального наблюдения. В таких случаях может быть использован метод синтеза чисто фазовых голограмм. В соответствии с данным методом изображение объекта сначала кодируется случайной фазовой маской, при этом значительно повышается плотность пространственно-частотного спектра и снижается амплитуда нулевого порядка. Далее проводится расчет комплексного импульсного отклика. Для физической реализации используется только фаза такой синтезированной голограммы. С целью повышения качества восстановленного изображения применяются итерационные алгоритмы синтеза.

Итерационный алгоритм Герчберга–Сэкстона (АГС) [54], а также его модификации [55–58] являются наиболее



Рис.4. Блок-схема АГС.

эффективными и часто используемыми методами для синтеза фазовых киноформов различного типа. Основная блок-схема АГС представлена на рис.4. На первом этапе к амплитуде цифрового изображения голографируемого объекта a_0 добавляется случайная фазовая маска φ_0 . Далее запускается сам итерационный алгоритм, заключающийся в расчете инверсного интегрального оптического преобразования (ИИОП) комплексной амплитуды из объектной плоскости в плоскость киноформа (шаги 1 и 2), унификации полученного амплитудного множителя A_n (*n* – номер итерации) киноформа (шаг 3), расчете прямого интегрального оптического преобразования (ИОП, шаг 4), анализе амплитуды восстановленного изображения и проверке выполнения условия выхода из цикла. В качестве критерия выхода из цикла используется, например, величина среднеквадратичного отклонения $\sigma(a_n, a_0)$ амплитуды изображения a_n , полученного на шаге 4, от амплитуды исходного голографируемого изображения а₀. Если условие выхода из цикла не выполняется, то запускается следующий цикл итерации, при этом на шаге 1 формируется новая комплексная функция изображения с амплитудой a_0 и фазой φ_n , полученной на шаге 4 предыдущего цикла. Если условие выхода из цикла выполняется, то результатом выполнения алгоритма становится функция фазового аргумента киноформа Φ_n , полученная на шаге 2. В зависимости от условий применения синтезируемого киноформа выбирается соответствующее интегральное преобразование: Рэлея-Зоммерфельда либо его приближений Френеля или Фраунгофера, а также аналоги этих приближений, лежащие в основе метода распространения углового спектра [11].

Очевидным недостатком итерационных алгоритмов синтеза являются большие временные затраты, а также невозможность формирования волны с одновременно заданными значениями амплитуды и фазы. Поэтому для задач, где требуется оперативный перерасчет или корректировка комплексного импульсного отклика, данный подход имеет ограниченное применение.

5.2. Реализация синтезированных структур амплитудных голограмм с помощью чисто фазового ПВМС

Перевод амплитудной структуры голограммы Фурье в чисто фазовую (отбеливание) – известный метод получения голограмм с высокой дифракционной эффективностью. Аналогичным образом возможна реализация амплитудных структур голограмм Фурье, синтезированных в соответствии с формулой (13), путем их вывода на экран чисто фазового ПВМС:

$$\Gamma_{\rm ph}(u,v) = \exp\left[i\frac{\alpha}{\max\Gamma(u,v)}\Gamma(u,v)\right],\tag{16}$$

где *α* – коэффициент (в рад), имеющий смысл глубины модуляции фазы.

Важной проблемой при этом является наличие высших порядков дифракции на голографической структуре в выходном световом поле оптической системы. Так, в работе [59] показано, что в случае использования голограммы Фурье для формирования изображения с высоким разрешением – изображения страницы бинарных данных архивной голографической памяти – наличие высших гармоник при фазовой модуляции приводит к значительному уменьшению отношения сигнал/шум в восстановленном изображении амплитудно-фазовой страницы данных при глубине фазовой модуляции, превышающей π/2. При этом дифракционная эффективность для глубины фазовой модуляции π/2 оказывается сопоставимой с дифракционной эффективностью чисто амплитудной голограммы. Таким образом, метод синтеза КСГФ и ее реализации с помощью фазово-модулирующих носителей имеет ряд ограничений при решении задач формирования изображений с высоким разрешением, особенно в тех случаях, когда требуется точное восстановление комплексных значений функции пространственного распределения амплитуды светового пучка.

При разработке когерентной системы корреляционного распознавания выходным полезным сигналом является изображение окрестности пика кросс-корреляции входного и эталонного образов, занимающее незначительную область выходного светового поля. Наличие пространственных гармонических помех, возникающих при реализации КСГФ синтезированного инвариантного фильтра с помощью фазового ПВМС, фактически не оказывает влияния на отношение сигнал/шум детектируемого корреляционного сигнала. В работе [60] на примере реализации инвариантного фильтра типа MINACE показано, что при глубине модуляции фазы в диапазоне π -4 π рост дифракционной эффективности голографического фильтра приводит к улучшению дискриминационной характеристики системы распознавания по сравнению со случаем чисто амплитудной реализации, описанным в п.4.2 настоящей статьи. Минимальная величина ошибки, оцененной по критерию Неймана-Пирсона, наблюдалась при глубине модуляции $\sim 2\pi$ и составила 2.9%, что оказалось на 0.7% меньше, чем для случая чисто амплитудной реализации голографического фильтра.

5.3. Метод парафазного кодирования

В работах [61–63] показана возможность осуществления полной комплексной модуляции с помощью чисто фазового ПВМС. Макропиксель в этом случае представляется двумя субпикселями ПВМС. Произвольное комплексное число a(x, y) может быть представлено на единичном комплексном круге в виде суммы двух фазоров с одинаковой амплитудой:

$$a(x,y) = |a|\exp(\mathrm{i}\varphi) = \frac{1}{2}[\exp(\mathrm{i}\theta_1) + \exp(\mathrm{i}\theta_2)], \qquad (17)$$

где θ_1 и θ_2 – фазовые сдвиги первого и второго субпикселей общего макропикселя. Из рис.5 видно, что путем под-



Рис.5. Диаграмма представления произвольного комплексного числа на единичном круге с помощью двух фазово-модулирующих элементов ПВМС.

бора значений θ_1 и θ_2 можно получить любое комплексное число из единичного круга. Данный метод также известен как парафазное кодирование. Значения субпикселей могут быть найдены, например, в виде [61]

$$\theta_1 = \varphi + \Delta \varphi, \quad \theta_2 = \varphi - \Delta \varphi,$$
 (18)

где

$$\Delta \varphi = \arccos \frac{|a|}{2}.$$
(19)

Стоит отметить, что представление (17) комплексного числа в виде суммы двух комплексных чисел с одинаковой действительной амплитудой было также использовано в схеме, в которой комплексный импульсный отклик формируется благодаря двойному прохождению считывающего пучка через разные области одного фазового модулятора [34]. Разделение общего пучка в фурье-плоскости на два и соответствующие фазовые манипуляции в каждом канале позволили скомпенсировать пространственный фазовый сдвиг в предметной плоскости между этими областями и получить соответствующую сумму из уравнения (17).

6. Методы формирования комплексного импульсного отклика с использованием ПВМС с комбинированными типами амплитудно-фазовой модуляции

В теоретических исследованиях, представленных работами [23, 24] и [59], показано, что при реализации КСГФ наличие аддитивной фазовой модуляции может привести к значительному уменьшению отношения сигнал/шум выходного оптического сигнала как для задач оптической корреляции, так и для систем формирования комплексных изображений [59]. Точное измерение модуляционной характеристики позволит провести оптимизацию функции выводимого фильтра и осуществить компенсацию возникающих искажений [23, 24]. В данном разделе рассмотрены некоторые подходы к реализации комплексного фурье-фильтра с помощью устройств, обладающих комбинированной амплитудно-фазовой модуляцией, таких как аддитивная гибридная и биполярная амплитудная.

6.1. Метод оптимальной проекции

В ряде случаев показано, что комплексный импульсный отклик когерентного 4-f-коррелятора может быть реализован с помощью ПВМС, имеющего ограниченное число гибридных амплитудно- и фазово-модулированных состояний на комплексном единичном круге, путем поиска оптимальной проекции комплексной функции фурьефильтра на пространство доступных состояний модуляционной характеристики [64-66]. Суть подобного подхода заключается в поиске проекции комплексной функции фурье-фильтра на модуляционную характеристику ПВМС, при которой целевая функция оптимизации будет минимальной. В качестве функций оптимизации могут быть использованы такие общие метрики, как L^p-норма, в частности евклидово расстояние L², а также специфические для корреляционного распознавания метрики, например отношение интенсивности пика автокорреляции к общей энергии корреляционного поля PCR (peak-tocorrelation energy) и отношение интенсивности пика к средней энергии в области вокруг пика PSR (peak-tosidelobe ratio). В качестве параметров для выбора проекции фильтра для представления множества его значений могут быть использованы масштабирующий коэффициент μ и параметр поворота ϕ множества значений фильтра на диаграмме фазора. Оптимизационную задачу поиска проекции значений фурье-фильтра на множество доступных значений ПВМС можно описать выражением

$$\Gamma_{\text{opt}} = \underset{\Gamma_{\mu\phi} \in \mathcal{D}^{N}}{\operatorname{argmin}} \left[\sum_{k=0}^{N-1} \left| (\Gamma_{\mu\phi})_{k} - (\mu\Gamma_{0}\exp(\mathrm{i}\phi))_{k} \right|^{2} \right], \tag{20}$$

где $\Gamma_0 - N$ -мерная функция исходного фурье-фильтра; Γ_{opt} – искомая оптимальная функция для представления голографического фильтра с помощью ПВМС; аргумент $\Gamma_{\mu\phi}$ – евклидова проекция масштабированного и повернутого фильтра $\mu\Gamma_0 \exp(i\phi)$ на поверхность возможных состояний функции пропускания ПВМС, представленной множеством \mathcal{D}^N .

В работе [49] исследована проблема реализации фурьефильтров в 4-f-корреляторе изображений с помощью ПВМС, имеющего спиральную, бинарную амплитудную или бинарную фазовую модуляционную характеристику (см. рис.2,*в*, *г* и *жс*). Особо надо отметить, что одним из результатов исследований, представленных в [49], является снижение вероятности ошибки системы распознавания при использовании синтезированной проекции фурьефильтра на пространство значений ПВМС по сравнению с системой на основе исходного комплексного фурьефильтра в случае применения ПВМС со спиральной гибридной амплитудно-фазовой характеристикой.

6.2. Метод квадратурных макропикселей

Данный метод основан на применении отражающих ПВМС с биполярной амплитудной модуляцией. Реализация этого метода была осуществлена при использовании ПВМС с нематическим ЖК с нулевым твистом [26] и ПВМС с сегнетоэлектрическим ЖК [67–69]. Суть метода



Рис.6. Конфигурация элементов ПВМС с биполярной амплитудной модуляцией для реализации комплексного фильтра методом двухэлементного квадратурного макропикселя.

заключается в квадратурном представлении комплексного числа в виде суммы

$$A(u,v) = I(u,v) + iQ(u,v), \qquad (21)$$

где I(u,v) и Q(u,v) – действительные амплитуды синфазной и квадратурной составляющих сигнала соответственно. Два соседних субпикселя ПВМС, относящихся к одному макропикселю, модулируют синфазную и квадратурную амплитуды. Сдвиг на $\pi/2$ между субпикселями достигается за счет такой конфигурации оптической схемы подсветки ПВМС, при которой фазовый набег между соседними пикселями, имеющими одно и то же значение, составляет $\pi/2$. При этом значения амплитуд для каждого второго макропикселя берутся с противоположным знаком (рис.6).

Метод квадратурных пикселей был успешно продемонстрирован при реализации голографической системы формирования изображений [67], а также использован в схеме 4-f-коррелятора изображений [68].

Идея оптической конфигурации считывающего пучка и ПВМС с квадратурным набегом фаз между соседними пикселями по одному из пространственных направлений была обобщена для варианта с произвольной модуляционной характеристикой ПВМС. Метод был продемонстрирован при использовании жидкокристаллического ПВМС с нематической твист-структурой, обладающей гибридной амплитудно-фазовой модуляцией [70], аналогичной представленной на рис.2,*в*.

7. Заключение

Рассмотрены преимущества и недостатки основных методов формирования двумерного комплексного импульсного отклика оптической системы с помощью коммерчески доступных устройств пространственной модуляции света с высоким пространственным разрешением. Обзор доступных ПВМС показал, что современные быстродействующие устройства имеют пространственное разрешение вплоть до 10 мегапикселей, однако средств, осуществляющих непосредственное независимое управление амплитудой и фазой пучка, на данный момент нет. Основными доступными типами модуляции являются чисто амплитудная, чисто фазовая и гибридная амплитуднофазовая. Для синтеза структуры голограммного элемента, реализующего заданный комплексный импульсный отклик с помощью устройства с чисто амплитудной модуляционной характеристикой, могут быть использованы метод макропикселей Ли и его улучшенные варианты, метод квадратурных мультипикселей, а также метод синтеза амплитудной внеосевой голограммы Фурье (КСГФ). Последний является наиболее перспективным для применения, т.к. он позволяет выполнить высокоточное формирование комплексного импульсного отклика всего с двукратной избыточностью разрешения ПВМС.

В случае чисто фазовой модуляционной характеристики ПВМС для формирования комплексного импульсного отклика могут применяться метод синтеза киноформа, метод парафазного кодирования и метод на основе амплитудных структур КСГФ для модуляции фазового сдвига. Недостаток итерационного метода киноформа большие вычислительные затраты при синтезе. Метод парафазного кодирования, как и метод на основе КСГФ, позволяют реализовать функцию комплексного импульсного отклика с двукратной избыточностью разрешения ПВМС. При использовании амплитудных структур КСГФ для модуляции фазового сдвига наличие высших порядков может ограничить точность функционирования проектируемой системы, особенно если система применяется для восстановления изображений с высоким пространственным разрешением. Однако, если выходным сигналом является функция корреляции входного изображения и фильтра, метод на основе КСГФ может привести к возрастанию точности оптической обработки данных по сравнению со случаем использования ПВМС с чисто амплитудной характеристикой.

Применение устройств, обладающих гибридной амплитудно-фазовой модуляцией, для реализации КСГФ может приводить к увеличению шума и искажений в выходной плоскости оптической системы. Альтернативным методом реализации фурье-фильтра в этом случае может оказаться метод оптимальной проекции. При биполярной амплитудной модуляции для представления комплексных значений фурье-фильтра может быть использован метод квадратурных субпикселей с двукратной избыточностью разрешения. Важной особенностью этого метода является необходимость ориентации плоскости ПВМС по отношению к направлению считывающего светового пучка, обеспечивающей разность фаз пучков, рассеянных соседними пикселями, в $\pi/2$.

Таким образом, современное состояние компонентной базы устройств пространственной модуляции света в совокупности с актуальными методами синтеза голограммных элементов делают возможной реализацию оптических систем с заданной функцией комплексного импульсного отклика. Это обстоятельство позволяет создавать устройства для многоканальной параллельной обработки данных и формирования изображений с разрешением (числом каналов) до 10⁶ элементов и частотой обновления до 1 МГц.

Автор выражает благодарность Р.С.Старикову и С.Б.Одинокову за полезные обсуждения материалов настоящей статьи.

- 1. Miller D.A.B. J. Lightwave Technol., 35 (3), 346 (2017).
- 2. Lin Shu-Feng, Kim Eun-Soo. Opt. Express, 25 (10), 11389 (2017).
- Armitage D., Underwood I., Wu Shin-Tson. Introduction to Microdisplays (Chichester: John Wiley & Sons Ltd, 2006).
- 4. Cheremkhin P.A., Krasnov V.V., Rodin V.G., Starikov R.S. *Laser Phys. Let.*, **14** (2), 026202 (2017).
- Chao Tien-Hsin, Hanan Jay, Zhou Hanying, Reyes George. Proc. SPIE, 5437, 13 (2004).
- Fukuchi Norihiro, Inoue Takashi, Toyoda Haruyoshi, Hara Tsutomu. *Chin. Opt. Let.*, 7 (12), 1131 (2009).

- Евтихиев Н.Н., Стариков С.Н., Проценко Е.Д., Злоказов Е.Ю., Солякин И.В., Стариков Р.С., Шапкарина Е.А., Шаульский Д.В. Квантовая электроника, 42, 1039 (2012) [Quantum Electron., 42, 1039 (2012)].
- 8. Manzur T., Zeller J., Serati St. Appl. Opt., 51 (21), 4976 (2012).
- Monjur M.S., Tseng S., Tripathi R., Donoghue J.J., Shahriar M.S. J. Opt. Soc. Am. A, 31 (1), 41 (2013).
- 10. https://www.optalysys.com (2019).
- 11. Гудмен Дж. Введение в фурье-оптику (М.: Мир, 1970).
- Vijaya Kumar B.V.K., Mahalanobis A., Juday R.D. Correlation Pattern Recognition (Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2005).
- Inoue Ayano, Usami Ren, Saito Keisuke, Honda Yasunobu, Ikeda Kanami, Watanabe Eriko *Tech. Dig. ISOM'18* (Kitakyushu, 2018, We-L-05).
- 14. Kasprzak H. Appl. Opt., 21 (18), 3287 (1982).
- 15. Kasprzak H. Appl. Opt., 40 (32), 5943 (2001).
- Chang Julie, Sitzmann Vincent, Dun Xiong, Heidrich Wolfgang, Wetzstein Gordon. *Nat. Sci. Rep.*, 8, 12324 (2018).
- 17. Kerekes R.A., Vijaya Kumar B.V.K. Opt. Eng., 47 (6), 067202 (2008).
- Evtikhiev N.N., Shaulskiy D.V., Zlokazov E.Yu., Starikov R.S. Proc. SPIE, 8398, 83980G (2012).
- 19. Hornbeck L.J. Patent US5583688A (1996).
- 20. Bloom D.M. Proc. IEEE Int. Electron Devices Meeting (San Francisco, 1994).
- 21. Amm D.T., Corrigan R.W. Proc. SPIE, 3634, 71 (1999).
- De Bougrenet de la Tocnaye J.L., Dupont L. Appl. Opt., 36 (8), 1730 (1997).
- Goncharov D.S., Krasnov V.V., Ponomarev N.M., Starikov R.S. Proc. SPIE, 10558, 105580Y (2018).
- Goncharov D.S., Evtikhiev N.N., Krasnov V.V., Ponomarev N.M., Starikov R.S. Comput. Opt., 43 (2), 200 (2019).
- Bauchert K.A., Serati St.A., Sharp G.D., McKnight D.J. Proc. SPIE, 3073, 170 (1997).
- Birch Ph.M., Young R., Budgett D., Chatwin C. Opt. Lett., 25 (14), 1013 (2000).
- 27. Jang Ju-Seog, Shin Dong-Hak. Opt. Lett., 26 (22), 1797 (2001).
- 28. Domjan Laszlo, Koppa Pal, Szarvas Gabor, Remenyi Judit. Optik,
- 113 (9), 382 (2002).
 29. Евтихиев Н.Н., Злоказов Е.Ю., Краснов В.В., Родин В.Г., Стариков Р.С., Черёмхин П.А. Квантовая электроника, 50, 667 (2020) [Ouantum Electron., 50, 667 (2020)].
- 30. Juday R.D., Florence J.M. Proc. SPIE, 1558, 499 (1991).
- 31. Gregory D.A., Kirsch J.C., Tam E.C. Appl. Opt., 31 (2), 163 (1992).
- Neto Luiz Goncalves, Roberge Danny, Sheng Yunlong. Appl. Opt., 35 (23), 4567 (1996).
- Park Sungjae, Roh Jinyoung, Kim Soobin, Park Juseong, Kang Hoon, Hahn Joonku, Jeon Youngjin, Park Shinwoong, Kim Hwi. Opt. Express, 25 (4), 3469 (2017).
- 34. Cai Jianjun, Shen Xueju, Fan Cong, Kong Dezhao, Huang Fuyu. *Laser Phys. Lett.*, **16** (6), 066201 (2019).
- 35. Brown B.R., Lohmann A.W. Appl. Opt., 5 (6), 967 (1966).
- Brown B.R., Lohmann A.W. IBM J. Res. Development, 13 (2), 160 (1969).
- 37. Lohmann A.W., Paris D.P. Appl. Opt., 6 (10), 1739 (1967).
- 38. Lohmann A.W., Paris D.P. Appl. Opt., 7 (4), 651 (1968).
- 39. Lee Wai Hon. Appl. Opt., 9 (3), 639 (1970).

- 40. Burckhardt C.B. Appl. Opt., 9 (8), 1949 (1970).
- 41. Gabor D. Nature, 161, 777 (1948).
- 42. Yaroslavsky L. Introduction to Digital Holography (Bentham E-books, 2009).
- Cutrona L., Leith E., Palermo C., Porcello L. *IRE Trans. Inform. Theory*, 6 (3), 386 (1960).
- 44. Vander Lugt B.A. IEEE Trans. Inform. Theory, IT-10, 139 (1964).
- Evtikhiev N.N., Starikov S.N., Sirotkin S.A., Starikov R.S., Zlokazov E.Yu. Proc. SPIE, 6977, 69770C (2008).
- Евтихиев Н.Н., Стариков С.Н., Злоказов Е.Ю., Сироткин С.А., Стариков Р.С. Квантовая электроника, 38, 191 (2008) [Quantum Electron., 38, 191 (2008)].
- Evtikhiev N.N., Shaulskiy D.V., Zlokazov E.Yu., Starikov R.S. Proc. SPIE, 8748, 874800 (2013).
- Shaulskiy D., Evtikhiev N., Starikov R., Starikov S., Zlokazov E. Proc. SPIE, 9094, 90940K (2014).
- Betin A.Yu., Bobrinev V.I., Odinokov S.B., Evtikhiev N.N., Starikov R.S., Starikov S.N., Zlokazov E.Yu., *Appl. Opt.*, **52** (33), 8142 (2013).
- Бетин А.Ю., Бобринев В.И., Евтихиев Н.Н., Жердев А.Ю., Злоказов Е.Ю., Лушников Д.С., Маркин В.В., Одиноков С.Б., Стариков С.Н., Стариков Р.С. Квантовая электроника, 43 (1), 87 (2013) [Quantum Electron., 43 (1), 87 (2013)].
- Betin A.Yu., Dontchenko S.S., Kovalev M.S., Odinokov S.B., Solomashenko A.B., Zlokazov E.Yu. *Tech. Dig. Digital Holography and* 3D Imaging Meeting (Shanghai, 2015, DW2A.20).
- 52. Horner J.L., Gianino P.D. Appl. Opt., 23 (6), 812 (1984).
- 53. Gianino P.D., Horner J.L. Opt. Eng., 23 (6), 695 (1984).
- 54. Gerchberg R.W., Saxton W.O. Optik, 35 (2), 1 (1972).
- 55. Yang Guo-zhen, Dong Bi-zhen, Gu Ben-yuan, Zhuang Jie-yao, Ersoy Okan K. Appl. Opt., 33 (2), 209 (1994).
- Dorsch R.G., Lohmann A.W., Sinzinger St. Appl. Opt., 33 (5), 869 (1994).
- 57. Zalevsky Z., Mendlovic D., Dorsch R.G. Opt. Lett., 21 (12), 842 (1996).
- Hwang Hone-Ene, Chang Hsuan T., Lie Wen-Nung. Opt. Lett., 34 (24), 3917 (2009).
- 59. Zlokazov E.Yu. Japan. J. Appl. Phys., 58, SKKD04 (2019).
- 60. Гончаров Д.С., Злоказов Е.Ю., Петрова Е.К., Пономарев Н.М., Стариков Р.С. Кр. сообщ. по физ. ФИАН, №4, 27 (2019) [Bull. Lebedev Phys. Inst., 46 (4), 126 (2019)].
- 61. Hsueh C.K., Sawchuk A.A. Appl. Opt., 17 (24), 3874 (1978).
- 62. Florence J.M., Juday R.D. Proc. SPIE, 1558, 487 (1991).
- 63. Arrizon V., Sánchez-de-la-Llave D. Appl. Opt., 41 (17), 3436 (2002).
- 64. Juday R.D. Appl. Opt., 32 (26), 5100 (1993).
- 65. Laude V., Refregier Ph. Appl. Opt., 33 (20), 4465 (1994).
- 66. Juday R.D. J. Opt. Soc. Am. A, 18 (8), 1882 (2001).
- Birch Ph., Young R., Chatwin C., Farsari M., Budgett D., Richardson J. Opt. Commun., 175, 347 (2000).
- Birch Ph., Young R., Budgett D., Chatwin C. Opt. Lett., 26 (12), 920 (2001).
- Birch Ph.M., Young R.C.D., Budgett D.M., Koukoulas Triantafillos, Li Gongde, Claret-Tournier F., Chatwin C.R. *Proc. SPIE*, 4089, 393 (2000).
- Van Putten E.G., Vellekoop I.M., Mosk A.P. Appl. Opt., 47 (12), 2076 (2008).