Особенности излучения, возникающего при туннельной ионизации атомов в лазерных пучках экстремальной интенсивности

С.В.Попруженко, Е.Б.Калымбетов

Исследовано излучение быстрых электронов, возникающее при многократной туннельной ионизации тяжелых атомов в фокусе импульса лазерного излучения экстремальной интенсивности, превышающей 10²² Вт/см². Показано, что в широком диапазоне углов вид спектрально-углового распределения испущенных фотонов качественно определяется соотношениями, известными из теории синхротронного излучения. Выполнены оценки зависимости числа излучаемых фотонов и их характерной частоты от параметров лазерного импульса. Полученные результаты могут быть использованы для определения максимального значения интенсивности лазерного излучения в фокусе.

Ключевые слова: сильное лазерное поле, туннельная ионизация, синхротронное излучение, мощные лазеры.

1. Введение

В настоящее время наблюдается повышенный интерес к исследованию фундаментальных электродинамических эффектов в полях излучения высокой интенсивности. Этот интерес обусловлен, в первую очередь, достигнутым в последние годы значительным прогрессом в создании источников лазерного излучения рекордно высокой мощности. Интенсивность и абсолютные значения напряженности электрического и магнитного полей являются ключевыми параметрами лазерного излучения, определяющими характер его взаимодействия с веществом в нелинейном и ультрарелятивистском режимах. Поэтому верхний предел лазерной интенсивности, достижимый в лабораториях, в значительной мере определяет возможности экспериментального исследования классической и квантовой динамики заряженных частиц в сильных внешних полях. Современное состояние этой области исследований, развивающейся на стыке нелинейной квантовой электродинамики, релятивистской оптики и физики плазмы, отражено в обзорах [1-3].

Долгое время возможности эксперимента в области физики взаимодействия лазерного излучения с атомами, электронами и плазмой были ограничены пиковыми значениями мощности в несколько сотен тераватт и, в исключительных случаях, до петаватта, что позволяло получить в центре лазерного фокуса интенсивность 5×10^{21} BT/cm². Сообщения о достижении интенсивности 2×10^{22} BT/cm² [4] были единичными. В последние годы спроектировано и построено несколько лазерных установок мультипетаваттной мощности [5–11]. Их ввод в эксплуатацию ожи-

Поступила в редакцию 9 июля 2021 г.

дается в ближайшее время и должен привести к увеличению пиковых значений интенсивности в лазерном фокусе примерно на порядок, до 10²³ Вт/см². В недавней публикации [12] сообщается о достижении, впервые в истории лазерных исследований, интенсивности 10²³ Вт/см² на установке CoReLS с мощностью лазерного излучения 4 ПВт. Дальнейшее совершенствование методов адаптивной оптики и возможная реализация проекта лазера экзаваттной мощности XCELS [13] позволяют рассчитывать на получение в обозримом будущем импульсов электромагнитного излучения с интенсивностью 10²⁴ Bт/см² и выше. Ожидается, что существенное увеличение пиковых напряженностей электромагнитных полей, доступных для эксперимента, даст возможность исследовать новые режимы взаимодействия электромагнитного излучения с веществом, включая режим доминирования радиационного трения в динамике заряженных частиц, генерацию квантовых каскадов элементарных частиц, возбуждение сверхсильных магнитных полей в плазме и др. [1-3].

Нелинейная ионизация атомов и ионов интенсивным лазерным излучением - один из наиболее подробно исследованных эффектов в физике сильных полей. Современное состояние теории и эксперимента в этой области обсуждается в обзорах [14-17] и цитируемой в них литературе. При взаимодействии мощных лазерных импульсов с газовыми и конденсированными средами ионизация обычно происходит на начальном этапе, не представляющем самостоятельного интереса, и приводит к образованию плазмы, дальнейшая эволюция которой под действием лазерного излучения является основным предметом исследования. Тем не менее понимание ионизационного процесса важно для определения зарядового состава и других характеристик плазмы. Кроме того, наблюдение туннельной ионизации тяжелых атомов в лазерном фокусе может быть использовано для оценки пикового значения интенсивности излучения [18-23] - величины, знание которой важно для корректного описания наблюдаемых эффектов и планирования экспериментов. Возникающая в процессе ионизации плазма будет служить источником вторичного излучения, характеристики которого могут представлять интерес для диагностики

С.В.Попруженко. Федеральный исследовательский центр Институт общей физики им. А.М.Прохорова РАН, Россия, 119991 Москва, ул. Вавилова, 38; Федеральный исследовательский центр Институт прикладной физики РАН, Россия, 603950 Н.Новгород, ул. Ульянова, 46; e-mail: sergey.popruzhenko@gmail.com **Е.Б.Калымбетов.** Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ», Россия, 115409 Москва, Каширское ш., 31

как лазерного импульса, вызывающего ионизацию, так и образовавшейся плазмы. Наконец, при интенсивностях, превышающих 10^{24} BT/см², электроны, отрывающиеся от атомов в результате их многократной ионизации, могут вызывать появление квантовых каскадов элементарных частиц [24, 25].

В настоящей работе мы рассмотрим излучение, создаваемое электронами, высвобождающимися в процессе их отрыва от тяжелых атомов в разреженной газовой мишени, облучаемой лазерным импульсом с интенсивностью около 10²² Вт/см². Целью работы является качественное описание спектрально-углового распределения энергии такого излучения и его зависимости от интенсивности и других характеристик лазерного пучка. В частности, будет показано, что спектрально-угловое распределение энергии излучения в области не слишком малых и не слишком больших углов относительно направления распространения лазерного импульса имеет универсальную форму, близкую к таковой для синхротронного излучения, а ширина спектра в этой промежуточной области углов оказывается пропорциональной напряженности поля в центре лазерного фокуса.

2. Постановка задачи

В поле интенсивного лазерного излучения происходит многократный последовательный отрыв электронов от атома, приводящий к образованию ионов с большим зарядом Z. Механизм ионизации определяется значением параметра Келдыша [14, 26]

$$\gamma_{\rm K} = \frac{\sqrt{2mI_{\rm p}}\omega}{eE_0},\tag{1}$$

где I_p – потенциал ионизации атомного уровня; E₀ – амплитуда напряженности поля электромагнитной волны; *ω* – частота этой волны; *е* и *m* – абсолютное значение заряда и масса электрона. При $\gamma_K \ll 1$ реализуется туннельный режим, в котором процесс ионизации протекает так же, как в постоянном поле. В этом случае вероятность ионизации в единицу времени описывается хорошо известными формулами [14], применимыми, в том числе, и в релятивистском режиме. Для рассматриваемой здесь задачи об отрыве электронов от многозарядных ионов в поле излучения ИК лазера с длиной волны $\lambda \approx 1$ мкм и интенсивностью 10²² Вт/см² и выше параметр Келдыша составляет 10⁻²-10⁻³ (см. оценки в [21, 23]), так что туннельное приближение выполняется с высокой точностью, а процесс туннелирования происходит в нерелятивистском режиме. При описании излучения электрона, возникающего в поле сильной электромагнитной волны в результате его отрыва от атома, вклад собственно процесса туннелирования сводится к заданию начального условия для движения электрона в поле волны. В случае туннельной ионизации электрон отрывается от атома с нулевой скоростью:

$$\boldsymbol{v}(t_0, \boldsymbol{r}_0) = \boldsymbol{0},\tag{2}$$

где r_0 – радиус-вектор, задающий положение атома; t_0 – момент отрыва электрона. Если траектория $r(t; t_0, r_0)$ найдена из решения уравнений движения

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{p}}{\mathrm{d}t} = \boldsymbol{e}\boldsymbol{E} + \frac{\boldsymbol{e}}{\boldsymbol{c}}\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{H} \tag{3}$$

С.В.Попруженко, Е.Б.Калымбетов

(*p* – импульс электрона, а *E* и *H* – напряженности электрического и магнитного полей лазерной волны), то спектрально-угловое распределение излучения определяется по формулам классической электродинамики [27]:

$$H'(\Omega, \mathbf{n}) = \frac{\mathrm{i}e\Omega}{c^2 R_0} \exp(\mathrm{i}KR_0) \int_{t_0}^{\infty} \exp[\mathrm{i}(\Omega t - \mathbf{K}\mathbf{r})] \, \mathbf{n} \times \mathbf{v} \, \mathrm{d}t, \, (4)$$

$$dW(\Omega, \boldsymbol{n}) = \frac{cR_0^2}{4\pi^2} |\boldsymbol{H}'(\Omega, \boldsymbol{n})|^2 do d\Omega,$$
(5)

где W – энергия излучения; do – элемент телесного угла; n – единичный вектор в направлении распространения излучения; H' – вектор магнитного поля излучения (не путать с вектором H магнитного поля лазерной волны); Ω и $K = \Omega n/c$ – его частота и волновой вектор; R_0 – расстояние до точки наблюдения; $v(t) = \dot{r}(t)$ – скорость электрона.

Для описания электромагнитного поля лазерной волны мы будем пользоваться приближением линейно поляризованного гауссова пучка с низшей модой TEM₀₀:

$$E(\mathbf{r}, t) = \frac{E_0}{\sqrt{1 + z^2/z_R^2}}$$

$$\times \exp\left\{-\frac{x^2 + y^2}{w_0^2(1 + z^2/z_R^2)} - i\left[kz - \omega t + k\frac{x^2 + y^2}{2R(z)} - \psi(z)\right]\right\},$$

$$H(\mathbf{r}, t) = \mathbf{n}_0 \times \mathbf{E}.$$
(6)

Здесь $w_0 -$ радиус перетяжки в фокусе; $z_{\rm R} = \pi w_0^2 / \lambda -$ рэлеевская длина; $R(z) = z(1 + z_{\rm R}^2/z^2) -$ радиус кривизны волнового фронта; $\psi(z) = \arctan(z/z_{\rm R}) -$ фаза Гуи; n_0 – единичный вектор в направлении распространения пучка (вдоль оси z); $k = 2\pi n_0 / \lambda$ – волновой вектор. Для численных расчетов используются параметры $\lambda = 1$ мкм, $w_0 = 2$ мкм и $z_{\rm R} \approx 12.6$ мкм, при этом поперечный размер пучка в фокусе на полувысоте распределения интенсивности $d_0 = \sqrt{2 \ln 2w_0} \approx 2.4$ мкм, а угловая расходимость пучка

$$\Theta = \arctan\left(\frac{\lambda}{\pi w_0}\right) \approx 0.16. \tag{7}$$

Эти параметры близки к заявленным в [5] для лазерной установки SULF мощностью 10 ПВт. Напряженность электромагнитного поля в центре фокального пятна характеризуется безразмерным параметром

$$a_0 = \frac{eE_0}{mc\omega}.$$
(8)

Мы также будем использовать обозначение $a = a_0(r)$ для зависящего от *r* значения параметра (8). При рассматриваемых параметрах лазерного пучка для достижения пикового значения $a_0 = 10^2$, соответствующего интенсивности $I \approx 2 \times 10^{22}$ Вт/см², необходима мощность ~1.5 ПВт, что отвечает энергии ~50 Дж при длительности импульса $\tau = 30$ фс.

3. Основные уравнения

3.1. Траектории

Для расчета спектрально-углового распределения энергии излучения нужно найти траекторию электрона, решив уравнение (3). Для гауссова пучка (6) траектория может быть получена только численно. Прежде чем перейти к результатам численных расчетов, выполним оценки, позволяющие качественно понять характер движения электрона, используя приближение однородного скрещенного поля, т.е. считая, что

$$\boldsymbol{E} = \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}_0, \boldsymbol{\varphi}_0), \quad \boldsymbol{H} = \boldsymbol{H}(\boldsymbol{r}_0, \boldsymbol{\varphi}_0), \tag{9}$$

где $\varphi_0 = \omega t_0 - k r_0 - \phi$ аза поля лазерной волны в момент отрыва электрона от атома, расположенного в точке r₀. Применимость приближения скрещенного поля можно обосновать следующим образом. При движении с нулевой начальной скоростью в электромагнитном поле высокой интенсивности траектория электрона окажется сильно вытянутой вдоль направления распространения импульса, а движение электрона быстро станет ультрарелятивистским. При таком попутном движении фаза поля $\varphi = \omega t - kr$ вдоль траектории изменяется гораздо медленнее, чем безразмерное время ωt , так что электрон покидает область сильного поля за собственное время, малое по сравнению с периодом колебаний лазерной волны (см. оценки ниже). Будем считать, что электрическое поле поляризовано вдоль оси х. Тогда траектория электрона лежит в плоскости xz, а его движение описывается следующими выражениями:

$$\begin{split} \tilde{x} &= \frac{a}{2}\varphi^2, \quad \tilde{z} &= \frac{a^2}{6}\varphi^3, \quad p_x = mca\varphi, \quad p_z = \frac{mc}{2}a^2\varphi^2, \end{split} \tag{10}$$
$$\varepsilon_{\rm kin} &= mc^2 \Big(1 + \frac{a^2\varphi^2}{2}\Big), \end{split}$$

где

$$\tilde{x} = \frac{2\pi x}{\lambda}, \quad \tilde{z} = \frac{2\pi z}{\lambda}, \quad \varphi = \frac{2\pi s}{\lambda},$$

$$s = c \int_{t_0}^{t} dt \sqrt{1 - v^2/c^2}$$
(11)

– безразмерные переменные; p_x и p_z – поперечная и продольная компоненты импульса; $\varepsilon_{\rm kin}$ – кинетическая энергия электрона.

Формулы (10),(11) позволяют оценить время пребывания электрона в лазерном фокусе. Конечное значение этого времени определяется моментом выхода электрона из области сильного поля либо через боковую поверхность фокальной области, либо через «задний фронт импульса» за счет отставания по фазе, либо за счет попадания электрона, вместе с лазерным импульсом, в область, где гауссов пучок уже расфокусирован. Для оценки рассмотрим траекторию, начинающуюся в центре фокального полятна в момент, когда поле максимально ($r_0 = 0, \varphi_0 = 0$). Будем считать, что электрон выходит через боковую поверхность фокальной области, если его координата x =

*bw*₀, где *b* – числовой коэффициент порядка единицы. Тогда фаза поля, отвечающая моменту выхода,

$$\delta\varphi_x = 2\sqrt{\frac{b}{\Theta a_0}}.$$
(12)

Фаза, при которой электрон, двигаясь вдоль оси z, попадает в область слабого поля (такого же по величине, как и в предыдущей оценке),

$$\delta \varphi_z = \left(\frac{12e^{b^2}}{\Theta^2 a_0^2}\right)^{1/3}.$$
 (13)

Наконец, фаза, при которой электрон выйдет из области высокой интенсивности через задний фронт лазерного импульса длительностью τ , определяемая из условия $ct(\delta\varphi_{\tau}) - z(\delta\varphi_{\tau}) \approx c\tau$,

$$\delta \varphi_{\tau} = \omega \tau. \tag{14}$$

Очевидно, при $a_0 \gg 1$ выполняются неравенства $\delta \varphi_{\tau} \gg \delta \varphi_x$, $\delta \varphi_z$, что и обосновывает приближение стационарного пучка. Оценим соотношение фаз (12) и (13). Для b = 2

$$\frac{\delta\varphi_x}{\delta\varphi_z} \approx 0.33 (\Theta a_0)^{1/6}.$$
(15)

Эта оценка показывает, что в широких диапазонах параметров фазы (12) и (13) оказываются близкими по величине, поэтому любую из них можно использовать для приближенного вычисления эффективного времени пребывания электрона в фокусе. Только в очень сильном поле и при жесткой фокусировке выход электрона из области высокой интенсивности происходит преимущественно за счет его движения вдоль оси *z*. Характерные значения фаз (12) и (13) для $a_0 = 10^2$ таковы: $\delta \varphi_x \approx 0.5$ и $\delta \varphi_z \approx 0.9$. Эти величины малы по сравнению с 2π , но не малы по сравнению с единицей. Таким образом, приближение скрещенного поля может быть использовано, строго говоря, только для качественных оценок. Тем не менее, как видно из приведенных ниже результатов, в ряде случае оно справедливо и на количественном уровне.

На рис.1 показаны траектории электронов, полученные в приближении скрещенного поля и путем точного численного решения уравнения (3) в поле (6) для нескольких значений r_0 внутри фокальной области. Во всех случаях считалось, что электрон отрывается от атома в момент, когда $\varphi_0 = 0$, т.е. когда электрическое поле максимально по величине и направлено противоположно оси *х*. Видно, что приближение скрещенного поля в целом справедливо, а на начальном участке траектории, который лежит в области наибольшей интенсивности и поэтому вносит основной вклад в излучение, точная и приближенная траектории практически совпадают. При описании характеристик излучения важную роль играет направление скорости электрона, образующее с осью *z* угол

$$\chi = \arctan \frac{p_x}{p_z} = \arctan \frac{2}{a\varphi}.$$
 (16)

Значение фазы, при достижении которого направление скорости попадает в телесный угол, образованный конусом лазерного пучка,



Рис.1. Траектории электрона в плоскости безразмерных параметров $\tilde{x} \tilde{z}$, найденные численно из уравнения (3) (сплошные кривые) и по формулам (10) (пунктирные кривые) для начальных точек с координатами $x_0 = y_0 = z_0 = 0$ (черные кривые), $x_0 = \pm 1$ мкм, $y_0 = z_0 = 0$ (красные кривые), $y_0 = 2$ мкм, $x_0 = z_0 = 0$ (синие кривые), и изолинии постоянной интенсивности гауссова пучка (6) (*a*), а также зависимости угла наклона траекторий χ (16) от фазы φ для тех же траекторий (δ).

$$\delta\varphi_{\Theta} = \frac{2}{a_0 \Theta},\tag{17}$$

оказывается достаточно малым: при рассматриваемых параметрах для траектории, начинающейся в центре фокального пятна (рис.1, δ), $\delta \varphi_{\Theta} \approx 0.1 \ll \delta \varphi_{x,z}$.

3.2. Излучение

Исследуем теперь характеристики излучения, возникающего при движении по траекториям, рассмотренным в предыдущем пункте. Приближение скрещенного поля позволяет сделать качественные оценки спектрально-углового распределения излученных фотонов без вычисления интеграла (4) вдоль траектории r(t). Расчет, основанный на приближенном вычислении этого интеграла, будет представлен в последующей более подробной работе. Для траектории (10) в скрещенном поле замкнутые аналитические формулы для спектрально-углового распределения излучения могут быть получены в ряде специальных случаев [28, 29], например для асимптотически свободных траекторий, проходящих через область поля. Эти результаты нельзя использовать для рассматриваемой нами задачи из-за начального условия, согласно которому, траектория начинается внутри фокальной области, а не вне ее.

Согласно (10) движение электрона становится релятивистским при

$$\varphi - \varphi_0 \equiv \delta \varphi' = \frac{1}{a_0} \ll \delta \varphi_\Theta \ll \delta \varphi_{x,z}, \tag{18}$$

т.е. задолго до выхода электрона из фокуса. Таким образом, на большей части траектории, лежащей в области сильного поля, движение электрона является ультрарелятивистским. Поскольку при этом продольный импульс растет быстрее поперечного (см. формулу (10)), движение электрона быстро становится сопутствующим, что, как известно, приводит к сильному подавлению квантовых эффектов даже при очень больших значениях a_0 . Следовательно, для описания характеристик излучения можно использовать формулы классической электродинамики и, в частности, их ультрарелятивистские асимптотики. Дальнейшее упрощение возможно, если учесть, что на большей части траектории угол ее наклона значительно превышает эффективную ширину конуса излучения [27]

$$\delta\theta \approx \frac{1}{\gamma} \approx \frac{1}{1 + a_0^2 \varphi^2 / 2},\tag{19}$$

которая становится малой при $\delta \varphi_{\Theta} > \varphi \gg 1/a_0$. В (19) γ – релятивистский фактор, а θ – угол, задающий направление распространения излучения ($\cos \theta = nn_0$). В диапазоне углов $\chi_0 > \theta \gg \delta \theta$ (рис. 1, δ) излучение можно описывать в синхротронном приближении [27], считая, что в каждый момент времени t оно направлено вдоль вектора v(t), т.е. $\theta \approx \chi$. Здесь χ_0 – угол, соответствующий фазе, при которой движение становится ультрарелятивистским. Если в качестве границы ультрарелятивистской области выбрать $\gamma =$ 10, то для $a_0 = 10^2$ получим $\chi_0 = 0.44 = 25^\circ$. Полная мощность излучения в приближении скрещенного поля остается постоянной, что противоречит физической постановке задачи, т.к. электрон довольно быстро выходит из области сильного поля. Как видно из формы траекторий, показанных на рис.1, выход из фокальной области происходит при $\varphi \approx 0.2 - 0.4$. В таких условиях неплохим приближением для расчета мощности будет ее вычисление вдоль траектории, полученной в случае скрещенного поля, по формуле [27]

$$P = \frac{2e^4}{3m^2c^3} \frac{(\boldsymbol{E} + \boldsymbol{v} \times \boldsymbol{H}/c)^2 - (\boldsymbol{v}\boldsymbol{E})^2/c^2}{1 - \boldsymbol{v}^2/c^2},$$
(20)

в которую подставляются точные значения полей E и H. На рис.2 показаны зависимости $P(\varphi)$, рассчитанные по формуле (20) для траекторий, найденных в приближении скрещенного поля и численно из уравнения (3) для поля (6).

Учитывая, что при ультрарелятивистском движении в области углов $\theta \gg \delta \theta$ ускорение \dot{v} практически ортогонально скорости, качественный вид углового распределения легко получить, воспользовавшись формулой [27]

$$dP = \frac{e^2 \dot{\boldsymbol{v}}^2}{4\pi c^3} \frac{do}{\left[1 - \frac{v\cos(\theta - \chi)}{c}\right]^4}.$$
 (21)

Для вычисления энергии dW, излученной в телесный угол do, необходимо проинтегрировать (21) по времени. Опуская детали вычислений, приведем приближенный результат для случая скрещенного поля:

$$\frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}o} = \frac{3a_0e^2\omega}{2c} \left(1 + \frac{a_0^2\varphi_*^2}{2}\right) \left(1 + \frac{a_0^2\varphi_*^2}{4}\right) \left(1 + \frac{a_0^4\varphi_*^4}{4}\right), \quad (22)$$



Рис.2. Зависимости мощности излучения *P* от фазы φ , рассчитанные по формуле (20) вдоль траекторий, найденных численно из уравнения (3) (сплошные кривые) и в приближении скрещенного поля (10) (пунктирные кривые) для поля гауссова пучка (6) (*a*), и зависимости мощности *P* от угла наклона траектории χ (δ). Начальные условия те же, что и для рис.1. На траекториях, начинающихся из точки $x_0 = -1$ мкм, мощность больше, чем для $x_0 = +1$ мкм. Мощность нормирована на величину $P(\varphi = 0)$ в точке r = 0, где поле гауссова пучка максимально.

где $\varphi_* = 2/(a_0 \tan \theta)$. Функция (22) резко возрастает в области малых углов, как это и должно быть в скрещенном поле, где скорость асимптотически становится сонаправленной с осью *z*. Если в (21) использовать точную траекторию, учитывающую выход электрона из фокуса, то угловое распределение по-прежнему будет вытянуто вперед, но останется везде конечным.

Качественно описать спектр испущенных фотонов также можно без точного вычисления интеграла (4), заметив, что в широком интервале углов, $\pi/2 > \theta \gg \delta\theta$, излучение в заданном направлении формируется на малом участке траектории, который можно считать окружностью с мгновенными значениями радиуса кривизны $\rho(\varphi)$ и угловой скорости

$$\omega_{\rm eff}(\varphi) \approx \frac{c}{\rho(\varphi)}.$$
 (23)

В таком приближении излучение электрона эквивалентно синхротронному излучению в магнитном поле

$$H_{\rm eff} = \frac{mc\omega_{\rm eff}\gamma}{e},\tag{24}$$

и спектр в заданном направлении может быть найден с помощью известных формул (см., напр., § 73 в [27]), в которые в качестве напряженности магнитного поля подставляется величина (24), а номер гармоники $n = \Omega/\omega_{eff}$ рассматривается как непрерывный параметр. Оценим характерную частоту Ω_* в спектре излучения в зависимости от угла θ , используя известное соотношение [27]



Рис.3. Зависимости характерной частоты (25), отнесенной к частоте лазерной волны, от направления распространения излучения. Сплошной кривой показан результат, найденный с использованием точных траекторий, пунктирной – результат, полученный в приближении скрещенного поля по формуле (26). Точный и приближенный результаты практически совпадают.

$$\Omega_* = \frac{eH}{mc}\gamma^2.$$
(25)

В приближении скрещенного поля

$$\Omega_* = \omega a_0 \sqrt{1 + \frac{a_0^4 \varphi_*^4}{4}}.$$
(26)

В области углов $\theta \approx \Theta$ эта оценка дает $\Omega_* \approx 2\omega a_0/\Theta^2$. На рис.3 показано отношение Ω_*/ω , полученное по формуле (26) и из точного численного решения уравнений движения в интервале углов $10^\circ - 30^\circ$, приблизительно совпадающем с интервалом [Θ, χ_0]. Видно, что точный и приближенный результаты практически совпадают.

4. Заключение

Представленные в настоящей работе результаты позволяют качественно описать основные особенности спектрально-угловых распределений излучения, возникающего при туннельной ионизации атомов импульсами лазерного излучения сверхвысокой интенсивности. Основное отличие приведенных формул для траекторий и спектров от известных ранее для случаев скрещенного поля [28, 29] и плоской электромагнитной волны [30] связано с начальным условием для движения электрона (2), появляющегося в области сильного поля с нулевой скоростью. Полученные нами результаты также существенно дополняют результаты работы [31], в которой рассматривалось движение и излучение электрона в поле сфокусированного лазерного импульса, однако спектрально-угловые характеристики излучения не обсуждались, а использованное в [31] приближение для электрического поля волны было еще более грубым, чем приближение гауссова пучка (6), на которое мы опирались в нашей работе.

Роль фокусировки поля в формировании излучения значительна, т.к. благодаря ей время взаимодействия, определяемое формулами (12) и (13), оказывается ограниченным, а мощность излучения в направлении распространения лазерной волны – конечной. Из сравнения траекторий и характеризующих излучение величин, полученных численным решением уравнений движения и в приближении скрещенного поля, видно, что последнее применимо с достаточно высокой точностью. Это обстоятельство существенно упростит расчет параметров излучения в реалистической экспериментальной ситуации, для описания которой необходимо вычисление большого числа траекторий, отвечающих различным начальным точкам с координатами r_0, φ_0 и значениям полей в них. Характерные частоты (26), представленные в спектре излучения, зависят от амплитуды поля лазерной волны, что создает принципиальную возможность оценки интенсивности лазерного излучения в фокусе по форме спектра.

Важной особенностью рассмотренного случая является относительно низкая мощность излучения, линейно пропорциональная интенсивности в фокальном пятне лазерного импульса: $P \propto a_0^2$, в то время как при движении электрона в поле сильной электромагнитной волны с нулевой средней скоростью мощность излучения растет с ростом интенсивности квадратично: $P \propto a_0^4$ [27, 30]. В результате полная энергия, излучаемая электроном за время выхода из фокальной области,

$$W \approx P(0)\delta t = P(0)\frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}\varphi}\delta\varphi_{x,z}, \quad P(0) = \frac{2e^2\omega^2 a_0^2}{3c}$$
(27)

для выбранных нами параметров также невелика: $W \approx 10^3 - 10^4$ эВ. Учитывая, что характерная энергия излучаемого фотона, оцениваемая из (26) и рис.3, тоже составляет $10^3 - 10^4$ эВ, приходим к выводу, что среднее число фотонов, испущенных одним электроном, мало, поэтому экспериментальное наблюдение излучения может представлять значительные трудности. Требования к экспериментальной диагностике, необходимой для регистрации излучения в таких условиях, будут детально рассмотрены в последующей публикации.

Авторы признательны И.Ю.Костюкову, А.А.Миронову и А.М.Федотову за полезные обсуждения.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (грант № 20-12-00077).

- Mourou G., Tajima T., Bulanov S.V. Rev. Mod. Phys., 78, 309 (2006).
- Di Piazza A., Müller C., Hatsagortsyan C.Z., Keitel C.H. *Rev. Mod. Phys.*, 84, 1177 (2012).
- 3. Narozhny N.B., Fedotov A.M. Contemp. Phys., 56, 249 (2015).

- 4. Yanovsky V. et al. Opt. Express, 16, 2109 (2008).
- 5. Guo Z. et al. Opt. Express, 26, 26776 (2018).
- 6. Papadopoulos D. et al. High Power Laser Sci. Eng., 4, e34 (2016).
- 7. Sung J.H. et al. Opt. Lett., 42, 2058 (2017).
- 8. Zeng X. et al. Opt. Lett., 42, 2014 (2017).
- Gan Z. et al. Opt. Expess, 25, 5169 (2017); Li W. et al. Opt. Lett., 43, 5681 (2018).
- 10. Chambaret J.-P. et al. Proc. SPIE, 7721, 77211D (2010).
- 11. Weber S. et al. Mater Radiat. Extremes, 2, 149 (2017).
- 12. Yoon J.W. et al. Optica, 8, 630 (2021).
- Bashinov A.V., Gonoskov A.A., Kim A.V., Mourou G., Sergeev A.M. *Eur. Phys. J. Spec. Top.*, **223**, 1105 (2014).
- 14. Попов В.С. УФН, 174, 921 (2004) [Phys. Usp., 47, 855 (2004)].
- Milosevic D.B., Paulus G.G., Bauer D., Becker W. J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys., 39, R203 (2006).
- Popruzhenko S.V. J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys., 47, 204001 (2014).
- Карнаков Б.М., Мур В.Д., Попруженко С.В., Попов В.С. УФН, 185, 3 (2015) [*Phys. Usp.*, 58, 3 (2015)].
- Chowdhury C.A., Barty C.P.J., Walker B.C. Phys. Rev. A, 63, 042712 (2001).
- Yamakawa K., Akahane Y., Fukuda Y., Aoyama M., Inoue N., Ueda H. *Phys. Rev. A*, 68, 065403 (2003).
- 20. Link A. et al. Rev. Sci. Instrum., 77, 10E723 (2006).
- Ciappina M.F., Popruzhenko S.V., Bulanov S.V., Ditmire T., Korn G., Weber S. *Phys. Rev. A*, **99**, 043405 (2019).
- Ciappina M.F., Popruzhenko S.V. Laser Phys. Lett., 17, 025301 (2020).
- 23. Ciappina M.F., Peganov E.E., Popruzhenko S.V. Matter Radiat. Extremes, 5, 044401 (2020).
- 24. Tamburini M., Di Piazza A., Keitel C.H. Sci. Rep., 7, 5694 (2017).
- 25. Artemenko I.I., Kostyukov I.Yu. Phys. Rev. A, 96, 032106 (2017).
- Келдыш Л.В. ЖЭТФ, 47, 1945 (1964) [Sov. Phys. JETP, 20, 1307 (1965)].
- Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Теория поля (М.: Наука, 1988).
- 28. Ritus V.I. J. Sov. Laser Res., 6, 497 (1985).
- 29. Байер В.Н., Катков В.М., Страховенко В.М. ЖЭТФ, 100, 1713 (1991) [*JETP*, **73**, 945 (1991)].
- 30. Sarachik E.S., Schappert G.T. Phys. Rev. D, 1, 2738 (1970).
- Галкин А.Л., Коробкин В.В., Романовский М.Ю., Ширяев О.Б. Квантовая электроника, 37, 903 (2007) [Quantum Electron., 37, 903 (2007)].