

ПРИГЛАШЕННАЯ СТАТЬЯ

Влияние анизотропии упругости на термонаведённые искажения лазерного пучка в монокристаллах кубической сингонии с радиальным теплоотводом. Ч.2

А.Г.Вяткин

Исследована термонаведённая деполяризация лазерного пучка в монокристаллах кубической сингонии групп симметрии 432, $\bar{4}3m$ и $m\bar{3}m$ с анизотропным тензором упругой жёсткости. Для активных элементов в виде длинного стержня и тонкого диска с радиальным теплоотводом при условии однородной по объёму накачки исследовано влияние анизотропии упругих свойств на зависимость степени деполяризации в кристалле от ориентации кристаллографических осей, а также на положение критической ориентации в кристаллографической системе координат.

Ключевые слова: лазеры с высокой средней мощностью, фотоупругий эффект, термонаведённая деполяризация, анизотропия кубических кристаллов.

1. Введение

Тепловые эффекты – важный фактор, ограничивающий мощность и качество выходного излучения твердотельных лазеров [1, 2]. Термонаведённая деполяризация излучения в изначально оптически изотропных средах – кубических монокристаллах, стёклах и керамиках – исследуется теоретически и экспериментально с 1960-х гг. по настоящее время. За исключением единичных работ, в кубических кристаллах учитывается, как правило, только анизотропия фотоупругого эффекта, а упругие свойства материалов считаются изотропными (см. ссылки в первой части настоящей работы [3]). Однако уже в начале исследований было не только известно, что это лишь приближение, но и было найдено решение задачи упругости для параболического профиля температуры [4].

Мы исследуем термонаведённые искажения пучка в монокристаллах кубической сингонии всех групп симметрии с учётом анизотропии их упругих свойств и при произвольной ориентации кристаллографических осей. В работе [3] были получены выражения для фазовых и поляризационных искажений пучка в активных элементах в виде длинного стержня и тонкого диска. Найдены поляризации собственных волн, а также среднее арифметическое и разность набегов их фаз; рассмотрены выделенные ориентации кристаллов; определены эффективные значения термооптических постоянных P и Q . Настоящая статья – вторая часть работы – посвящена анализу термонаведённой деполяризации излучения в упругоанизотропных монокристаллах групп симметрии 432, $\bar{4}3m$ и $m\bar{3}m$ в сравнении с упругоизотропным случаем и нахождению при слабом и сильном двулучепреломлении оптимальных ориентаций кристаллографических осей, позволяющих минимизировать степень деполяризации. В разд.2

вводятся необходимые для постановки задачи обозначения. В разд.3 исследуется термонаведённая деполяризация в кристаллах простейших ориентаций. Раздел 4 посвящён поиску оптимальной ориентации в кристаллах с положительным параметром фотоупругой анизотропии, а в разд.5 исследуется критическая ориентация в кристаллах с отрицательным значением этого параметра. Результаты анонсированного в работе [3] влияния концевых эффектов на степень деполяризации в стержне будут опубликованы отдельно.

2. Постановка задачи и некоторые обозначения

В рамках настоящей работы мы ограничимся средами, не вращающими плоскость поляризации. Будем рассматривать активный элемент в форме цилиндра, ось которого z совпадает с направлением распространения пробного излучения. Множество способов вырезки элемента из толщи кристалла эквивалентно множеству возможных направлений оси z в кристаллографической системе координат (a, b, c) , традиционно называемых ориентациями кристалла. Они индексируются с помощью первых двух углов Эйлера – азимутального (α) и полярного (β) (см. рис.1, a, b, z из работы [3]). Третий угол Эйлера (Φ) равен с обратным знаком углу поворота активного элемента вокруг своей оси (см. рис.1, θ, z из [3]).

Ориентации кристалла также обозначаются при помощи индексов Миллера $[MNP]$. В данной работе суще-

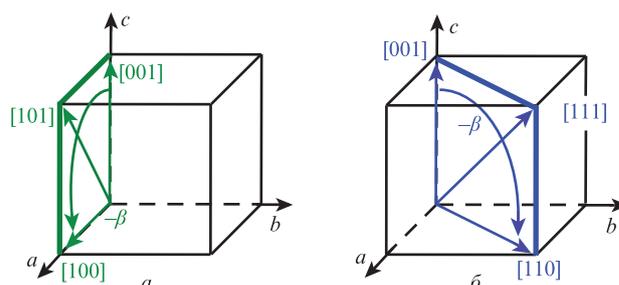


Рис.1. Ориентации $[M0N]$ ($\alpha = 0$) в кристаллографической системе координат (a) и ориентации $[MMN]$ ($\alpha = \pi/4$) (b).

А.Г.Вяткин. Федеральный исследовательский центр Институт прикладной физики РАН, Россия, 603950 Н.Новгород, ул. Ульянова, 46; e-mail: vyatkin@appl.sci-nnov.ru

Поступила в редакцию 1 октября 2020 г., после доработки – 30 апреля 2021 г.

ственное внимание уделено ориентациям вида $[MON]$ и $[MMN]$, показанным на рис.1. Следуя общепринятому подходу, мы не будем различать эквивалентные ориентации, т. е. полученные друг из друга циклической перестановкой индексов ($[NPM]$, $[PMN]$) и изменением знаков индексов ($[MNP]$, $[\bar{M}\bar{N}\bar{P}]$ и др.) [5].

Рассмотрим активный элемент в форме длинного стержня или тонкого диска радиусом R , нагреваемый равномерно по объёму и охлаждаемый через боковую поверхность. Поля температуры и упругих напряжений приведены в [3] и не зависят от z , если пренебречь концевыми эффектами в стержне.

Боковое охлаждение тонкого диска является неоптимальным, но позволяет рассчитать степень деполяризации аналитически. Мы считаем, что выявленные нами закономерности будут применимы и в случае торцевого теплоотвода, несмотря на невозможность количественной оценки термонаведённых искажений пучка.

Локальную степень деполяризации Γ принято называть долей интенсивности излучения, перешедшую при распространении через двулучепреломляющую оптическую систему в ортогональную исходной поляризации. Интегральной степенью деполяризации называют аналогичную долю мощности. В приближении плоских волн несложно получить, что после прохождения вдоль оси одного активного элемента, диэлектрический тензор которого не зависит от z , лазерного пучка, изначально линейно поляризованного в перпендикулярной плоскости xy под углом θ к оси x ,

$$\Gamma(x, y) = \sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right) \sin^2 2(\Psi - \theta), \quad (1)$$

где $\Psi(x, y)$ – угол наклона вектора поляризации одной из собственных волн в активном элементе; $\delta(x, y)$ – разность набегов их фаз. Усреднив (1) по сечению пробного пучка с напряжённостью поля $\mathbf{E}_{in}(x, y)$, получим интегральную степень деполяризации

$$\gamma = \left(\iint_S |\mathbf{E}_{in}|^2 dS \right)^{-1} \iint_S \Gamma |\mathbf{E}_{in}|^2 dS \quad (2)$$

(для простоты полагаем, что поглощение и усиление пробного излучения в среде отсутствуют). При сильном двулучепреломлении γ стремится к установившемуся значению [6]

$$\gamma_\infty = \left(\iint_S |\mathbf{E}_{in}|^2 dS \right)^{-1} \iint_S \tilde{\Gamma}_\infty |\mathbf{E}_{in}|^2 dS, \quad (3)$$

где

$$\tilde{\Gamma}_\infty = \frac{1}{2} \sin^2 2(\Psi - \theta).$$

Выражения для δ и Ψ в кристаллах с анизотропными упругими свойствами были получены нами в [3]. Не приводя здесь их полностью, отметим, что они различаются в тонком диске и длинном стержне, а также что δ пропорциональна безразмерной мощности тепловыделения

$$p = Q P_\Sigma / (\lambda \kappa), \quad (4)$$

а Ψ от неё не зависит. Здесь P_Σ – полная мощность тепловыделения в активном элементе; λ – длина волны проб-

ного излучения в свободном пространстве; κ – коэффициент теплопроводности; Q – термооптическая постоянная, различающаяся в диске и стержне и с этой оговоркой являющаяся материальным параметром (см. (66) в [3]):

$$Q_{\text{disk}} \propto E_{[001]}, \quad (5)$$

$$Q_{\text{rod}} = \frac{Q_{\text{disk}}}{1 - \nu_{[001]}}.$$

Здесь в соответствии с [7]

$$E_{[001]} = 1/s_{11}, \quad (6)$$

$$\nu_{[001]} = -s_{12}/s_{11},$$

– модуль Юнга и коэффициент Пуассона для ориентации $[001]$; s – тензор упругой податливости.

Кубические кристаллы можно разделить на два типа по виду их материальных тензоров. В данной работе исследуются кристаллы групп симметрии $m\bar{3}m$, 432 и $\bar{4}3m$, которые в [3] мы условились называть $m\bar{3}m$ -кристаллами. Их тензор упругой податливости s и пьезооптический тензор π имеют одинаковый вид и определяются тремя независимыми ненулевыми коэффициентами (см. [8] и рис.2,а из [3]).

Зависимость термонаведённых искажений пучка от ориентации кристаллографических осей в $m\bar{3}m$ -кристаллах в приближении изотропной задачи упругости определяется параметром фотоупругой анизотропии ξ [6, 9], в качестве которого в [3] мы выбрали пьезооптическое отношение, в обозначениях Ная имеющее вид

$$\xi_\pi = \pi_{66}/(\pi_{11} - \pi_{12}). \quad (7)$$

Мы также показали, что в средах с анизотропными упругими свойствами эта зависимость модулируется функциями, которые определяются комбинацией $\nu_{[001]}$ с параметром упругой анизотропии

$$\xi_s = s_{66}/[2(s_{11} - s_{12})]. \quad (8)$$

Отметим, что в упругоанизотропных средах (7) отличается от упругооптического отношения (см. (59а) в [3]), использовавшегося в [6, 9] и других работах, в ξ_s раз.

Сравним для различных ориентаций кристаллографических осей степень термонаведённой деполяризации, рассчитанную для упругоанизотропных кубических монокристаллов в виде длинного стержня и тонкого диска, с рассчитанной в приближении изотропной упругости. Будет рассмотрено несколько частных случаев, в которых зависимости степени деполяризации от ориентации кристалла качественно различаются. Основное внимание мы уделим выбору оптимальной ориентации. Поскольку в эксперименте угол поворота Φ , в отличие от остальных углов Эйлера, может быть легко изменён после изготовления активного элемента, мы будем исследовать минимальную по Φ степень деполяризации, называя её оптимальной. Для упрощения расчётов будем считать, что пробный пучок имеет П-образный поперечный профиль интенсивности излучения. Такие пучки часто формируются в мощных многокаскадных лазерных системах. Кроме того, это допущение качественно не влияет на результаты. Радиус пучка обозначим r_0 .

3. Термодеполяризация в активных элементах из m3m-монокристаллов простейших ориентаций

На рис.2 показана оптимальная интегральная степень деполяризации в монокристаллах с тремя простейшими ориентациями ([001], [011] и [111]) как функция безразмерной мощности тепловыделения p (4). Расчёты выполнены для CaF₂, SrF₂, KCl и среды 1 – модельного кристалла, имеющего фотоупругие свойства как у YAG и упругие свойства как у CaF₂. Материальные параметры этих и других используемых в расчётах сред приведены в табл.1.

Из рис.2 видно, что зависимости для упругоанизотропных сред качественно имеют тот же вид, что и для упругоизотропных: квадратичный рост при малых мощностях и затухающие колебания около установившегося значения γ_∞ (3) при больших [10]. Заметим, что сравнение упругоанизотропных и упругоизотропных зависимостей при одинаковых p означает, что последние построены с использованием значений упругоизотропных модуля Юнга и коэффициента Пуассона, определённых для ориентации [001] (6):

$$E = E_{[001]}, \tag{9}$$

$$\nu = \nu_{[001]},$$

что может не соответствовать приводимым в литературе табличным данным. В случае несоответствия зависимо-

Табл.1. Материальные свойства использованных в расчётах реальных и модельных m3m-кристаллов.

Среда	ξ_π	ξ_s	$\nu_{[001]}$
CaF ₂	-0.47 [11, 12]	1.77 [13]	0.212 [13]
SrF ₂	-0.284 [12]	1.25 [14]	0.266 [14]
KCl	-2.32 [15]	2.69 [14]	0.135 [14]
YAG	3.2 [2]	0.965 [14]	0.25 [14]
LiF	0.49 [16]	0.53 [17]	0.287 [17]
1	3.2	1.77	0.212
2	3.2	0.44	0.212
3	0.49	2.69	0.135

сти степени деполяризации от размерной мощности P_Σ могут соотноситься между собой иначе, в частности быть значительно ближе друг к другу.

Из выражений, приведённых в [3], легко получить, что в тонком диске разность фаз δ , пропорциональная безразмерной мощности тепловыделения p , отличается от упругоизотропной только дополнительным множителем $1/Z_{\text{disk}}$, зависящим от ориентации осей кристалла, а угол наклона вектора поляризации собственной волны Ψ , в выражении для которого Z_{disk} сокращается вместе с p , равен этому углу в приближении изотропной упругости (см. (32), (63) в [3]). Поэтому эти пары зависимостей получают друг из друга сжатием или растяжением вдоль горизонтальной оси, а величины γ_∞ одинаковы. Напомним, что величина Z является отношением внутрисред-

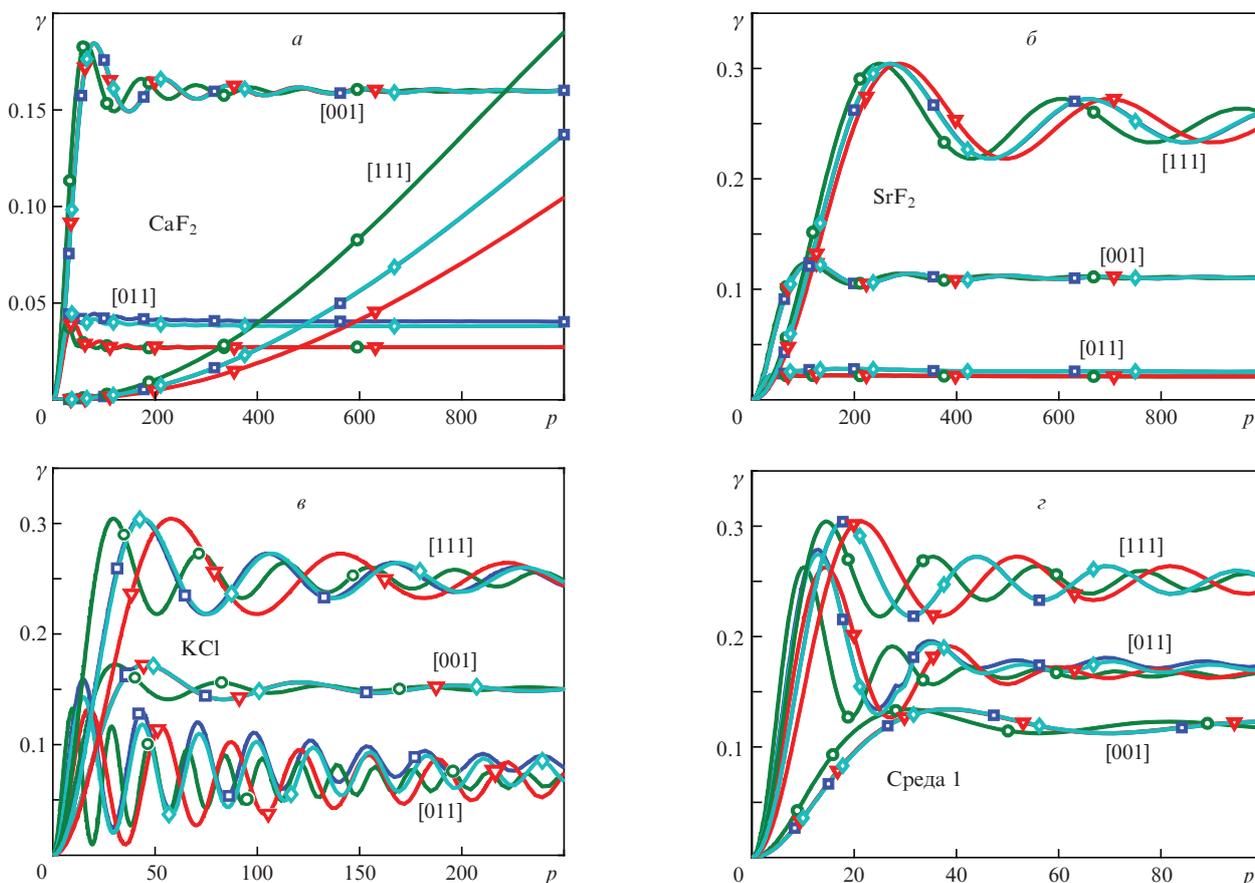


Рис.2. Рассчитанные аналитически оптимальные интегральные степени деполяризации как функции безразмерной мощности тепловыделения в элементах из различных кристаллов с тремя простейшими ориентациями осей при $r_0 = 0.5R$. Расчёты выполнены для упругих напряжений, вычисленных в упругоизотропном приближении (зелёные кружки), для кристалла в виде тонкого диска (красные треугольники), а также полным (синие квадраты) и упрощённым (голубые ромбы) решениями Сиротина для длинного стержня.

ных напряжений в упругоизотропном приближении к напряжениям в упругоанизотропном расчёте:

$$Z = \sigma_{\perp}^{\text{iso}} / \sigma_{\perp}. \tag{10}$$

При использованных в расчете материальных параметрах $Z_{\text{disk}} > 1$, поэтому степень деполяризации в диске растёт и выходит на уровень γ_{∞} медленнее, чем в приближении изотропной упругости.

Для кристаллов в виде длинного стержня мы используем решение Сиротина [4], в котором множитель Z_s также отличается от единицы, но слабо зависит от ориентации кристалла: из рис.3,а видно, что вблизи $\xi_s = 1$ отношения внутриплоскостных напряжений

$$\frac{\sigma_{\perp}([MNP])}{\sigma_{\perp}([001])} = \frac{Z([001])}{Z([MNP])} \tag{11}$$

в диске из кристаллов с простейшими ориентациями кристаллографических осей зависит от параметра упругой анизотропии линейно, а в стержне – квадратично. Мы также предложили упрощённое решение (см. (51) в [3]), в котором этой зависимостью пренебрегли. Второе существенное отличие решения для длинного стержня от упругоизотропного приближения заключается в неравен-

стве стигматической составляющей напряжения σ_{zz} сумме $\sigma_{rr} + \sigma_{\varphi\varphi}$. Это различие выражено при помощи коэффициентов D_{01} в упрощённом решении и D_1 – в полном ((45) с учётом (31) из [3]):

$$D_{01} \approx \frac{\int_0^{2\pi} \sigma_{zz} d\varphi}{2\pi(\sigma_{rr} + \sigma_{\varphi\varphi})} = Z_s \frac{\int_0^{2\pi} \sigma_{zz} d\varphi}{2\pi\sigma_{zz}^{\text{iso}}}. \tag{12}$$

Также решение Сиротина отличается от упругоизотропного наличием азимутальной вариации σ_{zz} и ненулевыми напряжениями σ_{xz} и σ_{yz} . В упрощённом решении, а для кристаллов с простейшими ориентациями осей и в полном, $\sigma_{xz} = \sigma_{yz} = 0$.

Отличие коэффициентов D_{01} и D_1 от единицы в зависимости от ξ_s может быть наибольшим при ориентации [001] или [111] (см. рис.3,б и рис.3 в [3]). Однако в m3m-кристаллах с указанными ориентациями данные величины не влияют на двулучепреломление из-за равенства нулю коэффициентов $A_{1\phi}$ и $B_{1\phi}$ в выражениях для δ и Ψ (см. (65), (67) в [3]). В связи с этим на рис.2 эффект наблюдается только для ориентации [011] и заключается в следующем. Анализ поля напряжений в стержне ((51) и (П2.6) в [3]) показывает, что при $\xi_s > 1$ и $\nu_{[001]} > 0$ величины D_{01} и D_1 для кристаллов с этой ориентацией меньше единицы (рис.3,б), что вызывает рост коэффициента I_{∞} (см. (91) в [3]). Это означает увеличение разориентации углов наклона векторов поляризации собственных волн в приосевой области активного элемента, вызывающее рост γ_{∞} при небольшом радиусе пробного пучка (см. [10] и п.5.2.4 в [3]). В соответствии с этим фактом на всех зависимостях рис.2 степень деполяризации при сильном двулучепреломлении в стержне с ориентацией [011] больше упругоизотропной оценки. Кроме того, степени деполяризации при упрощённом и полном решениях для длинного стержня, как правило, очень близки (в разд.5 будет рассмотрена критическая ориентация, вблизи которой различия существенны).

Отметим, что для рассмотренных кристаллов фторидов и КСl при слабом двулучепреломлении ориентация [111] оказывается лучше, чем [001] (см. также [11, 18]), тогда как во многих средах, например в YAG и TGG, ситуация обратная [5, 6, 19]. В [11] было показано, что ориентация [111] предпочтительнее, чем [001], для сред $-2 < \xi_{\pi} < -0.2$, причём у CaF₂, параметр ξ_{π} которого близок к -0.5 , преимущество ориентации [111] особенно выражено, поскольку при этом значении она совпадает с критической ориентацией.

Отметим также, что зависимости на рис.2 построены вплоть до очень больших тепловых мощностей, не достижимых на практике из-за механического разрушения материалов, и их правые части представляют лишь академический интерес. Так, для стержня длиной 10 см из CaF₂ предел прочности соответствует $p_{\text{max}} = 90$ на длине волны 1 мкм, а для КСl при тех же условиях $p_{\text{max}} = 15$ [20]. Кроме того в приближении плоских волн не учитываются эффекты дифракции.

С точки зрения выбора оптимальной ориентации m3m-кристаллы можно разделить на два класса. В средах с $\xi_{\pi} < 0$ существует критическая ориентация вида [MM] (см. п.5.2.1 в [3]), в которой собственные оси диэлектрического тензора во всём сечении активного элемента выстраиваются в одном направлении, и потому степень деполяризации теоретически может быть обращена в ноль [21, 22]. Эта ориентация является предпочтительной, по-

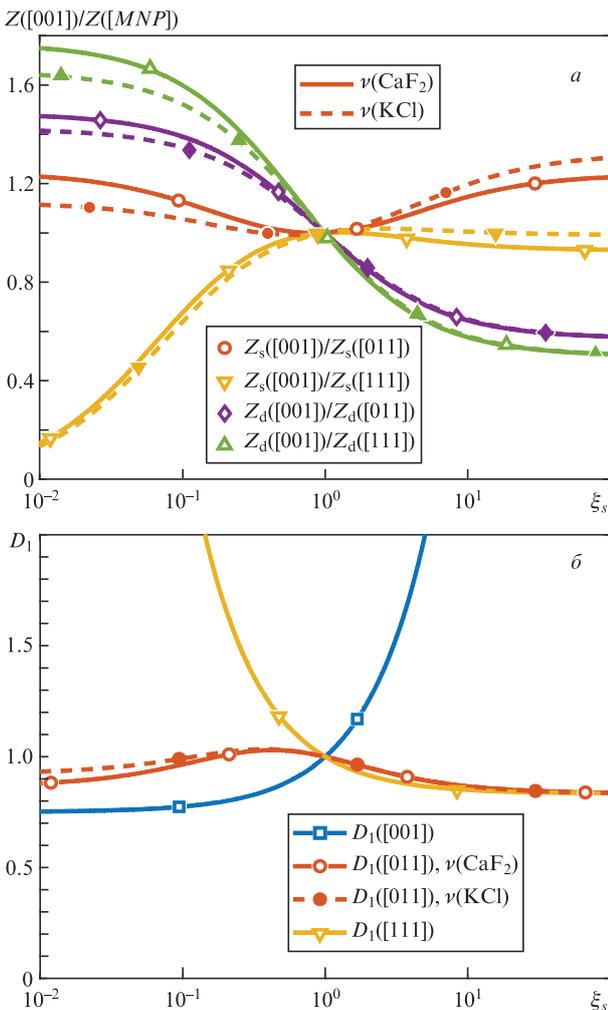


Рис.3. Зависимости от параметра упругой анизотропии для сред с коэффициентом $\nu_{[001]}$, равным $\nu_{[001]}$ для CaF₂ и КСl, вариаций внутриплоскостных напряжений в дисках и стержнях из кристаллов с простейшими ориентациями кристаллографических осей (а), а также нормированных стигматических составляющих σ_{zz} (12) в стержне (б).

тому сравнение друг с другом зависимостей на рис.2,*a-v* не имеет большого практического смысла. Положение критической ориентации в упругоанизотропных средах будет рассмотрено в разд.5. В *m3m*-кристаллах с $\xi_\pi > 0$ в упругоизотропном приближении оптимальной ориентацией, как правило, является [001] или [011] [6, 10]. Этот случай будет рассмотрен в разд.4.

4. Термодеполяризация в *m3m*-монокристаллах в отсутствие критической ориентации

Зависимость степени деполяризации от ориентации качественно определяется не только знаком параметра ξ_π , но и тем, больше или меньше единицы его модуль.

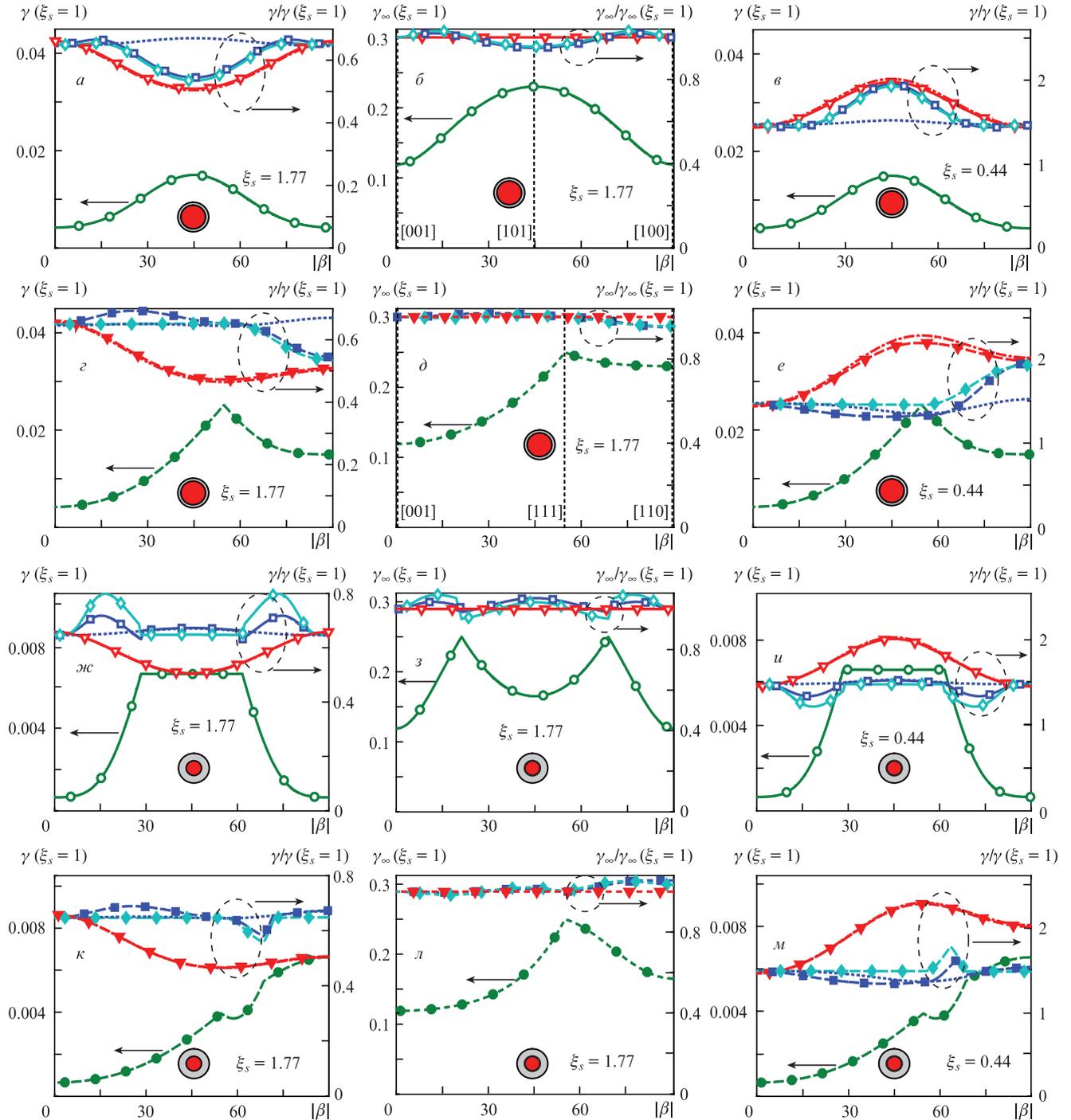


Рис.4. Рассчитанные аналитически оптимальные интегральные степени деполяризации в упругоизотропном приближении (зелёные кружки, левые оси) и отношения к ним оптимальных интегральных степеней деполяризации (правые оси) в приближении тонкого диска (красные треугольники), длинного стержня (поле напряжений рассчитано полным (синие квадраты) и упрощённым (голубые ромбы) решениями Сиротина) из модельных сред 1 (*a, б, в, г, ж, з, к, л*) и 2 (*е, е, и, м*) как функции угла Эйлера β . Расчёт выполнен при безразмерных мощностях тепловыделения $p = 1$ (*a, в, г, е, ж, и, к, м*) и $p \gg 1$ (*б, д, з, л*) для ориентаций $[M0N]$ ($\alpha = 0$, *a-v, ж-и*, сплошные кривые) и $[MMN]$ ($\alpha = \pi/4$, *з-е, к-м*, штриховые кривые). Радиус пробного пучка составляет $0.8R$ (*a-e*) и $0.5R$ (*ж-м*) и схематично показан в виде кругов. Для $p = 1$ изображены $Z_s^{-2}(\beta)$ (синие пунктирные кривые) и $Z_{disk}^{-2}(\beta)$ (красные штрихпунктирные кривые). Простейшие ориентации обозначены вертикальными пунктирными линиями (*б, д*).

4.1. Случай $\xi_\pi > 1$

Отношения оптимальных степеней деполяризации при анизотропном и упругоизотропном расчётах для модельных сред с наиболее интересными ориентациями, вида $[M0N]$ и $[MMN]$ (см. рис.1), представлены на рис.4. При относительно малом двулучепреломлении ($p = 1$, рис.4,*a, z, жс, к; в, е, и, м*) это отношение для тонкого диска близко к Z_{disk}^2 – величине, которой оно равно в приближении слабого двулучепреломления (см. (54), (63) в [3]). При $p \gg 1$ (рис.4,*б, д, з, л*) отношение для диска всегда равно единице, поскольку γ_∞ не зависит от δ и, следовательно, от Z_{disk} .

Для стержня отношение степеней деполяризации отклоняется от Z_s^2 . Это различие, как было отмечено в разд.3, вызвано, главным образом, поведением коэффициента D_1 (или D_{01}).

Отклонения степени деполяризации от результатов упругоизотропного расчёта более выражены при слабом двулучепреломлении, чем при сильном. При слабом двулучепреломлении и условии (9) они могут достигать, в зависимости от величин материальных параметров, двух раз и более. При этом вариация отношений оптимальных степеней деполяризации в зависимости от ориентации кристалла может достигать десятков процентов (вдвое больше, чем на рис.3,*a*), поэтому учёт анизотропии упругих свойств важен для правильного расчёта. При сильном двулучепреломлении оба отклонения составляют 5%–10%, а их зависимость от ориентации более сложная.

В целом в рассмотренном случае влияние на степень деполяризации анизотропии упругих свойств среды слабее, чем анизотропии фотоупругих, поэтому оптимальные ориентации осей в упругоанизотропном случае в целом те же, что и в упругоизотропном. На рис.4 и рис.2,*z* оптимальной при любой мощности тепловыделения является ориентация $[001]$, однако с уменьшением радиуса пробного пучка при сильном двулучепреломлении предпочтительнее станет ориентация $[011]$. Недостатком такого режима является неэффективное использование излучения накачки и объёма кристалла. В [10] было показано, что при более практически выгодном синхронном уменьшении радиусов пучка излучения накачки и пробного пучка ориентация $[011]$ будет наилучшей при ещё менее эффективном использовании объёма кристалла. Этот режим нельзя исследовать аналитически в средах с анизотропной упругостью, поскольку выражения для поля напряжений нам неизвестны.

Теоретически возможна ситуация, когда упругая анизотропия сравнима с фотоупругой или сильнее неё и степень деполяризации в упругоанизотропной среде качественно отличается от упругоизотропной. В этом случае оптимальные ориентации могут также измениться. Этот достаточно специфический случай будет рассмотрен в третьей части работы.

4.2. Случай $0 < \xi_\pi < 1$

При $|\xi_\pi| < 1$ оптимальная степень деполяризации в упругоизотропном приближении для всех ориентаций вида $[M0N]$ в приближении слабого двулучепреломления одинакова, а при $\xi_\pi > 0$ ещё и минимальна среди всех ориентаций. В упругоанизотропных средах это постоянство не соблюдается, что иллюстрирует рис.5,*a, б*. В тонком диске отклонение от результатов упругоизотропного

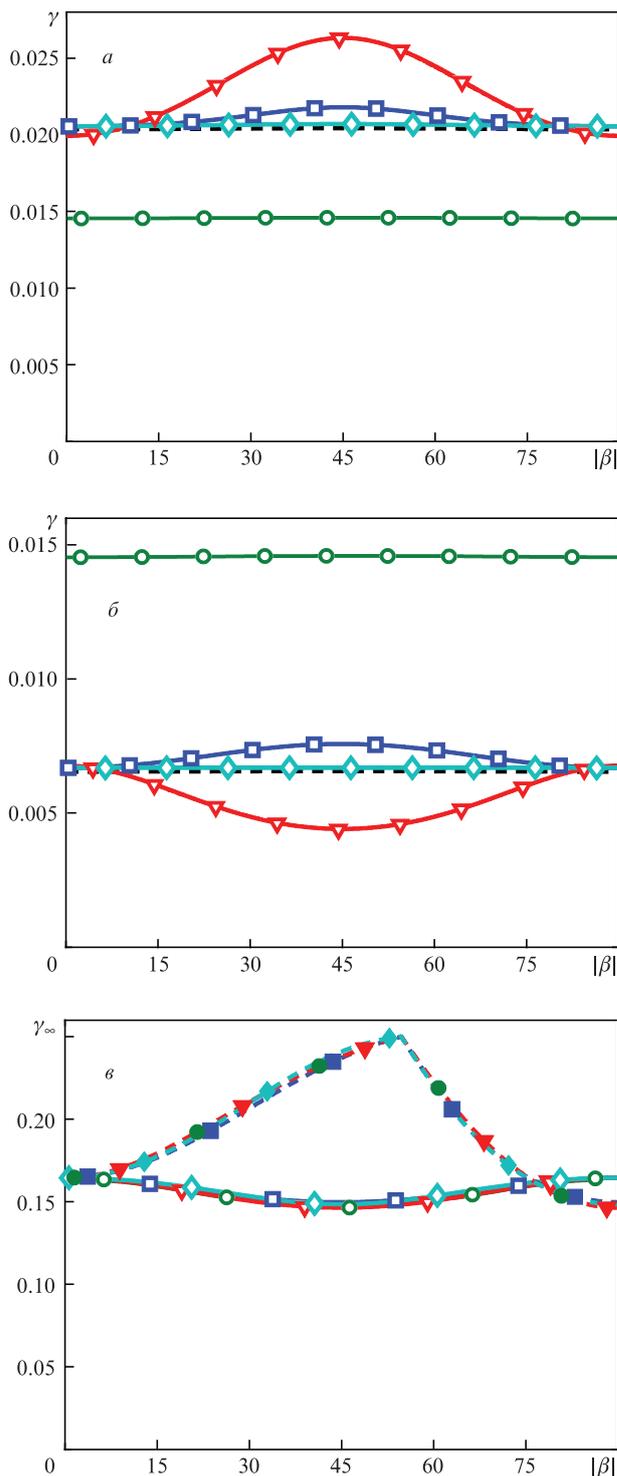


Рис.5. Рассчитанные аналитически оптимальные интегральные степени деполяризации в LiF (*a, в*) и в среде 3 (*б*) для ориентаций $[M0N]$ ($\alpha = 0$, сплошные кривые) и $[MMN]$ ($\alpha = \pi/4$, штриховые кривые) при $p = 5$ (*a, б*) и $p \gg 1$ (*в*) в диске (красные треугольники), в длинном стержне (напряжения рассчитаны полным (синие квадраты) и упрощённым (голубые ромбы) решениями Сиротина), в упругоизотропном приближении (зелёные кружки, а при $p = 5$ также отмасштабированный график, штриховая линия). Радиус пробного пучка $0.7R$.

расчёта обусловлено только величиной Z_{disk} . Как следует из рис.3,*a*, при $\xi_s < 1$ оптимальной является ориентация $[001]$, а при $\xi_s > 1$ – $[011]$. В упрощённом решении для стержня степень деполяризации в кристаллах с ориента-

циями $[MOM]$ практически постоянна. Это свидетельствует о том, что ее поведение в точном решении также в основном обусловлено величиной внутрисредственных напряжений. В большинстве случаев при слабом двулучепреломлении оптимальной ориентацией в стержне будет $[001]$, поскольку величина $1/Z_s$ для этой ориентации меньше, чем для $[011]$.

При сильном двулучепреломлении ориентация $[011]$ оптимальна даже при больших радиусах пробного пучка (рис.5,б). Поскольку, как отмечалось выше, в стержне для этой ориентации отличие напряжения σ_{zz} от упругоизотропного невелико, упругая анизотропия проявляется слабо.

Таким образом, при $\xi_\pi > 1$, а также при $0 < \xi_\pi < 1$ и сильном двулучепреломлении оптимальные ориентации в упругоанизотропном кристалле, как правило, совпадают с найденными ранее в упругоизотропном приближении. При $0 < \xi_\pi < 1$ и слабом двулучепреломлении они целиком определяются упругими свойствами среды.

5. Критическая ориентация в $m\bar{3}m$ -монокристаллах с отрицательным параметром фотоупругой анизотропии

На рис.6 приведены зависимости оптимальной степени деполяризации от угла Эйлера β при относительно слабом двулучепреломлении в CaF_2 , SrF_2 и KCl с ориентациями $[MMN]$. Для длинного стержня для сравнения также приведены зависимости, полученные с использованием решения Парфёнова задачи упругости [23]. Расчёты показывают, что для тонкого диска форма зависимости отличается от приближения изотропной упругости, тогда как при использовании для расчёта поля напряжений решения Сиротина для длинного стержня различия невелики и наиболее выражены в окрестности ориентации $[110]$ (как показывают наши расчёты, это различие наиболее существенно при $|\xi_\pi| > 1.5-2.0$ и малом диаметре пробного пучка).

Из рис.6 видно, что простейшая ориентация $[111]$ является точкой локального максимума оптимальной степени деполяризации γ , даже когда для этой ориентации она меньше, чем для $[001]$. Степень деполяризации уменьшается до нуля для критической ориентации, причём в тонком диске и при использовании для расчёта полей напряжений упрощённого решения Сиротина для длинного стержня она совпадает с критической ориентацией в упругоизотропном приближении $[[C]]$, определяющейся углами Эйлера

$$\alpha = \pi/4 + \pi k/2, \tag{13}$$

$$\tan^2 \beta = -\xi^{-1},$$

где $\xi = \xi_\pi$ (см. п.5.2.1 в [3]), а при использовании полного решения Сиротина для длинного стержня критическая ориентация $[[C_s]]$ может отклоняться от $[[C]]$ на величину от долей до единиц градуса. Причина несовпадения – неравенство нулю напряжений σ_{xz} и σ_{yz} . Решение Парфёнова задачи упругости в кубическом кристалле является обобщённой плоской деформацией (см. п.4.3.2 в [3]), поэтому критическая ориентация в нём определяется выражением (13) с $\xi = \xi_p$ (см. (59а) в [3]) [21] и, как видно из рис.6 и как

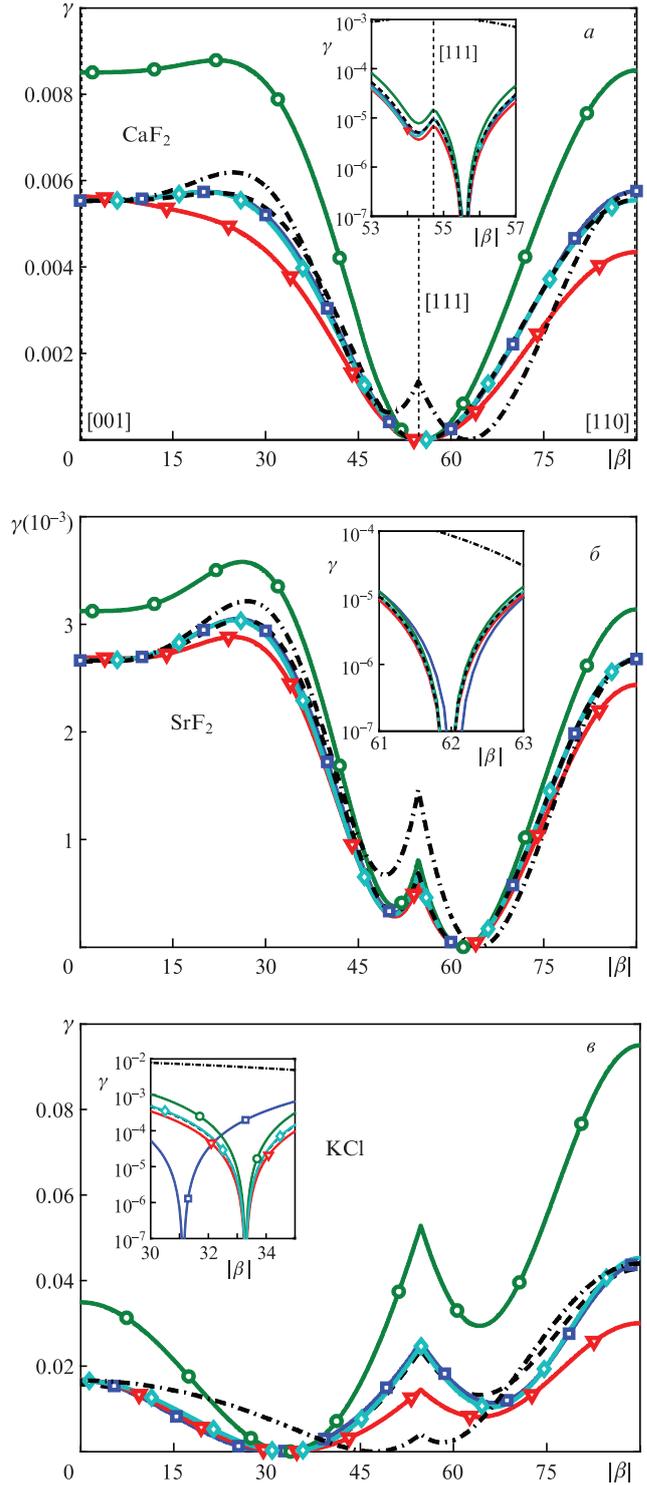


Рис.6. Рассчитанные аналитически оптимальные интегральные степени деполяризации как функции угла Эйлера β в CaF_2 (а), SrF_2 (б) и KCl (в) с ориентациями $[MMN]$ ($\alpha = \pi/4$) при $p = 3$. Радиус пробного пучка $0.8R$. Расчёты выполнены в приближении изотропной упругости (зелёные кружки, а также отмасштабированные зависимости – чёрные штриховые кривые), для кристаллов в виде тонкого диска (красные треугольники), для кристаллов в виде длинного стержня (поле напряжений рассчитано полным (синие квадраты) и упрощённым (голубые ромбы) решениями Сиротина), а также для кристаллов в виде длинного стержня с использованием решения Парфёнова задачи упругости – чёрные штрихпунктирные кривые. Простейшие ориентации обозначены вертикальными пунктирными линиями (а).

теоретически показано в п.5.2.1 из [3], определяется с большой ошибкой.

Рассмотрим подробнее поведение степени деполяризации в кристаллах с ориентацией осей, близкой к критической. На рис.7 представлены рассчитанные численно углы $\delta_{[[C]]}$ отклонения направления $[[C_s]]$ в длинном стержне от оценочного значения $[[C]]$, а также относительные величины остаточной деполяризации

$$\gamma_N = \frac{\gamma([[C]])}{\min[\gamma([100]), \gamma([101]), \gamma([111])]}, \quad (14)$$

т.е. нормированной на минимальную для трёх простейших ориентаций ([100], [101] и [111]) оптимальной интегральной степени деполяризации для ориентации, соответствующей этой оценке, в CaF_2 , KCl и SrF_2 , а также в зависимости от ξ_π в модельных средах с параметрами $\nu_{[100]}$ и ξ_s , равными этим параметрам для CaF_2 и для KCl . Из рис.7 видно, что при $-1 < \xi_\pi < 0$ различия в положениях двух ориентаций не превышают 1° и обращаются в ноль при $\xi_\pi = -0.5$. Эти различия, как правило, несущественны с практической точки зрения, поскольку соответствуют боковому сносу пучка на 1–2 мм на длине кристалла 10 см и при экспериментальной реализации могут быть скомпенсированы юстировкой оптической системы. Точное соблюдение критической ориентации на этапе изготовления образца может оказаться существенным в лазерах с мульткиловаттным уровнем средней мощности и дифракционным качеством пучка, а также в случаях, когда юстировка системы затруднена.

При $\xi_\pi < -2$ угол $\delta_{[[C]]}$ при сильной упругой анизотропии увеличивается до нескольких градусов. С дальнейшим уменьшением ξ_π критическая ориентация стремится к [001] и угол стремится к нулю, однако γ_N при этом растёт до ~ 0.1 , что делает проигрыш в степени деполяризации от непопадания в критическую ориентацию более существенным.

Из рис.6 и 7 видно, что для кристаллов с ориентацией, близкой к критической, относительные изменения рас-

чётной степени деполяризации в стержне вследствие её малости по абсолютному значению оказываются очень чувствительными к использованию различных приближений. Однако в случае применения для определения критической ориентации $[[C_s]]$ в длинном стержне аналитической оценки $[[C]]$ остаточная степень деполяризации всё равно остаётся на два-три порядка меньше, чем для наилучшей из простейших ориентаций, при $|\xi_\pi|$ много меньше или порядка единицы и на порядок меньше при $|\xi_\pi| \gg 1$. Тем не менее необходимо иметь в виду, что из-за резкой зависимости степени деполяризации от ориентации отличие реального эксперимента от идеализированной расчётной модели может привести к сильным отклонениям экспериментальных результатов от предсказаний теории. Причинами могут стать, в частности, несоблюдение геометрии длинного стержня, делающее заметным влияние его торцов, а также наличие дефектов кристаллической структуры образца, вызывающих постоянные встроенные упругие напряжения и, как следствие, так называемые холодные искажения пучка. В частности в эксперименте с CaF_2 [11] удалось достичь в 20 раз меньшей степени деполяризации, чем для ориентации [001], однако расчётная степень деполяризации для ориентации [111] – локальном максимуме на вставке рис.6,а – должна была быть ещё примерно в 25 раз меньше. В работе [11] было отмечено, что такой результат мог быть, в частности, получен при отклонении ориентации кристалла на 2° от оптимальной, что также следует из вставки на рис.6,а.

6. Заключение

В настоящей работе изучена термонаведённая деполяризация лазерного пучка в цилиндрических активных элементах в виде длинного стержня и тонкого диска из монокристаллов кубической сингонии групп симметрии 432, $\bar{4}3m$ и $m\bar{3}m$ с анизотропным тензором упругой жёсткости при однородной по объёму накачке и боковом теплоотводе. Проанализирована зависимость степени термонаведённой деполяризации от ориентации кристаллографических осей кристаллов при различных значениях параметра фотоупругой анизотропии ξ_π . При слабом двулучепреломлении отличие степени деполяризации от упругоизотропного приближения может достигать, в зависимости от способа определения изотропных модулей упругости и от степени анизотропии упругих свойств, от десятков процентов до двух раз. Формы зависимостей степени деполяризации от ориентации осей также различаются, причём по-разному в длинном стержне и в тонком диске. Расхождение в диске в целом более выражено.

Существуют три области значений параметра фотоупругой анизотропии, в которых упругая анизотропия по-разному влияет на выбор оптимальной ориентации. При $\xi_\pi > 1$ оптимальные ориентации в упругоанизотропном и упругоизотропном расчётах, как правило, совпадают. При $0 < \xi_\pi < 1$ и слабом двулучепреломлении оптимальная ориентация определяется только упругими свойствами среды и не зависит от фотоупругих свойств, а при сильном двулучепреломлении в целом совпадает с упругоизотропной.

Для кристаллов с $\xi_\pi < 0$ существует критическая ориентация, при которой термонаведённая деполяризация в теории обращается в ноль. Положение этой ориентации в диске идентично полученному в упругоизотропном расчёте, а в длинном стержне отличается на угол порядка

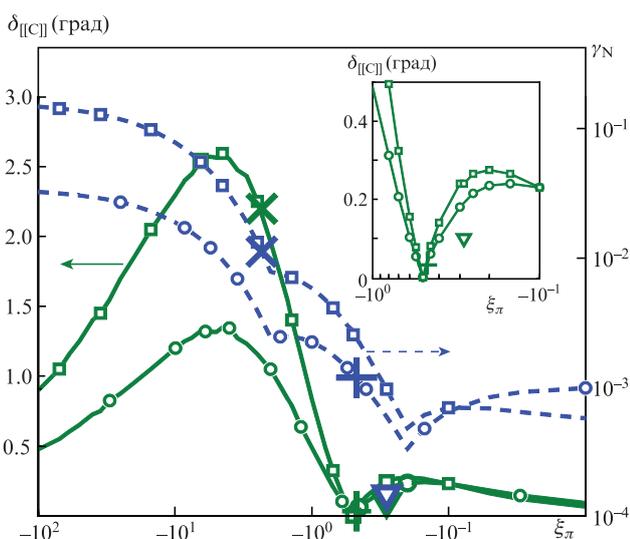


Рис.7. Углы $\delta_{[[C]]}$ отклонения направления $[[C_s]]$ от оценочного значения $[[C]]$ (сплошные кривые) и нормированные оптимальные интегральные степени деполяризации γ_N для ориентации $[[C]]$ (штриховые кривые) при $p = 3$ и $r_0 = 0.8R$ в CaF_2 (+), SrF_2 (∇) и KCl (\times), а также как функции ξ_π в средах с параметрами $\nu_{[100]}$ и ξ_s , равными этим параметрам для CaF_2 (кружки) и для KCl (квадраты).

градуса, что значительно меньше, чем следует из предыдущих оценок. Использование упрощённого решения задачи упругости не позволяет учесть это смещение.

Автор считает своим приятным долгом выразить благодарность Е.А.Хазанову за предложенную тему и руководство работой.

Работа поддержана Министерством науки и высшего образования РФ (проект 0030-2021-0015) и РФФИ (грант № 19-29-11019).

1. Koechner W. *Solid-State Laser Engineering* (Berlin: Springer-Verlag, 1999).
2. Мезенов А.В., Сомс Л.Н., Степанов А.И. *Термооптика твердотельных лазеров* (Л.: Машиностроение, 1986).
3. Вяткин А.Г., Хазанов Е.А. *Квантовая электроника*, **50**, 114 (2020) [*Quantum Electron.*, **50**, 114 (2020)].
4. Сиротин Ю.И. *Кристаллография*, **1**, 708 (1956).
5. Vyatkin A.G., Khazanov E.A. *J. Opt. Soc. Am. B*, **28**, 805 (2011).
6. Мухин И.Б., Палашов О.В., Хазанов Е.А., Иванов И.А. *Письма в ЖЭТФ*, **81**, 120 (2005) [*JETP Lett.*, **81**, 90 (2005)].
7. Turley J., Sines G. *J. Phys. D: Appl. Phys.*, **4**, 264 (1971).
8. Най Д. *Физические свойства кристаллов и их описание при помощи тензоров и матриц* (М.: Иностранная литература, 1960).
9. Khazanov E.A. *Opt. Lett.*, **27**, 716 (2002).
10. Mukhin I.B., Palashov O.V., Khazanov E.A. *Opt. Express*, **17**, 5496 (2009).
11. Snetkov I.L., Vyatkin A.G., Palashov O.V., Khazanov E.A. *Opt. Express*, **20**, 13357 (2012).
12. Snetkov I.L., Yakovlev A.I., Palashov O.V. *Laser Phys. Lett.*, **12**, 095001 (2015).
13. Ho P.S., Ruoff A.L. *Phys. Rev.*, **161**, 864 (1967).
14. Crystran Ltd. Optical Materials; <http://www.crystran.co.uk/optical-materials>.
15. Feldman A., Horowitz D., Waxler R.M. *Appl. Opt.*, **16**, 2925 (1977).
16. Nelson D.F., Vedam K., Cook Jr W.R. *High Frequency Properties of Dielectric Crystals – Piezoelectric and Electrooptic Constants* (Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 1996).
17. Every A.G., McCurdy A.K. *Low Frequency Properties of Dielectric Crystals – Second and Higher Order Elastic Constants* (Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 1992).
18. Vyatkin A.G., Snetkov I.L., Palashov O.V., Khazanov E.A. *Opt. Express*, **21**, 22338 (2013).
19. Khazanov E., Andreev N., Palashov O., Poteomkin A., Sergeev A., Mehl O., Reitze D. *Appl. Opt.*, **41**, 483 (2002).
20. Блистанов А.А., Бондаренко В.С., Переломова Н.В., Стрижевская Ф.Н., Чкалова В.В., Шаскольская М.П. *Акустические кристаллы*. Под ред. М.П. Шаскольской (М.: Наука, 1982).
21. Joiner R.E., Marburger J., Steier W.H., in *Laser Induced Damage in Optical Materials* (Dept. of Commerce, National Bureau of Standards, 1977, p. 89–95).
22. Joiner R.E., Marburger J., Steier W.H. *Appl. Phys. Lett.*, **30**, 485 (1977).
23. Parfenov V., Shashkin V., Stepanov A. *Appl. Opt.*, **32**, 5243 (1993).

ПОПРАВКА

А.Г.Вяткин, Е.А.Хазанов. Влияние анизотропии упругости на термонаведённые искажения лазерного пучка в монокристаллах кубической сингонии с радиальным теплопроводом. Ч.1 («Квантовая электроника», 2020, т. 50, № 2, с. 114–135).

В статье был допущен ряд опечаток.

1. В табл.1 приведено неверное значение параметра ξ_n для КС1. Правильное значение указано в табл.1 настоящей статьи и использовано в расчётах.

2. На с. 117 вторая строка формулы (11) должна иметь вид $\beta_\mu = (\partial n / \partial T)_\mu$.

3. На с. 120 после формулы (31) вместо ссылки на Приложение 3 должна стоять ссылка на Приложение 2.

4. На с. 121 в подписи к рис.3 вместо $\bar{d}_{s202p2} / (2a_{rod}^{iso})$ следует читать $\bar{d}_{s202p2} / (4a_{rod}^{iso})$.

5. На с. 126 вторая строка формулы (76) должна иметь вид $\tan^2 \beta = -\xi^{-1}$.

6. На с. 129 перед формулой (100) вместо ссылки на выражение (88) должна стоять ссылка на формулу (97).

7. На с. 130 в первой строке формулы (106) знаменатель должен быть равен 3, а не 2: $Q_{[111]m3m}^{eff} = (1 + 2\xi)Q/3$.

8. На с. 132 формула (П1.1) должна иметь вид $u_{ij} = s_{ijkl}\sigma_{kl}$.

9. На с. 134 в последней строчке Приложения 3 вместо b_i и c_i следует читать b_j и c_j .