

Параметрическое усиление в световодах с изменяющейся по длине дисперсией

Ю.А.Мажирин, Л.А.Мельников, А.А.Сысолятин,
А.И.Конюхов, К.С.Гочелашвили, Д.Венкитеш, С.Саркар

Исследована модуляционная неустойчивость в волокне с переменной по длине дисперсией и связанное с ней параметрическое усиление. Подтверждено, что в таких волокнах модуляционная неустойчивость наблюдается даже в случае положительной дисперсии. Показана перспективность использования волокна с большой нелинейностью и периодической модуляцией дисперсии в качестве элемента параметрического усилителя с расширенной полосой усиления за счет параметрических резонансов. Обсуждаются вопросы влияния ВКР и ВРМБ на работу параметрического усилителя.

Ключевые слова: модуляционная неустойчивость, волоконные световоды с переменной дисперсией, параметрическое усиление, полоса усиления, вынужденное рассеяние Манделштама–Бриллюэна.

1. Введение

Изучение модуляционной неустойчивости (МН) в нелинейной системе с дисперсией – неустойчивости Бенджамена–Фейра – имеет достаточно долгую историю [1, 2]. В самом простом случае эта неустойчивость проявляется как усиление слабого сигнала с частотой $\omega_s = \omega_p - \Omega$, отстроенной от сигнала постоянной по амплитуде накачки с частотой ω_p . Этот сигнал вследствие четырехчастотного нелинейного взаимодействия претерпевает параметрическое усиление, при котором два кванта накачки преобразуются в кванты сигнальной ($\omega_s = \omega_p - \Omega$) и холостой ($\omega_i = \omega_p + \Omega$) волн, причем их частоты симметричны относительно частоты сигнала накачки. Эффект проявляется в виде модуляции амплитуды излучения, которое на входе в волокно имеет постоянную интенсивность, и последующего распада сигнала на последовательность солитонных импульсов [3, 4]. Для выполнения условий волнового синхронизма требуется, чтобы дисперсия групповой скорости в среде была аномальной [1–4]. Такой параметрический процесс может быть использован для усиления сигналов в оптическом волокне с соответствующей дисперсией [4, 5]. В связи с этим изучение МН является основой для изучения особенностей параметрического усиления.

В современных линиях связи данные кодируются как по амплитуде, так и по фазе. Для усиления сигнала ис-

пользуются полупроводниковые, а также волоконные эрбиевые или рамановские усилители. Стандартные усилители добавляют к сигналу как амплитудный, так и фазовый шум. В оптических световодах условия синхронизма для достижения эффективного параметрического усиления определяются дисперсией. Использование коммерчески доступных высоконелинейных волокон для параметрического преобразования сигнала ограничено узкой полосой усиления и флуктуациями нуля дисперсии вдоль длины волокна [4, 5]. В настоящей работе предлагается использовать модифицированные условия фазового синхронизма в оптических волокнах с переменной по длине дисперсией [6–14], что позволит улучшить характеристики таких усилителей и, по возможности, внедрить новую схему усиления сигналов для испытания ее в реальных условиях. Волоконные усилители имеют преимущество перед полупроводниковыми, поскольку они позволяют организовать распределенное по длине усиление и легко интегрируются с линией передачи [15]. Модификацию дисперсионных свойств световода мы предлагаем осуществить путем изменения его диаметра, поскольку при периодическом изменении диаметра реализуются условия квазисинхронизма [7, 14]. Применение волокон с периодической модуляцией дисперсии позволяет эффективно управлять распадом многосолитонных импульсов и их генерацией [16]. Изучение МН в волноводах с сильной задержанной керровской нелинейностью с учетом самообострения импульса и дисперсии третьего порядка [17, 18] показало, что совместное действие задержанного нелинейного отклика и отрицательной дисперсии нелинейности приводит к увеличению коэффициента модуляционного усиления. Исследование МН в неоднородных средах, в том числе в средах с периодической дисперсией или неоднородным усилением, проводилось в работах [19–23]. Так, в [19] было показано, что при небольшой модуляции дисперсии появляются новые области МН за счет параметрических резонансов, которые при увеличении глубины модуляции подавляются, а ширина области МН вблизи частоты накачки уменьшается. Похожие результаты получены в [20], где также приведены оценки

Ю.А.Мажирин, Л.А.Мельников. Саратовский государственный технический университет им. Гагарина Ю.А., Россия, 410054 Саратов, ул. Политехническая, 77; e-mail: Lam-pels@ya.ru
А.А.Сысолятин, К.С.Гочелашвили. Институт общей физики им. А.М.Прохорова РАН, Россия, 119991 Москва, ул. Вавилова, 38
А.И.Конюхов. Саратовский национальный исследовательский государственный университет им. Н.Г.Чернышевского, Россия, 410012 Саратов, ул. Астраханская, 83
D.Ventikesh, S.Sarkar. Department of Electrical Engineering Indian Institute of Technology Madras Chennai 600036, ESB 337 A

Поступила в редакцию 13 октября 2020 г., после доработки – 9 июня 2021 г.

ширины дополнительных областей параметрических резонансов. Аналитические решения для стадии линейного роста МН получены в работе [22], что позволило определить наиболее нестабильные моды и точно рассчитать рост амплитуды модуляции, а также установить диапазон применимости аналитических решений; кроме того, было показано, что рост возмущений чувствителен к начальным возмущениям и их фазе. В работе [23] изучалась МН в волоконных усилителях. Проведенное в [24] исследование влияния дисперсии четвертого порядка на МН показало, что обычная МН подавляется при больших амплитудах модуляции дисперсии и что при достаточно больших отрицательных значениях дисперсии четвертого порядка (вблизи нуля дисперсии второго порядка) боковые полосы МН объединяются, и неполный синхронизм приводит к появлению областей нестабильности при малых расстройках. Это, несмотря на неполный синхронизм, является основным механизмом нестабильностей в таких волокнах, тогда как области параметрических резонансов с большими отстройками характеризуются малым усилением. В работе [25] изучались условия образования МН в волокнах с усилением, генерация солитонов и бризеров с учетом высших эффектов путем построения пар Лакса, преобразований Дарбу и построения бризеров Ахмедиева, Ма, связанных солитонов и двухбризерных солитонов. В [26] исследовались эффекты неустойчивости из-за периодического изменения мощности в оптических линиях с потерями и усилением. В работе [27] экспериментально продемонстрирован рост областей МН и уширение области неустойчивости более чем на 10 ТГц из-за квазисинхронизма в волокне с периодической модуляцией дисперсии.

Установлено, что использование периодической модуляции позволяет расширить диапазон резонансных частот и сгладить профиль усиления [13, 14], а также что МН существует и в волокнах с уменьшающейся по длине дисперсией [20]. В работе [21] показано, что для дисперсионных колебаний с большой амплитудой наблюдается расщепление зон МН на подзоны, что может быть также описано как четырехволновое смещение сигналов, генерируемых в разных зонах нестабильности.

В настоящей работе вначале рассмотрены вопросы МН в волокнах с переменной дисперсией, причем разбираются случаи чисто периодической модуляции и модуляции в волокне с переменной дисперсией. Затем представлены результаты расчета спектра параметрического усиления и МН для волокна с W-профилем показателя преломления и переменным диаметром волокна.

2. МН в волокнах с переменной дисперсией

Будем считать, что распространение волны в оптическом нелинейном волокне с переменной по длине дисперсией подчиняется нелинейному уравнению Шредингера (НУШ) [4]:

$$2i\frac{\partial u}{\partial z} + \sum_{n=2} D_n(z)\frac{\partial^n u}{\partial \tau^n} + 2\alpha u^2 u^* = 0. \quad (1)$$

Здесь $D_n(z)$ характеризует дисперсию различных порядков, начиная со второго; α характеризует нелинейность волокна; $u = u(z, t)$ – огибающая светового поля; z – координата вдоль оси волокна; $\tau = t - zv_g$ – собственное время импульса; $v_g = d\omega/d\beta$ – групповая скорость; β – постоянная

распространения. Существует решение уравнения (1) для накачки в виде плоской волны $u(z) = A \exp(i\alpha A^2 z)$, где A будем считать вещественным числом. Также будем считать, что кроме накачки присутствует излучение на боковой спектральной (модуляционной) компоненте, такое, что $u(z, t) = A(1 + \psi)$, где $\psi = x(z) \exp[iy(z)] \cos(\Omega t)$ с малой амплитудой ($|x| \ll A$). Подставив $u(z, t)$ в НУШ (1) и оставив малые первого порядка по ψ , получим уравнения для x и y (для амплитуды и фазы модуляции) в виде [14]

$$\begin{aligned} x'' + R^2(z)x(z) - Q(z)x(z) &= 0, \\ y' &= [\Omega^2 D_2(z) + P\alpha]x(z), \end{aligned} \quad (2)$$

где $R^2(z) = \frac{1}{4}\Omega^4 D_2^2(z) + P\alpha\Omega^2 D_2(z)$; $Q(z) = -D_2'(z)/D_2(z)$; $P = A^2$ – интенсивность накачки; Ω – отстройка частоты боковой компоненты от частоты накачки. Пусть диаметр волокна изменяется периодически, тогда

$$D_2(z) = D_0\left(f\left(\frac{z}{l_d}\right) + d_1 \cos\left(\kappa \frac{z}{l_d}\right)\right).$$

Здесь D_0 – параметр дисперсии групповой скорости; d_1 – амплитуда модуляции дисперсии; $f(z)$ характеризует дисперсионный профиль волокна; κ – безразмерное волновое число; l_d – дисперсионная длина. В этом случае уравнение (2) является уравнением с периодическими коэффициентами и может быть сведено к уравнению Матье: $x'' + \omega_0^2[1 + h \cos(\kappa z)]x = 0$ [3, 28], где $\omega_0^2 = \frac{1}{4}\Omega^4 D_0^2 + P\alpha D_0 + d_1 \kappa / D_0$ – квадрат пространственной частоты изменения дисперсии, который имеет размерность км^{-2} ; $\omega_0^2 h = d_1 \times [-4\kappa + D_0(2D_0 + d_1)\Omega^4 + 4\alpha D_0 P]4d_1 \kappa + D_0^2(D_0 \Omega^4 + 4\alpha D_0 P)$; $f(z) \equiv 1$.

На рис.1,а показана зависимость эффективной частоты $\omega^2(z) = R^2(z) - Q(z)$ при $\Omega = 0$, $\alpha = 8 \text{ км}^{-1} \cdot \text{Вт}^{-1}$, $P = 1 \text{ Вт}$, $D_0 = -1 \text{ пс}^2/\text{км}$, $d_1 = 0.25$, $\kappa = 4$ (сплошная кривая) и, для сравнения, график функции $\cos(\kappa z/l_d + \pi/2)$ (штриховая кривая). Видно, что значения эффективной частоты близки к значениям, заданным выражением $a + q \cos(\kappa z/l_d)$, при $a = 0$, $q = 1$. Как следует из теории уравнений Матье, при $2\omega_0 = m(\kappa/l_d)$, где m – целое число, существуют области параметрических резонансов [3], пропорциональные глубине модуляции дисперсии d_1 , ширина которых уменьшается с ростом m . Для модуляционной неустойчивости необходимо выполнение условий фазового синхронизма [1–7], учитывающих дисперсию и нелинейный набег фазы: $2\beta(\omega_p) + 2\alpha P - \beta(\omega_p - \Omega) - \beta(\omega_p + \Omega) = 0$. Разложив выражение для постоянной распространения в ряд Тейлора по частоте Ω , получим $\beta_2 \Omega^2 + 2\alpha P = 0$, где $\beta_2 = \partial\beta/\partial\omega^2$. В случае модуляции дисперсии условие фазового синхронизма можно записать в виде [14, 19–24]

$$D_0 \Omega^2 + \alpha P = m(\kappa/l_d). \quad (3)$$

На рис.2 приведены значения Ω , для которых выполняются условия фазового синхронизма при m от -30 до 30 , $D_0 = -12 \text{ пс}^2/\text{км}$, $\alpha P = 2$ и 16 км^{-1} . Следует отметить, что при отрицательном значении ω^2 возникает усиление слабого сигнала на частотах $\omega_p \pm \Omega$. Из выражения для $\omega^2(z)$ следует, что она отрицательна при малом значении дисперсии из-за слагаемого Q , что видно из рис.1,б.

На рис.1,б, кроме графика частоты $-\omega^2 = -[R^2(z) - Q]$, голубым показана нулевая плоскость, где $\omega^2 = 0$. Отметим, что при $-\omega^2 > 0$ амплитуда модуляции $x(z)$ возрастает.

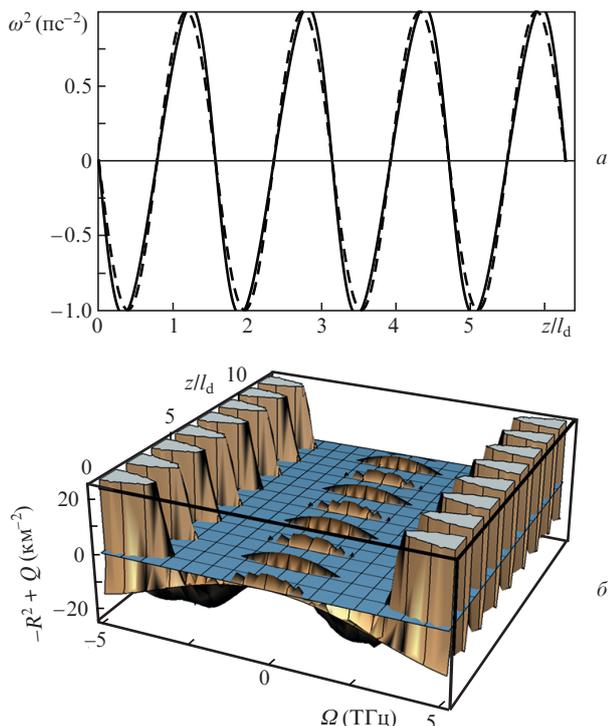


Рис.1. Зависимости квадрата эффективной частоты $\omega^2(z) = R^2(z) - Q(z)$ в уравнении (2) от координаты z/l_d (а), а также от координаты z/l_d и частоты модуляционных возмущений Ω (б). Сплошная кривая $-\omega^2(z/l_d)$, штриховая кривая $-\cos(\kappa z/l_d + \pi/2)$ (а).

тает, что соответствует режиму МН. Таким образом, ожидается, что МН будет наблюдаться в областях частот $1 < |\Omega| < 3$ ТГц. При $\kappa = 4$ решение уравнения (2) будет иметь период $l_d\pi/2$. Инкремент нарастания возмущений модуляционных возмущений, или усиление МН, определим как

$$g = \frac{2}{z_0 \ln[x(z_0)/x(0)]}, \tag{4}$$

где z_0 – достаточно большая длина распространения (в численных расчетах мы полагали, что $z_0 = 4l_d$).

На рис.2 показаны частоты модуляции, для которых выполняется условие фазового синхронизма (3).

Для расчета инкремента нарастания модуляционных возмущений численно решались уравнения (2) при заданной отстройке частоты модуляции Ω и малом значении амплитуды начального возмущения ($x(0) = 0.001$) на дли-

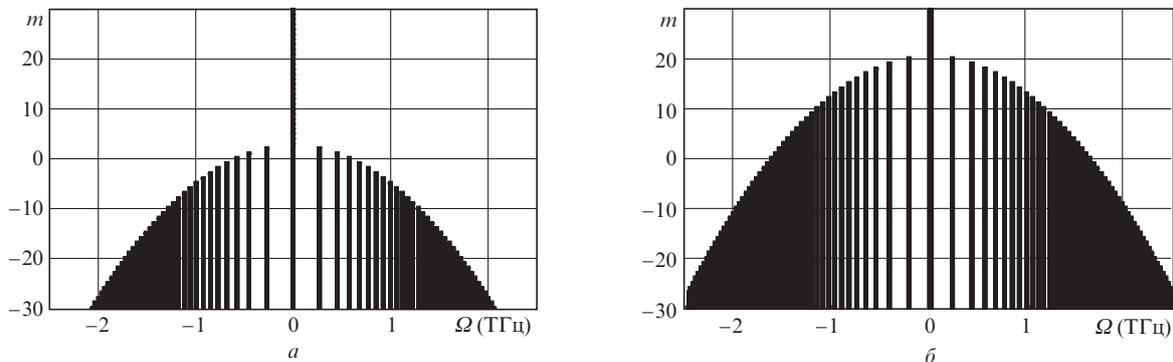


Рис.2. Частоты модуляции, при которых выполняются условия фазового синхронизма при $D_0 = -12$ $\text{ps}^2/\text{км}$, $\kappa = 4$, $D_0\Omega^2 + 2\alpha P = m(\kappa/l_d)$, $\alpha P = 2$ (а) и 16 км^{-1} (б); m – номера гармоник. Точками показаны гармоника, находящиеся в синхронизме, вертикальными линиями – частоты модуляции.

не $0 < z < 4l_d$. Затем по формуле (4) вычислялся инкремент МН. Если модуляция нарастает, то инкремент положительный. Области частот, в которых это происходит, будут соответствовать области МН, и в них можно получить параметрическое усиление. На рис.3 показаны результаты расчетов инкремента МН для различных параметров накачки и дисперсионного профиля как при модуляции дисперсии, так и в ее отсутствие. В волокне с постоянной по его длине аномальной дисперсией (рис.3,а) возникают обычные зоны неустойчивости в диапазоне частот $-2.5 < \Omega < 2.5$ ТГц, т.е. ширина зоны усиления составляет примерно 5 ТГц. Изменение дисперсионной зависимости, когда профиль дисперсии $D_2(z) = D_0 \text{sech}(z/l_d)$, вызывает изменение формы области МН при сохранении ее ширины. На рис.3,б показан спектр МН при этом же профиле дисперсии и одновременной модуляции. При $|\Omega| > 2.4$ ТГц на дополнительных частотах, определяемых выражением (3), возникают дополнительные зоны неустойчивости, при этом ширина области неустойчивости заметно увеличивается. На рис.3,в представлен спектр неустойчивостей при профиле дисперсии $D_0 \text{sech}(z/l_d)$ и наличии модуляции вида $0.75 \cos(4z^2/l_d^2)$. Здесь также видны дополнительные зоны неустойчивости, что приводит к увеличению общей ширины линии почти до 12 ТГц. Положение этих дополнительных зон хорошо коррелирует с частотами на рис.2. Спектр для случая chirпованной модуляции дисперсии с профилем $D_0(\text{sech}(vz/l_d) + d_1 \times \cos(z/l_d)^2)$ показан на рис.3,г. Дополнительные зоны неустойчивости присутствуют, но они перекрываются, и поэтому изрезанность спектра становится менее выраженной. Увеличение интенсивности накачки также приводит к сглаживанию спектра (рис.3,д), причем с ростом накачки спектр сглаживается все сильнее. Таким образом, при использовании волокна с модулированной дисперсией в качестве параметрического усилителя целесообразно иметь волокно с переменной (уменьшающейся) дисперсией, chirпованной модуляцией и работать в условиях повышенной интенсивности накачки. При этом ожидается, что на длине волокна, равной четырем дисперсионным длинам ($4l_d$ для волокна с $D_0 = -12$ $\text{ps}^2/\text{км}$ и длительностью импульса 1 пс соответствует длине световода 330 м) расчетное усиление составит примерно 30 дБ. При малом уровне накачки области параметрических резонансов хорошо разделены, но с ростом накачки они в значительной мере перекрываются, что существенно для параметрического усиления, поскольку наличие усиления на отдельных резонансных частотах приводит к искаже-

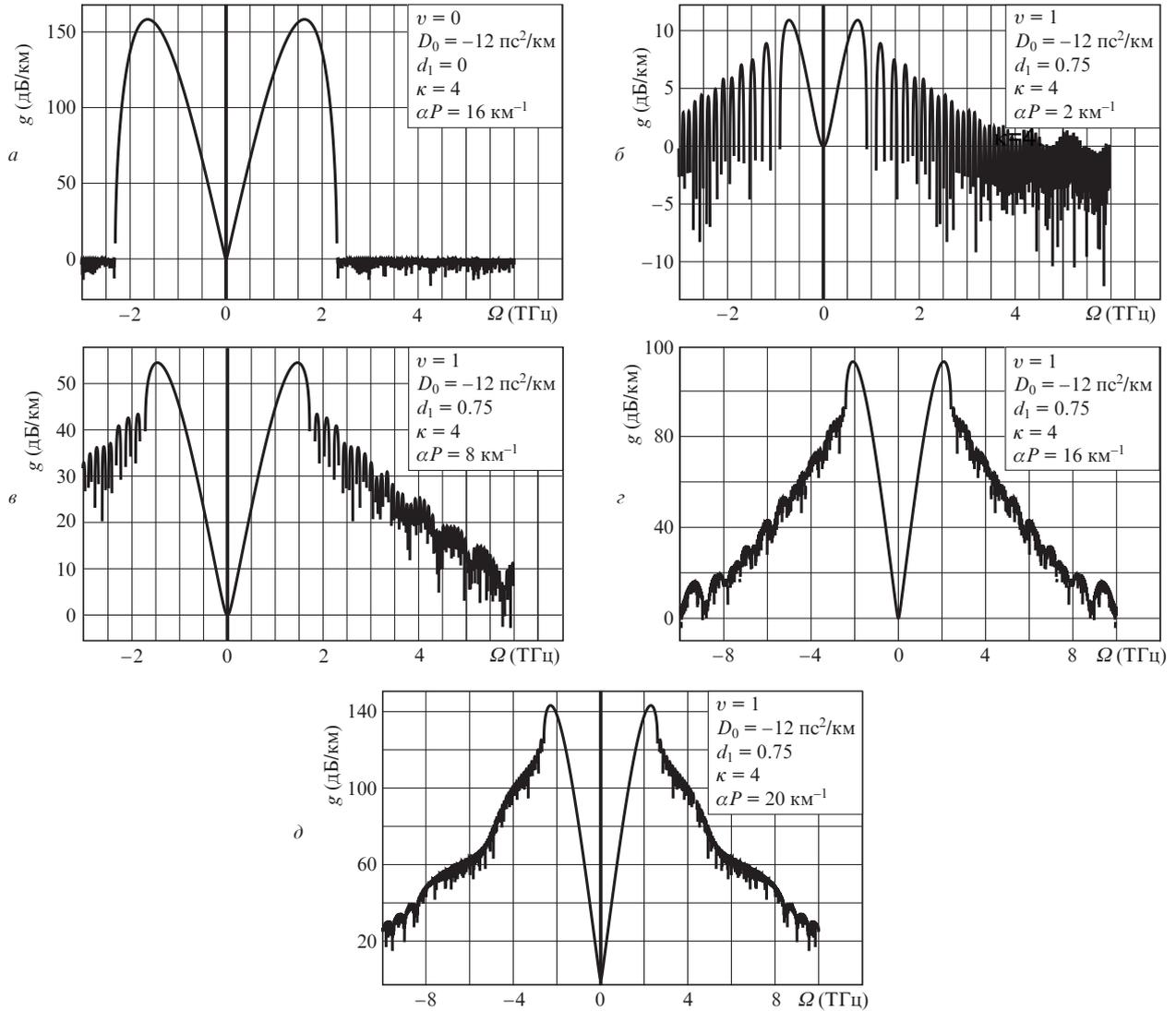


Рис.3. Области МН в волокне с постоянной дисперсией (а), с уменьшающейся дисперсией (б), с уменьшающейся и модулированной дисперсией (в, г), в волокне с падающей дисперсией и увеличивающейся амплитудой модуляции дисперсии (д). Дисперсионный профиль волокна задан как $D_2(z) = D_0(\text{sech}(vz/l_d) + d_1 \cos(\kappa z/l_d))$ на (а, б), как $D_2(z) = D_0(\text{sech}(vz/l_d) + d_1 \cos[\kappa(z/l_d)^2])$ на (в, г), и как $D_2(z) = D_0(\text{sech}(vz/l_d) + d_1 z(4l_d)^{-1} \cos(\kappa z/l_d))$ на (д).

нию формы импульса. Таким образом, реализация режима параметрического усиления требует подбора дисперсионного профиля волокна, уровня накачки и глубины модуляции. При этом по форме зависимости инкремента МН от частоты можно определить искажение формы сигнала. Нетрудно показать, что спектр усиленного сигнала $S_{\text{out}}(\Omega, z)$ можно получить умножением спектра сигнала на входе в усилитель на спектр усиления:

$$S_{\text{out}}(\Omega, z) = S(\Omega) \exp \left[\int_0^z dz' g(\Omega, z') \right]. \quad (5)$$

Результаты расчетов искажения формы импульсов планируются опубликовать в отдельной работе.

На рис.4 представлены результаты расчета областей МН при учете только дисперсионных членов второго порядка (рис.4,а) и с учетом слагаемых вплоть до пятого порядка (рис.4,б). Сравнение этих рисунков показывает, что учет дисперсионных членов высших порядков приводит к несимметрии областей усиления (рис.4.б), при этом ширина области усиления практически сохраняется.

3. Расчет дисперсии в волокне с W-профилем показателя преломления

Дисперсия волокна с W-профилем рассчитывалась обычным методом [29]. Профиль показателя преломления (ППП) волокна показан на рис.5. Для получения дисперсионного уравнения использовались выражения для полей LP-моды в сердцевине (I), тренче (II) и оболочке (III) в виде

$$\mathbf{E}(r, \varphi) = \mathbf{e} \exp(i v \varphi + i \omega t - i \beta z)$$

$$\times \begin{cases} A J_\nu(ur/a), r < a \text{ (I)}, \\ B I_\nu(qr/a) + C K_\nu(qr/a), a < r < b \text{ (II)}, \\ D K_\nu(wr/a), r > b \text{ (III)}. \end{cases} \quad (6)$$

Здесь \mathbf{e} – вектор поляризации волны; J_ν – функция Бесселя; I_ν – модифицированная функция Бесселя; K_ν – функция МакДональда ν -го порядка; a – радиус сердцевины; b – радиус тренча; u, q, w – поперечные волновые числа. Приравняв поля и производные по радиусу r на границе об-

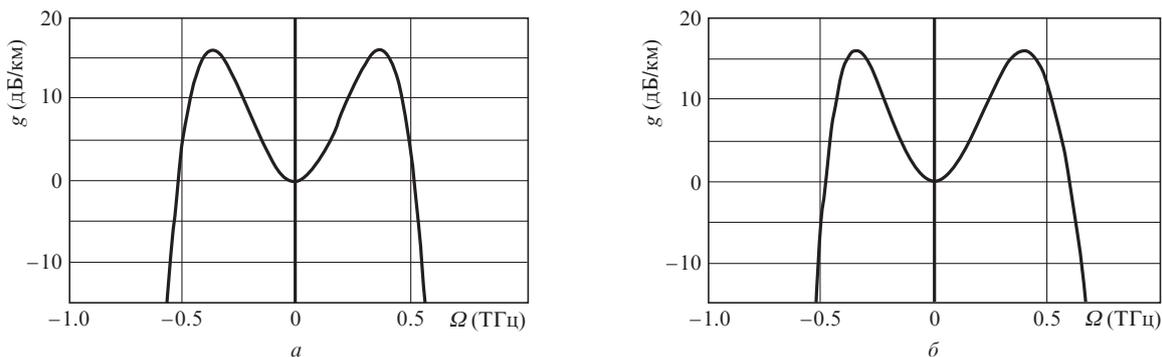


Рис.4. Области МН при следующих параметрах дисперсии: $D_2 = 1 \text{ пс}^2/\text{км}$, $D_3 = 0$, $D_4 = 0$, $D_5 = 0$, $\alpha P = 4 \text{ км}^{-1}$ (а) и $D_2 = 1 \text{ пс}^2/\text{км}$, $D_3 = 0.1 \text{ пс}^3/\text{км}$, $D_4 = -0.1 \text{ пс}^4/\text{км}$, $D_5 = -5 \text{ пс}^5/\text{км}$, $\alpha P = 4 \text{ км}^{-1}$ (б).

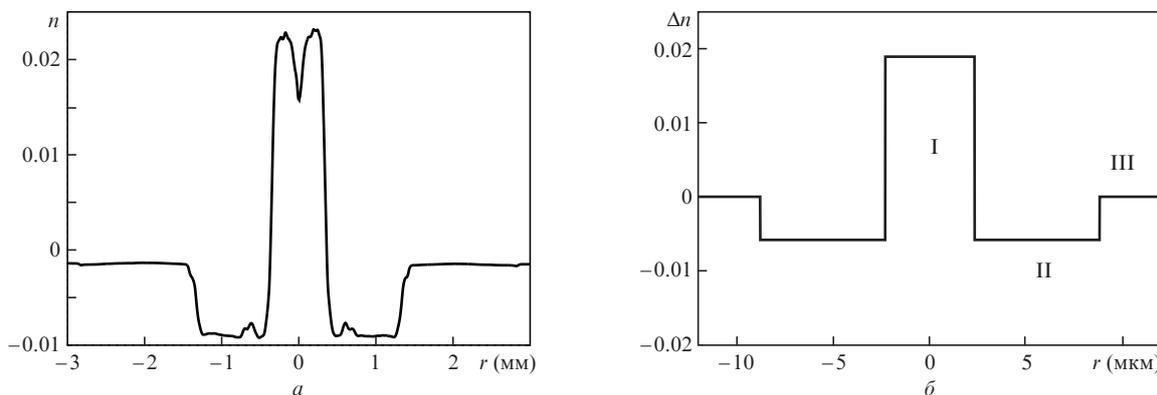


Рис.5. Экспериментально измеренный ППП преформы на длине волны 633 нм (а) и использованный для расчетов ППП волокна (б); разность ППП $\Delta n = n(r) - n_0$.

ластей I, II, III (рис.5,б), для определения неизвестных коэффициентов A, B, C, D получим линейную систему уравнений для основной моды с $\nu = 0$ [29]:

$$\begin{aligned}
 &AJ_0(u) = BK_0(q) + CI_0(q), \\
 &BK_0(wbla) + CI_0(wbla) = DK_0(qbla), \\
 &BK_0(wbla) + CI_0(wbla) = DK_0(qbla), \\
 &-wBK_1(wbla) + wCI_1(wbla) = -qDK_1(qbla).
 \end{aligned}
 \tag{7}$$

Эта однородная система линейных уравнений должна иметь равный нулю определитель, с тем чтобы амплитуды A, B, C, D были ненулевыми. Условие равного нулю определителя системы (7) называется дисперсионным уравнением, и вместе с выражениями для связи поперечных волновых чисел u, q, w и постоянной распространения, которые имеют вид

$$\begin{aligned}
 &u^2 a^2 = K^2 a^2 n_c^2 - \beta^2 a^2, \\
 &-q^2 a^2 = K^2 a^2 n_t^2 - \beta^2 a^2, \\
 &-w^2 a^2 = K^2 a^2 n_{cl}^2 - \beta^2 a^2,
 \end{aligned}
 \tag{8}$$

дают четыре уравнения, позволяющие определить дисперсию волокна. Здесь n_c, n_t, n_{cl} – показатели преломления сердцевины, тренча и оболочки соответственно. Для расчета дисперсии волокна используем зависимость от дли-

ны волны показателей преломления легированного GeO_2 кварца, задаваемую формулой Зельмейера [29]:

$$n_{\text{GeO}_2}^2(X, \lambda) = 1 + \sum \frac{\lambda^2 (A_j + XG_j)}{\lambda^2 - (l_j + Xl_g)^2}.
 \tag{9}$$

Здесь X – относительное содержание GeO_2 , такое, что $0 < X < 1$; $X = 0$ соответствует чистому SiO_2 . Параметры зависимости представлены в табл.1.

Табл.1. Данные для расчета показателя преломления SiO_2 , легированного GeO_2 .

Параметр	$j = 1$	$j = 2$	$j = 3$
A_j	0.696166300	0.40794260	0.89747940
G_j	0.806866420	0.71815848	0.85416831
l_j (мкм)	0.068404300	0.11624140	9.89616100
l_g (мкм)	0.068972606	0.15396605	11.8419310

Для расчета влияния на показатель преломления других легирующих добавок используем выражение из работы [30]: $n_M(X_M, \lambda) = n_{\text{GeO}_2}(0, \lambda) + \kappa_M X_M$. При расчетах использовались следующие значения коэффициентов κ_M , соответствующие легирующим добавкам М: $\kappa_M = 1.652 \times 10^{-3}$ для P_2O_5 , 3.760×10^{-4} для B_2O_3 и -4.665×10^{-3} для F. При расчете дисперсии волокна длина волны λ изменялась от 0.4 до 2.5 мкм с шагом 50 нм. Концентрации примесей выбирались такими, чтобы показатели преломления на $\lambda = 633$ нм соответствовали экспериментальным данным. При каждом значении λ рассчитывались посто-

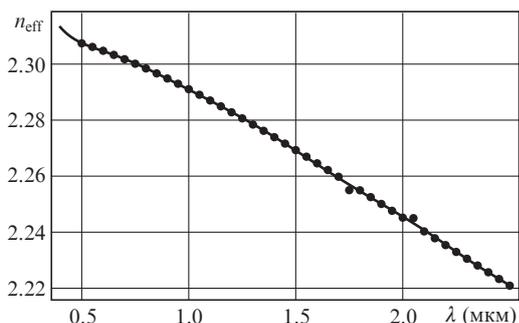


Рис.6. Результаты расчета дисперсии волокна с W-профилем показателя преломления (см. рис.5.б). Точки – результаты расчета эффективного показателя преломления, сплошная кривая – полиномиальная аппроксимация (10).

янная распространения β и эффективный показатель преломления $n_{\text{eff}} = \beta/K$, где K – волновое число.

Результаты расчета дисперсии с использованием полиномиальной аппроксимации

$$n_{\text{eff}}(\lambda) = \sum_{n=0} a_n \lambda^n \tag{10}$$

показаны на рис.6. Значения коэффициентов a_n (в мкм^{-n}) представлены ниже.

a_0	2.622465357
a_1	-2.325436548
a_2	14.430000000
a_3	-71.971500000
a_4	266.7710
a_5	-609.925
a_6	-609.925
a_7	6326.46
a_8	-25968.6
a_9	51688.4
a_{10}	-44458.8

С использованием зависимости n_{eff} от длины волны был вычислен параметр дисперсии GVD (в $\text{пс} \cdot \text{нм}^{-1} \cdot \text{км}^{-1}$) [29]:

$$\text{GVD} = \frac{\lambda}{c} \frac{\partial^2 n_{\text{eff}}}{\partial \lambda^2} = \frac{10^4}{3} \frac{\partial^2 n_{\text{eff}}}{\partial \lambda^2} \tag{11}$$

Рассчитанные значения дисперсии соответствуют экспериментально измеренным [16]. Для расчета производных $d^n \beta / d\omega^n$ использовалась связь длины волны и частоты: $\omega = 2\pi c / \lambda$. Если частота измеряется в ТГц, а длина волны – в мкм, то скорость света $c = 300$ мкм/пс. И поскольку $\beta(\omega) = (\omega/c)n_{\text{eff}}(\lambda)$, то, зная коэффициенты a_n , можно вычислить все необходимые производные. Так, согласно расчетам, $d^2 \beta / d\omega^2 = -8$ пс²/км, что близко к экспериментальному значению -12.76 пс²/км [16]. При таком значении дисперсии дисперсионная длина $l_d = 62.5$ м, что определяет масштаб по оси волокна z в представленных ниже результатах расчетов. Рассчитанный параметр дисперсии третьего порядка $d^3 \beta / d\omega^3 = 0.0392761$ пс³/км, что также по порядку величины соответствует экспериментальному значению 0.0761 пс³/км. Значения дисперсии зависят от диаметра сердцевины волокна. Так, из экспериментальных результатов [16] следует, что дисперсия растет на 6 пс²·нм⁻¹·км⁻¹ при увеличении диаметра волокна на 10 мкм. Эти данные можно использовать в расчетах профиля изменения диаметра волокна для получения желаемого профиля изменения дисперсии

Важным процессом при распространении мощной волны в оптическом волокне является генерация ВРМБ-компонент, которая препятствует увеличению интенсивности поля накачки выше определенного порога и не позволяет достичь больших значений коэффициента параметрического усиления. Порог ВРМБ-усиления определяется его спектром, для расчета которого нужно найти профиль звуковых мод волокна и их перекрытие с оптической модой. Акустический профиль рассчитывался по концентрации легирующей примеси в ППП волокна с использованием стандартного выражения, приведенного в [1]. Акустические профили определялись для ППП, представленного на рис.7,а, с использованием акустической скорости 5944 м/с для оболочки [4]. Оптические и акустические уравнения решались методом конечных разностей в MATLAB с целью определения оптических и акустических мод [2]. Рассчитанные профили мод использовались также при вычислении интегралов перекрытия оптической и акустической мод для получения спектра усиления ВРМБ, показанного на рис.7,б. Значительное перекрытие оптической и акустической мод обнаруживается только для акустических мод не выше пятого порядка (порядок моды показан на спектре ВРМБ-усиления). Из рис.7,б

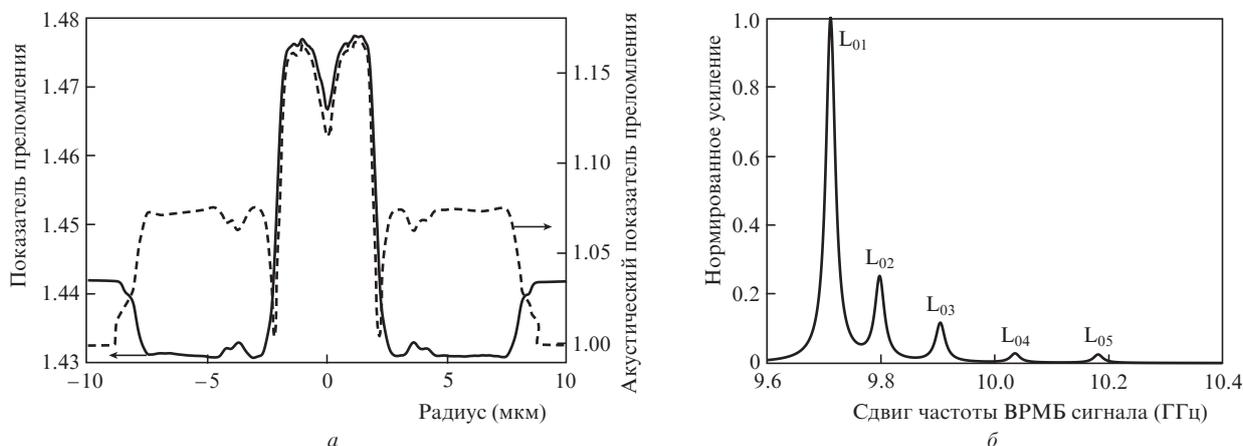


Рис.7. Оптический (сплошная кривая) и акустический (штриховая кривая) профили волокна (а) и расчетный спектр ВРМБ-усиления (б) высоконелинейного волокна с W-профилем показателя преломления.

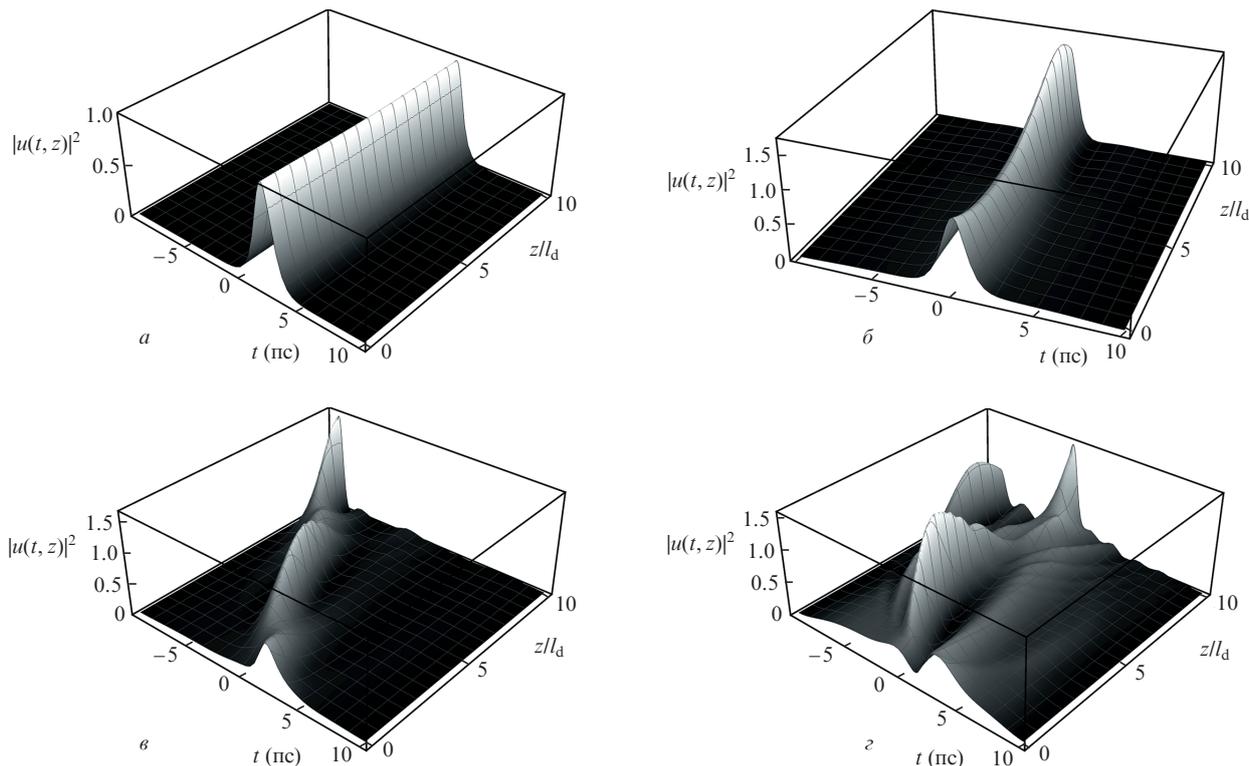


Рис.8. Пространственно-временная динамика поля для вырожденного случая ($\Omega = 0, \varphi = \pi/2, d_1 = 0$) в отсутствие модуляции дисперсии и накачки, $t_0 = 2$ пс (а), и при малой накачке ($\alpha P = 0.4 \text{ км}^{-1}$) (б), а также для невырожденного случая при модуляции дисперсии ($\Omega = 1 \text{ ТГц}, \varphi = \pi/2, d_1 = 0.2$) и в отсутствие накачки (в) и в случае накачки ($\alpha P = 1 \text{ км}^{-1}$) (г); $D_0 = -12 \text{ пс}^2/\text{км}$.

видно, что в генерации ВРМБ участвуют несколько звуковых мод ($L_{01}-L_{02}, \dots$) и, следовательно, генерируются несколько стоксовых волн. Расчеты были проведены с использованием метода из [31, 32], результаты расчетов показаны на рис.7.

Оценки порога ВРМБ с учетом данных рис.7,б и эффективной площади моды волокна показали, что порог для длинного волокна составляет 2 мВт [5], для короткого – 2 Вт. Это ограничивает используемую мощность накачки значениями $\alpha P \approx 0.1 \text{ км}^{-1}$ для длинного волокна и $\alpha P \approx 16 \text{ км}^{-1}$ для короткого.

Процесс усиления сопровождается появлением квантовых шумов, которые в зависимости от режима работы параметрического усилителя ведут себя различным образом [33, 34]. Так, для невырожденного режима работы избыточный квантовый шум, создаваемый усилителем, составляет 3 дБ. В вырожденном режиме частоты сигнальной и холостой волн совпадают с частотой накачки ($\omega_s = \omega_i = \omega_p$) и квантовые шумы не приводят к избыточному шуму, однако при этом должно реализовываться фазочувствительное усиление, когда синфазный сигнал усиливается, а квадратурный сигнал ослабляется. В этом случае коэффициент усиления зависит от фазы сигнала относительно фазы накачки, обращаясь в нуль при разности фаз, равной $\pi/2$ [33]. Таким образом, как уже отмечалось ранее, фазочувствительные параметрические усилители не дают избыточного квантового шума.

Кроме ВРМБ, в волокнах может происходить ВКР, стоксова компонента которого отстроена от частоты накачки примерно на 10 ТГц в красную область. Если усилитель работает так, что сигнальная волна совпадает по частоте со стоксовой волной при ВКР, то ВКР и параметрические усиление будут конкурировать, что может при-

вести к искажению сигнала. Для ВКР и ВРМБ характерно появление релаксационных колебаний [8], которые также будут искажать сигнал. Изучение динамики параметрического усилителя с одновременным учетом ВРМБ и ВКР предполагается провести в следующей работе.

Для изучения работы параметрического усилителя мы промоделировали распространение короткого импульса на фоне широкого импульса накачки. Для этого решалось НУШ (1) в области $-T < t < T$ с начальными условиями

$$u(0, t) = 1 - (t/T)^6 + a \operatorname{sech}(t + t_0) \exp(i\varphi - i\Omega t),$$

где $T = 20$ пс; a – амплитуда сигнального импульса; t_0 – время запаздывания; φ – фаза импульса; Ω – сдвиг частоты импульса относительно частоты накачки. На рис.8 показана пространственно-временная динамика поля. В вырожденном случае фазочувствительное усиление приводит к осцилляциям суммы сигнального и холостого полей, поскольку их частоты одинаковы, а их фазы при распространении изменяются. Причем в отсутствие накачки солитонный импульс распространяется без изменения формы и амплитуды (рис.8,а), а с ростом накачки импульс только усиливается (рис.8,б). В невырожденном случае появляется импульс, соответствующий холостой волне (рис.8,в), и видна интерференция сигнального и холостого импульсов, которая становится заметнее с ростом накачки (рис.8,г).

4. Заключение

Представлены результаты исследования различных режимов модуляционной неустойчивости в волокне с

W-профилем показателя преломления. Выполнены расчеты дисперсионных характеристик такого волокна, поля основной LP-моды, спектра ВРМБ-усиления. Изучение режимов с учетом влияния дисперсионных вкладов третьего и четвертого порядков показало, что частотная зависимость инкремента неустойчивости становится несимметричной. Установлено, что при периодически изменяющейся по длине волокна дисперсии появляются зоны неустойчивости на плоскости «частота сигнала–амплитуда модуляции дисперсии», причем модуляционная неустойчивость появляется и при положительной и при отрицательной дисперсии групповой скорости. Продемонстрировано существование большого числа областей параметрических резонансов. Модуляция дисперсии приводит к расширению областей неустойчивостей и модифицирует условия синхронизма для параметрического усиления. Следует отметить, что полученные экспериментальные и теоретические результаты в недавно вышедшей работе [35] согласуются с результатами настоящей работы. Обсуждаются вопросы существования избыточных квантовых флуктуаций и отмечено, что в режиме фазочувствительного усиления они отсутствуют. Динамика полей в таких режимах, исследованная численно на основе решения нелинейного уравнения Шредингера для вырожденного и невырожденного усилителей, продемонстрировала возникновение заметных искажений формы импульсов при интенсивной накачке.

Работа поддержана грантом РФФИ № 19-52-45012.

- Segur H., Henderson D.M. *Eur. Phys. J. Special Topics*, **147**, 25 (2007).
- Zakharov V.E., Ostrovsky L.A. *Phys. D*, **238**, 540 (2009).
- Трубецков Д.И., Рыскин Н.М. *Нелинейные волны. Учебное пособие для вузов* (М.: Наука, 2000).
- Agrawal G.P. *Nonlinear Fiber Optics* (Elsevier, 2013).
- Marhic M.E. *Fiber Optical Parametric Amplifiers, Oscillators and Related Devices* (Cambridge: Cambridge University Press, 2007).
- Kikuchi K., Lorattanasane C., Futami F., Kaneko S. *IEEE Photon. Technol. Lett.*, **7**, 1378 (1995).
- Smith N.J., Doran N.J. *Opt. Lett.*, **21**, 570 (1996).
- Bronski J.C., Kutz J.N. *Opt. Lett.*, **21**, 937 (1996).
- Abdullaev F., Darmanyan S., Kobayakov A., Lederer F. *Phys. Lett. A*, **220**, 213 (1996).
- Kaewplung P., Angkaew T., Kikuchi K. *J. Lightwave Technol.*, **20**, 1895 (2002).
- Armaroli A., Biancalana F. *Opt. Express*, **20**, 25096 (2012).
- Jones D.J., Scott A., Ranka J.K., Stentz A., Windeler R.S. *Science*, **288**, 635 (2000).
- Мажирин Ю.А., Конюхов А.И., Мельников Л.А. *Изв. вузов. Сер. Прикладная нелинейная динамика*, **16**, 70 (2008).
- Мельников Л.А., Мажирина Ю.А. *Квантовая электроника*, **47**, 1083 (2017) [*Quantum Electron.*, **47**, 1083 (2017)].
- Croussore K., Kim C., Li G. *Opt. Lett.*, **29**, 2357 (2004).
- Sysolyatin A.A., Senatorov A.K., Konyukhov A.I., Melnikov L.A., Stasyuk V.A. *Opt. Express*, **15**, 16302 (2007).
- Золотовский И.О., Семенов Д.И. *Квантовая электроника*, **31** (1), 50 (2001) [*Quantum Electron.*, **31** (1), 50 (2001)].
- Золотовский И.О., Коробко Д.А., Лапин В.А. *Квантовая электроника*, **44** (1), 42 (2014) [*Quantum Electron.*, **44** (1), 42 (2014)].
- Finot C., Sysolyatin A., Wabnitz S. *Opt. Commun.*, **348**, 24 (2015).
- Abdullaev F.Kh., Darmanyan S.A., Garnier J., in *Progress in Optics* (Elsevier Science, 2002, vol. 44, ch. 5).
- Finot C., Feng F., Chembo Y., Wabnitz S. *Opt. Fiber Technol.*, **20**, 513 (2014).
- Aslam M.S., Hamza M.Y., Sarwar N. *AIP Advances*, **2**, 022168 (2012).
- Rubenchik A.M., Turitsyn S.K., Fedoruk M.P. *Proc. SPIE*, **7914**, 791434 (2011).
- Armaroli A., Biancalana F. *Opt. Lett.*, **39**, 4804 (2014).
- Guo R., Hao H.Q., Gu X.S. *Abstr. Appl. Analysis*, **2014**, 185654 (2014).
- Matera F., Mecozzi A., Romagnoli M., Settembre M. *Opt. Lett.*, **18**, 1499 (1993).
- Droques M., Kudlinski A., Bouwmans G., Martinelli G., Mussot A. *Opt. Lett.*, **37**, 4832 (2012).
- Abramowitz M., Stegun I. *Handbook of Mathematical Functions. Applied Mathematics Series* (National Bureau of Standards, 1964).
- Адамс М. *Введение в теорию оптических волноводов* (М.: Мир, 1984).
- Bruckner V. *Basics and Practice of Optical Data Communication*; <http://www.springer.com/978-3-8348-1302-2>.
- Li M.-J. et al. *Opt. Express*, **15**, 8290 (2007).
- Suchita B., Srinivasan, Venkitesh D. *OSA Advance Photon. Congr.*, JTU3F.14 (2020).
- Yamamoto Y., Inoue K. *J. Lightwave Technol.*, **21**, 2895 (2003).
- Haus H. *Electromagnetic Noise and Quantum Optical Measurements. Advanced Texts in Physics* (Berlin: Springer-Verlag, 2000).
- Паняев И.С., Столяров Д.А., Сысолятин А.А., Золотовский И.О., Коробко Д.А. *Квантовая электроника*, **51**, 427 (2021) [*Quantum Electron.*, **51**, 427 (2021)].