Влияние поперечного смещения пучков заряженных частиц на квантово-электродинамические процессы при их столкновении

М.Филипович, К.Бауманн, А.М.Пухов, А.С.Самсонов, И.Ю.Костюков

С помощью полноразмерного трёхмерного моделирования методом частиц в ячейках рассмотрено столкновение ультрарелятивистских электронных пучков. В таком процессе на частицы могут влиять экстремальные поля встречного пучка, и взаимодействие может переходить в режим непертурбативной квантовой электродинамики. В этом экспериментально неизученном режиме излучение фотонов и рождение электрон-позитронных пар являются крайне вероятными процессами. Показано, что за счёт поперечного смещения пучков и увеличения числа частиц, находящихся в области максимума поля, можно увеличить выход как фотонов, так и электрон-позитронных пар.

Ключевые слова: коллайдер, ультрарелятивизим, излучение фотонов, рождение пар, моделирование методом частиц в ячейках.

В связи со стремительным развитием технологий построения лазеров высокой мощности в обозримом будущем ожидается достижение интенсивностей лазерного излучения, превышающих 10²² Вт/см² [1-5], что позволит проводить экспериментальные исследования по взаимодействию лазерного излучения с веществом при очень высоких энергиях. Одно из направлений таких исследований - изучение квантово-электродинамических (КЭД) эффектов в сильном поле. КЭД процессы можно классифицировать по квантовому параметру $\chi = \sqrt{-(F_{\mu\nu}p^{(\nu)})^2}/(m_e c E_{cr})$ [6], где E_{cr} – критическое поле пробоя вакуума [7], или швингеровский предел; F_{µv} – тензор электромагнитного поля; *m*_e – масса покоя электрона; *с* – скорость света в вакууме; $p^{(\nu)}$ – четырёхмерный импульс. Параметр χ позволяет количественно оценить влияние КЭД процессов на взаимодействие излучения с веществом, наиболее важными из которых являются испускание жёстких фотонов в результате нелинейного комптоновского рассеяния и генерация электрон-позитронных пар в результате многофотонного процесса Брейта-Уиллера [6,8]. При достижении параметром χ величины порядка единицы вероятности этих процессов становятся значительными.

Режим при $\chi < 1$ был реализован в эксперименте E-144 на установке SLAC [9], и ожидается, что режим при $\chi \approx 1$ будет реализован в эксперименте E-320 на установке SLAC [10] и в эксперименте LUXE на установке DESY

А.С.Самсонов, И.Ю.Костюков. Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И.Лобачевского, Россия, 603950 Н.Новгород, просп. Гагарина, 23; Федеральный исследовательский центр Институт прикладной физики РАН, Россия, 603950 Н.Новгород, ул. Ульянова, 46; e-mail: asams@ipfran.ru

Поступила в редакцию 8 июля 2021 г.

[11]. Не менее важно исследование так называемого «сверхкритического режима», соответствующего пределу $\chi \gg 1$ [12]. Теория предсказывает, что, если параметр χ становится столь большим, что начинает выполняться условие $\alpha \chi^{2/3} \ge 1$, где α – постоянная тонкой структуры, упомянутые КЭД процессы настолько значительны, что КЭД теория оказывается непертурбативной [13]. Этот режим не только экспериментально не исследован, но и отсутствует надёжная КЭД теория, поскольку в данном режиме параметр разложения в КЭД теории возмущений перестаёт быть малым. Тем не менее уже предложены возможные схемы реализации такого режима в эксперименте [14–17] и выполнены некоторые предварительные аналитические исследования [18–22].

Одной из самых больших проблем, которые необходимо преодолеть для достижения полностью непертурбативного КЭД режима, является минимизация потерь энергии частиц, прежде чем они попадут в область сильного поля, в которой выполняется условие $\alpha \chi^{2/3} \ge 1$. Простые оценки показывают, что схемы, основанные на столкновениях лазерного импульса с электронным пучком, нежизнеспособны, поскольку даже для параметров лазерного излучения, которые ожидается получить на установках с пиковой мощностью 10 ПВт, требуются электронные сгустки с лоренц-фактором $\gamma \approx 10^7$. Более перспективна альтернативная конфигурация с использованием электронного коллайдера класса 100 ГэВ [23]. В настоящей статье предлагается развитие данной схемы электрон-электронного коллайдера. В частности, рассматривается столкновение электронных пучков, сдвинутых в поперечном направлении, для обеспечения более высокого выхода вторичных частиц в результате КЭД процессов. Кроме того, обсуждаются потери энергии при увеличении длины электронных сгустков и проводится сравнение выхода вторичных частиц с полученными ранее его аналитическими оценками [24, 25].

Для изучения процесса столкновения пучков нами было выполнено численное моделирование методом частиц в ячейках (particles-in-cell, PIC) с помощью кода virtual laser plasma laboratory (VLPL) [26] в трёхмерной

M.Filipovic, C.Baumann. Institut für Theoretische Physik I, Heinrich-Heine-Universität Düsseldorf, 40225 Düsseldorf, Germany

А.М.Пухов. Institut für Theoretische Physik I, Heinrich-Heine-Universität Düsseldorf, 40225 Düsseldorf, Germany; Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И.Лобачевского, Россия, 603950 Н.Новгород, просп. Гагарина, 23

геометрии. Область моделирования имела размеры 2000, $30\sigma_0$ и $30\sigma_0$ вдоль осей x, y и z соответственно, где $\sigma_0 =$ 10 нм - характерный пространственный размер, использующийся для нормировки в каждом моделировании. Шаги сетки составляли $0.025\sigma_0$, $0.1\sigma_0$ и $0.1\sigma_0$ вдоль тех же осей. Временной шаг равнялся значению шага в направлении оси x, что продиктовано выбором схемы rhombiin-plane (RIP) [27] для численного решения уравнений Максвелла. Диаметр и длина пучков были равны 10 нм (если не указано иное), пиковый ток I_{max} = 1.7MA, лоренц-фактор частиц $\gamma = 2.5 \times 10^5$, в качестве профиля плотности использовался гауссов эллипсоид. Для всех выполненных расчетов поперечные граничные условия являлись периодическими, а продольные - поглощающими. КЭД процессы в данном коде моделируются с помощью метода Монте-Карло [28, 29]. В проведённых расчетах учитывались два КЭД процесса – нелинейное комптоновское рассеяние и многофотонный процесс Брейта-Уиллера.

В настоящей работе рассматриваются две возможные конфигурации. В первой конфигурации, называемой здесь и далее «несмещённой», поперечные положения центров двух электронных пучков совпадают. Вторая конфигурация, называемая «смещённой», схематически показана на



Рис.1. Модифицированная конфигурация столкновения электронных сгустков: электронная плотность (фиолетовый и желтый цвета) в начале моделирования, *у*-компонента электрического поля (красно-синяя цветовая схема).

рис.1. В ней один из двух электронных пучков смещён относительно другого в направлении оси y на расстояние d_0 . Это расстояние выбирается таким, чтобы максимум плотности одного электронного пучка проходил через максимум напряжённости электрического поля встречного пучка. Выражение для напряжённости электрического поля может быть найдено из теоремы Гаусса:

$$\boldsymbol{E} = -\frac{4\pi\sigma_r^2 n_0 e}{r} \exp\left[-\frac{(x-vt)^2}{2\sigma_x^2}\right] \left[1 - \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma_r^2}\right)\right] \boldsymbol{e}_r, \quad (1)$$

где σ_r – среднеквадратичный радиус пучка; σ_x – среднеквадратичная длина пучка (обратим внимание на то, что ниже будут представлены результаты моделирования с различными длинами пучков σ_x); $v \approx c$ – скорость частиц пучка; n_0 – максимальная концентрация частиц пучка [30]. Для параметров моделирования, указанных выше, максимальное электрическое поле $E_{\rm max} = 13.8(2\pi m_{\rm e}c^2) \times (e\sigma_0)^{-1}$ и достигается при $r_{\rm max} \approx 1.59\sigma_r$. Таким образом, оптимальный сдвиг для смещённой конфигурации $d_0 = r_{\rm max} \approx 15.9$ нм.

В первую очередь нами было установлено, что при моделировании взаимодействие действительно происходит в непертурбативном КЭД режиме, реализуемом при условии $\alpha \chi^{2/3} \ge 1$, или $\chi \ge 1600$. На рис.2 приведены максимальные значения параметра χ в плоскости уг в момент полного перекрытия обоих сгустков. Большие значения χ наблюдаются в кольце вокруг оси распространения сгустков для несмещённой конфигурации (рис.2,а) и в двух кольцах для смещённой конфигурации (рис.2, б, в). Причина такого распределения параметра χ связана с его зависимостью от напряжённости электрического поля, которое обладает аксиальной симметрией и имеет максимум на некотором удалении от центра пучка (см. формулу (1)). Максимальное значение $\chi = 1695$ в обеих конфигурациях, что подтверждает реализацию полностью непертурбативного КЭД режима. Оценка показывает, что в несмещённой конфигурации около 34% электронов пучка достигают этого режима. Это значение находится в согласии с оценкой, полученной в работе Якименко и др. [23]. Для сравнения доля электронов, достигающих сверхкритического режима, в смещённой конфигурации составляет около 33%. Несмотря на это, в смещённой конфигурации выход как фотонов, так и электрон-позитронных пар больше (см. ниже). Такое пространственное распределение параметра χ непосредственно влияет на КЭД процессы. В частности, на рис.3 представлены распределения



Рис.2. Максимальные значения параметра χ электронов в области моделирования при полном перекрытии сгустков в плоскости *уг* в несмещённой конфигурации (*a*) и в смещённой кофигурации для пучка, распространяющегося направо (δ) и налево (*в*). Косой крестик обозначает положение центра пучка, а чёрный круг радиусом σ_r – размер пучка.



Рис.3. Плотность энергии испускаемых фотонов в плоскости *ху* после столкновения электронных сгустков в несмещённой (*a*) и смещённой (δ) конфигурациях. Стрелки указывают направление распространения фотонных сгустков; W_{γ} – плотность энергии фотонов в ячейке моделирования, $n_{\rm cr}$ – критическая концентрация, рассчитанная для частоты, соответствующей длине волны 1 нм.

плотности энергии излученных фотонов в двух конфигурациях. Поскольку вероятность излучения фотона связана со значением параметра χ , в несмещённой конфигурации испускаемые фотоны расположены симметрично вокруг оси распространения пучка и при этом практически отсутствуют в небольшом канале вдоль оси *х*. В смещённой конфигурации фотоны находятся вблизи осей распространения обоих пучков из-за того, что центры пучков лежат в области максимума электрического поля.

Перед дальнейшим анализом результатов моделирования приведём оценки выхода вторичных частиц, полученные в работе [24]. В ней показано, что отношение общего числа фотонов к начальному числу электронов сгустка может быть выражено через среднее значение параметра χ , которое аналитически вычисляется для гауссова распределения концентрации пучка следующим образом:

$$\chi^{\rm av} = \Upsilon \approx \frac{5}{12} \frac{N_{\rm e0} \alpha \gamma \lambda_{\rm C}^2}{\sigma_r \sigma_x},\tag{2}$$

где N_{e0} – начальное число электронов в сгустке, а $\lambda_{\rm C}$ – приведённая комптоновская длина волны. При выбранных параметрах взаимодействия и заряде сгустка 0.14 нКл, параметр Υ равен 990. При этом среднее значение параметра χ , вычисленное по результатам численного моделирования, $\chi^{\rm av}$ составило ~790 в несмещённой конфигурации и ~787 в смещённой конфигурации в момент полного перекрытия пучков. Поскольку параметр $\chi^{\rm av}$ определянся максимальным полем пучка, то его значения близки

в обеих конфигурациях. В пределе $\Upsilon \gg 1$ отношение числа фотонов к начальному числу электронов сгустка можно оценить как

$$\frac{N_{\gamma}}{N_{\rm e0}} \approx 2.57 \left(\frac{\sigma_x}{\gamma \lambda_{\rm C}} \alpha \, \Upsilon^{2/3} \right). \tag{3}$$

Подстановка в данную формулу значения параметра χ^{av} дает отношение $N_{\gamma}/N_{e0} \approx 0.193$, что достаточно хорошо совпадает с результатами моделирования, согласно которым это отношение составляет ~0.203 для несмещённой конфигурации и ~0.210 – для смещённой. Также можно оценить потери энергии ε_e , которые напрямую связаны с излучением фотонов электронами, с помощью следующего выражения [24]:

$$\frac{\Delta \varepsilon_{\rm e}}{\varepsilon_{\rm e}} \approx -0.689 \left(\frac{\sigma_x}{\gamma \lambda_{\rm C}} \alpha \, \Upsilon^{2/3} \right). \tag{4}$$

Согласно данной оценке, потери энергии $\Delta \varepsilon_e / \varepsilon_e \approx 5.18\%$ для параметров, используемых при численном моделировании. Эта оценка также хорошо совпадает с результатами численного моделирования, при котором $\Delta \varepsilon_e / \varepsilon_e \approx 5.01\%$ в несмещённой конфигурации и ~5.14% – в смещённой.

Аналогичные оценки можно привести для другого рассматриваемого КЭД процесса – рождения электронпозитронных пар из излученных электронами сгустка фотонов. В работе [25] оценка отношения числа рождённых электрон-позитронных пар к начальному числу электронов сгустка выполнена по формуле

$$\frac{N_{\text{pairs}}}{N_{\text{e0}}} \approx \frac{10.4\sqrt{3}}{25\pi} \left(\frac{\sigma_x}{\gamma\lambda_{\text{C}}} \alpha \Upsilon^{2/3}\right)^2 \ln \Upsilon$$
(5)

для $\Upsilon \gg 1$. Для параметров моделирования данная оценка дает отношение $N_{\rm pairs}/N_{\rm e0} \approx 0.0089$, что хорошо согласуется с результатами численного моделирования, согласно которым $N_{\rm pairs}/N_{\rm e0} \approx 0.0084$ в несмещённой конфигурации и ~0.0087 – в смещённой.

Также нами было изучено влияние длины сгустков на применимость аналитических оценок. Для этого была проведена серия численных моделирований с различными длинами пучков с шагом 10 нм. При этом максимальная концентрация электронов и размер сгустка σ_r были такими же, как и при моделировании, описанном выше. На рис.4,*a* приведены отношения числа фотонов к начальному числу электронов сгустка, полученные в результате численного моделирования и с помощью анали-



Рис.4. Зависимости отношения числа испущенных фотонов к начальному числу электронов (*a*), потерь энергии электронами (δ) и отношения числа электрон-позитронных пар к начальному числу электронов (*b*) от длины сгустка. Красные кривые построены на основе оценок (3)–(5) и значения χ^{av} , вычисленного по результатам моделирования.

тической оценки (3) в предположении, что $\chi^{av} = \Upsilon$. Видно, что в обеих конфигурациях выход фотонов увеличивается с увеличением длины, а значит и времени взаимодействия сгустков. Энергетические потери и выход электронпозитронных пар, представленные на рис.4,6 и в соответственно, отражают ту же закономерность. Результаты моделирования показывают, что одновременное смещение центров пучков и увеличение их длины в целом увеличивает выход вторичных частиц. Так, в смещённой конфигурации для пучков длиной 10 нм выход фотонов увеличивается на ~3.3%, а выход электрон-позитронных пар – на ~4.4% по сравнению с несмещённой конфигурацией, тогда как для пучков длиной 50 нм, увеличение составляет ~5.4% для фотонов и ~4.9% для пар. Стоит отметить, что результаты моделирования и аналитические оценки хорошо согласуются для коротких сгустков, однако несколько различаются для более длинных сгустков. Из рис.4 видно, что, хотя для пучков с длиной больше 30 нм аналитические оценки всё ещё дают правильный порядок величин, предсказываемая функциональная зависимость несколько отличается от наблюдаемой при моделировании. Это частично объясняется тем, что при увеличении длины пучков становится важной поперечная динамика частиц.

Средние значения поперечного импульса начальных электронов после полного пересечения пучков представлены в табл.1, из которой видна прямая зависимость этой величины от длины пучков. С увеличением поперечного импульса частиц пучка более существенным становится и изменение распределения заряда в пучке, что, в свою очередь, приводит к изменению распределения электромагнитного поля. Это обуславливает расхождение аналитических оценок, которые получены в предположении неизменности распределения поля, с результатами моделирования столкновения протяжённых пучков. Влияние поперечной динамики частиц на столкновение пучков подробно исследовано в работе [31].

Табл.1. Среднее значение поперечного импульса p_{\perp}^{av} начальных электронов после полного пересечения пучков в различных конфигурациях для разных длин пучков (p_0 – начальный импульс).

Длина пучка σ_x (нм)	$1000 p_\perp^{\mathrm{av}}/p_0$	
	несмещённая конфигурация	смещённая конфигурация
10	0.69	0.72
20	1.36	1.39
30	1.97	2.02
40	2.51	2.59
50	2.97	3.10

Кроме того, нами было обнаружено влияние смещения пучков на энергию вторичных частиц. На рис.5 показан энергетический спектр позитронов в обеих конфигурациях для сгустков длиной $\sigma_x = 50$ нм, из которого видно, что в смещённой конфигурации присутствует большее число низкоэнергетических позитронов, чем в несмещённой.

Таким образом, в настоящей работе предложено усовершенствование конфигурации, описанной в [23], направленное на увеличение выхода частиц с сохранением при этом непертурбативного КЭД режима. Рассмотрено столкновение электронных сгустков, сдвинутых поперёк



Рис.5. Спектр позитронов в двойном логарифмическом масштабе после полного взаимодействия сгустков длиной 50 нм в различных конфигурациях.

их осей так, чтобы максимум плотности одного сгустка проходил через максимум поля встречного сгустка. Установлено, что в этой конфигурации наблюдается более высокий, чем при столкновении несмещённых пучков, выход как фотонов, так и электрон-позитронных пар. Исследование проводилось с помощью трёхмерного моделирования методом частиц в ячейках. Сравнение полученных результатов с результатами предыдущих работ, в которых приведены аналитические оценки выхода числа частиц, показывает, что данные оценки хорошо согласуются с результатами численного моделирования в случае коротких пучков, однако несколько отличаются от результатов моделирования в случае столкновения длинных пучков, когда поперечная динамика частиц становится существенной.

Работа выполнена при финансовой поддержке Deutsche Forschungsgemeinschaft (DFG) (проект 430078384) и Российского научного фонда (грант № 18-11-00210, анализ результатов моделирования и сравнение с аналитическими оценками). Авторы благодарны центру Gauss Centre for Supercomputing e.V. (www.gausscentre.eu) за финансирование проекта qed20 – предоставление вычислительного времени на суперкомпьютере GCS Supercomputer JUWELS (Jülich Supercomputing Centre, JSC).

- 1. Yoon J.W., Kim Y.G., Choi I.W., Sung J.H., Lee H.W., Lee S.K., Nam C.H. *Optica*, **8**, 630 (2021).
- 2. The ELI Project; http://www.eli-laser.eu.
- Exawatt Center for Extreme Light Studies (XCELS); https://xcels. ipfran.ru.
- Zou J.P., Le Blanc C., Papadopoulos D., Chériaux G., Georges P., Mennerat G., Druon F., Lecherbourg L., Pellegrina A., Ramirez P. *High Power Laser Sci. Eng.*, 3, e2 (2015).
- Hernandez-Gomez C., Blake S.P., Chekhlov O., et al. J. Phys. Conf. Ser., 244, 32006 (2010).
- Di Piazza A., Müller C., Hatsagortsyan K.Z., Keitel C.H. *Rev. Mod. Phys.*, 84, 1177 (2012).
- 7. Schwinger J. Phys. Rev., 82, 664 (1951).
- 8. Narozhny N.B., Fedotov A.M. Contemp. Phys., 56, 249 (2015).
- Bula C., McDonald K.T., Prebys E.J., Bamber C., Boege S., Kotseroglou T., Melissinos A.C., Meyerhofer D.D., Ragg W., Burke D.L., Field R.C., Horton-Smith G., Odian A.C., Spencer J.E., Walz D., Berridge S.C., Bugg W.M., Shmakov K., Weidemann A.W. *Phys. Rev. Lett.*, **76**, 3116 (1996).
- Meuren S., Bucksbaum P.H., Fisch N.J., Fiúza F., Glenzer S., Hogan M.J., Qu K., Reis D.A., White G., Yakimenko V. ArXiv Preprint. ArXiv2002.10051 (2020).

- Abramowicz H., Acosta U.H., Altarelli M., et al. ArXiv Preprint. ArXiv2102.02032 (2021).
- 12. Tamburini M., Meuren S. ArXiv Preprint. ArXiv1912.07508 (2019).
- 13. Narozhny N.B. Phys. Rev. D, 21, 1176 (1980).
- Blackburn T.G., Ilderton A., Marklund M., Ridgers C.P. New J. Phys., 21, 053040 (2019).
- Baumann C., Nerush E.N., Pukhov A., Kostyukov I.Y. Sci. Rep., 9, 9407 (2019).
- Baumann C., Pukhov A. Plasma Phys. Controlled Fusion, 61, 074010 (2019).
- Di Piazza A., Wistisen T.N., Tamburini M., Uggerhøj U.I. Phys. Rev. Lett., 124, 044801 (2020).
- 18. Podszus T., Di Piazza A. Phys. Rev. D, 99, 076004 (2019).
- 19. Fedotov A. J. Phys. Conf. Ser., 826, 012027 (2017).
- 20. Ilderton A. Phys. Rev. D, 99, 085002 (2019).
- Mironov A.A., Meuren S., Fedotov A.M. Phys. Rev. D, 102, 053005 (2020).
- 22. Ekman R., Heinzl T., Ilderton A. Phys. Rev. D, 102, 116005 (2020).

- Yakimenko V., Meuren S., Del Gaudio F., Baumann C., Fedotov A., Fiuza F., Grismayer T., Hogan M.J., Pukhov A., Silva L.O., White G. *Phys. Rev. Lett.*, **122**, 190404 (2019).
- 24. Yokoya K., Chen P. Beam-Beam Phenomena in Linear Colliders (Springer, 1992).
- 25. Chen P., Telnov V.I. Phys. Rev. Lett., 63, 1796 (1989).
- 26. Pukhov A. J. Plasma Phys., 61, 425 (1998).
- 27. Pukhov A. J. Comput. Phys., 418, 109622 (2020).
- Elkina N.V., Fedotov A.M., Kostyukov I.Y., Legkov M.V., Narozhny N.B., Nerush E.N., Ruhl H. *Phys. Rev. Spec. Top. Accel. Beams*, 14, 054401 (2011).
- 29. Baumann C., Pukhov A. Phys. Rev. E, 94, 063204 (2016).
- Del Gaudio F., Grismayer T., Fonseca R.A., Mori W.B., Silva L.O. Phys. Rev. Accel. Beams, 22, 023402 (2019).
- Samsonov A.S., Nerush E.N., Kostyukov I.Yu., Filipovic M., Baumann C., Pukhov A. ArXiv Preprint. ArXiv:2107.04787 (2021).