# Генерация сверхсильных квазистационарных магнитных полей в лазерной кластерной плазме

#### А.А.Андреев, К.Ю.Платонов

Разработана аналитическая модель генерации сверхсильного квазистационарного магнитного поля (напряженностью до нескольких ГГс) в фокальной перетяжке сверхмощного короткого циркулярно-поляризованного лазерного импульса, взаимодействующего с газокластерной мишенью. Показано, что вращение релятивистских электронов вокруг ионизованного ядра кластера создает магнитный момент и квазистационарное магнитное поле. При большом числе нанокластеров магнитное поле занимает весь фокальный объем с характерным пространственным масштабом в десятки микрометров и существует в течение времени разлета кластеров (т. е. нескольких пикосекунд).

Ключевые слова: сверхсильное квазистационарное магнитное поле, нанокластеры, сверхинтенсивное лазерное воздействие.

#### 1. Введение

Исследования влияния сверхсильных магнитных полей на свойства объектов актуальны в различных областях физики и астрофизики. Экспериментальное создание таких полей возможно при высоких плотностях тока, достигаемых, например, с помощью Z-пинчей [1]. Недавно был исследован пинч-эффект в лазерных мишенях из тонких проволок и достигнута амплитуда магнитного поля порядка 1 ГГс на масштабе в единицы микрометров [2, 3]. Существенный интерес представляют и другие способы генерации магнитных полей такой же или более высокой напряженности. Известно, что поглощение лазерного импульса релятивистской интенсивности мишенями различной структуры сопровождается генерацией тока горячих электронов и противотока более холодных электронов, генерирующих квазистационарные магнитные поля большой амплитуды [4-7]. В случае твердотельных мишеней магнитное поле локализовано вблизи поверхности мишени [8] и его напряженность составляет десятые доли от напряженности лазерного поля, а время жизни существенно больше длительности лазерного импульса. В прозрачных для лазерного излучения мишенях циркулярно-поляризованным лазерным импульсом за счет обратного эффекта Фарадея [9, 10] генерируются продольные (по оси лазерного пучка) магнитные поля, силовые линии которых соответствуют магнитному диполю, занимающему фокальный объем. Специальный лазерный импульс с винтовым пространственным распределением интенсивности был предложен для получения продольного магнитного поля амплитудой выше 1 ГГс [11]. Помимо обратного эффекта Фарадея, в газовой лазерной мишени за фронтом короткого лазерного импульса генерируется квазистационарное магнитное поле за счет анизотропии электронного давления при туннельной ионизации атомов [12]. Однако этими методами возможно создание короткоживущего (порядка длительности лазерного импульса) магнитного поля в разреженной плазме. При использовании длинных (длительностью несколько пикосекунд) лазерных импульсов релятивистской интенсивности и спиралевидных металлических мишеней возможна генерация квазистационарного поля напряженностью ~10 МГс на оси спирали [13]. Возникает вопрос, возможно ли в лабораторных условиях дальнейшее увеличение амплитуды магнитного поля, времени его жизни и объема пространства, занимаемого полем.

В настоящей работе разработана теория генерации сверхсильных магнитных полей и гигантских магнитных моментов, базирующаяся на электронной инерции в кластерных газовых мишенях [14, 15], облучаемых циркулярно-поляризованным ультракоротким лазерным импульсом релятивистской интенсивности. В отличие от однородной плазмы низкой плотности, в предлагаемом нами методе образуется множество плотных плазм (магнитных диполей), равное числу кластеров в фокальном объеме. При оптимальном размере кластера большое число кластеров в фокальной области создает квазиоднородное магнитное поле во всем фокальном объеме. Таким образом, создается среда из параллельно ориентированных магнитных диполей, магнитное поле в которой занимает весь объем между кластерами и приводит к их магнитному взаимодействию. При этом возможно замыкание силовых линий поля через внешнее пространство (когда вся фокальная область эквивалентна одному гигантскому диполю). Уникальная особенность отдельного элемента такой структуры (магнитного диполя масштаба сотен нанометров) - тороидальный долгоживущий релятивистский электрический ток, создающий диполь, что является одним из направлений исследований в современной электродинамике [16].

Моделирование взаимодействия одиночного кластера с циркулярно-поляризованным лазерным импульсом про-

**А.А.Андреев.** Санкт-Петербургский государственный университет, Россия, 199034 С.-Петербург, Университетская наб., 7–9; Физикотехнический институт им. А.Ф.Иоффе РАН, Россия, 194021 С.-Петербург, Политехническая ул., 26

**К.Ю.Платонов.** Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Россия, 195251 С.-Петербург, Политехническая ул., 29; e-mail: konstantin\_platonov@yahoo.com

Поступила в редакцию 21 ноября 2020 г., после доработки – 7 марта 2021 г.

водилось нами с помощью численных методов в работе [17]. В последующей работе [18] были сделаны аналитические оценки величин магнитных моментов кластеров, структуры магнитного поля кластерной мишени и доказана возможность коллективного магнитного взаимодействия нанокластеров. Настоящая статья посвящена дальнейшему развитию теории генерации магнитного поля в кластерной мишени: учтена зависимость величины магнитного поля от радиуса кластера, длительности лазерного импульса, исследована временная динамика возникновения магнитного поля в течение лазерного импульса и его релаксация. Корректность представленной теории доказывается сравнением с численными расчетами [17]. Отметим, что для генерации магнитных диполей достаточна энергия лазерного импульса порядка единиц и десятков миллиджоулей, поэтому возможно «квазистационарное» намагничивание фокального объема мишени из кластеров путем повторения лазерных импульсов с частотой до нескольких кГц. Созданная таким образом магнитоактивная кластерная лазерная плазма со сверхсильным регулярным магнитным полем и магнитными диполями может использоваться как пример экспериментальной реализации магнитоплазменных структур пульсаров в астрофизике.

# 2. Динамика электронов кластера и передача момента импульса от лазерного поля электронам кластера

Будем считать, что в результате взаимодействия с циркулярно-поляризованной электромагнитной (ЭМ) волной кластер является частично ионизованным (с зарядом Q) и электроны в виде сферического слоя (с суммарным зарядом  $-Q = eN_e$ , где e – заряд электрона и  $N_e$  – число электронов в слое), окружающие ионизованный остов кластера радиуса R, вращаются под действием циркулярно-поляризованного лазерного импульса и собственных электрического и магнитного полей кластера (см. рис.1). В электронной оболочке кластера есть радиус р, где концентрация электронов равна критической концентрации ( $n_e(p) = n_{cr}$ ), – так называемый характерный электронный радиус кластера. Тогда толщина непрозрачного для лазерного излучения сферического слоя движущихся электронов составит p - R. Толщину скин-слоя  $l_s$  в ионизованном остове кластера будем полагать малой по сравнению с R.



Рис.1. Схема взаимодействия циркулярно-поляризованной лазерной волны с нанокластером.

Рассмотрим динамику электрона в квазистационарном электрическом и магнитном поле кластера и в поле циркулярно-поляризованной волны  $E(x, t) = E_{\rm L}\cos(kx - \omega t)e_y + E_{\rm L}\sin(kx - \omega t)e_z$ . Векторный потенциал такой волны имеет вид

$$A(x,t) = \frac{E_0}{k} [\sin(kx - \omega t)\mathbf{e}_y - \cos(kx - \omega t)\mathbf{e}_z].$$
(1)

Функция Лагранжа электрона оболочки в ЭМ полях кластера и лазерного импульса в цилиндрической системе координат с осью *х* вдоль оси циркулярно-поляризованного лазерного пучка записывается как

$$L = -mc^{2}/\gamma + \frac{e}{c} \bigg[ A_{\alpha}(r, x) - \frac{E_{\rm L}}{k} \cos(kx - \omega t - \alpha) \bigg] r\dot{\alpha} + \frac{eE_{\rm L}}{\omega} \dot{r} \sin(kx - \omega t - \alpha) - e\varphi(r, x),$$
(2)

где  $\gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2}$ ,  $(\beta c)^2 = \dot{x}^2 + \dot{r}^2 + (r\dot{\alpha})^2$ , e < 0. Скалярный потенциал

$$\varphi(r,x) = \frac{Q}{(r^2 + x^2)^{1/2}} - \frac{Q(r^2 + x^2 + p^2)}{2p^3}, \ R \le (r^2 + x^2)^{1/2} \le p,$$

соответствует электрическому полю ионного остова и электронной оболочки и обращается в нуль (экранировка) при  $r^2 + x^2 = p^2$ . Угловая компонента векторного потенциала квазистационарного магнитного поля для вращающегося с угловой скоростью  $\dot{\alpha}$  однородного сферического слоя определяется выражением

$$A_{\alpha}(r,x) = -\frac{Q\dot{\alpha}r}{2cp} \left[ 1 - \frac{3(r^2 + x^2)}{5p^2} \right], \ R \le (r^2 + x^2)^{1/2} \le p.$$
(3)

Отметим, что в формуле (2) от угла вращения  $\alpha$  зависят лишь слагаемые, включающие лазерное поле, поэтому вращающий момент сил ( $\partial L/\partial \alpha$ ) создается только лазерным полем, но не квазистационарными полями. Уравнение движения электрона по углу  $\alpha$  (уравнение для момента импульса электрона) принимает вид

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \left\{ \gamma m r^2 \dot{\alpha} - \frac{eQ\dot{\alpha}r^2}{2c^2 p} \left[ 1 - \frac{3(r^2 + x^2)}{5p^2} \right] \right\}$$
$$= eE_{\mathrm{L}}r(t)[1 - \dot{x}(t)/c]\sin[kx(t) - \omega t - \alpha(t)]. \tag{4}$$

Второе слагаемое под знаком производной в левой части (4) представляет собой вклад в суммарный момент импульса системы квазистационарного магнитного поля. Отметим, что отношение ( $|e|Q/p\rangle/(2\gamma mc^2)$  двух слагаемых под знаком производной в левой части совпадает (с точностью до множителя порядка единицы) с отношением характерной потенциальной энергии взаимодействия электрона |e|Q/p к его кинетической энергии  $2\gamma m_ec^2$ . Условием ограниченности орбиты релятивистского электрона в кулоновском поле кластера после окончания лазерного импульса является выполнение неравенства  $m_ec^2\gamma - |e|Q/p < m_ec^2$ , т.е. при  $\gamma > 1$  отношение ( $|e|Q/p)/(2\gamma mc^2) \sim 1/2$ , и вклады электрона и квазистационарного поля в полный момент импульса в (4) примерно одинаковы.

Радиальное уравнение движения электрона

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\gamma m\dot{r} = \gamma m \dot{\alpha}^{2} + \frac{eQr}{(r^{2} + x^{3})^{3/2}} \left[ 1 - \frac{\dot{\alpha}^{2}(r^{2} + x^{3})^{3/2}}{c^{2}p} \right] \\ + eE_{\mathrm{L}} \left( 1 - \frac{\dot{x}}{c} \right) \cos[kx(t) - \omega t - \alpha(t)]$$
(5)

показывает, что радиальное движение происходит под действием центробежной силы  $\gamma mr\dot{\alpha}^2$ , силы кулоновского взаимодействия с ионным остовом, уменьшенной на величину силы Лоренца квазистационарного магнитного поля (две эти силы соответствуют второму слагаемому в правой части уравнения (5)), и силы со стороны лазерного поля (последнее слагаемое в (5)). Если (5) усреднить по времени по нескольким периодам лазерного поля (что соответствует поиску решения в виде  $r(t) = \langle r \rangle + \delta r(t)$ ,  $\dot{\alpha}(t) = \langle \dot{\alpha} \rangle + \delta \alpha(t), x(t) = \langle x \rangle + \delta x(t))$ , то средние значения полной производной в левой части и силы лазерного поля обращаются в нуль, и усредненное по времени радиальное движение соответствует компенсации центробежной и кулоновской сил, воздействующих на электрон:

$$\gamma m \langle r \rangle \langle \dot{\alpha} \rangle^{2} + \frac{eQ \langle r \rangle}{\left(\langle r \rangle^{2} + \langle x \rangle^{3}\right)^{3/2}} \times \left[1 - \frac{\langle \dot{\alpha} \rangle^{2} \left(\langle r \rangle^{2} + \langle x \rangle^{3}\right)^{3/2}}{c^{2} p}\right] = 0.$$
(6)

Поскольку вращение электрона вызвано действием циркулярно-поляризованной волны, среднее значение  $\langle \dot{\alpha} \rangle \approx$ – $\omega$  (используемое нами направление вращения вектора электрического поля волны  $E = E_0 \cos(kx - \omega t)e_y +$  $E_0 \sin(kx - \omega t)e_z$  соответствует вращению от оси z к оси y, что противоположно направлению увеличению угла  $\alpha$  – угол отсчитывается от y к z). Величина  $\langle r \rangle$  с точностью до численного множителя порядка единицы совпадает с введенным ранее электронным радиусом кластера:  $\langle r \rangle \approx p$ .

Уравнение движения электрона в продольном (x) направлении, как и уравнения (4), (5), следует из функции Лагранжа (2):

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\gamma m\dot{x} = -\frac{\partial}{\partial x} \left[ -e\frac{r\dot{\alpha}}{c}A_{\alpha}(r,x) + e\varphi(r,x) + \frac{eE_{\mathrm{L}}}{\omega}\cos(kx - \omega t - \alpha)r\dot{\alpha} - \frac{eE_{\mathrm{L}}}{\omega}\dot{r}\sin(kx - \omega t - \alpha) \right].$$
(7)

Проведя процедуру усреднения ( $x(t) = \langle x \rangle \delta x(t)$ ), получим уравнение для  $\langle x \rangle$ , соответствующее равенству силы пондеромоторного давления лазерной волны и силы квазистационарного поля, воздействующих на электрон в продольном направлении:

$$\frac{eQ\langle x\rangle}{(p^2+\langle x\rangle^2)^{3/2}} \left[1 + \frac{3p^2\omega^2}{5c^2}\right] + \frac{eE_{\rm L}p\omega}{c}\sin(k\langle x\rangle) = 0.$$
(8)

В приближении слабого поля ( $|e|E_L/(m_e\omega c) \ll 1$ ) величина  $\langle x \rangle \approx 0$ , что равносильно минимуму электростатической потенциальной энергии в центре ионного остова. Отметим, что уравнение (8) соответствует условию минимума эффективной продольной потенциальной энергии электрона  $U_{\text{eff}}(x) = -epkA_a(p,x) + e\varphi(p,x) + eE_Lp\cos(kx) \approx epk^2Q/5 + eE_Lp - ek^2x^2Q(0.3 + k^{-2}p^{-2} + E_Lp^2/2Q)/p$ , сов-

падающей с энергией гармонического осциллятора (e < 0), т.е. осциллирующая добавка  $\delta x(t)$  удовлетворяет уравнению колебаний релятивистского гармонического осциллятора:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\gamma m\delta\dot{x} = -\frac{\partial U_{\mathrm{eff}}(\langle x \rangle + \delta x)}{\partial \langle x \rangle}$$
$$\approx -\delta x \frac{\partial^2 U_{\mathrm{eff}}(\langle x \rangle)}{\partial \langle x \rangle^2} = -\delta x \frac{|e|Qk^2}{p} \left(\frac{3}{10} + \frac{1}{kp} + \frac{E_{\mathrm{L}}p^2}{2Q}\right). \tag{9}$$

Таким образом, движение электрона кластера представляет собой вращение электрона в поперечной плоскости уг и одновременное колебание по оси x относительно значения  $\langle x \rangle$  с частотой

$$\omega_{\rm l} = \sqrt{\frac{|e|Qk^2}{pm\gamma} \left(\frac{3}{10} + \frac{1}{kp} + \frac{E_{\rm L}p^2}{2Q}\right)}$$

Такой характер движения близок к результатам численного моделирования, приведенным в работе [17].

Уравнение (4) при проведении процедуры усреднения обращается в тождество, т. к. слева среднее значение производной равно нулю и справа среднее значение периодической функции также равно нулю. После окончания лазерного импульса ( $E_{\rm L} = 0$ ) уравнение (4) выражает закон сохранения момента импульса электрона:  $\gamma mr^2 \dot{\alpha} \approx \gamma mp^2 \omega = \text{const}(t)$ . Для оценки величины  $\gamma mp^2 \omega$  воспользуемся законами сохранения энергии и момента импульса. Найдем поглощенную электронами кластера энергию лазерного импульса:

$$E_{abs} = |e|N_e \int_0^{\tau_L} E_L(t, x(t)) \mathbf{v}_e(t) dt + |e|N_e \varphi(r(\tau_L), x(\tau_L))$$
  
$$= |e|N_e E_L \int_0^{\tau_L} [\dot{r}(t) \cos(kx(t) - \omega t - \alpha(t))]$$
  
$$+ r(t) \dot{\alpha}(t) \sin(kx(t) - \omega t - \alpha(t))] dt$$
  
$$+ |e|N_e \varphi(r(\tau_L), x(\tau_L)).$$
(10)

Последнее слагаемое в правой части (10) описывает вклад энергии электростатического поля кластера в поглощенную энергию. Отметим, что потенциал  $\varphi$  зависит от суммарного заряда кластера Q, который также определяется величиной  $E_{\rm abs}$ . Таким образом, выражение (10) является неявным уравнением относительно  $E_{\rm abs}$  или относительно коэффициента поглощения кластера  $\eta$ , поскольку  $E_{\rm abs}$ выражается через коэффициент поглощения и лазерную интенсивность *I*:  $E_{\rm abs} = \eta I \pi p^2 \tau_{\rm L}$ . (Подробнее коэффициент поглощения сферического кластера обсуждается в Приложении и в работах [19, 20].)

Отметим, что радиус *p* критической концентрации электронов отличается от начального радиуса кластера *R* в несколько раз. Действительно, пусть лазерным импульсом «нагрелись» все электроны кластера (что является оценкой сверху, т.к. толщина скин-слоя  $l_s$  меньше *R*). Тогда при начальной электронной концентрации кластера ~100  $n_{\rm cr}$  величина *p* оценивается как  $p ~ R^3 \sqrt{100} \approx 4.6 R$ . Поглощенная лазерная энергия в случае круговой поляризации лазерного импульса связана с поглощенным моментом выражением  $J_{\rm abs} = E_{\rm abs}/\omega$ . Таким образом, мож-

но найти поглощенный кластером полный механический момент  $J_{abs} = \eta I \pi p^2 \tau_L / \omega$  и характерный момент отдельного электрона  $M = \gamma m_e p^2 \omega = J_{abs} / N_e = \eta I \pi p^2 \tau_L / (N_e \omega)$ . Последнее соотношение позволяет оценить число электронов в оболочке кластера  $N_e \approx \eta I \pi \tau_L / (\gamma m_e \omega^2)$ , полный заряд кластера  $Q = |e| N_e$  и характерную концентрацию электронов  $n_e = 3N_e / (4\pi (p^3 - R^3))$ , т.е. параметры, используемые в функции Лагранжа (2).

Полный магнитный момент кластера оценивается через его полный механический момент  $N_e \gamma m_e p^2 \omega$  и гиромагнитное отношение релятивистского электрона  $|e|/(2\gamma m_e c)$ , где  $\gamma = \gamma_L = \sqrt{1 + a^2}$ , a – характерный лоренц-фактор горячего электрона в <u>лазерн</u>ой мишени, определяемый как  $a = |e|E_L/(m_e \omega c) = \sqrt{I\lambda^2/W_0}$ ,  $W_0 = 1.37 \times 10^{18} \text{ BT} \cdot \text{мкm}^2 \cdot \text{сm}^{-2}$ . В результате полный магнитный момент кластера

$$\mu \approx \frac{|e|}{8m_{\rm e}\omega\gamma_{\rm L}}\eta E_{\rm L}^2 p^2 \tau_{\rm L}.$$
(11)

Вне кластера пространственная конфигурация магнитного поля соответствует полю магнитного диполя  $H(r) = -\mu e_x/r^3 + 3\mu xr/r^5$ , внутри кластера магнитное поле однородно. Максимальное значение магнитного поля  $H_{\rm max}$  на момент окончания лазерного импульса оценивается как поле на оси *x* диполя (при этом в центре и на полюсах поле одинаково):

$$H_{\max}(\tau_{\rm L}) = e_x H(pe_x) = \frac{2\mu}{p^3} = \frac{|e|\eta E_{\rm L}^2 \tau_{\rm L}}{4m_{\rm e}\omega\gamma_{\rm L}p},$$

$$\frac{H_{\max}(\tau_{\rm L})}{E_{\rm L}} = \frac{|e|\eta E_{\rm L}\tau_{\rm L}}{4m_{\rm e}\omega\gamma_{\rm L}p} = \eta \frac{a}{\sqrt{1+a^2}} \frac{c\tau_{\rm L}}{4p}.$$
(12)

Сравнение оценки  $H_{\max}(\tau_L)$  по формуле (12) с результатом численного моделирования [15] приведено на рис.2. Отметим, что согласно (12)  $H_{\max}(\tau_L) \sim \tau_L$ . Это означает, что в течение длительности лазерного импульса максимальное магнитное поле нарастает линейно со временем:  $H_{\max}(t) = H_{\max}(\tau_L)t/\tau_L$ ,  $t \leq \tau_L$ . На основании (12) можно также предсказать более сильное поле для кластера меньшего радиуса:  $H_{\max}(\tau_L) \sim p^{-1} \sim R^{-1}$  (в отсутствие кулоновского взрыва кластера), что соответствует результатам



Рис.2. Максимальное магнитное поле Xe<sup>+20</sup>-кластера (начальный радиус R = 50 нм, концентрация электронов –  $182 n_{cr}$ ), облучаемого лазерным импульсом длительностью 10 (2, PIC-расчет) и 3 фс (4, PIC-расчет); кривые l и 3 построены по формуле (12) с  $\eta = 0.15$ , p = 4R. Вертикальной пунктирной линией отмечена лазерная интенсивность, соответствующая кулоновскому взрыву кластера (удалению всех электронов).

расчетов в работе [17]. Поскольку магнитное поле диполя спадает в пространстве как  $r^{-3}$ , среднее магнитное поле в фокальном объеме с концентрацией кластеров  $n_{cl}$  после окончания лазерного импульса может быть оценено по формуле

$$\langle H \rangle \approx H_{\max}(\tau_{\rm L}) \left( \frac{p}{n_{\rm cl}^{-1/3}} \right)^3 = H_{\max}(\tau_{\rm L}) n_{\rm cl} p^3, \ n_{\rm cl} p^3 < 1.$$
 (13)

Поле с амплитудой  $H_{\text{max}}(\tau_{\text{L}})$  существует в течение времени жизни кластера  $au_{\rm cl}$ , поэтому оценки с использованием (11), (12) справедливы для коротких лазерных импульсов:  $\tau_{\rm L} < \tau_{\rm cl}$ , (время жизни кластера  $\tau_{\rm cl}$  оценено ниже). Отметим, что формулы (11), (12) для средних величин магнитного момента и поля имеют ограничение по напряженности лазерного поля:  $a \le a_{\rm tr}$ ,  $a_{\rm tr} = 2Ze^2 n_{\rm i} R \lambda / (3m_{\rm e}c^2)$ (n<sub>i</sub> – начальная концентрация ионов кластера), соответствующее отсутствию кулоновского взрыва кластера (отрыва всех электронов лазерным полем). На рис.2 лазерная интенсивность, соответствующая *a*<sub>tr</sub>, отмечена вертикальной пунктирной линией. Для очень короткого импульса (3 фс) магнитное поле не исчезает при  $a \to a_{tr}$ , что связано с незавершенностью переходных процессов (ускорение электронов) при столь малой длительности импульса. Для более длинного импульса (10 фс) магнитное поле исчезает при  $a \rightarrow a_{tr}$ . Отметим, что в оценках величины магнитного поля в опубликованной нами работе [18] предполагалось, что лазерный импульс достаточно короткий  $(c\tau_1/4p \sim 1)$  и отсутствует зависимость напряженности магнитного поля от длительности импульса и радиуса кластера.

#### 3. Динамика магнитного поля кластера во время действия лазерного импульса

Помимо оценки характерного значения момента импульса электрона  $M(\tau_L)$  после окончания лазерного импульса, уравнения (4), (9) позволяют оценить зависимость момента импульса электрона  $M(t) = \gamma(t)m_er^2\dot{\alpha}(t)$  от времени:  $M(t) \approx M(\tau_L)t/\tau_L + \delta M(t)$ , где осциллирующая добавка, связанная с воздействием переменного лазерного поля, определяется с учетом (4) уравнением

$$\frac{\mathrm{d}\delta M(t)}{\mathrm{d}t} = eE_{\mathrm{L}}p[1 - \delta\dot{x}(t)/c]\sin(k\delta x(t)) \sim eE_{\mathrm{L}}pk\delta x(t). \tag{14}$$

Амплитуда продольных колебаний  $\delta x(t)$  в формуле (14) определяется уравнением (9).

Из (14) видно, что в течение длительности лазерного импульса происходят колебания (осцилляции) механического момента электрона  $\delta M(t) \approx \delta x(t) |e| E_{\rm L} p k/\omega_{\rm l}$  относительно характерного (среднего по периоду лазерного импульса) значения момента  $M(\tau_{\rm L})t/\tau_{\rm L}$  с частотой

$$\omega_{\rm l} = \sqrt{\frac{|e|Qk^2}{pm_{\rm e}\gamma_{\rm L}}} \left(\frac{3}{10} + \frac{1}{kp} + \frac{E_{\rm L}p^2}{2Q}\right)$$

продольных колебаний электрона в оболочке кластера.

Как было показано выше, при движении электрона в кулоновском поле кластера потенциальная энергия  $|e|Q/p \approx \gamma m_e c^2$ . Соответственно, частота  $\omega_1$  отличается от лазерной частоты  $\omega$  множителем порядка единицы. Максимальное магнитное поле кластера (аналогично механическому мо-



Рис.3. Зависимость от времени максимального в пространстве магнитного поля при облучении циркулярно-поляризованным лазерным импульсом интенсивностью  $10^{20}$  BT/см<sup>2</sup> (a = 5.2) и длительностью 6 фс Xe<sup>+20</sup>-кластера с начальным радиусом 50 нм и концентрацией  $n_e = 182 n_{cr}$  (точки – численное моделирование [17], сплошная кривая – расчет по формуле (16)).

менту кластера  $N_e M(t)$ ) во время действия лазерного импульса имеет линейно растущую во времени среднюю (по лазерному периоду) составляющую  $H_{max}(t) = H_{max}(\tau_L)t/\tau_L$ ,  $t \leq \tau_L$ , и осциллирующую с частотой, близкой к лазерной частоте, переменную составляющую  $\delta H_{max}(t) = 2|e|N_e \times \delta M(t)/(\gamma_L m_e c p^3)$ . Такая временная зависимость x-компоненты магнитного поля (линейно растущая средняя величина и осцилляции на ее фоне) в течение длительности лазерного импульса подтверждается численным моделированием [17]. На рис.3 показано сравнение средней, линейно растущей во времени, составляющей

$$H_{\max}(t) = H_{\max}(\tau_{\rm L})t/\tau_{\rm L} = \frac{|e|\eta E_{\rm L}^2 t}{4m_{\rm e}\omega\gamma_{\rm L}p}$$

с результатами численного расчета [17] на интервале времени  $[0, \tau_L]$  для  $\tau_L = 6$  фс. Видно, что линейный во времени рост максимального значения магнитного поля в течение длительности лазерного импульса соответствует результатам численного моделирования.

# 4. Оценка времени жизни нанокластера и динамика магнитного поля после окончания лазерного импульса

На движущиеся электроны в оболочке кластера действуют диссипативные силы, а его ионный остов разлетается в пространстве. Из-за удаления части электронов ионный остов приобретает заряд и подвергается действию кулоновских сил. Внешняя электронная оболочка также притягивает ионы, заставляя кластер разлетаться. В результате в гидродинамическом уравнении для скорости движения ионов  $v_i(r, t)$  присутствуют три силы, обуславливающие разлет:

$$m_{\rm i}\frac{\partial v_{\rm i}}{\partial t} + m_{\rm i}v_{\rm i}\frac{\partial v_{\rm i}}{\partial r} = -\frac{1}{n_{\rm i}}\frac{\partial}{\partial r} \Big[m_{\rm e}c^2(\gamma_{\rm L}-1)n_{\rm e} + \frac{H^2}{8\pi}\Big] + \frac{4\pi}{3}Ze^2(Zn_{\rm i}-n_{\rm e})r, \qquad (15)$$

где Z и m<sub>i</sub> – заряд и масса иона. Как следует из (15), под действием силы теплового давления электронов разлет происходит с характерной скоростью  $v_i \sim v_s \sim c \sqrt{Zm_e(\gamma_L - 1)/m_i}$ . Характерная скорость разлета под действием внутренних кулоновских сил ионного ядра  $v_i \sim v_O \sim \sqrt{|e|Q/Rm_i|}$ . Магнитной составляющей давления в (15) можно пренебречь, т.к. плотность энергии тепловых электронов превышает плотность энергии магнитного поля. Разлет ядра кластера не учитывался в уравнениях (4)-(9) движения электрона оболочки кластера. Оценки величины, обратной частоте кулоновских столкновений горячих электронов (времени жизни), показывают, что оно существенно больше  $R/v_{s}$ ,  $R/v_{O}$  – времен разлета кластера под действием сил в (15). Малыми являются также радиационные потери вращающихся электронов. Излучаемая электронами циклотронная мощность излучения

$$P_{\rm rad} = N_{\rm e} \frac{2e^4 H_{\rm max}^2(\tau_{\rm L})\gamma_{\rm L}^2}{3m_{\rm e}^2c^3} = \gamma_{\rm L}^2 N_{\rm e} \frac{32\pi^2 e^6 \eta^2 I^2}{27m_{\rm e}^4c^7\omega^2}$$

Отношение излучаемой мощности к поглощенной кластером лазерной мощности (энергии электронов)

$$\frac{P_{\rm rad}}{\eta \pi p^2 I} = \gamma_{\rm L}^2 N_{\rm e} \frac{32\pi e^6 \eta I}{27m_{\rm e}^4 c^7 \omega^2 p^2} = \gamma_{\rm L}^2 N_{\rm e} \frac{8\eta a^2 r_0^2}{27p^2} \ll 1,$$
$$r_0 = \frac{e^2}{m_{\rm e} c^2}.$$

Поскольку отношение  $r_0^2/p^2 \sim 10^{-16}$ , неравенство выполняется при любых разумных параметрах лазерного импульса и размерах кластера. Таким образом, основным каналом диссипации (охлаждения электронов) является разлет ионного остова кластера и увеличение его радиуса (медленное по сравнению с «периодом» вращения электронов).

При лазерной интенсивности, далекой от порогового значения кулоновского взрыва ( $a \ll a_{\rm tr}$ ), в силу азимутальной симметрии квазистационарных полей кластера после окончания лазерного импульса момент импульса электрона сохраняется и является адиабатическим инвариантом

$$I_{\alpha} = \frac{1}{2\pi} \int_{0}^{2\pi} \frac{\partial L}{\partial \dot{\alpha}} d\alpha \approx M(\tau_{\rm L}) = \text{const}(t),$$

на который не оказывает влияния медленное изменение параметров кластера. При этом орбитальный магнитный момент электрона  $\mu$  зависит от времени, поскольку при разлете кластера падает энергия электрона: $\mu(t) = |e|M(\tau_L)/(2\gamma(t)m_ec)$ . Магнитное поле вращающегося и расширяющегося в пространстве электронного шара (оболочки кластера) определяется вектором намагниченности (магнитным моментом единицы объема), зависящим от концентрации электронов, которая также падает по мере разлета. В результате имеем следующую зависимость максимального магнитного поля (поля на оси *x* кластера) от времени после окончания лазерного импульса:

$$H_{\max}(t) \approx H_{\max}(\tau_{\rm L}) \frac{n_{\rm e}(t)\gamma_{\rm L}}{n_{\rm e}(\tau_{\rm L})\gamma(t)}, \ t > \tau_{\rm L},$$

где  $n_{\rm e}(\tau_{\rm L}) = n_{\rm e}$  и  $\gamma_{\rm L}$  определены выше. Пусть радиус ионного остова кластера возрастает как R(t). Тогда  $n_{\rm e}(t) \sim$ 

 $R^{-3}(t), \gamma(t) = 1 + (\gamma_{\rm L} - 1)[R(0)/R(t)]^2$ . Для зависимости от времени средней по лазерному периоду х-компоненты магнитного поля в течение и после окончания лазерного импульса справедлива следующая формула:

$$H_{\max}(t) \approx \frac{|e|\eta E_{\perp}^{2} \tau_{L}}{4m_{e} \omega \gamma_{L} p} \bigg\{ -(t/\tau_{L}) \theta (1 - t/\tau_{L}) + \theta (t/\tau_{L} - 1) \\ \times \frac{R^{3}(0) \gamma_{L}}{R^{3}(t) [1 + (\gamma_{L} - 1)(R(0)/R(t))^{2}]} \bigg\},$$
(16)

где  $\theta(t)$  – ступенчатая функция Хэвисайда. Напомним, что во время действия лазерного импульса существует также осциллирующая часть x-компоненты поля  $\delta H_{\max}(t)$ .

В случае сильно релятивистских электронов  $H(t) \sim R^{-1}(t)$ , для нерелятивистских электронов  $H(t) \sim R^{-3}(t)$ . Зависимость радиуса кластера от времени R(t) определяется режимом разлета (кулоновский или тепловой) кластера:

v t

$$\frac{R(t)}{R(0)} \approx 1 + \frac{v_{s}t}{p}, \ Zm_{e}c^{2}(\gamma_{L}-1) > Z|e|Q/R(0),$$

$$\begin{cases}
R(t) = R(0)ch^{2}\xi, \\
t = \frac{\xi + 0.5sh(2\xi)}{2\sqrt{2|e|Q/(m_{i}R^{3}(0))}}, \ \xi \in [0,\infty], \\
Zm_{e}c^{2}(\gamma_{L}-1) < Z|e|Q/R(0).
\end{cases}$$
(17)

Поле (16) линейно растет в течение длительности лазерного импульса, остается примерно постоянным в течение времени жизни кластера  $\tau_{cl} \approx p/v_{s,O}$  и затем спадает  $\sim t^{-1}$ для релятивистских кластеров или  $\sim t^{-3}$  для нерелятивистских. На рис.3 приведена зависимость от времени квазистационарного магнитного поля  $H_{\max}(t)$  (сплошная кривая) при облучении циркулярно-поляризованным лазерным импульсом интенсивностью  $10^{20}$  Br/см<sup>2</sup> (a = 5.2) и длительностью 6 фс Хе-кластера с начальным радиусом 50 нм, плотностью  $n_{\rm e} = 182 n_{\rm cr}$  и кратностью ионизации ксенона Z = 20; точками показаны данные PIC-расчета [17]. Видно совпадение временной зависимости (16) с результатами численного моделирования во время действия лазерного импульса и после его окончания.

### 5. Заключение

Предложена аналитическая модель генерации крупномасштабного (десятки мкм) магнитного поля напряженностью до нескольких ГГс, существующего в течение пикосекундного интервала времени в фокальной перетяжке сверхмощного короткого лазерного импульса. Это поле образовано релятивистскими магнитными диполями, возникающими в газе нейтральных нанокластеров при облучении коротким (десятки фс), релятивистски интенсивным, циркулярно-поляризованным лазерным импульсом. По сравнению с предыдущими нашими работами в данном исследовании построена аналитическая модель генерации магнитного поля, позволяющая учесть зависимость величины поля от радиуса кластера и длительности лазерного импульса, исследовать временную динамику магнитного поля в течение лазерного импульса, а также найти время жизни и асимптотику зависимости поля от времени на больших (по сравнению с длительностью лазерного импульса) временных интервалах. Отметим, что амплитуда квазистационарного поля достигает десятых долей амплитуды лазерного поля, а время жизни поля определяется временем разлета нанокластеров и существенно (в десятки раз) превышает длительность лазерного импульса. Медленное спадание величины магнитного поля во времени ( $\sim t^{-1}$ ) позволяет поддерживать магнитное поле ~1 ГГс на пикосекундных временных интервалах. Реализация кластерной лазерной мишени позволит в лабораторных условиях генерировать гигагауссовы магнитные поля и экспериментально исследовать свойства сильно замагниченной лазерной плазмы. Такие исследования могут быть актуальными для астрофизических приложений, например оказывается возможным экспериментальное моделирование плазмы в окрестности нейтронных звезд со сверхсильным магнитным полем.

## Приложение. Поглощение циркулярно-поляризованного лазерного излучения нанокластером

При смещении электронного облака кластера относительно ионного остова между электронной оболочкой и ионным остовом возникает возвращающее амбиполярное поле

$$E=\frac{4\pi e n_{\rm e}}{3}r,$$

в результате чего уравнение движения электронной оболочки принимает вид (нерелятивистский случай)

$$m_{\rm e}\dot{\mathbf{r}} = -\frac{1}{3}m_{\rm e}\omega_{\rm pe}^{2}\mathbf{r} - m_{\rm e}v_{\rm ei}\dot{\mathbf{r}}$$
$$+eE_{0}[\mathbf{e}_{x}\cos(kz-\omega t) + \mathbf{e}_{y}\sin(kz-\omega t)], \qquad (\Pi 1)$$

где  $\omega_{\rm pe}$  – плазменная частота электронов;  $v_{\rm ei}$  – частота электрон-ионных столкновений.

Решение этого уравнения вне резонанса в нулевом приближении по kz приводит только к столкновительному поглощению с коэффициентом [21]

$$\eta_{\rm ei} = \frac{9}{2} \frac{v_{\rm ei}\omega^2 \omega_{\rm pe}}{2[\omega_{\rm pe}^2(\omega_{\rm pe}^2 - 6\omega^2) + 9\omega^2(\omega^2 + v_{\rm ei}^2)]}$$

Столкновительное поглощение актуально на начальной стадии взаимодействия, когда температура электронов не слишком высока. При прогреве кластера до температур

$$T_{\rm e} \approx mc^2 \Big( \sqrt{1 + \frac{I\lambda^2}{W_0}} - 1 \Big),$$

где  $W_0 = 1.37 \times 10^{18} \,\mathrm{Bt} \cdot \mathrm{мкm}^2 \cdot \mathrm{cm}^{-2}$ , частота столкновений быстро падает и поглощение становится малым. В частности, при  $n_{\rm e} = Z n_{\rm i} = 8 \cdot 6 \times 10^{22} \, {\rm сm}^{-3}$  (водяной кластер) и интенсивности 10<sup>17</sup> Вт/см<sup>2</sup> столкновительное поглощение составляет 5×10<sup>-6</sup>, поэтому основным механизмом является бесстолкновительное резонансное поглощение.

Решение уравнения (П1) при  $v_{ei} = 0$  имеет вид

$$\mathbf{r}(t) = \frac{eE_0 e_x}{\omega_{\rm pe}^2/3 - \omega^2} [\cos \omega t - \cos(\omega_{\rm pe} t/\sqrt{3})] -$$

$$-\frac{eE_0\boldsymbol{e}_y}{\omega_{\rm pe}^2/3-\omega^2}[\sin\omega t-\sin(\omega_{\rm pe}t/\sqrt{3})]. \tag{\Pi2}$$

В (П2) добавлено решение однородного уравнения для последующего раскрытия неопределенности при резонансе  $\omega \rightarrow \omega_{\rm pe}/\sqrt{3}$ . Вне резонанса решение (П2) не приводит к поглощению, т. к.  $\langle E\dot{r} \rangle_i = 0$ . Однако при  $\omega \rightarrow \omega_{\rm pe}/\sqrt{3}$  оно линейно растет со временем,

$$\mathbf{r}(t) = \frac{eE_0\mathbf{e}_x t}{2\omega_{\rm pe}/\sqrt{3}}\sin(\omega_{\rm pe}t/\sqrt{3}) + \frac{eE_0\mathbf{e}_y t}{2\omega_{\rm pe}/\sqrt{3}}\cos(\omega_{\rm pe}t/\sqrt{3}),$$

что соответствует движению по окружности с линейно растущим радиусом – резонансу при циркулярной поляризации.

Найдем поглощаемую в единице объема мощность:

$$\frac{\mathrm{d}^2 U}{\mathrm{d} t \mathrm{d} V} = \langle |e| n_{\mathrm{e}} \dot{\mathbf{r}} E \rangle_t = \frac{e^2 n_{\mathrm{e}} E_0^2}{2\omega} [(\sin \omega t + \omega t \cos \omega t) \cos \omega t]$$

$$-(\cos\omega t - \omega t \sin\omega t)\sin\omega t] = \frac{e^2 n_{\rm e} E_0^2 t}{2}, \ \omega = \omega_{\rm pe}/\sqrt{3}.$$

Поглощаемая плотность энергии (интеграл от мощности по времени)

$$\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}V} = \frac{e^2 n_{\mathrm{e}} E_0^2 t^2}{4} = \frac{E_0^2}{16\pi} \omega_{\mathrm{pe}}^2 t^2 = \frac{3E_0^2}{16\pi} \omega^2 t^2.$$

Эта формула совпадает с формулой (12) в работе [20], где рассматривалось линейно-поляризованное излучение, с точностью до числового множителя. Резонансное условие  $\omega = \omega_{\rm pe}/\sqrt{3}$  в оболочке кластера может выполняться, поскольку:

1) в реальном лазерном поле ограниченного по времени импульса  $E_0(t) = E_0 \exp(-t^2/\tau_L^2)$  в фурье-спектре есть резонансная частота;

2) учет релятивистских поправок приведет к замене  $\omega \rightarrow \omega_{\rm pe}/\sqrt{\gamma_{\rm L}}$ , и условие  $\omega = \omega_{\rm pe}/\sqrt{3\gamma_{\rm L}}$  является более благоприятным для резонанса;

3) разлет кластера начинается уже во время действия лазерного импульса, поэтому отношение  $\omega_{\rm pe}/\omega \sim 10$ , справедливое для «твердотельных» значений концентрации электронов в оболочке кластера, становится меньше 10;

4) при падении электронной концентрации с увеличением радиуса всегда есть резонансная точка, в которой условие  $\omega = \omega_{\rm pe}/\sqrt{3\gamma_{\rm L}}$  выполняется локально. Таким образом, в случае циркулярной поляризации основным механизмом поглощения кластера является резонансное бесстолкновительное поглощение, и коэффициент поглощения определяется выражением

$$\eta_{\rm r} = \eta = \frac{4\pi R^2 l_{\rm s} \, {\rm d}U/{\rm d}V}{\pi R^2 \tau_{\rm L} \, c E_{\rm L}^2/4\pi}$$

где  $l_{\rm s}$  – толщина скин-слоя.

- 1. Remington B.A., Drake R.P., Ryutov D.D. Rev. Mod. Phys., 78, 755 (2006).
- Kaymak V., Pukhov A., Shlyaptsev V.N., Rocca J.J. Phys. Rev. Lett., 117, 035004 (2016).
- 3. Lecz Z., Andreev A. New J. Phys., 20, 033010 (2018).
- Borghesi M., MacKinnon A.J., Bell A.R., Gaillard R., Willi O. *Phys. Rev. Lett.*, **81**, 112 (1998).
- Tatarakis M., Watts I., Beg F.N., Clark E. L., Dangor A.E., Gopal A., Haines M.G., Norreys P.A., Wagner U., Wei M.-S., Zepf M., Krushelnick K. *Nature*, 415, 280 (2002).
- Sarri G., Macchi A., Cecchetti C.A., Kar S., Liseykina T.V., Yang X.H., Dieckmann M.E., Fuchs J., Galimberti M., Gizzi L.A., Jung R., Kourakis I., Osterholz J., Pegoraro F., Robinson A.P.L., Romagnani L., Willi O., Borghesi M. *Phys. Rev. Lett.*, **109**, 205002306 (2012).
- 7. Huang L.G., Takabe H., Cowan T.E. *High Power Laser Science and Engineering*, **7**, e22 (2019).
- 8. Pukhov A. Phys. Rev. Lett., 86, 3562 (2001).
- D. Najmudin Z., Tatarakis M., Pukhov A., Clark E.L., Clarke R.J., Dangor A.E., Faure J., Malka V., Neely D., Santala M.I.K., Krushelnick K. *Phys. Rev. Lett.*, 87, 215004 (2001).
- Naseri N., Bychenkov V.Y., Rozmus W. Phys. Plasmas, 17, 083109 (2010).
- Lecz Z., Konoplev I.V., Seryi A., Andreev A. Sci. Rep., 6, 36139 (2016).
- Габдрахманов И.М., Быченков В.Ю. Квантовая электроника, 50, 838 (2020) [Quantum Electron., 50, 838 (2020)].
- Ehret M., Kochetkov Yu., Abe Y., Law K.F.F., Stepanischev V., Fujioka S., d'Humieres E., Zielbauer B., Bagnoud V., Schaumann G., Roth M., Tikhonchuk V., Santos J.J., Korneev Ph. arXiv:1908.11430 (2019).
- Fennel T., Meiwes-Broer K.-H., Tiggesb¨aumker J., Reinhard P.-G., Dinh P.M., Suraud E. *Rev. Mod. Phys.*, 82, 1793 (2010).
- Смирнов М.Б. УФН, 170, 495 (2000); Krainov V.P., Smirnov M.B. Phys. Rep., 370, 273 (2002).
- Savinov V., Papasimakis N., Tsai D.P., Zheludev N.I. Commun. Phys., 2, 69 (2019).
- 17. Lecz Z., Andreev A. Phys. Rev. Res., 2, 023088 (2020).
- 18. Андреев А.А., Платонов К.Ю. Письма в ЖЭТФ, 112, 598 (2020).
- Зарецкий Д.Ф., Корнеев Ф.Ф., Попруженко С.В. Квантовая электроника, 37, 565 (2007) [Quantum Electron., 37, 565 (2007)].
- 20. Kostyukov I., Rax J.-M. Phys. Rev. E, 67, 066405 (2003).
- Ditmire T., Donnelly T., Rubenchik A.M., Falcone R.W., Perry M.D. *Phys. Rev. A*, **53**, 3379 (1996).