

Квантовые гейты на асинхронных атомных возбуждениях

Ю.И.Ожигов

Предложен способ реализации универсальной системы квантовых гейтов на асинхронных возбуждениях двухуровневых атомов в оптических полостях. Запутывающий оператор типа CSign реализован без светоделителей, приближенно, с использованием несоизмеримости периодов рабиевских осцилляций в полости с одинарным и двойным возбуждениями.

Ключевые слова: квантовый гейт, двухуровневый атом, оптическая полость, асинхронное возбуждение.

1. Введение

Квантовые вычисления основываются на вторжении квантовой теории в область сложных процессов, где действие ее основных законов пока не изучено. Поэтому конструирование наиболее простых схем таких вычислений, в которых квантовые законы проявлялись бы как можно яснее, до сих пор является актуальной задачей. Темное место здесь – декогерентность, возникающая из-за взаимодействия зарядов и поля, кванты которого тесно связывают квантовый компьютер с окружением. Это делает необходимым учет фотонов и управление ими или даже явное использование фотонов в квантовых протоколах.

Фотоны как носители информации дают возможность применять линейные оптические приборы для реализации однокубитных гейтов, но конструирование запутывающих операций трудноосуществимо, т.к. фотоны непосредственно не взаимодействуют друг с другом. Существуют популярная KLM-схема [1], где измерения используются в качестве эрзаца взаимодействия, и ее усовершенствованный вариант [2, 3] с телепортацией, значительно повышающий эффективность, а также ряд вариантов этой схемы для атомов (см., напр., [4]). Однако применение классических вероятностных схем в эксперименте предъявляет повышенные требования к эффективности, по крайней мере теоретически возможной, квантовых гейтов на единичных частицах. Использование классической вероятности затеняет главный вопрос для квантового компьютера: как когерентность проявляется для сложных систем из разных частиц?

Здесь больше подходят наиболее первопринципные методы, главным из которых является рассмотрение оптической полости с несколькими атомами, взаимодействие которых с одноименным полем четко описывается

Ю.И.Ожигов. Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова, факультет вычислительной математики и кибернетики, Россия, 119991 Москва, Воробьевы горы; Физико-технологический институт им. К.А.Валиева РАН, Россия, 117218 Москва, Нахимовский просп., 36, корп.1; e-mail: ozhigov@cs.msu.ru

Поступила в редакцию 10 марта 2020 г., после доработки – 7 мая 2020 г.

из первых принципов (о возможностях данного типа устройств см., например, в [5]). Так, гейт CNOT был реализован с использованием внешних (колебательных) степеней свободы атома [6]. Однако суть квантовых вычислений заключается не в когерентном поведении отдельного кубита, а в масштабировании фейнмановского квантового процессора, реализующего теоретические возможности унитарной динамики во всем гильбертовом пространстве состояний и дающего, например, алгоритм Гровера [7] на том же оборудовании, что и алгоритм Шора [8]. Использование внешних факторов для демонстрации динамики взаимодействия отдельных атомов и поля полезно именно для отдельных атомов, но вносимые неизбежные помехи наверняка скажутся при масштабировании.

В связи с этим ценностью представляют схемы реализации гейтов минимальными средствами, которые хорошо описываются из первых принципов. Одна из таких схем предложена в статье Х.Азумы [9], где кубитами служат двухуровневые состояния единичных фотонов. В этой, в точности воспроизводимой схеме взаимодействие фотонов с атомами используется лишь для осуществления запутывающего преобразования CSign: $|x, y\rangle \rightarrow (-1)^{xy}|x, y\rangle$, для которого требуются две оптические полости; необходимы также два светоделителя и фазовращатели.

В настоящей работе предложен упрощенный вариант схемы Азумы, в котором используется только одна полость, а светоделители заменены временным сдвигом для фотонов, поступающих в нее. Логическими кубитами у нас будут асинхронные состояния атомов при рабиевских осцилляциях. Эту схему можно переделать для чисто фотонных носителей со временным сдвигом, определяющим значение кубита. Однако атомы как носители информации обладают тем преимуществом, что ими гораздо легче управлять, как и испускаемыми атомами фотонами. Достоинство предлагаемой схемы в ее простоте. Недостаток тот же, что и в схеме [9], – зависимость от временной погрешности срабатывания ячейки Поккельса или ее аналога, которую надо сделать существенно меньше периода рабиевской осцилляции атома в полости.

По техническим причинам мы будем реализовывать гейт coCSign: $|x, y\rangle \rightarrow (-1)^{(x \oplus 1)y}|x, y\rangle$, меняющий знак при единственном состоянии $|0, 1\rangle$ и родственный гейту CSign, который предложен в [9]; разницы нет никакой, поскольку

ку $\text{CSign} = \sigma_x(x) \text{coCSign} \sigma_x(x)$, где σ_x – матрица Паули, а однокубитные гейты реализуются линейными оптически-устройствами.

2. Расчет фазовых сдвигов

Ядро рассматриваемой схемы – оптическая полость с одним двухуровневым атомом с энергетической щелью шириной $\hbar\omega$ между основным, $|0\rangle$, и возбужденным, $|1\rangle$, уровнями, где ω совпадает с частотой фотона определенной моды, удерживаемого в полости. Константа взаимодействия g между атомом и полем предполагается малой, $g/(\hbar\omega) \ll 1$ (практически это отношение не должно превышать 10^{-3}), для возможности применения RWA-приближения, в котором гамильтониан Джейнса–Каммингса системы атом–поле [10] имеет вид

$$H_{JC} = H_0 + H_{\text{int}},$$

$$H_0 = \hbar\omega a^\dagger a + \hbar\omega \sigma^\dagger \sigma, \quad H_{\text{int}} = g(a^\dagger \sigma + a \sigma^\dagger), \quad (1)$$

где a and a^\dagger – операторы уничтожения и рождения фотона; σ and σ^\dagger – операторы релаксации и возбуждения атома. Запишем базисные состояния поля и атома в виде $|n\rangle_{\text{ph}}|m\rangle_{\text{at}}$, where $n = 0, 1, 2, \dots$ – число фотонов в полости, $m = 0, 1$ – число атомных возбуждений. У нас будет $n = 0, 1, 2$. Гамильтониан в ходе выполнения гейта coCSign изменяется: к его слагаемому H_{int} добавляется слагаемое $H_{\text{jump}} = v(a_i a_j^\dagger + a_j a_i^\dagger)$ (v – параметр, описывающий интенсивность перехода фотонов), определяющее переход фотона из i -й полости в j -ю и наоборот, но энергия взаимодействия независимых атомов и поля H_0 не изменится (модель Джейнса–Каммингса–Хаббарда, JCH). Поэтому набег фазы, связанный с H_0 , является общим для всех состояний, и его можно игнорировать. Далее мы будем рассчитывать набег фазы относительно либо тождественного оператора I , либо σ_x , т. к. все операции, рассмотренные ниже, сводятся либо к первому случаю, либо ко второму с изменением фазы, так что набег фазы при применении, например, оператора $-i\sigma_x$ составит $-\pi/2$.

Пусть $\tau_1 = \pi\hbar/g$, $\tau_2 = \pi\hbar/g\sqrt{2}$ – периоды рабиевских осцилляций для общих энергий $\hbar\omega$ и $2\hbar\omega$ соответственно. Операторы $U_t = \exp[-(i/\hbar)Ht]$, индуцируемые эволюцией в важные моменты времени, будут зависеть от общей энергии полости. Если она равна $\hbar\omega$, в базисе $|\phi_0\rangle = |1\rangle_{\text{ph}}|0\rangle_{\text{at}}$, $|\phi_1\rangle = |0\rangle_{\text{ph}}|1\rangle_{\text{at}}$ имеем

$$U_{\tau_1/2} = -i\sigma_x, \quad U_{\tau_1} = -I, \quad U_{2\tau_1} = I. \quad (2)$$

При общей энергии полости $2\hbar\omega$ получаем аналогичные соотношения с заменой τ_1 величиной τ_2 .

При перемещении фотона из j -й полости в i -ю и наоборот, что осуществляется одновременным включением ячеек Поккельса или подобных им устройств в данных полостях, реализуется добавка H_{jump} к взаимодействию H_{int} , которая в отсутствие в полостях атомов приводит к точно такой же динамике, что и рабиевские осцилляции, но с периодом $\tau_{\text{jump}} = \pi\hbar/v$. Будем считать, что $v \gg g$, поэтому можно перемещать фотон из полости в полость так, чтобы атом вообще не влиял на данный процесс, при этом набег фаз можно рассчитывать по формулам, аналогичным (2). Как отмечено в работе [9], указанное условие трудно выполнить в эксперименте, однако есть основания считать это технической трудностью. В случае вы-

полнения условия набег фазы при операторе σ_x , примененном к фотонам двух полостей, составит, так же как и для половины рабиевской осцилляции, $-\pi/2$.

Вследствие несоизмеримости периодов рабиевских осцилляций τ_1 and τ_2 мы можем выбрать такие натуральные числа n_1 and n_2 , при которых приближенное равенство

$$2n_2\tau_2 \approx 2n_1\tau_1 + \frac{\tau_1}{2} \quad (3)$$

выполняется с высокой точностью. Это равенство и будет основой для появления нелинейного фазового сдвига, необходимого для реализации coCSign .

3. Реализация coCSign

Состояние кубита $|0\rangle$ реализуется в нашей модели как состояние оптической полости $|0\rangle_{\text{ph}}|1\rangle_{\text{at}}$, а состояние кубита $|1\rangle$ – как $|1\rangle_{\text{ph}}|0\rangle_{\text{at}}$. Таким образом, состояние $|01\rangle$, которому требуется инвертировать фазу, имеет вид $|01\rangle_{\text{ph}}|10\rangle_{\text{at}}$, где первый фотонный кубит относится к полости x , а второй – к полости y . Отметим, что через время $\tau_1/2$ нуль и единица меняются местами при набеге фазы $-\pi/2$.

Последовательность операций, реализующих coCSign , изображена на рис.1, а участвующие в них полости показаны на рис.2. Сначала мы организуем короткий обмен фотонами вспомогательной полости и полости x , затем, с задержкой $\tau_1/2$, – аналогичный обмен с полостью y , далее, через время $2n_2\tau_2$, снова организуем короткий обмен фотонами вспомогательной полости с полостью x , потом, через время $\tau_1/2$, – аналогичный обмен с полостью y . Из нашего выбора времен перемещений фотонов следует, что в данные моменты времени в участвующих в операциях полостях будет либо один фотон, либо ни одного, поэтому включение ячеек Поккельса на малом временном отрезке $\delta\tau = \pi\hbar/(2v) \ll \tau_1$ приведет именно к перемещению фотонов.

Из рис.1 видно, что эволюция состояния имеет три длинных участка (взаимодействие атомов и фотонов в полостях) и четыре коротких (прыжки фотона из полости в полость). Рассмотрим подробно изменение фазы для состояния $|00\rangle$.

Участок 1, короткий. Ничего не происходит, т. к. фотона в полости x и во вспомогательной полости нет.

Участок 2, длинный. Совместная эволюция двух полостей, в каждой из которых находятся атом и фотон; набег фазы $-\pi/2 - \pi/2$.

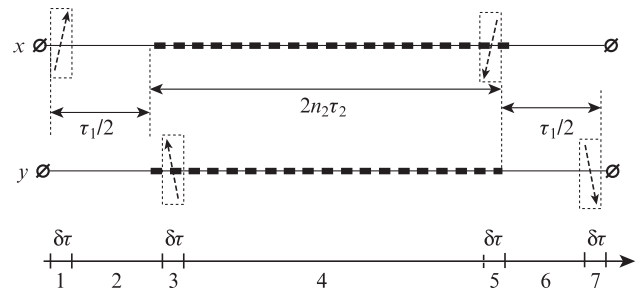


Рис.1. Последовательность операций при реализации гейта coCSign на асинхронных атомных возбуждениях в оптических полостях, разбитая на семь участков по времени. Время перехода фотона $\delta\tau = \tau_{\text{jump}}/2 \ll \tau_{1(2)}$. После срабатывания изображенной схемы необходимо подождать в течение времени $\tau_1/2$.

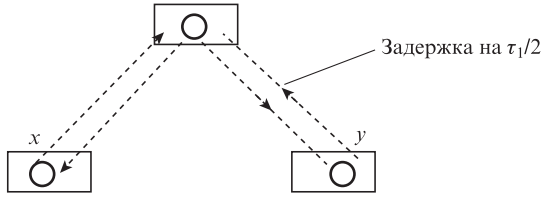


Рис.2. Три полости, x , y и вспомогательная, при реализации гейта соCSign.

Участок 3, короткий. Фотон в полости y переводится во вспомогательную полость; набег фазы $-\pi/2$.

Участок 4, длинный. Эволюция двух полостей, с энергия $\hbar\omega$ в каждой из них; набег фазы $-\pi/2 - \pi/2$.

Участок 5, короткий. Ничего не происходит, потому что фотона в участвующих полостях нет.

Участок 6, длинный. Совместная эволюция двух полостей, в каждой из которых находятся атом и фотон; набег фазы $-\pi/2 - \pi/2$.

Участок 7, короткий. Фотон из вспомогательной полости переносится в полость y ; набег фазы $-\pi/2$.

В результате общий набег фазы равен $-8\pi/2 = 0$. При этом состоянии $|00\rangle$ переходит в $|11\rangle$, после ожидания в течение времени $\tau_1/2$ оно возвращается обратно с набегом фазы π , но этот набег является общим для всех начальных состояний, и потому его можно игнорировать.

Далее по той же схеме рассматриваются переход $|01\rangle \rightarrow |10\rangle$ с набегом фазы $-\pi$, который обеспечивается выполнением равенства (3), переход $|11\rangle \rightarrow |00\rangle$ с набегом фазы 0 и переход $|10\rangle \rightarrow |01\rangle$ с набегом фазы 0. После ожидания в течение времени $\tau_1/2$ все состояния принимают прежний вид с общим фазовым множителем π .

4. Физические ограничения на качество гейта соCSign

Достоинство приведенной схемы гейта соCSign в том, что она, в отличие, например, от KLM-схемы [1], полностью реализуется с помощью стандартной модели JCH и в идеальном случае не требует никаких операций, выходящих за пределы применимости этой модели. В работе [11] приведен расчет, из которого следует, что для достижения удовлетворительной погрешности подобных запутывающих гейтов на нелинейности в полостях достаточно взять числа несоизмеримых периодов n_1 и n_2 , не превышающие нескольких десятков, что соответствует числу наблюдаемых рабиевских осцилляций в оптических полостях.

Однако сама схема JCH имеет ограничения на содержащиеся в ней параметры, так что произвольный выбор их значений может вывести за пределы ее применимости. В работе [9] отмечено одно из таких ограничений, вытекающее из экспериментов, — ограничение на скорость срабатывания ячейки Поккельса. Однако это ограничение не единственное.

Коэффициент взаимодействия атома с полем в полости имеет вид

$$g = \sqrt{\hbar\omega/V} dE(x), \quad (4)$$

где V — эффективный объем полости; d — дипольный момент перехода между основным и возмущенным состояниями; $E(x) = \sin(\pi x/L)$ — фактор пространственного расположения атома в полости; L — длина полости. Для на-

дежного удержания фотона в полости необходима длина $L = \lambda/2$, где λ — длина волны фотона; в экспериментах берут $l = 1$ для уменьшения эффективного объема полости, что позволяет получить несколько десятков рабиевских осцилляций (см., напр., [5]).

Мы не можем выбирать параметр ν интенсивности перехода фотонов слишком большим из-за соотношения неопределенностей энергия — время для фотонов, т. к. очень малый промежуток времени, за который фотон переходит из полости в полость, автоматически означает большую неопределенность его энергии и, следовательно, приводит к быстрой потере фотона, длина волны которого начинает сильно отличаться от удвоенной длины полости.

Учитывая, что частота фотона для экспериментов с атомом рубидия составляет примерно 10^{10} с^{-1} , и беря верхнее граничное значение возможной неопределенности частоты 10^9 с^{-1} (реальное значение намного меньше), из соотношения неопределенностей $\delta\omega\delta t \approx 1$ для временного окна перехода фотона находим оценку снизу $\delta t \approx 10^{-9} \text{ с}$. Принимая во внимание период рабиевской осцилляции $\tau \approx 10^{-6} \text{ с}$, получаем для временного окна неравенство $10^{-9} \leq \delta t \ll 10^{-6} \text{ с}$, что означает возможность однократного срабатывания гейта с ошибкой, которая превышает 10^{-3} . Такая ошибка, к сожалению, не позволяет построить фейнмановский квантовый компьютер на данном процессоре, если рассматривать его единственный вариант.

Отметим, что приведенные выше неравенства являются лишь материалом для обсуждения и ни в коем случае не могут служить для оценки реальной ошибки данного гейта, поскольку соотношение неопределенностей действует совместно с другими факторами декогерентности: неточностью равенства (3) и ограниченностью времени жизни фотона в полости. Например, мы могли бы увеличить возможный диапазон изменения δt , уменьшая период рабиевской осцилляции с помощью уменьшения параметра пространственного расположения $E(x)$, но это приведет к уменьшению времени жизни фотона в полости, что не менее фатально для гейта.

Подобная трудность встречается во всех схемах фотонных гейтов. Выход заключается в использовании многих процессоров, т. е. в сочетании квантового эффекта с эффектом классического распараллеливания. Аналогичный прием используется и в других известных схемах фотонных компьютеров, например в уже упоминавшейся KLM-схеме.

В литературе отсутствуют более точные оценки совместного действия трех факторов: погрешности определения времени $n_2\tau_2$, ошибки из-за ограничения на временное окно переноса фотона и ограничение числа осцилляций. Предложенная схема — самая простая из известных, и все ее недостатки характерны и для других подобных схем. Оценить ее пригодность для квантовых вычислений можно только в эксперименте, и рассмотренная схема является одним из лучших кандидатов для реализации.

5. Выводы

Предложена схема запутывающего гейта соCSign на асинхронных атомных возбуждениях в оптических полостях, которая полностью описывается моделью JCH и заметно проще известных схем такого типа. Показано, что светоделители, как и в ближайшем известном аналоге —

гейте Азумы, можно заменить временными сдвигами, используя только одну вспомогательную полость вместо двух. Для реализации предложенного гейта требуются дополнительная оптическая полость и организация переноса фотонов из полости в полость во временном окне, на возможные значения которого налагаются ограничения двух типов. Первый тип связан с технической скоростью срабатывания ячейки Поккельса, а второй – с фундаментальным соотношением неопределенностей энергия–время. Подобные ограничения присутствуют и в других схемах фотонных компьютеров.

Простота рассматриваемой схемы по сравнению с известными схемами делает ее вероятным кандидатом для экспериментальной реализации. Эффект квантового вычисления с помощью такой схемы может быть достигнут при использовании классического параллелизма как дополнения к традиционной схеме фейнмановских гейтов на отдельных процессорах.

Главное достоинство предложенной схемы реализации гейтов заключается в ее простоте и возможности точного следования теоретической модели JCH, что, несмо-

тря на упомянутые трудности, внушает оптимизм в плане масштабируемости и осуществления сравнения теории квантового компьютера с экспериментами на большом числе кубитов.

Работа поддержана РФФИ (грант а-18-01-00695).

1. Knill E., Laflamme R., Milburn G.J. *Nature*, **409** (6816), 46 (2001).
2. Gottesman D., Chuang I.L. *Nature*, **402** (6760), 390 (1999).
3. Bennett Ch.H., Brassard G., Crépeau C., Jozsa R., Peres A., Wootters W.K. *Phys. Rev. Lett.*, **70** (13), 1895 (1993).
4. Popescu S. *Phys. Rev. Lett.*, **99**, 130503 (2007).
5. Rempe G., Walther H., Klein N. *Phys. Rev. Lett.*, **58** (4), 353 (1987).
6. Monroe C., Meekhof D.M., King B.E., Itano W.M., Wineland D.J. *Phys. Rev. Lett.*, **75**, 4714 (1995).
7. Grover L. *Proc. 28th Annual ACM Symp. on the Theory of Computing (STOC)* (Melville, NY, 1996, pp 212–219).
8. Shor P. *SIAM J. Sci. Statist. Comput.*, **26**, 1484 (1997).
9. Azuma H. *Prog. Theor. Phys.*, **126**, 369 (2011).
10. Jaynes E.T., Cummings F.W. *Proc. IEEE*, **51** (1), 89 (1963). DOI: 10.1109/PROC.1963.1664.
11. Ladunov V., Ozhigov Y., Skovoroda N. *Proc. SPIE*, **10224**, 102242X (2016); <https://doi.org/10.1117/12.2267190>.