Пределы лазерного охлаждения в полях с градиентом поляризации атомов с различной энергией отдачи

А.А.Кирпичникова, О.Н.Прудников, Р.Я.Ильенков, А.В.Тайченачев, В.И.Юдин

На основе численного решения квантового кинетического уравнения для атомной матрицы плотности, позволяющего точно учесть эффекты отдачи при взаимодействии атомов с фотонами поля, проведено исследование пределов лазерного охлаждения атомов с использованием замкнутых оптических переходов, характеризующихся различными параметрами отдачи (отношение энергии отдачи к естественной ширине линии). Показано, что для оптических переходов с недостаточно малым параметром отдачи поляризационные эффекты, приводящие к возможности субдоплеровского лазерного охлаждения, теряют свою эффективность и не обеспечивают достижение температуры ниже доплеровского предела. Проведенный анализ позволяет обозначить границы субдоплеровской теории лазерного охлаждения атомов.

Ключевые слова: *лазерное охлаждение атомов, поляризация поля, оптические переходы, матрица плотности, параметр отдачи.*

1. Введение

В конце 70-х гг. 20 в. возникло новое направление атомной и лазерной физики – лазерное охлаждение нейтральных атомов и ионов, получившее широкое развитие в настоящее время. Лазерно-охлажденные атомы находят применение в прецизионной спектроскопии и в квантовых стандартах частоты [1–3], для осуществления конденсации Бозе–Эйнштейна [4, 5], моделирования квантовых эффектов в конденсированных средах, при изучении межатомных столкновений и в других исследованиях [6, 7].

Для теоретического описания механического действия света на атомы требуется учет процессов изменения не только внутренних степеней свободы атомов во внешнем лазерном поле, но и поступательных степеней в результате эффектов отдачи (передачи импульса и кинетической энергии) при взаимодействии атомов с единичными фотонами поля, а также их корреляции, что значительно усложняет задачу. На начальном этапе исследований широкое распространение получили квазиклассические подходы, позволяющие в рамках определенных приближений разделить процессы быстрой эволюции внутренних степеней свободы атомов и процессы, связанные с более медленной эволюцией поступательных степеней свободы, и описывать кинетику атомов в терминах сил, действующих на атомы со стороны резонансного электромагнитного поля, и диффузии в результате скачкообразного поглощения/излучения фотонов поля [8–15]. Основным ограничением для применения квазиклассических подходов является малость импульса, передаваемого атомам при взаимодействии с фотонами поля, по отношению к импульсному распределению атомов: $\hbar k/\Delta p \ll 1$, а также малость параметра отдачи: $\varepsilon_{\rm R} = \omega_{\rm R}/\gamma \ll 1$ (отношение энергии отдачи $\hbar\omega_{\rm R} = \hbar^2k^2/2M$, получаемой неподвижным атомом массой M в результате поглощения/излучения фотонов поля, к естественной ширине линии γ, $k = \omega/c$ – волновой вектор).

Несомненным преимуществом квазиклассических подходов является то, что они в ряде случаев позволяют получить аналитические выражения для сил, действующих на атомы в световых полях, и коэффициентов диффузии. Это позволило описать основные механизмы лазерного охлаждения в оптической мелассе (патоке) – доплеровского [8–10, 16] и субдоплеровского охлаждения, возникающие для атомов с вырожденным по проекции углового момента основным состоянием в полях с градиентом поляризации [10, 17–19], а также описать принципы работы магнитооптической ловушки.

Параллельно развивались и квантовые подходы для решения задачи лазерного охлаждения атомов. Широкое распространение получили методы, основанные на формализме волновой функции, в которых процессы декогерентизации волновой функции в результате спонтанного излучения моделировались в терминах квантовых скачков (так называемые квантовые методы Монте–Карло) [20, 21]. В силу необходимости учета большого числа степеней свободы квантовой системы прямое решение задачи кинетики атомов в рамках формализма матрицы плотности не представлялось возможным и требовало дополнительных приближений и упрощений. Так, например, для описания пределов лазерного охлаждения в поле lin⊥lin-конфигурации [22, 23] использовалось прибли-

А.А.Кирпичникова. Институт лазерной физики СО РАН, Россия, 630090 Новосибирск, просп. Акад. Лаврентьева, 15Б
О.Н.Прудников, Р.Я.Ильенков, А.В.Тайченачев. Институт лазерной физики СО РАН, Россия, 630090 Новосибирск, просп. Акад. Лаврентьева, 15Б; Новосибирский государственный университет, Россия, 630090 Новосибирск, ул. Пирогова, 1;
e-mail: oleg.nsu@gmail.com
В.И.Юдин. Институт лазерной физики СО РАН, Россия, 630090 Новосибирск, просп. Акад. Лаврентьева, 15Б; Новосибирский государственный университет, Россия, 630090 Новосибирск, ул. Пирогова, 1; Новосибирский государственный технический университет, Россия, 630073 Новосибирск, просп. Карла Маркса, 20

Поступила в редакцию 22 июля 2020 г., после доработки – 3 августа 2020 г.

жение полей с малой интенсивностью, что позволило редуцировать уравнение для матрицы плотности к упрощенному, описывающему эволюцию лишь подуровней основного состояния. В этих работах было принято дополнительное приближение $\sqrt{U_0/(\hbar\omega_{\rm R})} \ll |\delta|/\gamma$, т.е. предполагалось, что расстояние между колебательными уровнями в потенциале оптической решетки поля много больше их ширины. Здесь U_0 – оптический сдвиг, определяющий глубину оптической решетки, а $\delta = \omega - \omega_0$ – отстройка лазерного поля с частотой ω от частоты резонансного атомного перехода ω_0. Для полей, не создающих оптический потенциал, например с $\sigma_+ - \sigma_-$ -конфигурацией, данный подход не применим – для таких полей задача значительно упрощается в импульсном представлении [24–26].

Отметим, что используемое в работах [22, 23] приближение хорошо описывает атомы, локализованные в оптическом потенциале. Оно нарушается для атомов на более высоких колебательных уровнях, где расстояние между уровнями уменьшается, и становится неприменимым для атомов, совершающих надбарьерное движение. В ряде случаев доля «горячих» атомов может быть велика, что приводит к расхождениям с более точными подходами [27–29]. В этих работах нами предложен универсальный квантовый подход, позволяющий в полях произвольной одномерной конфигурации находить стационарное решение квантового кинетического уравнения для атомной матрицы плотности с полным учетом квантовых эффектов отдачи, при этом он не имеет ограничений, упомянутых выше. В ряде случаев было показано, что для атомов с недостаточно малыми параметрами $\varepsilon_{\rm R}$ эффекты отдачи становятся более значимыми, что приводит к значительным расхождениям конечной температуры холодных атомов при этом подходе и при использовании квазиклассических моделей и приближенных квантовых теорий [25, 30–33]. Для атомов с узкими оптическими линиями, $\varepsilon_{\rm R} > 1$, эффекты отдачи становятся наиболее критичными, приводя к выходу из резонансного контура взаимодействия атомов со светом в единичных актах поглощения и излучения фотонов поля. При этом в монохроматическом поле лазерное охлаждения атомов возможно в условиях полевого уширения [31]. При больших параметрах отдачи $\varepsilon_{\rm R}$ использование световых волн с градиентом поляризации для атомов с вырожденными по проекции углового момента уровнями не позволяет получить температуры меньше, чем в случае атомов с невырожденным основным состоянием [34], когда кинетика атомов может быть описана в рамках простой двухуровневой модели.

В настоящей работе проведен детальный анализ пределов лазерного охлаждения атомов в полях с градиентом поляризации с использованием оптических переходов, характеризующихся малыми параметрами отдачи, $\varepsilon_{\rm R} < 1$, когда согласно квазиклассической теории достигается субдоплеровское лазерное охлаждение. На основе развитого квантового подхода исследованы пределы лазерного охлаждения в широком диапазоне параметров отдачи. В работе показано, что эффективность субдоплеровских механизмов трения в полях с конфигурациями lin⊥lin и $\sigma_+ - \sigma_-$ различна и существенно зависит от $\varepsilon_{\rm R}$. Проведенный анализ позволяет очертить границы применимости субдоплеровской теории лазерного охлаждения при различных параметрах отдачи для полей с градиентом поляризации в конфигурациях $\sigma_+ - \sigma_-$ и lin⊥lin, наиболее часто используемых в задачах глубокого лазерного охлаждения.

2. Постановка задачи

Рассмотрим лазерное охлаждение атомов с замкнутым оптическим переходом $J_{\rm g} \to J_{\rm e}$, где $J_{\rm g}$ и $J_{\rm e}$ – полные угловые моменты основного (g) и возбужденного (e) состояний. Атом резонансно взаимодействует с монохроматическим полем, являющимся комбинацией двух встречных волн, распространяющихся вдоль оси z:

$$\boldsymbol{E}(z, t) = E_0(\boldsymbol{e}_1 {\rm e}^{{\rm i}kz} + \boldsymbol{e}_2 {\rm e}^{-{\rm i}kz}){\rm e}^{-{\rm i}\omega t} + {\rm c.c.} \quad (1)$$

Здесь E_0 – комплексная амплитуда встречных световых волн. Поляризации встречных волн $\boldsymbol{e}_1$ и $\boldsymbol{e}_2$ можно выразить через компоненты векторов в циклическом базисе:

$$\boldsymbol{e}_n = \sum_{\sigma=0,\pm1} e_n^{\sigma} \boldsymbol{e}_{\sigma},\ n = 1, 2, \quad (2)$$

где $\boldsymbol{e}_{\pm1} = \mp(\boldsymbol{e}_x \pm {\rm i}\boldsymbol{e}_y)/\sqrt{2}$, $\boldsymbol{e}_0 = \boldsymbol{e}_z$ – единичные векторы в циклическом базисе. Отметим, что компоненты $e_n^0 = 0$ в силу ортогональности векторов $\boldsymbol{e}_n$ и $\boldsymbol{k}$. Ниже мы ограничимся анализом двух наиболее часто используемых в субдоплеровском лазерном охлаждении полевых конфигураций:

lin⊥lin-конфигурация светового поля с $\boldsymbol{e}_1 = \boldsymbol{e}_x$ и $\boldsymbol{e}_2 = \boldsymbol{e}_y$ образована встречными волнами с ортогональными линейными поляризациями;

$\sigma_+ - \sigma_-$-конфигурация светового поля с $\boldsymbol{e}_1 = \boldsymbol{e}_+$ и $\boldsymbol{e}_2 = \boldsymbol{e}_-$ образована встречными волнами с ортогональными круговыми поляризациями.

Данные конфигурации представляют поля, где лишь один полевой параметр изменяется в пространстве, а остальные параметры остаются неизменными вдоль z. Так для lin⊥lin-конфигурации варьируемым параметром является эллиптичность светового поля, циклически изменяющаяся от правой круговой до левой круговой вдоль координаты z. Для конфигурации $\sigma_+ - \sigma_-$ поляризация поля в каждой точке является линейной, но угол ориентации зависит от координаты z (см., напр., [17, 35]). Представленные полевые конфигурации – частный случай $\varepsilon_1 - \theta - \varepsilon_2$-конфигурации, являющейся комбинацией встречных волн с эллиптическими поляризациями и относительным углом θ их взаимной ориентации, при которой возможны дополнительные субдоплеровские механизмы лазерного охлаждения, не возникающие в полях с ортогональными поляризациями [13, 19, 36, 37].

Эволюция атомного ансамбля малой плотности, когда межатомным взаимодействием можно пренебречь, определяется квантовым кинетическим уравнением для атомной матрицы плотности $\hat{\rho}$:

$$\frac{\partial}{\partial t}\hat{\rho} = -\frac{\rm i}{\hbar}[\hat{H}, \hat{\rho}] + \hat{\Gamma}\{\hat{\rho}\}, \quad (3)$$

где $\hat{H}$ – гамильтониан, а $\hat{\Gamma}\{\hat{\rho}\}$ описывает релаксацию атомных уровней в процессе спонтанного распада. Гамильтониан атома $\hat{H}$ разбивается на сумму вкладов:

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2M} + \hat{H}_0 + \hat{V}, \quad (4)$$

где первое слагаемое – оператор кинетической энергии; второе, $\hat{H}_0 = -\hbar\delta\hat{P}_{\rm e}$, – гамильтониан свободного атома в базисе вращающейся волны;

$$\hat{P}_{\rm e} = \sum_{\mu} |J_{\rm e},\mu\rangle\langle J_{\rm e},\mu| \tag{5}$$

– проекционный оператор на уровни возбужденного состояния $|J_{\rm e},\mu\rangle$, характеризующегося полным угловым моментом $J_{\rm e}$ и проекцией углового момента μ на ось квантования ($-J_{\rm e} \leqslant \mu \leqslant J_{\rm e}$). Последнее слагаемое $\hat{V}$ описывает взаимодействие атома с полем (1), которое в электродипольном приближении имеет вид

$$\begin{aligned} &\hat{V} = \hat{V}_1 {\rm e}^{{\rm i}kz} + \hat{V}_2 {\rm e}^{-{\rm i}kz} + {\rm h.c.}\,, \\ &\hat{V}_n = \hbar\frac{\Omega}{2}(\hat{\boldsymbol{D}}\cdot\boldsymbol{e}_n) = \hbar\frac{\Omega}{2}\sum \hat{D}_\sigma e_n^\sigma,\ n = 1, 2, \end{aligned} \tag{6}$$

где Ω – частота Раби. Матричные компоненты оператора $\hat{D}_\sigma$ в циркулярном базисе выражаются через коэффициенты Клебша–Гордана:

$$\hat{D}_\sigma = \sum_{\mu,m} C^{J_{\rm e},\mu}_{J_{\rm g},m;1,\sigma}\, |J_{\rm e},\mu\rangle\langle J_{\rm g},m|\,. \tag{7}$$

Здесь индексы m описывают проекцию углового момента $J_{\rm g}$ на ось квантования. Последний член $\hat{\Gamma}\{\hat{\rho}\}$ кинетического уравнения (3), описывающий релаксацию атомной матрицы плотности с учетом эффектов отдачи, имеет следующий вид (см., напр., [29]):

$$\begin{aligned} \hat{\Gamma}\{\hat{\rho}\} &= -\frac{\gamma}{2}(\hat{P}_{\rm e}\hat{\rho} + \hat{\rho}\hat{P}_{\rm e}) \\ &+ \gamma\frac{3}{2}\Big\langle \sum_{\xi=1,2} (\hat{\boldsymbol{D}}\cdot\boldsymbol{e}_\xi(\boldsymbol{k}))^\dagger {\rm e}^{-{\rm i}\boldsymbol{k}\hat{\boldsymbol{r}}}\hat{\rho}{\rm e}^{{\rm i}\boldsymbol{k}\hat{\boldsymbol{r}}}(\hat{\boldsymbol{D}}\cdot\boldsymbol{e}_\xi(\boldsymbol{k}))\Big\rangle_{\Omega_{\boldsymbol{k}}}, \end{aligned} \tag{8}$$

где $\langle\ldots\rangle_{\Omega_{\boldsymbol{k}}}$ означает усреднение по направлениям вылета спонтанного фотона с импульсом $\hbar\boldsymbol{k}$ с двумя ортогональными поляризациями $\boldsymbol{e}_\xi(\boldsymbol{k})$.

Для решения квантового кинетического уравнения (3) удобно воспользоваться координатным представлением для атомной матрицы плотности $\hat{\rho}(z_1, z_2)$, где оператор спонтанной релаксации принимает наиболее простой вид:

$$\begin{aligned} \hat{\Gamma}\{\hat{\rho}(z_1,z_2)\} &= -\frac{\gamma}{2}\big[\hat{P}_{\rm e}\hat{\rho}(z_1,z_2) + \hat{\rho}(z_1,z_2)\hat{P}_{\rm e}\big] \\ &+ \sum_{\sigma=0,\pm1} \kappa_\sigma(q)\hat{D}_\sigma^\dagger\hat{\rho}(z_1,z_2)\hat{D}_\sigma. \end{aligned} \tag{9}$$

Здесь $q = kz_1 - kz_2$, а функции $\kappa_\sigma(q)$ таковы:

$$\begin{aligned} &\kappa_0(q) = 3\left(\frac{\sin(q)}{q^3} - \frac{\cos(q)}{q^2}\right), \\ &\kappa_{\pm1}(q) = \frac{3}{2}\left(\frac{\cos(q)}{q^2} + \frac{\sin(q)}{q} - \frac{\sin(q)}{q^3}\right). \end{aligned} \tag{10}$$

Для поиска стационарного решения уравнения (3) и анализа пределов субдоплеровского лазерного охлаждения воспользуемся подходом, предложенным нами ранее и реализованным как для вигнеровского представления атомной матрицы плотности [27, 28], так и для координатного [29]. В координатном представлении стационарное решение (3) является периодической функцией z и может быть выражено в виде ряда гармоник:

$$\hat{\rho}(z,q) = \sum_n \hat{\rho}^{(n)}(q){\rm e}^{{\rm i}nkz}. \tag{11}$$

Таким образом, задача сводится к поиску матриц амплитуд $\hat{\rho}^{(n)}(q)$, для которых может быть записано уравнение в форме рекурсии:

$$n\frac{\hbar k^2}{M}\frac{\partial}{\partial q}\hat{\rho}^{(n)} = \hat{\mathcal{L}}_0\{\hat{\rho}^{(n)}\} + \hat{\mathcal{L}}_+\{\hat{\rho}^{(n-1)}\} + \hat{\mathcal{L}}_-\{\hat{\rho}^{(n+1)}\}; \tag{12}$$

последнее может быть решено с использованием обобщенного метода цепных дробей для операторов $\hat{\mathcal{L}}$:

$$\begin{aligned} &\hat{\mathcal{L}}_+\{\hat{\rho}\} = -\frac{\rm i}{\hbar}\Big(\hat{W}_1\hat{\rho}{\rm e}^{\frac{{\rm i}q}{2}} - \hat{\rho}\hat{W}_1{\rm e}^{-\frac{{\rm i}q}{2}}\Big), \\ &\hat{\mathcal{L}}_-\{\hat{\rho}\} = -\frac{\rm i}{\hbar}\Big(\hat{W}_2\hat{\rho}{\rm e}^{-\frac{{\rm i}q}{2}} - \hat{\rho}\hat{W}_2{\rm e}^{\frac{{\rm i}q}{2}}\Big), \\ &\hat{\mathcal{L}}_0\{\hat{\rho}\} = -\frac{\rm i}{\hbar}\big(\hat{H}_0\hat{\rho} - \hat{\rho}\hat{H}_0\big) + \hat{\Gamma}\{\hat{\rho}\}. \end{aligned} \tag{13}$$

Здесь $\hat{W}_1$ и $\hat{W}_2$ – линейные комбинации операторов взаимодействия с полем: $\hat{W}_1 = \hat{V}_1 + \hat{V}_2^\dagger$, $\hat{W}_2 = \hat{V}_2 + \hat{V}_1^\dagger$.

Амплитуды $\hat{\rho}^{(n)}$ являются функциями переменной q и содержат информацию о квантовой когерентности атомных состояний между двумя пространственными точками $z_1 = z + q/2k$ и $z_2 = z - q/2k$. Поскольку пространственная когерентность затухает с расстоянием как q/k, то для численных расчетов достаточно ограничить задачу поиском $\hat{\rho}^{(n)}(q)$ в некотором интервале от $-q_{\max}$ до $q_{\max}$. В вигнеровском представлении данное ограничение определяет детализацию матрицы плотности в импульсном пространстве $\Delta p \approx \hbar k\pi/q_{\max}$. В большинстве расчетов мы использовали значения $q_{\max} \leqslant 20$, однако в некоторых случаях (для получения более детальных результатов в импульсном пространстве) мы увеличивали $q_{\max}$ вплоть до значений $\sim$100.

3. Стационарное решение задачи лазерного охлаждения атомов в полях с градиентом поляризации

Для начала определим основные параметры задачи. Кинетика атомов, описываемая уравнением (3), определяется как параметрами светового поля, так и атомными. К первым параметрам относятся: интенсивность I, частота ω и пространственная конфигурация, определяемая поляризациями встречных волн, формирующих поле. Атомные параметры: дипольный момент оптического перехода d, угловые моменты основного и возбужденного состояний $J_{\rm g}$ и $J_{\rm e}$, частота ω_0, естественная ширина оптического перехода γ, масса атома M. Среди этого обширного списка можно выделить три безразмерных параметра, определяющих стационарное решение квантового кинетического уравнения (3):

δ/γ – безразмерная отстройка;

$\Omega/\gamma = \sqrt{I/2I_{\rm sat}}$ – безразмерная частота Раби

($I_{\rm sat} = 2\pi^2\gamma\hbar c/\lambda^3$ определяется дипольным моментом оптического перехода, см., напр., [35]);

$\varepsilon_{\rm R} = \omega_{\rm R}/\gamma$ – параметр отдачи.

Поляризационная конфигурация светового поля и тип оптического перехода $J_{\rm g} \to J_{\rm e}$ остаются дополнительными параметрами задачи.

Параметр отдачи варьируется в достаточно широких пределах (табл.1). Для большинства оптических переходов, используемых для лазерного охлаждения, он изменяется от предельно малых значений $\varepsilon_{\rm R} < 10^{-3}$ для D_2-линий щелочных элементов (Cs, Rb) до значений порядка 10^{-1}, когда эффекты, связанные с выходом атомов в результате отдачи из резонансного контура взаимодействия с полем, становятся более существенными. Для узких оптических переходов, таких как интеркомбинационные переходы $^1S_0 \to {}^3P_1$ щелочноземельных элементов Sr, Ca и Mg, параметр отдачи $\varepsilon_{\rm R} \geqslant 1$.

Табл.1. Параметр отдачи и оптические переходы для ряда нейтральных атомов.

Атом	Оптический переход	$\gamma/2\pi$ (МГц)	λ (нм)	$\varepsilon_{\rm R}$
^{174}Yb	$6^1S_0 \to 6^1P_1$	28	399	3×10^{-4}
	$6^1S_0 \to 6^3P_1$	0.18	556	2×10^{-2}
^{87}Sr	$5^1S_0 \to 5^1P_1$	32	461	3×10^{-4}
	$5^1S_0 \to 5^3P_1$	7×10^{-3}	689	0.6
	$5^3P_2 \to 4^3D_3$	2.7×10^{-3}	2900	0.1
^{40}Ca	$4^1S_0 \to 4^1P_1$	34.2	423	0.8×10^{-3}
	$3^1S_0 \to 3^3P_1$	4×10^{-4}	657	28
^{24}Mg	$3^1S_0 \to 3^1P_1$	78	285	1.3×10^{-3}
	$3^3P_2 \to 3^3D_3$	26.7	384	2.1×10^{-3}
	$3^1S_0 \to 3^3P_1$	31.2×10^{-6}	457	1.2×10^{3}
^{133}Cs	$6^2S_{1/2} \to 6^2P_{3/2}$	5	852	4×10^{-4}
^{85}Rb	$5^2S_{1/2} \to 5^2P_{3/2}$	5.9	780	6×10^{-4}
^{39}K	$4^2S_{1/2} \to 4^2P_{3/2}$	6.2	767	1.4×10^{-3}
^{23}Na	$3^2S_{1/2} \to 3^2P_{3/2}$	9.9	589	2.5×10^{-3}
^{7}Li	$2^2S_{1/2} \to 2^2P_{3/2}$	5.9	671	10^{-2}
^{1}H	$1^2S_{1/2} \to 2^2P_{3/2}$	99.58	122	0.13
^{27}Al	$3^2P_{3/2} \to 3^2D_{5/2}$	11.6	309	6.6×10^{-3}
^{52}Cr	$a^7S_3 \to z^7P_4$	5	426	4×10^{-3}
^{56}Fe	$a^5D_4 \to z^5F^{\rm o}_5$	2.58	372	10^{-2}
^{169}Tm	$^2F^{\rm o}_{7/2} \to (5, 3/2)_{9/2}$	10	411	0.7×10^{-3}
	$^2F^{\rm o}_{7/2} \to (6, 5/2)_{9/2}$	0.35	531	10^{-2}
^{69,71}Ga	$4^2P_{3/2} \to 4^2D_{5/2}$	25	294	1.3×10^{-3}
^{107}Ag	$5^2S_{1/2} \to 5^2P_{3/2}$	2.2	328	0.8×10^{-3}
^{115}In	$5^2P_{3/2} \to 5^2D_{5/2}$	20.7	326	0.8×10^{-3}
^{199}Hg	$6^1S_0 \to 6^3P_1$	1.32	254	1.3×10^{-2}

Ниже рассмотрим достаточно большой интервал изменения параметров отдачи ($10^{-4} \leqslant \varepsilon_{\rm R} \leqslant 10^{-1}$) для атомов с оптическими переходами, используемыми для лазерного охлаждения. Для таких атомов мы исследуем пределы субдоплеровского лазерного охлаждения в полях с градиентом поляризации.

Отдельно отметим, что при предельно малой интенсивности световых волн в рамках приближений [22, 23], описывающих сизифовское лазерное охлаждение в поле lin⊥lin-конфигурации, остается лишь один параметр, характеризующий стационарное решение. Это параметр

$$U_0 = \frac{|\delta|}{3\omega_{\rm R}}\frac{|\Omega|^2}{(\delta^2+\gamma^2/4)}, \qquad (14)$$

определяющий оптический сдвиг подуровней основного состояния. В соответствии с определениями данных работ вместо безразмерного параметра Ω/γ, определяющего интенсивность светового поля, будем использовать комбинированный параметр U_0, что позволит сопоставить полученные нами результаты с представленными в работах [22, 23].

3.1. Пределы субдоплеровского охлаждения атомов с предельно малыми значениями параметра отдачи, $\varepsilon_{\rm R} \leqslant 10^{-3}$

Приведем результаты, полученные для средней кинетической энергии атомов с оптическими переходами, характеризующимися предельно малыми параметрами отдачи $\varepsilon_{\rm R} \leqslant 10^{-3}$ в полях lin⊥lin- и $\sigma_+ - \sigma_-$-конфигураций. Рассматриваемые значения параметра отдачи соответствуют условиям квазиклассического описания кинетики атомов в световых полях [8–15], а для lin⊥lin-конфигурации при малых интенсивностях светового поля результаты должны соответствовать результатам работ [22, 23]. В качестве примера рассмотрим оптический переход $J_{\rm g} = 1 \to J_{\rm e} = 2$, для которого возможно субдоплеровское лазерное охлаждение как в поле lin⊥lin-, так и в поле $\sigma_+ - \sigma_-$-конфигурации [17], что позволит сравнить пределы лазерного охлаждения в этих двух наиболее часто используемых конфигурациях световых полей.

На рис.1,*а* представлена средняя кинетическая энергия холодных атомов как функция U_0 в поле lin⊥lin-конфигурации при $\varepsilon_{\rm R} = 4\times10^{-4}$, что соответствует лазерному охлаждению атомов Cs с использованием D_2-линии. Для сравнения аналогичная зависимость для атомов с $\varepsilon_{\rm R} = 10^{-3}$ приведена на рис.1,*д*. Отметим, что зависимость средней кинетической энергии от параметра U_0 стремится к универсальной зависимости при предельно больших отстройках, что соответствует результатам, полученным в секулярном приближении $\sqrt{U_0/(\hbar\omega_{\rm R})} \ll |\delta|/\gamma$ [22, 23]. Установленная нами минимальная достижимая энергия $E_{\min} \approx 22\hbar\omega_{\rm R}$ (для $\varepsilon_{\rm R} = 4\times10^{-4}$) и $E_{\min} \approx 20\hbar\omega_{\rm R}$ (для $\varepsilon_{\rm R} = 10^{-3}$) несколько меньше значений, полученных в работах [22, 23]. Данное отличие объясняется различием угловых моментов для рассматриваемых оптических переходов: $J_{\rm g} = 1 \to J_{\rm e} = 2$ – в наших расчетах и $J_{\rm g} = 1/2 \to J_{\rm e} = 3/2$ – в работах [22, 23]. Для оптического перехода $J_{\rm g} = 1/2 \to J_{\rm e} = 3/2$ результаты в точности соответствуют результатам [22, 23] в пределе больших отстроек, как было показано в [29].

Импульсное распределение холодных атомов для конфигураций lin⊥lin и $\sigma_+ - \sigma_-$ (рис.1,*б*,*е*,*г*,*з*) не является равновесным и не может быть описано в терминах температуры. При малых интенсивностях световых полей (для малых U_0) наблюдается импульсное распределение, состоящее из узкой центральной части, обусловленной субдоплеровским вкладом в силу трения, и широкой подложки, обусловленной доплеровскими механизмами трения. При этом, несмотря на уменьшение ширины центральной части распределения, средняя кинетическая энергия холодных атомов растет за счет уменьшения доли атомов в ней.

Значение средней кинетической энергии атомов $E_{\rm kin}/(\hbar\omega_{\rm R}) \approx 1/(4\varepsilon_{\rm R})$, соответствующее равновесному

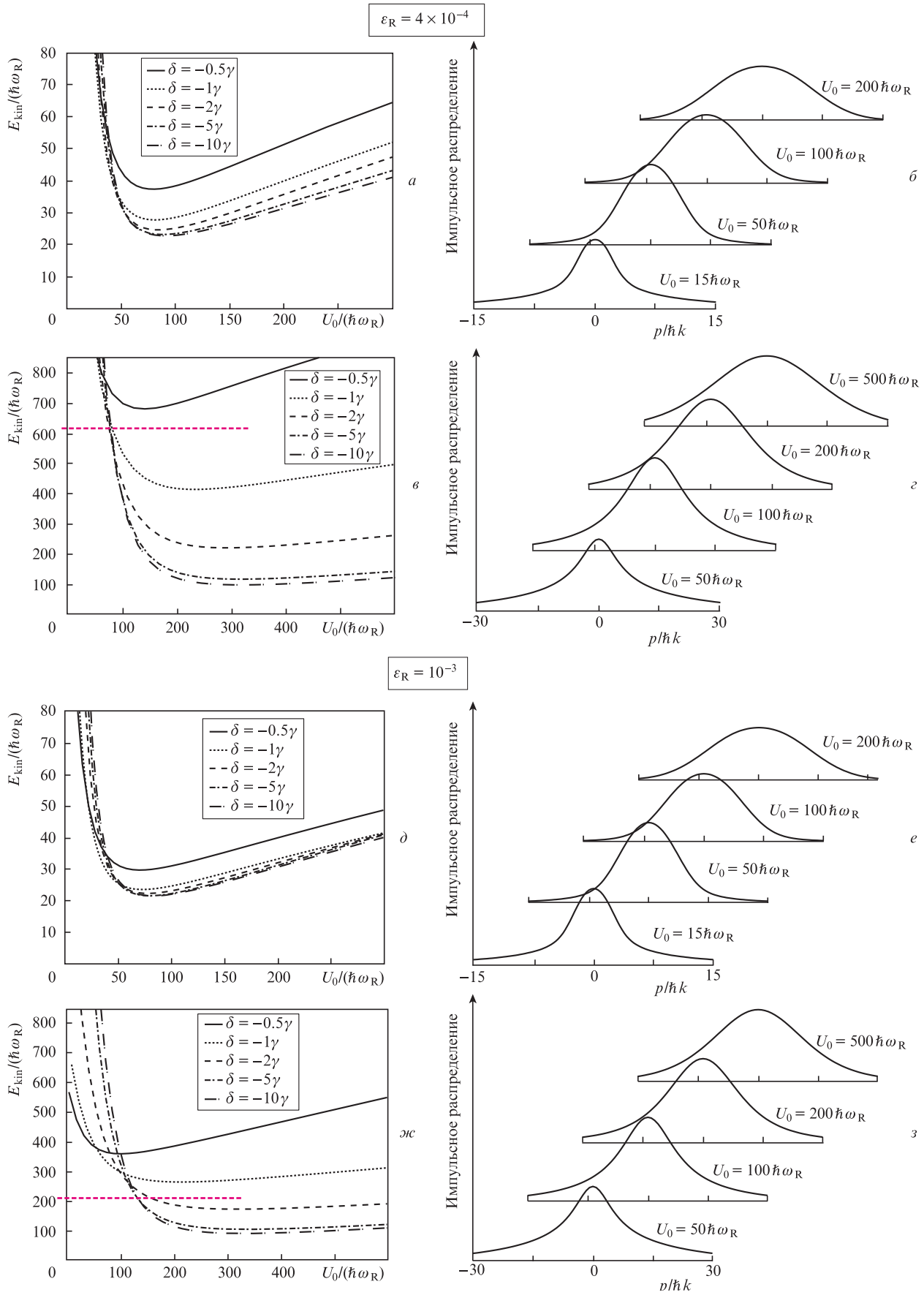

Рис.1. Зависимости средней кинетической энергии холодных атомов от полевого сдвига U_0 для различных отстроек δ в полях конфигураций lin ⊥ lin (*а*, *д*) и $\sigma_+ - \sigma_-$ (*в*, *ж*), а также импульсные распределения атомов при различных U_0 для отстройки $\delta = -2\gamma$ в полях lin ⊥ lin (*б*, *е*) и $\sigma_+ - \sigma_-$(*г*, *з*) при значениях параметра отдачи $\varepsilon_R = 4\times10^{-4}$ (*а–г*) и 10^{-3} (*д–з*). Штриховой горизонтальной линией обозначена кинетическая энергия атомов, соответствующая доплеровскому пределу лазерного охлаждения $k_B T_D = \hbar\gamma/2$.

распределению, описываемому гауссовой функцией, с доплеровской температурой $k_B T_D \approx \hbar\gamma/2$, составляет примерно 625 (для атомов с $\varepsilon_R = 4\times10^{-4}$, рис.1,*а*) и 250 ($\varepsilon_R = 10^{-3}$, рис.1,*д*). Как видно из приведенных результатов, достигаемые значения средней кинетической энергии атомов много меньше энергии доплеровского предела, что соответствует известным представлениям о субдоплеровском лазерном охлаждении [10–14, 17].

Подобные результаты получены для лазерного охлаждения в поле $\sigma_+ - \sigma_-$-конфигурации (рис.1,*в* и *ж*). Как и в случае lin⊥lin-конфигурации, для атомов с предельно малыми параметрами отдачи зависимость средней кинетической энергии атомов стремится к некоторой универсальной зависимости от параметра U_0 при достаточно больших отстройках светового поля, $|\delta|/\gamma \geqslant 5$. Штриховая горизонтальная линия на рисунках соответствует средней кинетической энергии атомов, имеющих равновесное распределение с доплеровской температурой $k_B T_D = \hbar\gamma/2$. Субдоплеровские механизмы лазерного трения в поле $\sigma_+ - \sigma_-$-конфигурации обеспечивают достижение энергии ниже доплеровского предела, однако lin⊥lin-конфигурация светового поля выглядит более привлекательной для реализации наиболее глубокого лазерного охлаждения атомов в условиях оптической мелассы.

3.2. Пределы субдоплеровского охлаждения атомов с недостаточно малым параметром отдачи ($\varepsilon_R \leqslant 10^{-2}$)

Более значительные отличия в субдоплеровском охлаждении атомов проявляются для бóльших значений параметра отдачи ε_R. Результаты расчета средней кинетической энергии холодных атомов для $\varepsilon_R = 10^{-2}$ представлены на рис.2,*а*, *в*. Существует ограниченная область параметров U_0 и отстроек, при которых достигаются энергии ниже доплеровского предела в поле lin⊥lin-конфигурации. Однако в поле $\sigma_+ - \sigma_-$-конфигурации субдоплеровские механизмы лазерного охлаждения теряют эффективность и не приводят к энергиям ниже доплеровского предела (рис.2,*в*), несмотря на то что все необходимые условия для этого в рамках квазиклассичесмких моделей выполнены [10–14], включая малость параметра $\varepsilon_R \ll 1$.

Как видно из зависимостей, представленных на рис.2,*в*, лазерное охлаждение атомов в поле $\sigma_+ - \sigma_-$-конфигурации вообще не обеспечивает достижение энергии ниже доплеровского предела. Это позволяет объяснить результаты лазерного охлаждения атомов Mg с использованием лазерных полей, резонансных оптическому переходу $3s3p^3P_2 \rightarrow 3s3d^3D_3$ [38], а также результаты лазерного охлаждения атомов Sr с использованием оптического перехода $5s5p^3P_2 \rightarrow 5s4d^3D_3$ [39] (см. ниже результаты, полученные для параметра отдачи $\varepsilon_R = 10^{-1}$), когда температура лазерного охлаждения не достигала значений ниже доплеровского предела.

Сравнение представленного квантового подхода с квазиклассическим, учитывающим нелинейную зависимость сил и коэффициентов диффузии, для атомов с подобным параметром отдачи было проведено в работе [33], где показано, что распределение атомов в импульсном пространстве является существенно неравновесным (см. также рис.2,*б*, *г*). Аппроксимируя функцию распределения атомов в импульсном пространстве двумя гауссовыми функциями, можно выделить две фракции атомов: «холодную», имеющую субдоплеровскую температуру, и «горячую» – с температурой порядка и выше доплеровского предела. Анализ результатов лазерного охлаждения атомов Tm с использованием оптического перехода $4f^{13}(^2F^o)6s^2\ {}^2F^o_{7/2} \rightarrow 4f^{12}(^3H_6)5d_{5/2}6s^2\ (6,\ 5/2)_{9/2}$ ($\varepsilon_R \approx 10^{-2}$) показал, что квазиклассический подход дает завышенную оценку доли холодных атомов, и это приводит к оценке средней энергии атомов ниже доплеровского предела. Результаты, полученные на основе квантового подхода, хорошо согласуются с результатами эксперимента как в доле холодных атомов, так и в их температуре [33].

3.3. Пределы лазерного охлаждения атомов с узкими линиями

Для атомов с узкими оптическими линиями ($\varepsilon_R \approx 10^{-1}$) эффекты отдачи при взаимодействии с единичными фотонами поля становятся более существенными, что приводит к малой эффективности субдоплеровских механизмов лазерного охлаждения также и в поле lin⊥lin-конфигурации, т. е. в условиях действия субдоплеровских сизифовских механизмов лазерного охлаждения. Действие последних в рассматриваемом случае приводит к появлению малозаметной узкой структуры вблизи нулевых импульсов на фоне более широкого импульсного распределения, определяемого доплеровским трением (рис.2,*е* и *з*), и они не дают какого-либо заметного вклада в кинетическую энергию атомов. В отличие от рассмотренных выше случаев малых ε_R, минимальные значения кинетической энергии холодных атомов достигаются при меньших по модулю значениях отстроек поля $\delta \approx -2\gamma$ в поле lin⊥lin-конфигурации и при $\delta \approx -\gamma$ в поле $\sigma_+ - \sigma_-$-конфигурации (рис.2,*д*–*з*).

Отметим, что при еще бóльших параметрах отдачи ($\varepsilon_R > 1$) субдоплеровские механизмы лазерного охлаждения могут оказывать негативное воздействие, приводя к энергиям атомов, более высоким, чем в случае двухуровневой модели [31]. При этом для достижения наиболее глубокого лазерного охлаждения может оказаться предпочтительным использование полей с однородной поляризацией, т. е. образованных встречными волнами с одинаковыми поляризациями [34].

4. Заключение

Проведено исследование пределов субдоплеровского лазерного охлаждения атомов в полях, образованных встречными волнами с ортогональными круговыми ($\sigma_+ - \sigma_-$) и линейными (lin⊥lin) поляризациями на основе численного решения квантового кинетического уравнения для атомной матрицы плотности с полным учетом квантовых эффектов отдачи при взаимодействии с фотонами поля. Получены характерные зависимости энергии атомов, достижимой при лазерном охлаждении, от параметров светового поля для $\varepsilon_R < 1$.

Показано, что хорошо известная теория субдоплеровского охлаждения атомов выполняется лишь для предельно малых значений параметра отдачи $\varepsilon_R \leqslant 10^{-3}$. В этом случае при достаточно больших красных отстройках частоты ($|\delta|/\gamma \geqslant 5$) кинетическая энергия холодных атомов является некоторой универсальной функцией лишь одного параметра U_0 (оптический сдвиг), зависящей от выбора конфигурации светового поля и угловых моментов основного и возбужденного состояний J_g и J_e, как в поле lin⊥lin-, так и в поле $\sigma_+ - \sigma_-$-конфигурации.

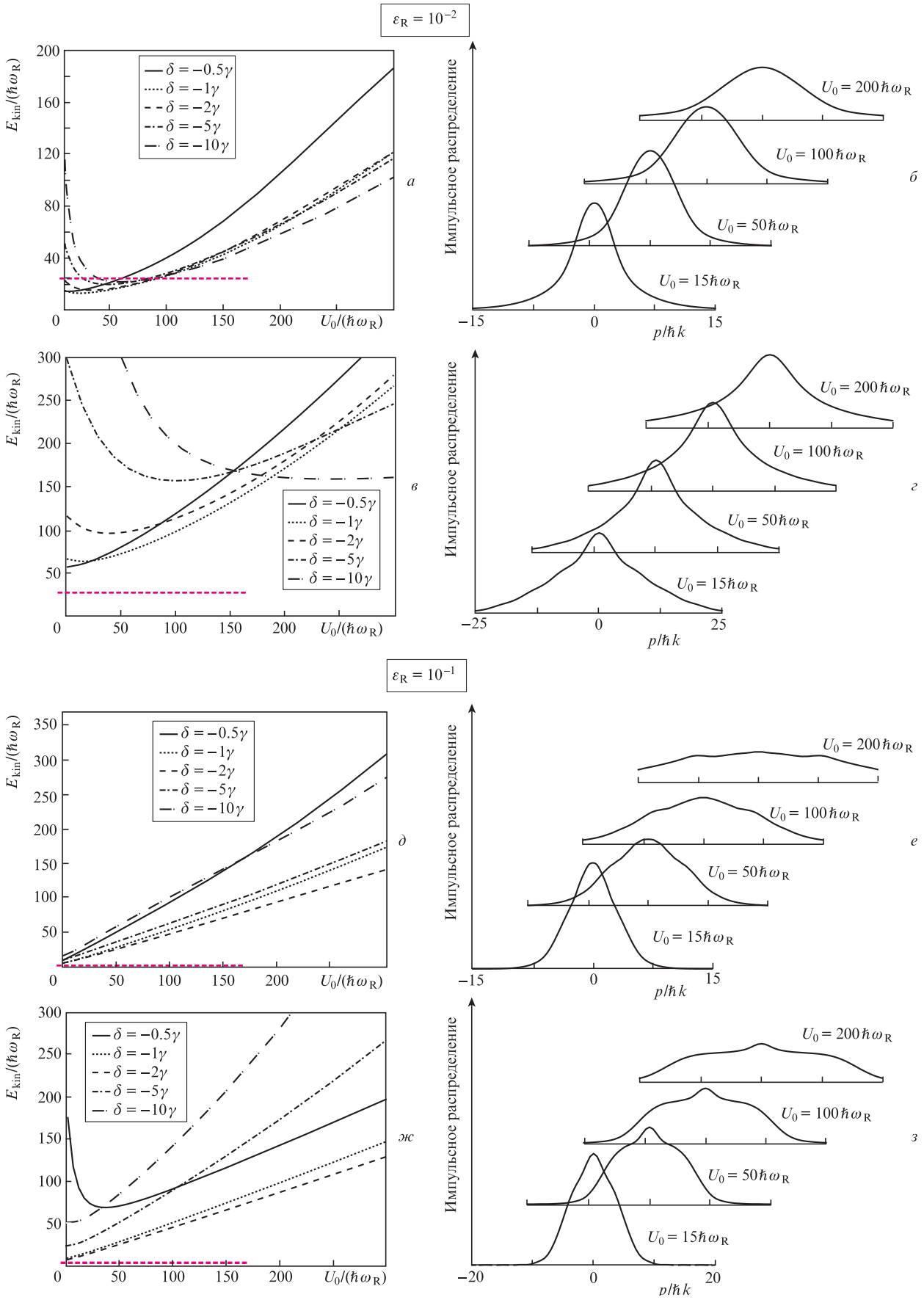

Рис.2. Зависимости средней кинетической энергии холодных атомов от полевого сдвига U_0 для различных отстроек δ в полях конфигураций lin $\perp$ lin (*а*, *д*) и $\sigma_+ - \sigma_-$ (*в*, *ж*), а также импульсные распределения атомов при различных U_0 для отстройки $\delta = -2\gamma$ в полях lin $\perp$ lin (*б*, *е*) и $\sigma_+ - \sigma_-$(*г*, *з*) при значениях параметра отдачи $\varepsilon_R = 10^{-2}$ (*а–г*) и 10^{-1} (*д–з*). Штриховой горизонтальной линией обозначена кинетическая энергия атомов, соответствующая доплеровскому пределу лазерного охлаждения $k_B T_D = \hbar\gamma/2$.

Для атомов с оптическими переходами, характеризуемыми бóльшими значениями параметра отдачи ($\varepsilon_R \approx 10^{-2}$–$10^{-1}$), субдоплеровские механизмы лазерного охлаждения становятся менее эффективными, особенно в поле $\sigma_+ - \sigma_-$-конфигурации, используемой в магнитооптических ловушках. При этом минимальные значения кинетической энергии атомов достигаются при меньших значениях красной отстройки частоты ($|\delta|/\gamma \approx 1$), чем в случае $\varepsilon_R \leqslant 10^{-3}$. Для атомов с оптическими переходами, характеризующимися параметром отдачи $\varepsilon_R \approx 10^{-2}$, оптимальной отстройкой при малых интенсивностях светового поля является $\delta/\gamma \approx -1/2$, что соответствует оптимальным условиям для достижения доплеровского предела лазерного охлаждения в рамках двухуровневой модели [8, 9, 10]. При параметрах отдачи $\varepsilon_R > 10^{-1}$ субдоплеровские механизмы не работают вовсе, в результате чего предельная энергия при лазерном охлаждении становится сравнимой с доплеровским пределом.

Работа поддержана РФФИ (грант № 19-29-11014). Исследования А.В.Тайченачева и О.Н.Прудникова поддержаны РНФ (проект № 20-12-00081), В.И.Юдина – также РФФИ (грант № 20-02-00505) и Министерством науки и высшего образования РФ (проект FSUS-2020-0036), Р.Я.Ильенкова – РФФИ (грант № 19-02-00514).

1. Ludlow A.D., Boyd M.M., Ye J., Peik E., Schmidt P.O. *Rev. Mod. Phys.*, **87**, 637 (2015).
2. Тайченачев А.В.,Юдин В.И., Багаев С.Н. *УФН*, **186**, 193 (2016) [*Phys. Usp.*, **59**, 184 (2016)].
3. Marti G.E., Hutson R.B., Goban A., Campbell S.L., Poli N., Ye J. *Phys. Rev. Lett.*, **120**, 103201 (2018).
4. Cornell E.A., Wieman C.E. *Rev. Mod. Phys.*, **74**, 875 (2002).
5. Ketterle W. *Rev. Mod.Phys.*, **74**, 1131 (2002).
6. Garraway B.M., Perrin H. *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.*, **49**, 172001 (2016).
7. Bloch I., Dalibard J., Zwerger W. *Rev. Mod. Phys.*, **80**, 885 (2008).
8. Minogin V.G., Letokhov V.S. *Laser Light Pressure on Atoms* (New York: Gordon and Breach Science Publishers, 1987).
9. Kazantsev A.P., Surdutovich G.I., Yakovlev V.P. *Mechanical Action of Light on Atoms* (Singapore: World Scientific, 1990).
10. Metcalf H.J., van der Straten P. *Laser Cooling and Trapping* (New York: Springer-Verlag, 1999).
11. Dalibard J., Cohen-Tannoudji C. *J. Phys. B: At. Mol. Phys.*, **18**, 1661 (1985).
12. Javanainen J. *Phys. Rev. A*, **44**, 5857 (1991).
13. Прудников О.Н., Тайченачев А.В., Тумайкин А.М., Юдин В.И., *ЖЭТФ*. **115**, 791 (1999) [*JETP*, **88**, 433 (1999)].
14. Безвербный А.В., Прудников О.Н., Тайченачев А.В., Тумайкин А.М., Юдин В.И. *ЖЭТФ*, **123**, 437 (2003) [*JETP*, **96**, 383 (2003)].
15. Prudnikov O.N., Arimondo E. *J. Opt. B*, **6**, 336 (2004).
16. Wineland D., Itano W. *Phys. Rev. A*, **20**, 1521 (1979).
17. Dalibard J., Cohen-Tannoudji C. *J. Opt. Soc. Am. B*, **6**, 2023 (1989).
18. Weiss D., Ungar P.J., Chu S. *J. Opt. Soc. Am. B*, **6**, 2072 (1989).
19. Прудников О.Н., Тайченачев А.В., Тумайкин А.М., Юдин В.И. *Письма в ЖЭТФ*, **115**, 439 (1999) [*JETP Lett.*, **70**, 443 (1999)].
20. Molmer K., Castin Y., Dalibard J. *J. Opt. Soc. Am. B*, **10**, 524 (1992).
21. Castin Y., Molmer K. *Phys. Rev. A*, **54**, 5275 (1996).
22. Castin Y., Dalibard J. *Europhys. Lett.*, **14**, 761 (1991).
23. Castin Y., Dalibard J., Cohen-Tannoudji C., *in Light Indiced Kinetic Effects on Atoms, Ions and Molecules* (Pisa: ETS Editrice, 1991, p. 5).
24. Aspect A., Arimondo E., Kaiser R., Vansteenkiste N., Cohen-Tannoudji C. *Phys. Rev. Lett.*, **61**, 826 (1988); *J. Opt. Soc. Am. B*, **6**, 2112 (1989).
25. Castin Y., Wallis H., Dalibard J. *J. Opt. Soc. Am. B*, **6**, 2046 (1989).
26. Prudnikov O.N., Arimondo E. *J. Opt. Soc. Am. B*, **20**, 909 (2003).
27. Prudnikov O.N., Taichenachev A.V., Tumaikin A.M., Yudin V.I. *Phys. Rev. A*, **75**, 023413 (2007).
28. Прудников О.Н., Тайченачев А.В., Тумайкин А.М., Юдин В.И. *ЖЭТФ*, **131**, 963 (2007) [*JETP*, **104**, 839 (2007)].
29. Прудников О.Н., Ильенков Р.Я., Тайченачев А.В., Тумайкин А.М., Юдин В.И. *ЖЭТФ*, **139**, 1074 (2011) [*JETP*, **112**, 939 (2011)].
30. Chalony M., Kastberg A., Klappauf B., Wilkowski D. *Phys. Rev. Lett.*, **107**, 243002 (2011).
31. Prudnikov O.N., Ilenkov R.Ya., Taichenachev A.V., Yudin V.I. *Phys. Rev. A*, **99**, 023427 (2019).
32. Prudnikov O.N., Brazhnikov D.V., Taichenachev A.V., Yudin V.I., Bonert A.E., Il'enkov R.Ya., Goncharov A.N. *Phys. Rev. A*, **92**, 063413 (2015).
33. Kalganova E. et. al. *Phys. Rev. A*, **96**, 033418 (2017).
34. Ильенков Р.Я., Прудников О.Н., Тайченачев А.В., Юдин В.И. *Квантовая электроника*, **50** (6), 551 (2020) [*Quantum Electron.*, **50** (6), 551 (2020)].
35. Adams C.S., Riis E. *Prog. Quantum. Electron.*, **21**, 1 (1997).
36. Прудников О.Н., Тайченачев А.В., Тумайкин А.М., Юдин В.И. *ЖЭТФ*, **120**, 76 (2001) [*JETP*, **93**, 63 (2001)].
37. Прудников О.Н., Бражников Д.В., Тайченачев А.В., Юдин В.И., Гончаров А.Н. *Квантовая электроника*, **46**, 661 (2016) [*Quantum Electron.*, **46**, 661 (2016)].
38. Riedmann M., Kelkar H., Wubbena T., Pape A., Kulosa A., Zipfel K., Fim D., Ruhmann S., Friebe J., Ertmer W., Rasel E. *Phys. Rev. A*, **86**, 043416 (2012).
39. Hobson R., Bowden W., Vianello A., Hill I.R., Gill P. *Phys. Rev. A*, **101**, 013420 (2020).