

Применение нейронных сетей для нахождения дискретного спектра прямой задачи Захарова–Шабата

Е.В.Седов, И.С.Чеховской, Я.Е.Прилепский, М.П.Федорук

Предложена архитектура нейронной сети для определения числа солитонов, зарождающихся вследствие случайных процессов в оптических телекоммуникационных системах со спектральным уплотнением каналов с модуляцией QPSK, 16-QAM, 64-QAM и 1024-QAM. Исследована зависимость качества предсказаний нейронной сети со специальной архитектурой от числа солитонных мод в сигнале и параметров этого сигнала.

Ключевые слова: нелинейное уравнение Шрёдингера, метод обратной задачи рассеяния, задача Захарова–Шабата, нелинейное преобразование Фурье, нейронные сети, машинное обучение, оптические телекоммуникационные системы, спектральное уплотнение каналов.

1. Введение

В настоящее время наблюдается повышенный интерес к оптическим телекоммуникациям, поскольку они ответственны за передачу более чем 99% глобального информационного трафика на трансокеанские расстояния (1000 км и более). Однако вызывает опасение тот факт, что перманентное увеличение объемов передаваемого трафика может в ближайшем будущем превысить потенциальные возможности линий передачи информации, базирующихся на современных технологиях [1, 2]. В связи с этим активно исследуются новые перспективные способы увеличения пропускной способности линий связи [3]. Поскольку распространение оптических сигналов в световодах описывается нелинейным уравнением Шрёдингера (НУШ), передача данных может быть основана на солитонах – сигналах, не меняющих свою форму при распространении [4]. На сегодняшний день эта идея не получила широкого развития из-за различных ограничений, накладываемых на солитонные линии связи, и базовые коммерческие технологии по-прежнему используют системы со спектральным уплотнением каналов (WDM-системы).

Хотя моделирование оптических каналов всегда было сложной задачей, применение когерентных технологий для увеличения информационной емкости оптических линий большой протяженности сделало моделирование поведения оптических систем еще более трудоемким. Множество настраиваемых параметров волоконно-оптичес-

ких линий связи (ВОЛС), таких как форматы модуляции, скорости передачи символов, адаптивные скорости кодирования и регулируемое разделение каналов, позволяют оптимизировать системы передачи данных, но требуют большого объема вычислений для определения оптимальных значений параметров системы. Кроме того, задача оптимизации становится еще более сложной, если учитывать нелинейность оптического канала.

В последнее время появились предложения по исследованию современных форматов модуляции сигналов на предмет наличия в них солитонов [5–8]. Такие исследования позволяют лучше понять, как происходит эволюция телекоммуникационных сигналов на больших расстояниях и какова причина нелинейных искажений, приводящих к потере передаваемой информации. Метод исследования сигналов в данной задаче называется нелинейным преобразованием Фурье (nonlinear Fourier transform – NFT). На самом деле название NFT часто встречается в литературе по обработке сигналов и служит для обозначения операций, проводимых в методе обратной задачи рассеяния, используемом для интегрирования специального класса нелинейных уравнений. Метод обратной задачи для НУШ (т. е. явное математическое представление NFT-операций) был впервые описан в широко известной работе Захарова и Шабата [9]. Прямое NFT состоит в сопоставлении оптического сигнала с его нелинейным спектром, состоящим (в самой общей ситуации) из дискретной и непрерывной частей [10]. Набор дискретных собственных значений соответствует солитонной части сигнала. Данное представление удобно тем, что компоненты (нелинейные моды), получающиеся при применении NFT к сигналу с конечной нормой, эволюционируют тривиальным (линейным) образом при распространении сигнала вдоль нелинейного оптоволокна, а дискретные собственные значения и вовсе остаются постоянными. При любом значении эволюционной переменной с помощью обратного NFT сигнал может быть полностью восстановлен, если канал распространения достаточно хорошо описывается НУШ. Метод NFT используется для построения аналитических решений интегрируемых уравнений [11, 12], а также для анализа солитонного вклада в сигналы, под-

Е.В.Седов, И.С.Чеховской. Новосибирский государственный университет, Россия, 630090 Новосибирск, ул. Пирогова, 2;

e-mail: i.s.chekhovskoy@nsu.ru

Я.Е.Прилепский. Aston Institute of Photonic Technologies, Aston University, Birmingham B4 7ET, UK

М.П.Федорук. Новосибирский государственный университет, Россия, 630090 Новосибирск, ул. Пирогова, 2; Институт вычислительных технологий СО РАН, Россия, 630090 Новосибирск, просп. Акад. Лаврентьева, 6

чиняющиеся неинтегрируемым уравнениям, которые содержат НУШ как одну из частей более общей системы [13–16].

Основная сложность на пути широкого распространения метода NFT для анализа оптических сигналов заключается в нехватке быстрых и достаточно точных численных методов для его реализации. В настоящее время имеется большое число методов для определения нелинейного спектра [17–20] и достигнут существенный прогресс в уменьшении асимптотической сложности алгоритмов (быстрое NFT) [21, 22] и в повышении их точности [23–25]. Однако при применении NFT к сложным сигналам могут возникать проблемы с устойчивостью вычислительных алгоритмов [26]. Кроме того, затруднительным остается вычисление в реальном времени NFT для сигналов сложной формы, что ограничивает возможности реализации NFT на аппаратном уровне для использования в современных оптоволоконных линиях связи.

Многообещающим направлением в данном случае представляется применение методов и систем обработки оптического сигнала, основанных на принципах машинного обучения, в частности с использованием нейронных сетей. В последние годы произошел резкий скачок в развитии методов машинного обучения для решения алгоритмически сложных задач, таких как, например, распознавание и классификация изображений [27, 28]. Основные этапы решения этих задач – обучение модели с помощью набора некоторых данных и применение ее для получения предсказания. Первый этап может занимать большой отрезок времени. Однако использование обученной модели обычно осуществляется намного быстрее, что позволяет реализовывать системы на основе методов машинного обучения на различных устройствах с низкой производительностью. Отметим также, что методы машинного обучения достаточно успешно применяются для компенсации нелинейных эффектов, возникающих при распространении сигнала в оптическом волокне [29–32]. Недавно было предложено использовать машинное обучение в системах передачи данных на основе NFT на этапе постобработки [33]. В настоящей работе предлагается реализовать более кардинальный подход и вычислять само NFT с помощью нейронных сетей. Заметим, что методы машинного обучения уже применялись для обработки сигналов, состоящих только из солитонных компонент, когда число солитонных мод было мало [34–36].

2. Нелинейное преобразование Фурье

Распространение света в оптическом волокне хорошо описывается с помощью НУШ, которое, с некоторыми ограничениями, можно представить в безразмерном виде:

$$i \frac{\partial q}{\partial z} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 q}{\partial t^2} + |q|^2 q = 0. \quad (1)$$

Здесь $q(z, t)$ – медленно меняющееся оптическое поле в волокне; z – расстояние вдоль оси волокна; t – время в системе отсчета, движущейся с групповой скоростью волнового пакета [37]. В настоящей работе рассматривается только случай фокусирующего НУШ, для которого существуют солитонные решения, т. е. знак дисперсии (аномальная дисперсия) на частоте, соответствующей минимуму потерь, отвечает стандартному одномодовому волокну. Для упрощения анализа мы не учитываем усиление

и потери в волокне, а также наличие шумовых составляющих.

НУШ в форме (1) принадлежит к классу интегрируемых уравнений, которые могут быть решены методом обратной задачи рассеяния [38]. Прямое NFT позволяет определить данные рассеяния (характеристики нелинейных мод) и заключается в решении спектральной задачи Захарова–Шабата с использованием локализованного «потенциала» $q(z, t)$, в роли которого выступает оптический сигнал:

$$\begin{aligned} -\partial_t \psi_1 + q(z, t) \psi_2 &= i \lambda \psi_1, \\ \partial_t \psi_2 + q^*(z, t) \psi_1 &= i \lambda \psi_2. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь ψ_i представляют собой вспомогательные функции, а комплексный параметр $\lambda = \xi + i\eta$ является нелинейным аналогом частоты. Для определения нелинейного спектра, связанного с профилем $q = q(z, t)$, необходимо найти специальное решение $\Phi(t, \lambda) = \{\phi_1, \phi_2\}$ системы (2), удовлетворяющее условию $\Phi \rightarrow \{\exp(-i\xi t), 0\}$ при $t \rightarrow -\infty$. Основная часть прямого NFT состоит в вычислении коэффициентов рассеяния $a(\lambda)$ и $b(\lambda)$, определяемых с помощью специального решения $\Phi(t, \lambda)$ следующим образом:

$$a(\xi) = \lim_{t \rightarrow +\infty} \phi_1(t, \xi) \exp(i\xi t), \quad b(\xi) = \lim_{t \rightarrow +\infty} \phi_2(t, \xi) \exp(-i\xi t).$$

Нами не рассматривается непрерывная часть нелинейного спектра, и дальнейший анализ относится к дискретной части, т. е. к характеристикам солитонов. Солитонные моды соответствуют дискретным собственным значениям λ_n , которые задаются с помощью условия $a(\lambda_n) = 0$. Корень данного уравнения ищется в верхней комплексной полуплоскости параметра λ , т. е. для $\lambda_n = \xi_n + i\eta_n$ выполняется условие $\eta_n > 0$. По сути наличие дискретных собственных значений, возникающих при анализе задачи Захарова–Шабата с потенциалом в виде нашего сигнала, говорит о наличии в сигнале солитонных компонент.

3. Архитектура нейронной сети, используемой для анализа солитонной составляющей оптических сигналов

Поскольку при передаче данных по ВОЛС линейные, нелинейные и шумовые эффекты проявляют себя одновременно, такие данные являются подходящими объектами для обработки с использованием последних достижений методов машинного обучения. Применяя эти методы, можно решить задачу многомерной оптимизации (например, касающуюся качества передачи данных и максимизации пропускной способности), не прибегая к перебору всех возможных значений параметров.

Особенно актуальна задача идентификации некоторых внутренних особенностей и закономерностей передаваемых данных, где нейронные сети могут использоваться для моделирования различных эффектов, влияющих на сигнал при его распространении через зашумленную нелинейную среду. Другими словами, с помощью нейронных сетей можно моделировать нелинейные преобразования без необходимости прямого вычисления этих преобразований. Выигрыш заключается в скорости и универсальности преобразования, а также в гибкости и адаптируемости операций на основе нейронной сети: сеть не

знает, какие данные она обрабатывает, и ищет в данных необходимые особенности (признаки), влияющие на конечный результат, а затем извлекает их. Этот процесс называется выделением признаков. Итак, если мы хотим вычислить определенное значение функции, то вместо (возможно) сложных расчетов можно использовать предварительно обученную сеть, которая при заранее известном числе операций даст желаемый результат. Сложность заключается в том, что нейронные сети необходимо предварительно обучить на известных данных.

Другое преимущество обработки сигналов на основе нейронных сетей состоит в том, что сети могут снижать шумовую составляющую, присутствующую в анализируемых данных [38]. На практике мы почти всегда имеем ситуацию, когда в данных присутствует некоторый шум, например из-за конечной точности измерений, и его наличие может быть критичным для точных методов обработки данных. Нейронная сеть может эффективно отфильтровать лишнюю информацию внутри себя, оставив только основные признаки, необходимые для конкретной задачи. Отметим, что один из недостатков использования нейронных сетей – конечная точность результата, которую можно достичь, применяя натренированную сеть. Однако на практике точность нейронной сети достаточна для большинства задач и даже иногда превышает точность существующих численных методов при наличии необходимого набора тренировочных данных.

4. Обсуждение результатов

В настоящей работе нейронная сеть используется для предсказания числа дискретных собственных значений в нелинейном спектре телекоммуникационных сигналов. Дискретный спектр отражает внутреннюю структуру сигнала, а знание этой структуры позволяет выявить свойства сигнала и особенности его распространения по существенно нелинейному оптическому волокну.

Для исследования были выбраны оптические сигналы, кодированные с помощью широко используемого формата WDM. Один символ WDM может быть представлен как сумма независимых оптических несущих [8]:

$$s(t) = \sum_{k=1}^M C_k \exp(i\omega_k t) f(t), \quad 0 \leq t < T, \tag{3}$$

где M – число оптических WDM-каналов; ω_k – частота несущей k -го канала; C_k соответствует цифровым данным в k -м канале (значение этого коэффициента является случайной величиной из определенного набора, отвечающего выбранному формату модуляции); T – символьный интервал; $f(t)$ – огибающая сигнала с нулевыми значениями на краях символьного интервала, нормированное выражение для которой без ограничения общности записывается в виде

$$f(t) = \begin{cases} \frac{1}{2} \left[1 - \cos\left(\frac{4\pi t}{T}\right) \right], & 0 \leq t \leq \frac{T}{4} \text{ или } \frac{3T}{4} \leq t \leq T, \\ 1, & \frac{T}{4} < t < \frac{3T}{4}. \end{cases} \tag{4}$$

Сигнал был сгенерирован из случайного набора данных, закодированного по одному из форматов модуляции для C_k : QPSK, 16-QAM, 64-QAM, 1024-QAM, соответствующих 4, 16, 64 и 1024 возможным значениям C_k , выбираемым из решетки на комплексной плоскости. Число спектральных каналов M для каждого сигнала из набора было одним из следующих: {9, 11, 13, 15, 17, 31, 51}. Данный набор значений был взят для охвата числа каналов, используемых в существующих WDM-системах. Пример амплитуды WDM-сигнала представлен на рис.1,а, а пример дискретного спектра для такого сигнала – на рис.1,б. Архитектура нейронной сети была основана на упрощенной версии сети VGG-16 [39], которая применяется в задачах распознавания изображений (рис.2,а). Подобные архитектуры, где последовательно расположены сверточные слои с одинаковым числом входных каналов, демонстрируют высокую эффективность работы за счет уменьшения числа тренируемых параметров, но при сохранении общей точности предсказания. Для дальнейшего увеличения точности необходимо увеличивать число сверточных слоев. Это увеличивает время обучения модели, однако позволяет выделить большее число признаков во входных данных, а значит и увеличить точность рабо-

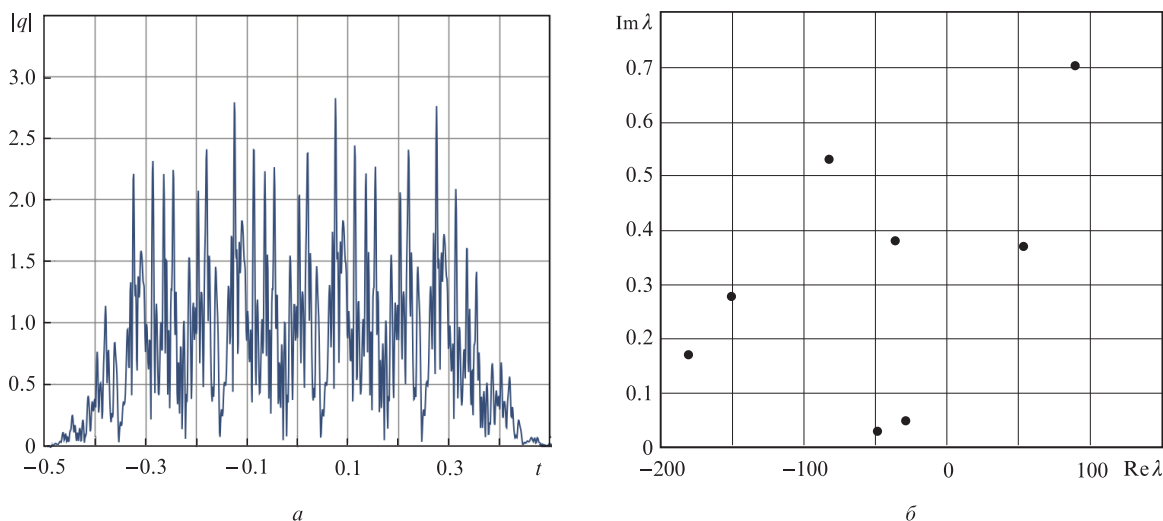


Рис.1. Пример зависимости амплитуды исследуемого WDM-сигнала от времени (приведена одна из возможных реализаций) (а) и пример расположения компонент дискретного спектра в комплексной полуплоскости спектрального параметра λ для одного из исследуемых сигналов (б).

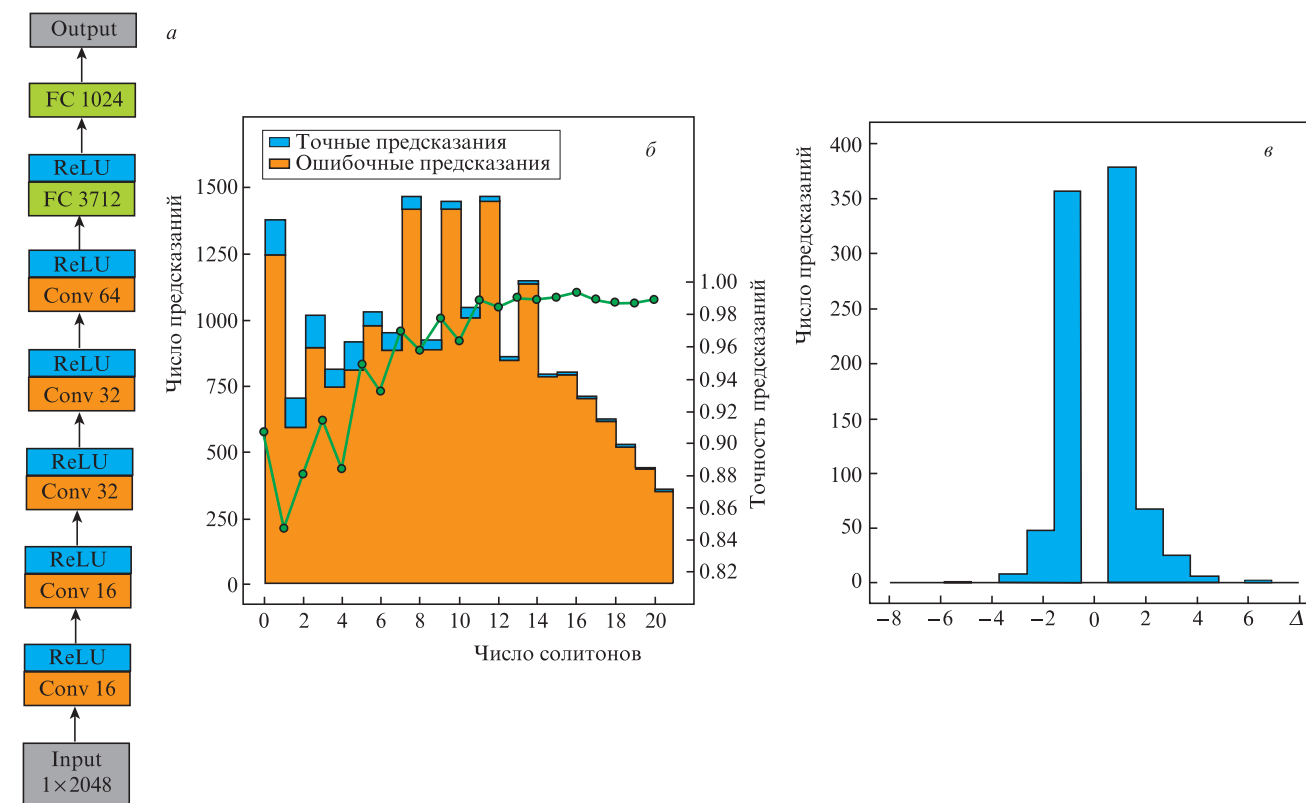


Рис.2. Архитектура нейронной сети для прогнозирования числа дискретных собственных значений (солитонов) в нелинейном фурье-спектре для WDM-сигнала [39] (а), распределение правильных и неправильных предсказаний нейронной сети в зависимости от числа солитонов в сигналах из валидационной выборки (зеленая кривая показывает точность предсказаний сети для каждого набора сигналов с одинаковым числом солитонов) (б) и распределение отклонения Δ прогнозируемого числа солитонов в сигналах из валидационной выборки от их фактического числа (в). Цветной вариант рис.2 помещен на сайте нашего журнала <http://www.quantum-electron.ru>.

ты. На вход нейронной сети поступает комплексный сигнал, состоящий из 1024 точек. Данный сигнал преобразуется в вектор с 2048 элементами, в котором последовательно расположены действительная и мнимая части каждой точки исходного комплексного сигнала. Затем сигнал обрабатывается несколькими сверточными слоями с функциями активации и после этого проходит через полносвязные слои. На выходе сети выдается число солитонов в сигнале. Число тренируемых параметров в сети составило 3834145.

Всего в тренировочном наборе находилось 174847 сгенерированных сигналов, в которых содержалось от 0 до 20 солитонов включительно. Точное число солитонов в каждом сигнале было предварительно посчитано с помощью модификации метода контурных интегралов [19], где шаг сетки в спектральном пространстве адаптивно рассчитывался в зависимости от числа солитонов в сигнале. Следует подчеркнуть, что для ускорения обучения на наборе тренировочных данных для каждого сигнала мы вычисляли только число дискретных собственных значений в нелинейном спектре, но не числовое значение каждого из дискретных спектральных параметров, соответствующих солитонной моде. Набор данных с полной информацией о нелинейном спектре для каждого сигнала будет рассмотрен в последующих работах. Точность предсказаний сети определялась на валидационном наборе из 19427 сигналов (10% от общего тренировочного набора). Сеть тренировалась в течение 300 эпох, финальная точность предсказаний на валидационной выборке составила 95.39%. В процессе тренировки для оптимизации ис-

пользовался алгоритм Adam (adaptive moment estimation). Скорость обучения менялась в процессе тренировки от 10^{-3} в начале до 10^{-5} в конце. Дальнейшее ее уменьшение не привело к увеличению точности предсказания.

На рис.2,б показано распределение точных и ошибочных предсказаний нейронной сети в зависимости от числа солитонов в сигнале для валидационной выборки. Зеленая кривая показывает точность работы нейронной сети в зависимости от числа солитонов. Лучше всего сеть работает для сигналов, где число солитонов было больше 10. Для таких случаев точность превышала 98%. Хуже всего обрабатывались сигналы, в которых содержалась только одна солитонная компонента, – для них точность составила 84%. При этом максимальная «ошибка» работы сети (разность между реальным числом солитонов в сигнале и числом, предсказанным нашей нейронной сетью) была равна 8 (рис.2,в). Отрицательные значения ошибки соответствуют случаю, когда сеть предсказала меньшее число солитонов в сигнале, чем в действительности, а положительные возникают тогда, когда нейронная сеть предсказала большее число солитонов, чем имеется в сигнале. На рис.2,в приведено распределение отклонения прогнозируемого числа солитонов в сигналах из валидационной выборки от их фактического числа: большинство ошибочных результатов находится в интервале $[-2; 2]$. Таким образом, нейронная сеть чаще всего ошибается на небольшую величину. Это означает, что она улавливает общие признаки, указывающие на число солитонов, но не до конца может выявить частные признаки. Очевидно, что при увеличении числа сверточных слоев нейронная

сеть в дальнейшем будет точнее определять внутренние признаки сигналов, а значит есть возможность увеличения точности ее работы. Полученные результаты показывают, что нейронные сети имеют большой потенциал для реализации с их помощью различных этапов NFT.

5. Заключение

Таким образом, машинное обучение и нейронная сеть – это современные технологии, которые активно исследуются при нелинейной обработке сигналов и для оптической связи. Предлагаемая архитектура нейронной сети демонстрирует принципиальную возможность ее применения для анализа сложных оптических сигналов. Это открывает перспективы для улучшения существующих систем без необходимости глубокого понимания внутренних нелинейных процессов, влияющих на качество передачи сигнала. Нами установлено, что современные нейронные сети справляются с определением внутренней структуры оптических сигналов, а значит могут использоваться как практический инструмент для их анализа. Этот этап несомненно только начало исследования возможности применения нейронных сетей для оптической коммуникации. Перспективным направлением является развитие автоэнкодеров, которые позволят не только генерировать оптические сигналы с необходимыми параметрами, но и подбирать оптимальные форматы модуляции и кодирования. Подчеркнем, что предлагаемый в настоящей работе метод – лишь первый шаг в развитии методов машинного обучения для исследования оптических сигналов. Полученный результат показывает, что даже сеть с небольшим числом обучаемых параметров способна с высокой точностью идентифицировать сложные нелинейные структуры оптических сигналов.

Исследование выполнено при поддержке фонда Президента РФ для государственной поддержки молодых российских ученых (грант № МК-677.2020.9). Работа И.С.Чеховского была поддержана государственным заданием на проведение фундаментальных исследований (FSUS-2020-0034), а работа Я.Е.Прилепского – фондом Leverhulme Trust (проект RPG-2018-063).

1. Essiambre R.J. et al. *Phys. Rev. Lett.*, **101** (16), 163901 (2008).
2. *Cisco Annual Internet Report (2018–2023). White Paper* (2020).
3. Winzer P.J. et al. *Opt. Express*, **26** (18), 24190 (2018).
4. Doran N.J. et al. *IEEE J. Quantum Electron.*, **19** (12), 1883 (1983).
5. Yousefi M.I. et al. *IEEE Trans. Inf. Theory*, **60** (7), 4312 (2014).
6. Le S. T. et al. *Opt. Express*, **23**, 8317 (2015).
7. Sedov E.V. et al. *Opt. Lett.*, **43** (24), 5985 (2018).
8. Turitsyn S.K. et al. *J. Lightwave Technol.*, **38** (2), 352 (2020).
9. Захаров В.Е., Шабат А.Б. *ЖЭТФ*, **61** (1), 118 (1972) [*Sov. Phys. JETP*, **34** (1), 62 (1972)].
10. Turitsyn S.K. et al. *Optica*, **4** (3), 307 (2017).
11. Satsuma J., Yajima N. *Prog. Theor. Phys. Supp.*, **55**, 284 (1974).
12. Randoux S. et al. *Sci. Rep.*, **6**, 29238 (2016).
13. Prilepsky J.E. et al. *J. Opt. Soc. Am. B*, **24** (6), 1254 (2007).
14. Chekhovskoy I.S. et al. *Phys. Rev. Lett.*, **122** (15), 153901 (2019).
15. Ryczkowski P. et al. *Nat. Photonics*, **12** (4), 221 (2018).
16. Sugavanam S. et al. *Nat. Commun.*, **10** (1), 5663 (2019).
17. Delves L.M., Lyness J.N. *Math. Comput.*, **21**, 543 (1967).
18. Boffetta G., Osborne A.R. *J. Comput. Phys.*, **102** (2), 252 (1992).
19. Burtsev S. et al. *J. Comput. Phys.*, **147** (1), 166 (1998).
20. Vasylichenkova A. et al. *Opt. Lett.*, **43** (15), 3690 (2018).
21. Wahls S., Poor H.V. *Proc. Int. Conf. on Acoustics, Speech and Signal Processing* (Vancouver, IEEE, 2013, pp 5780–5784).
22. Wahls S., Poor H.V. *IEEE Trans. Inf. Theory*, **61** (12), 6957 (2015).
23. Mullyadzhano R., Gelash A. *Opt. Lett.*, **44** (21), 5298 (2019).
24. Medvedev S.B. et al. *Opt. Lett.*, **45** (7), 2082 (2020).
25. Medvedev S.B. et al. *Opt. Express*, **28** (1), 20 (2020).
26. Gelash A., Mullyadzhano R. *Phys. Rev. E*, **101** (5), 052206 (2020).
27. Bishop Ch.M. *Pattern Recognition and Machine Learning* (New York: Springer, 2006).
28. Duda R.O. et al. *Pattern Classification* (New York: John Wiley & Sons, 2012).
29. Zibar D. et al. *Opt. Express*, **20** (26), B181 (2012).
30. Zibar D. et al. *J. Lightwave Technol.*, **34** (6), 1442 (2015).
31. Сидельников О.В. и др. *Квантовая электроника*, **49** (12), 1154 (2019) [*Quantum Electron.*, **49** (12), 1154 (2019)].
32. Sidelnikov O.S. et al. *Opt. Express*, **26** (25), 32765 (2018).
33. Kotlyar O. et al. *Opt. Lett.*, **45** (13), 3462 (2020).
34. Jones R.T. et al. *IEEE Photonics Technol. Lett.*, **30** (12), 1079 (2018).
35. Wu Y. et al. *Opt. Express*, **28** (12), 18304 (2020).
36. Yamamoto S. et al. *IEICE Commun. Express*, **8** (12), 507 (2019).
37. Agrawal G.P. *The Nonlinear Fiber Optics* (Oxford, UK: Academic Press, 2007).
38. Tamura S. *Proc. Int. Conf. on Acoustics, Speech, and Signal Processing* (Glasgow, UK, 1989, pp 2001–2004).
39. Simonyan K., Zisserman A. arXiv preprint arXiv:1409.1556 (2014).