

## ЛАЗЕРНЫЕ РЕЗОНАТОРЫ

# Метод расчета положения оптической оси в лазерных резонаторах

Е.А.Полукеев, Ю.Ю.Брославец, А.А.Фомичев

*Представлен метод расчета положения оптического контура в лазерных резонаторах с использованием приближения геометрической оптики. Выполнены расчеты отклонения положения оптической оси в четырехзеркальных непланарных кольцевых резонаторах при различных возмущениях резонатора. Рассмотрены различные типы лазерных резонаторов и проведена их классификация в соответствии с симметрией. Определены отклонения оптической оси в непланарном кольцевом резонаторе, обеспечивающем работу в режиме керровской синхронизации мод. Приведена формула, связывающая угол излома в четырехзеркальных резонаторах с углами падения излучения на зеркала.*

**Ключевые слова:** оптический контур, непланарный резонатор, кольцевой резонатор, лазерный гироскоп, зеемановский лазер с керровской синхронизацией мод.

### 1. Введение

Положение оптической оси в лазерных резонаторах определяет как направление выходящего излучения, так и стабильность мощности и поперечной структуры генерируемого излучения, а также ряд других важных характеристик лазера. Нахождение оптического контура, а в общем случае замкнутой траектории – актуальная математическая задача [1–3], однако ее решение является достаточно сложным в трехмерном пространстве. Для кольцевых лазеров, используемых в гироскопах, знание смещения положения оптической оси имеет большое значение для достижения высокой точности измерения угловых величин.

Кольцевые непланарные резонаторы применяются в лазерных гироскопах [4, 5] с магнитооптической подставкой. Для обеспечения высокой точности работы лазерного гироскопа важно знать не только начальное положение его оптического контура, но и смещение контура в процессе работы. Рассмотрим симметричные четырехзеркальные резонаторы. Введем систему координат  $xuz$  так, чтобы плоскость  $yz$  соответствовала плоскости симметрии резонатора, включающей его диагональ, соединяющую противоположные зеркала. Использование эффекта Зеемана или Фарадея для создания подставки в таком гироскопе требует круговой поляризации излучения, одним из способов формирования которой является непланарный резонатор [6, 7]. Для достижения высокой точности работы лазерного гироскопа важно рассчитать конструкцию резонатора и оценить положение оптического контура в нем, в том числе и тогда, когда одно или несколько зеркал находятся не в идеальном (расчетном) положении, например при изготовлении резонатора или в процессе

работы гироскопа. Для стабильной генерации лазеров, работающих в режиме синхронизации мод, особенно важно, чтобы смещения положения оптического контура резонатора, возникающие при изменении положения его оптических элементов, были малы.

Определение положения оптического контура в непланарных резонаторах представляет более сложную задачу по сравнению со случаем плоских резонаторов, поскольку оптический контур является объемным. Обычно для расчета резонаторов используют лучевые матрицы [8–11]. Например, расчет плоских нелинейных резонаторов выполнен в работе [10], а расчет непланарных резонаторов – в работе [12]. В [12] для каждого зеркала применяется своя отдельная система координат и поворот одной системы координат относительно другой описывается матрицей поворота. В [10] рассматриваются плоские резонаторы, в которых не происходит поворота пучка. Однако в реальном случае наличие наклонов зеркал приводит к тому, что большинство резонаторов – неплоские, и надо учитывать поворот плоскостей падения пучка на зеркала. Для непланарного резонатора, в котором происходит поворот пучка при отражении от каждого зеркала, такая ситуация может вызывать дополнительные сложности, связанные с учетом ранее полученных отклонений параметров пучка от расчетных значений как по координате, так и по направлению из-за влияния других зеркал до падения пучка. Отклонения после отражения от одного зеркала необходимо пересчитать с учетом поворота осей для дальнейшего расчета отклонений после отражения от следующего зеркала. Учет отклонений оказывается непростым, особенно если зеркало, на которое попадает такое излучение, также наклонено. При использовании лучевых матриц эти сложности не учитываются.

В примерах, приведенных в работах [10, 12], рассматривается наклон только одного зеркала, поэтому расчет отклонений пучков упрощается, а в матрицах зеркал нет перекрестных членов, которые учитывали бы влияние отклонения пучка по одной оси на отклонение по другой, что важно для резонатора. Эти члены имеют следующий порядок малости, и часто их влиянием можно пренебречь. Однако для резонаторов со сферическими зеркалами с малыми радиусами кривизны, как, например, в лазере с

Е.А.Полукеев, Ю.Ю.Брославец, А.А.Фомичев. Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет), Россия, Московская обл., 141701 Долгопрудный, Институтский пер., 9; АО «ЛАЗЕКС», Россия, Московская обл., 141701 Долгопрудный, Институтский пер., 9; e-mail: epolukeev2105@yandex.ru

Поступила в редакцию 13 февраля 2021 г., после доработки – 16 мая 2021 г.

керровой синхронизацией мод, влияние перекрестных членов существенно. В настоящей работе введена единая система координат для всего резонатора. Это позволяет решить вопросы, связанные с отклонением зеркал и пучка по разным осям, однако аналитически решать такую задачу сложно и приходится использовать численные методы нахождения контура, что требует большого объема вычислений и ранее было затруднительно.

## 2. Различные типы четырехзеркальных непланарных резонаторов

Рассмотрим три типа резонаторов, каждый из них образован четырьмя зеркалами, между которыми находится свободное пространство. Для расчета резонатора необходимо определить параметры, задающие положение зеркал. Схема резонатора показана на рис.1. Там же приведена система координат, используемая в расчетах. Точки  $O, P, R$  и  $S$  – центры зеркал. Зеркала 1, 2 и 4 – плоские, а зеркало 3 – сферическое. Точка  $O$  совпадает с началом отсчета системы координат. Вектор, задающий ось  $x$ , выходит из точки  $O$ , которая является точкой зеркала и в идеальном случае принадлежит оптическому контуру. Этот вектор лежит в плоскости зеркала. Вектор, задающий ось  $y$ , выходит из той же точки и лежит на прямой  $OR$ , так что угол между векторами, задающими оси  $x$  и  $y$ , составляет  $90^\circ$ . Вектор, задающий ось  $z$ , направлен вверх, так что векторы, задающие оси  $x, y$  и  $z$ , образуют правую тройку векторов, углы между двумя любыми векторами равны  $90^\circ$ . Поскольку зеркало в непланарном резонаторе находится под углом, то в плоскости зеркала лежит только вектор, задающий ось  $x$ . Точки – центры зеркал можно записать как  $X(x, y, z)$ . Плоские зеркала описываются уравнением плоскости  $A_i x + B_i y + C_i z + D_i = 0$ , где  $i = 1, 2, 4$ , сферическое зеркало – уравнением сферы  $(x - x_c)^2 + (y - y_c)^2 + (z - z_c)^2 = R^2$ , где  $X_c(x_c, y_c, z_c)$  – центр сферы, а  $R$  – ее радиус.

Обозначим половины длин диагоналей, т.е. отрезков  $PS$  и  $OR$ , как  $W$  и  $L$ , а расстояние между диагоналями – как  $H$ . Сначала рассмотрим резонатор, имеющий симметрию относительно и плоскости, проходящей через линию  $OR$  ортогонально  $PS$ , и плоскости, проходящей через линию  $PS$  ортогонально  $OR$ , причем  $W = L$ . Точки – центры зеркал можно записать как  $O(0, 0, 0), P(-W, W, H), R(0, 2W, 0), S(W, W, H)$ . На проекции на плоскость  $xy$  (вид сверху) оптический контур имеет вид квадрата. Условно назовем такой резонатор резонатором первого типа (рис.2,а). Для него координаты центра сферы

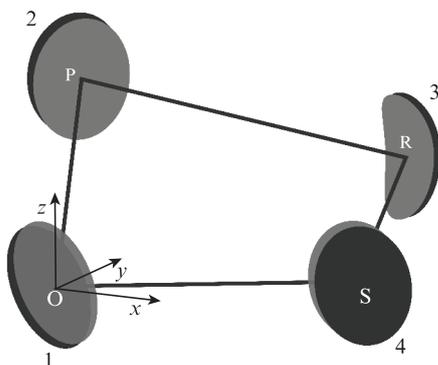


Рис.1. Схема непланарного четырехзеркального резонатора.

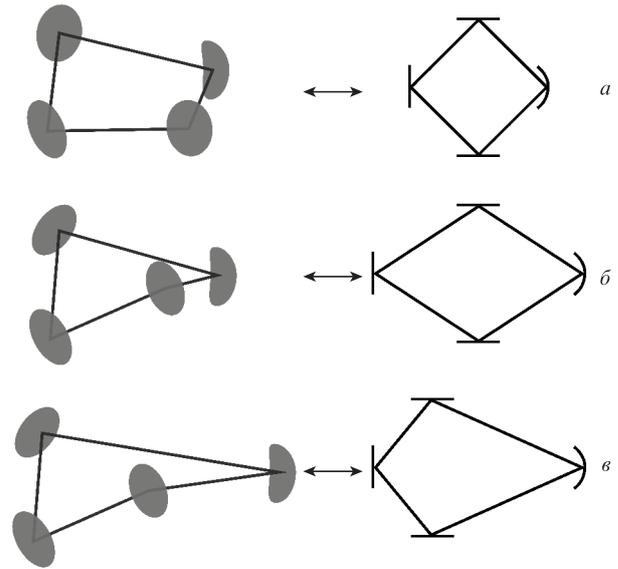


Рис.2. Оптические схемы и вид сверху различных типов резонаторов, изображенных в триметрической проекции. Схемы резонаторов получены на основе их численных расчетов.

$$x_c = 0, \quad y_c = W t_s, \quad z_c = H t_s, \tag{1}$$

где  $t_s = R / \sqrt{W^2 + H^2}$ .

В резонаторе следующего типа также присутствует симметрия и относительно плоскости, проходящей через прямую  $OR$ , и относительно плоскости, проходящей через прямую  $PS$ . Однако размеры резонатора по разным осям будут различны, точки запишем как  $O(0, 0, 0), P(-W, L, H), R(0, 2L, 0), S(W, L, H)$ , где  $W \neq L$ . Вид сверху оптического контура будет иметь форму ромба. Такой резонатор назовем резонатором второго типа (рис.2,б). Параметры зеркал определяются так же, как и в случае резонатора первого типа. В результате расчета получим  $A_1 = 0, B_1 = L, C_1 = H, B_2 = B_4 = 0, A_2 = W, A_4 = -W, C_2 = C_4 = -H$ , а  $D_1 = 0, D_2 = D_4 = W^2 + H^2$ . Для сферического зеркала

$$x_c = 0, \quad y_c = 2L - \sqrt{\frac{R^2}{1 + H^2/L^2}}, \tag{2}$$

$$z_c = \sqrt{R^2 - (2L - y_c)^2}.$$

В резонаторе последнего из рассматриваемых типов есть симметрия только относительно плоскости, проходящей через прямую  $OR$  ортогонально  $PS$  (рис.2,в). Точки запишутся как  $O(0, 0, 0), P(-W, L_1, H), R(0, L_2, 0), S(W, L_1, H)$ , где  $L_2$  – длина диагонали резонатора, а координата  $L_1$  определяет положение второй диагонали в нем. Однако в данном случае зеркала 2 и 4 не параллельны плоскости, проходящей через ось  $OR$ , поэтому их параметры не удастся определить так же, как в предыдущих случаях. Необходимо учитывать изменение направления пучка при отражении от зеркала. Для зеркала 1 метод расчета тот же. В результате получим  $A_1 = 0, B_1 = L_1, C_1 = H, D_1 = 0$ .

Для зеркал 2 и 4

$$A_2 = \frac{W}{2q_1} + \frac{W}{2q_2}, \quad B_2 = -\frac{L_1}{2q_1} + \frac{L_2 - L_1}{2q_2}, \quad C_2 = -\frac{H}{2q_1} - \frac{H}{2q_2},$$

$$D_2 = WA_2 - L_1B_2 - HC_2, \quad A_4 = -A_2, \quad B_4 = B_2,$$

$$C_4 = C_2, \quad D_4 = -WA_4 - L_1B_4 - HC_4,$$

где

$$q_1 = \sqrt{W^2 + L_1^2 + H^2};$$

$$q_2 = \sqrt{W^2 + (L_2 - L_1)^2 + H^2}.$$

Для сферического зеркала получим

$$x_c = 0, \quad y_c = L_2 - \frac{(L_2 - L_1)R}{\sqrt{(L_2 - L_1)^2 + H^2}}. \quad (4)$$

Чувствительную площадь, т.е. площадь, охватываемую оптическим контуром [13], для таких резонаторов (вид сверху) можно определить как  $2W^2$ ,  $2WL$ ,  $WL_2$  для первого, второго и третьего типов соответственно.

Межмодовое расстояние для продольных мод можно вычислить по формуле [5]

$$v_c^+ - v_c^- = \frac{c \cdot \rho_\Sigma}{L_c \pi}, \quad (5)$$

где  $v_c^\pm$  – частоты мод резонатора;  $L_c$  – его периметр;  $\rho_\Sigma$  – суммарный угол поворота пучка за обход резонатора, который для первого, второго и третьего типов соответственно определяется выражениями

$$M(\mathbf{v}, \theta) = \begin{pmatrix} \cos \theta + (1 - \cos \theta)i^2 & (1 - \cos \theta)ij - (\sin \theta)k & (1 - \cos \theta)ik + (\sin \theta)j \\ (1 - \cos \theta)ji + (\sin \theta)k & \cos \theta + (1 - \cos \theta)j^2 & (1 - \cos \theta)jk - (\sin \theta)i \\ (1 - \cos \theta)ki + (\sin \theta)j & (1 - \cos \theta)kj + (\sin \theta)i & \cos \theta + (1 - \cos \theta)k^2 \end{pmatrix}. \quad (11)$$

$$\rho_\Sigma = 4 \arccos\left(\frac{W^2}{W^2 + H^2}\right), \quad (6)$$

$$\rho_\Sigma = 4 \arccos\left(\frac{WL}{\sqrt{W^2 + H^2} \sqrt{L^2 + H^2}}\right), \quad (7)$$

$$\rho_\Sigma = 2 \arccos\left(\frac{WL_1}{\sqrt{W^2 + H^2} \sqrt{L_1^2 + H^2}}\right) + 2 \arccos\left(\frac{WL_2}{\sqrt{W^2 + H^2} \sqrt{L_2^2 + H^2}}\right). \quad (8)$$

Приведем формулу для зависимости угла излома резонатора от углов падения излучения на зеркала. Она верна для резонаторов первого и второго типов. Углом излома называется угол между противоположными плоскостями, таким образом их два:

$$\cos \alpha =$$

$$\frac{-\cos^2 \gamma_2 + \sqrt{(\cos^2 \gamma_1 - \cos^2 \gamma_2)^2 + 4 \cos^2 \gamma_1 \cos^2 \gamma_2 \cos^2 \gamma}}{\cos^2 \gamma_1}, \quad (9)$$

где  $\alpha$  – угол излома;  $\gamma$  – угол между плоскостями падения пучка на соседние зеркала;  $\gamma_i$  – угол падения пучка для каждой пары противоположно расположенных зеркал

( $i = 1, 2$ ), для обоих зеркал он будет одинаковым. Для того чтобы получить другой угол излома, необходимо везде поменять индексы 2 на 1 и наоборот.

Например, в резонаторе первого типа с периметром 198 мм, где поворот пучка излучения за обход составляет  $90^\circ$  (в таком случае спектр будет эквидистантным) длина стороны определяется выражением

$$l = \sqrt{2W^2 + H^2}. \quad (10)$$

Используя формулы (6) и (10), получаем  $W = 34.3$  мм и  $H = 9.85$  мм.

### 3. Расчет параметров зеркал, находящихся в неидеальном положении

Далее рассчитаем резонатор, в котором зеркала не находятся в идеальном (расчетном) положении. Покажем, как можно учесть наклон и смещение зеркал от их расчетных положений.

Для описания плоских зеркал используется уравнение плоскости, поэтому можно описывать их, влияя на коэффициенты в уравнении. Положение зеркала определяется вектором нормали, для учета поворота зеркала необходимо матрицу поворота относительно оси, вокруг которой осуществлен поворот, умножить на вектор нормали.

Пусть ось вращения задана единичным вектором  $\mathbf{v}(i, j, k)$ , а угол поворота равен  $\theta$ . Тогда матрица поворота в декартовых координатах имеет вид

Рассмотрим, например, поворот зеркала 1 в резонаторе первого типа вокруг оси  $x$  на угол  $\theta$ . Координаты вектора нормали данного зеркала можно описать следующим образом:

$$\begin{pmatrix} A \\ B \\ C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & -\sin \theta \\ 0 & \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ W \\ H \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ W \cos \theta + H \sin \theta \\ -W \sin \theta + H \cos \theta \end{pmatrix}. \quad (12)$$

Для учета смещения зеркала перпендикулярно его плоскости необходимо изменять параметр  $D$ .

Для учета смещения сферического зеркала надо сдвигать центр сферы. Для описания смещения сферического зеркала в плоскости зеркала нужно изменять координаты  $x_c$  и  $z_c$ , при этом координата  $y_c$  остается неизменной.

Чтобы учесть смещение сферического зеркала параллельно самому себе, необходимо использовать формулы

$$x'_c = x_c, \quad z'_c = z_c \pm \frac{d|z_c|}{R}, \quad y'_c = y_c \pm \frac{d(p - y_c)}{R}, \quad (13)$$

где  $d$  – расстояние, на которое происходит смещение;  $p = 2W, 2L, L_2$  для резонаторов первого, второго и третьего типов соответственно. Выбор знака «+» или «-» зависит от того, в какую сторону происходит смещение.

Для описания поворота зеркала в различных плоскостях нужно использовать формулы, которые учитывают поворот сферического зеркала на угол  $\theta$  в плоскости падения:

$$\begin{aligned} z'_c &= z_c, \quad x'_c = x_c \pm R(1 - \cos\theta) \frac{p - y_c}{R}, \\ y'_c &= y_c \pm R \sin\theta \frac{p - y_c}{R}. \end{aligned} \quad (14)$$

В сагиттальной плоскости эти формулы имеют вид

$$x'_c = x_c, \quad y'_c = y_c + g \sin(\theta/2), \quad z'_c = z_c \pm g \cos(\theta/2), \quad (15)$$

где

$$g = \sqrt{2R^2 - 2R^2 \cos\theta}. \quad (16)$$

Так учитываются смещения и отклонения любых зеркала от их идеального положения.

#### 4. Нахождение оптического контура

Теперь, когда разработана модель резонатора, найдем в нем оптический контур. Прежде всего необходимо рассчитать прохождение луча в резонаторе на основе законов геометрической оптики [14], в дальнейшем такой расчет будет использоваться для определения контура. Резонатор представляет собой четыре отражающих элемента, между которыми находится свободное пространство. Тогда луч между зеркалами можно описать с помощью прямой, которой принадлежат точки зеркала  $X_i(x_i, y_i, z_i)$ , где  $i$  – номер зеркала, а направление распространения луча задается вектором  $a(a_x, a_y, a_z)$ . Так, зная точку на зеркале и направление распространения луча, можно найти точку на следующем зеркале, для этого надо определить точку пересечения прямой и плоскости (для плоского зеркала) или сферы. Положения плоских зеркал задаются плоскостями, описываемыми в трехмерном пространстве уравнениями  $A_i x + B_i y + C_i z + D_i = 0$  с вектором нормали  $n_i(A_i, B_i, C_i)$ , где  $i = 1, 2, 4$ , а положение сферического зеркала ( $i = 3$ ), определяется с помощью уравнения сферы  $(x - x_c)^2 + (y - y_c)^2 + (z - z_c)^2 = R^2$ . Координаты точки на зеркале  $i + 1$ , в которую попадет луч, вычисляются по формулам (для удобства будем считать точки  $X_i$  и  $X_c$  векторами с тремя компонентами)

$$X_{i+1} = X_i + sa, \quad s = \frac{A_{i+1}x_i + B_{i+1}y_i + C_{i+1}z_i + D_{i+1}}{A_{i+1}a_x + B_{i+1}a_y + C_{i+1}a_z} \quad (17)$$

для плоского зеркала и

$$\begin{aligned} X_{i+1} &= X_i + sa, \quad s = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ah}}{2a}, \quad a = |a|^2, \\ b &= 2X_i a - 2X_c a, \quad h = |X_i|^2 - 2X_i X_c + |X_c|^2 - R^2 \end{aligned} \quad (18)$$

для сферического зеркала.

Вектор луча после отражения можно найти по формуле

$$a_{i+1} = a_i - 2 \frac{(a_i n_{i+1}) n_{i+1}}{|n_{i+1}|^2}, \quad (19)$$

где для сферического зеркала

$$n_{i+1} = X_{i+1} - X_c.$$

Подобные формулы приведены в [15]. Далее приступим к определению положения оптического контура. На зеркале 1 луч будет иметь параметры  $a_1$  и  $X_1$ . Рассчитаем его проход по резонатору, используя формулы (17)–(19). В результате получим после отражения от зеркала 1 луч с параметрами  $a_5$  и  $X_5$ . По определению оптического контура [5] при  $a_1 = a_5$  и  $X_1 = X_5$  рассчитанный путь будет являться оптическим контуром. Аналитическое решение этой системы состоит из большого числа промежуточных выражений, причем они составлены итерационно, что делает решение уравнений достаточно сложным. Как видно, аналитическое решение – трудная задача, поэтому можно использовать численные методы. Будем задавать параметры начального луча и находить параметры после каждого обхода резонатора. Изменяя параметры (координаты и направление), будем искать такой луч, параметры которого после обхода как можно меньше отличались бы от начальных на том же зеркале. Поскольку отклонение вычисляется на зеркале, зная уравнение плоскости, описывающее зеркало, и две координаты, всегда можно найти третью; аналогично, нормируя вектор луча, можно определить его третью компоненту. Поэтому достаточно изменять четыре, а не шесть величин. Итак, совершаем обход, фиксируем параметры луча, затем изменяем параметры начального луча, находим разности  $a_1 - a_5$  и  $X_1 - X_5$ , сравниваем их с предыдущими и получаем такой начальный луч, для которого эти разности были бы как можно меньше. Так мы и найдем нужный луч.

#### 5. Расчеты и измерения

Для проверки работоспособности метода проведены расчеты оптического контура и выполнено сравнение их результатов с результатами, полученными экспериментально. Рассмотрим резонаторы первого типа, описанные ранее. Для таких резонаторов известны отклонения положений зеркал от их расчетных значений и расстояния между ними. С учетом этих данных проводятся расчеты оптического контура в резонаторе, после чего полученный контур сравнивается с контуром для резонатора, зеркала в котором находятся в идеальном положении.

Экспериментальное измерение положения оптического контура выполнялось на установке (рис.3), включающей в себя задающий кольцевой He–Ne-лазер (с длиной волны 632.8 нм) с непланарным резонатором и возможностью перестройки частоты за счет пьезодвигателей, исследуемый непланарный резонатор лазерного гироскопа, а также блок управления лазером и измерительные приборы с компьютером. Для получения поперечной структуры пучка в области диафрагмы использовалась ПЗС-камера со специальным объективом. При измерении формируемой в резонаторе моды резонатор настраивался в резонанс с излучением задающего лазера путем подстройки частоты к частоте определенной моды и ориентации резонатора относительно падающего пучка излучения.

В результате мода, формируемая в резонаторе, регистрировалась ПЗС-камерой (рис.3). Линейные размеры определялись путем сравнения с диаметром каналов, которые образуют резонатор лазерного гироскопа, полученным ранее из других измерений.

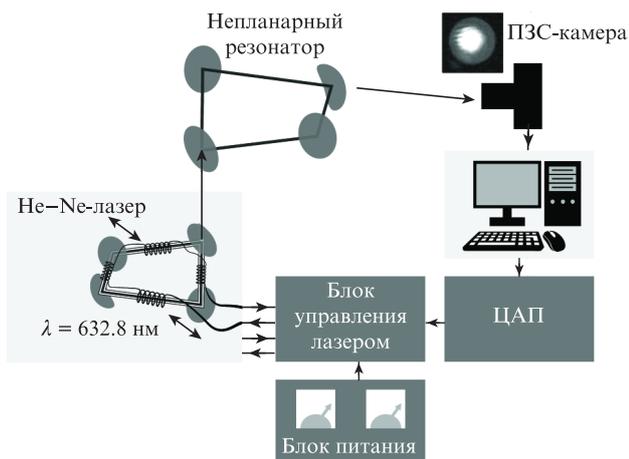


Рис.3. Экспериментальная установка.

Результаты расчетов смещения оптического контура на зеркале с помощью численного моделирования, а также измеренные экспериментально смещения, приведены в табл.1. В первых двух колонках указаны отклонения ориентации зеркал и длин каналов, образующих резонатор, в последней – расчетные и экспериментальные смещения оптического контура (абсолютные значения).

Табл.1.

Номер резонатора	Угловые отклонения зеркал	Линейные отклонения длин каналов	Рассчитанное (измеренное) смещение оптического контура (мкм)
	$\delta\varphi_1, \delta\varphi_2, \delta\varphi_3, \delta\varphi_4$	$\Delta l_1, \Delta l_2, \Delta l_3, \Delta l_4$ (мкм)	
1	-1'58", 1", -2', 44"	1.5, 2.3, 17.1, 38.5	83 (102)
2	65", -1'15", 34", -56"	18, 5.4, -14, -28	96 (93)
3	-18", 42", -29", 50"	25, 3, 44.1, 12.5	80 (78)
4	1'18", 22", 57", 14"	7.5, -5.3, 22.3, 8.5	110 (115)

Результаты проведенных экспериментальных измерений и расчетов показали (табл.1), что представленный в работе метод позволяет с хорошей точностью определять положение оптического контура в резонаторе и его можно использовать как при изготовлении лазерных гироскопов, так и для оценки ошибок лазерного гироскопа и изменений в его работе, связанных со смещением контура.

### 6. Примеры использования метода

Метод применялся для оценки положения оптического контура при синфазном (в одном направлении) смещении зеркал 2 и 4 (рис.4). Расчеты показали, что оптический контур при этом также смещается параллельно без других искажений.

В резонаторе первого типа синфазное смещение зеркал, расположенных по диагонали (2 и 4), приводит к параллельному смещению всего контура без его деформации и изменения размеров, если все зеркала плоские. Если в резонаторе есть сферическое зеркало в ортогональной диагонали, то изменения длин плеч очень малы. Противоположное же смещение этих зеркал вызовет смещение контура вверх или вниз и, следовательно, увеличение или уменьшение его размеров.

С использованием предложенного метода выполнен расчет и проведена оценка смещения оптического контура,

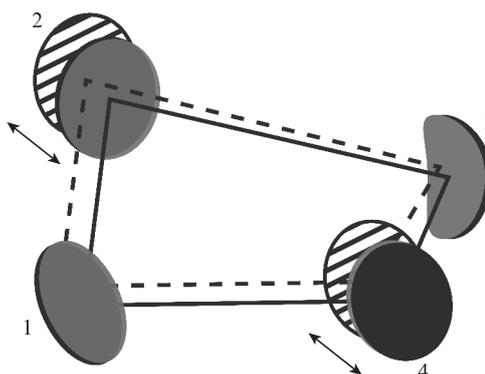


Рис.4. Смещение оптического контура при синфазном перемещении зеркал.

ра, обусловленного отклонениями зеркал, для резонаторов первого (рис.2,а) и третьего (рис.2,в) типов. Результаты расчетов резонаторов показаны на рис.5, где приведены зависимости коэффициента  $K = \Delta L/\beta$ , характеризующего смещение оптического контура, вызванное отклонениями зеркал, от угла поворота поперечного сечения пучка за обход резонатора для резонаторов первого и третьего типов. Все расчеты выполнялись для резонаторов, в которых радиус кривизны сферического зеркала был равен 3 м. Величина  $\Delta L$  – максимальное смещение оптического контура в резонаторе. Выбор осуществляется из четырех смещений на зеркалах, но т. к. луч распространяется прямолинейно, то максимальное смещение будет именно на зеркалах, а не между ними. Таким образом мы оцениваем максимальное смещение во всем резонаторе. Угол  $\beta$  – угол отклонения плоского зеркала, к которому прикреплен пьезодвигатель. При расчете у всех резонаторов чувствительная площадь и масштабный коэффициент были одинаковыми, что является важным при сравнении лазерных гироскопов. Масштабный коэффициент составил 3 град·ч<sup>-1</sup>·Гц<sup>-1</sup>.

Из рис.5 видно, что в резонаторах первого типа (кривая 1) одинаковые отклонения зеркал приводят к меньшему смещению оптического контура, чем в резонаторах третьего типа (кривая 2). Необходимо отметить, что общий вид зависимостей согласуется с результатами работ [12].

Для получения керровской синхронизации мод в фемтосекундных лазерах на основе широкополосных активных сред YAG:Cr<sup>4+</sup>, Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>:Ti<sup>3+</sup> требуются сильная фоку-

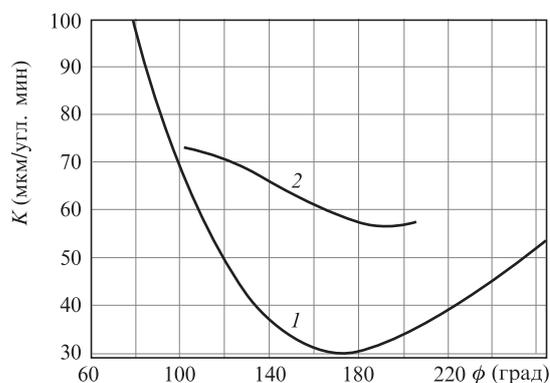


Рис.5. Зависимости коэффициента  $K$ , характеризующего смещение оптического контура, вызванное отклонениями зеркал, от угла поворота  $\phi$  поперечного сечения пучка за обход резонатора для резонаторов первого (1) и третьего (2) типов.

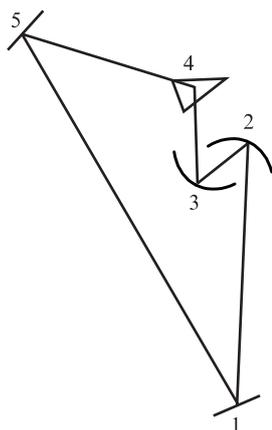


Рис.6. Схема кольцевого резонатора, обеспечивающего сильную фокусировку излучения в активной среде для получения керровской синхронизации мод.

сировка излучения в них и очень стабильное по отношению к внешним возмущениям положение пучка в области диафрагмы. Поэтому в настоящей работе были проведены расчеты смещения пучка при различных отклонениях элементов резонатора.

Рассматривался фактически плоский кольцевой резонатор с небольшими отклонениями от планарности, состоящий из двух плоских зеркал (1 и 5), двух сферических зеркал (2 и 3) и одной призмы (4) (рис.6). Расстояние между зеркалами 1 и 2 составляет 420 мм, а между зеркалами 2 и 3 – 96 мм. Углы падения на зеркала 2 и 3 равны  $22.5^\circ$ , а на зеркала 1 и 5 –  $15^\circ$ .

В резонаторе одновременно наклонялись плоское (1) и сферическое (2) зеркала. В результате находился опти-

ческий контур и определялось его положение на плоском зеркале 5. При этом плоское зеркало было наклонено все время на фиксированный угол, который не менялся. Результаты расчета показаны на рис.7, где каждая точка соответствует положению оптического контура на плоском зеркале 5 при одновременном наклоне плоского зеркала в плоскости резонатора и сферического зеркала перпендикулярно плоскости резонатора.

Из рис.7 видно, что смещения оптического контура имеют сложный нелинейный характер, который трудно отразить в двумерном пространстве. В процессе расчетов было обнаружено, что наклон плоского зеркала противоположного плеча влияет на смещение оптического контура в значительно меньшей степени, чем наклон сферического. На рис.7 представлены результаты расчетов оптического контура при наклонах зеркал в случае, когда сферическое зеркало наклонялось, а плоское – нет. Результаты экспериментальных исследований смещения положения оптического контура на кольцевом  $\text{YAG:Cr}^{4+}$ -лазере с керровской синхронизацией мод показали хорошее согласие с результатами расчетов. Таким образом, для получения стабильной керровской синхронизации мод в лазере с таким резонатором требуется высокая стабильность и более точная начальная установка положения сферических зеркал.

## 7. Заключение

В настоящей работе описан метод расчета оптического контура, который позволяет определить его положение с высокой точностью при наклоне нескольких зеркал одновременно. Это важно, например, для расчета оптического контура в резонаторах с сильной фокусировкой излучения, в том числе в лазерах с керровской синхронизацией мод, в которых сферические зеркала имеют малые радиусы кривизны. В методах, основанных на лучевых матрицах, это потребовало бы учета перекрестных членов, что усложняет вычисления. В целом использование в предложенном нами методе приближения геометрической оптики делает наглядным и понятным весь процесс расчета. В работе рассматривались симметричные четырехзеркальные непланарные кольцевые резонаторы и была проведена их классификация. Представлены выражения для расчета положения зеркал в таких резонаторах. Установлено, что в резонаторах первого типа смещения оптического контура меньше, чем в резонаторах третьего типа, при тех же наклонах зеркал, т. е. они более устойчивы к внешним воздействиям, если рассматривать резонаторы, в которых сохраняется величина масштабного коэффициента. Собственно говоря, метод расчета положения оптического контура может быть использован при расчете резонаторов с различным числом зеркал. Кроме того, в статье получено выражение, связывающее угол излома для четырехзеркального непланарного резонатора и углы падения излучения на зеркала.

Наибольшие преимущества рассмотренного метода определения оптического контура будут проявляться при расчете непланарных резонаторов. Показано, что в симметричном непланарном резонаторе синфазное смещение зеркал, расположенных по диагонали, приводит к параллельному смещению всего контура без его деформации и изменения размеров, если все зеркала плоские, и с очень малыми изменениями длин плеч при наличии сферического зеркала в ортогональной диагонали. Противополо-

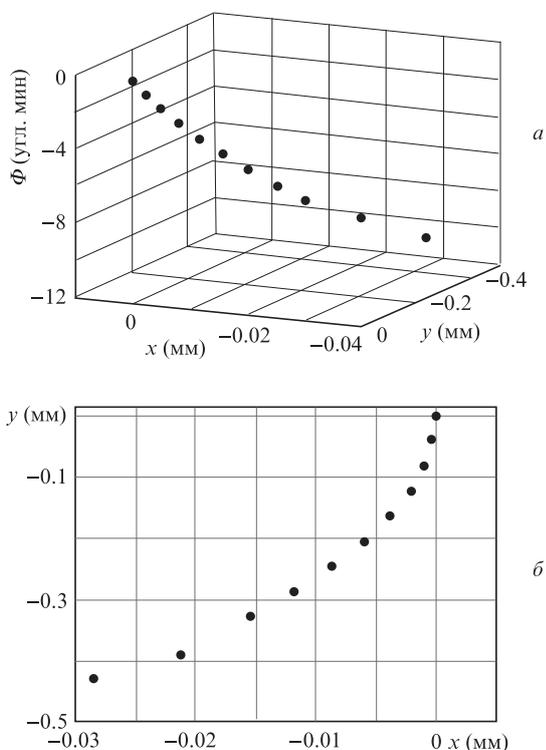


Рис.7. Зависимости смещения положения оптического контура на плоском зеркале при наклоне двух зеркал, рассчитанного для резонатора, обеспечивающего сильную фокусировку излучения в активной среде при керровской синхронизации мод, от угла  $\Phi$  наклона сферического зеркала в пространстве (а) и в плоскости зеркала (б).

фазное же смещение этих зеркал приведет к смещению контура вверх или вниз и, следовательно, к увеличению или уменьшению его размеров.

Проведены расчеты резонатора для лазера с керровской синхронизацией мод. Определена конфигурация, имеющая наилучшую стабильность положения оптической оси в области диафрагмы, обеспечивающей модуляцию потерь при керровской синхронизации мод. Показано, что смещение контура на выходном зеркале в таком резонаторе при отклонении сферического зеркала существенно больше, чем при отклонении плоского зеркала в противоположном плече.

Создание лазерного гироскопа требует высочайшей точности изготовления его резонатора, и наличие разработанного нами метода, позволяющего рассчитать смещение оптического контура резонатора с учетом неточностей изготовления, несомненно важно для получения малых погрешностей при работе лазерных гироскопов.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 20-07-00962 а.

1. Чернов Н., Маркарян Р. *Хаотические бильярды* (М. – Ижевск, Ижевский институт компьютерных исследований, 2012).
2. Табачников С. *Геометрия и бильярды* (М. – Ижевск, НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», Ижевский институт компьютерных исследований, 2011).
3. Бабич В.М., Булдырев В.С. *Асимптотические методы в задачах дифракции коротких волн* (М.: Наука, 1972).
4. Азарова В.В., Голяев Ю.Д., Дмитриев В.Г. *Квантовая электроника*, **30** (2), 96 (2000) [*Quantum Electron.*, **30** (2), 96 (2000)].
5. Азарова В.В., Голяев Ю.Д., Савельев И.И. *Квантовая электроника*, **45** (2), 171 (2015) [*Quantum Electron.*, **45** (2), 171 (2015)].
6. Савельев И.И., Хромых А.М. *Квантовая электроника*, **3** (7), 1517 (1976) [*Sov. J. Quantum Electron.*, **6** (7), 821 (1976)].
7. Брославец Ю.Ю., Зайцева Т.Э., Казаков А.А., Фомичев А.А., *Квантовая электроника*, **36** (5), 447 (2006) [*Quantum Electron.*, **36** (5), 447 (2006)].
8. Быков В.П., Силичев О.О. *Лазерные резонаторы* (М.: Физмалит, 2004).
9. Ананьев Ю.А. *Оптические резонаторы и лазерные пучки* (М.: Наука, 1990).
10. Ищенко Е.Ф. *Открытые оптические резонаторы* (М.: Сов. радио, 1980).
11. Hodgson N., Weber H. *Laser Resonators and Beam Propagation* (New York: Springer, 2005).
12. Мельников А.В., Савельев И.И. *Электронная техника*, **3** (11), 66 (1980).
13. Аронович Ф. В кн.: *Применения лазеров* (М.: Мир, 1974).
14. Умнов А.Е. *Аналитическая геометрия и линейная алгебра: учебное пособие* (М.: МФТИ, 2011).
15. Брославец Ю.Ю., Полукеев Е.А., Фомичев А.А. *Труды XXII Санкт-Петербургской международной конференции по интегрированным навигационным системам* (С.-Петербург, 2015, с. 314–317).