

# Опрокидывание нелинейной кильватерной волны, возбуждаемой лазерным импульсом при его взаимодействии с полуограниченной плазмой

С.В.Кузнецов

*Аналитическими методами исследованы свойства кильватерной волны, возбуждаемой релятивистским лазерным импульсом при прохождении через размытую границу однородной плазмы. Установлено, что на плато плотности плазмы вблизи ее границы кильватерная волна не является регулярной и ее фазовая скорость зависит от пространственной координаты. Показано, что процесс опрокидывания кильватерной волны является пороговым по энергии осцилляций электронов; определено влияние параметров переходного слоя на процесс опрокидывания кильватерной волны.*

**Ключевые слова:** лазерный импульс, кильватерная волна, фазовая скорость, осцилляции электронов, неоднородная плазма.

## 1. Введение

В последние десятилетия наблюдается значительный прогресс в развитии технологии лазерно-плазменного ускорения электронов, на основе которой уже получены сгустки электронов с энергией в несколько ГэВ [1]. Такая технология имеет многообещающий потенциал для создания компактных установок, способных производить сгустки высокоэнергетичных электронов, необходимые для многих приложений. Однако разработка лазерно-плазменных ускорителей, пригодных для практического использования, до сих пор упирается в ряд проблем, связанных с отсутствием стабильности при ускорении электронных сгустков и плохим контролем за их характеристиками. Эти проблемы в значительной степени порождаются еще на этапе инжекции электронов в генерируемую лазерным импульсом ускоряющую плазменную волну. Обусловлено это тем, что в лазерно-плазменном ускорителе сгусток ускоряемых электронов обычно формируется из фоновых электронов плазмы при опрокидывании кильватерной волны; такой процесс по своей природе зависит от многих зачастую случайных факторов и по этой причине сложно контролируется.

Существуют методы управляемой инжекции электронов, например инжекция электронов в кильватерное поле вследствие столкновения двух лазерных импульсов [2] или инжекция электронов, вызванная ионизацией [3], но они приводят к усложнению конструкции ускорителя или порождают ряд других проблем. По этой причине инжекция электронов при опрокидывании кильватерной волны лазерного импульса остается наиболее часто используемым методом инжекции электронов в лазерно-плазменном ускорителе, и этот способ нуждается в более глубоком изучении как в теоретическом плане с целью более глубокого понимания физического механизма в различ-

ных условиях, так и в практическом – с целью разработки методов управления инжекцией.

Среди исследований в этом направлении, выполненных в России, следует выделить работы [4, 5], которые положили начало изучению процесса самоинжекции электронов в кильватерную волну лазерного импульса при его распространении в неоднородной плазме. В этих работах авторы показали, что на спадающем градиенте плотности плазмы фазовая скорость кильватерной волны уменьшается, и становится возможным захват электронов в ускоряющее поле кильватерной волны. Также было показано, что характеристиками сгустка можно управлять путем выбора градиента плотности плазмы и параметров лазерного импульса.

Среди работ зарубежных исследователей особого внимания заслуживает публикация [6], в которой сообщаются результаты изучения процесса самоинжекции электронов в кильватерное поле лазерного импульса, распространяющегося в режиме плазменного пузыря в газовой ячейке с однородной плотностью электронов. Авторы представили результаты экспериментов и моделирования, из которых следует, что захват электронов в ускоряющее поле кильватерной волны происходит фактически в два этапа: в начале, когда в результате самофокусировки лазерного импульса происходит опрокидывание кильватерной волны, электроны захватываются в формируемый для ускорения сгусток посредством механизма продольной самоинжекции, а затем – за счет поперечной. При этом выяснено, что продольная инжекция, которая всегда наблюдается в начале процесса формирования сгустка, приводит к гораздо более стабильному ускорению и формированию более качественных электронных пучков.

Данный вывод также подтверждается результатами работы [7], в которой при численном моделировании наблюдалась управляемая инжекция электронов в созданное лазерным импульсом кильватерное поле в четко определенном месте пространства в определенный момент времени. В этом исследовании изучалось прохождение лазерного импульса через мишень из разреженной плазмы с восходящим профилем плотности, за которым следует плато. Было показано, что большой диаметр лазерного фокального пятна приводит к существенно одно-

С.В.Кузнецов. Объединенный институт высоких температур РАН, Россия, 125412 Москва, ул. Ижорская, 13, стр.2;  
e-mail: svk-IVTAN@yandex.ru

Поступила в редакцию 7 июля 2021 г.

мерному режиму формирования кильватерного поля, который отличается от пузырькового режима, имеющего место для жестко сфокусированных пучков лазерного драйвера. Таким образом, были обеспечены условия для продольного механизма самоинжекции электронов, и восходящий профиль приводил к резкому обрушению одномерной волны на переходе подъем – плато. Результаты исследования показали, что в этих условиях генерируется сверхтонкий (несколько нанометров, что соответствует аттосекундной длительности) сверхплотный релятивистский электронный слой, который инжектируется и ускоряется в кильватерном поле.

Теоретическому анализу процесса продольной самоинжекции электронов в кильватерную волну, создаваемую лазерным импульсом, посвящены работы [8–12]. В них показано, что в основе этого явления лежит процесс пересечения траекторий электронов, совершающих продольные осцилляции под действием лазерного импульса. Пересечение траекторий электронов приводит к опрокидыванию кильватерной волны, перемешиванию электронов и захвату их в ускоряющее поле кильватерной волны. Таким образом, опрокидывание кильватерной волны и генерация электронных сгустков лазерным импульсом являются взаимосвязанными процессами. Теоретическое изучение условий, при которых возможно опрокидывание кильватерной волны в случае лазерного импульса, распространяющегося по неоднородной плазме, дает ключ к пониманию механизма генерации электронных сгустков в различных условиях и оптимизации этого процесса.

В общем случае явление генерации электронных сгустков лазерным импульсом является весьма сложным процессом, сильно зависящим от профиля плазмы, ее параметров и характеристик лазерного импульса. В настоящей работе исследуется достаточно ограниченная задача, в которой лазерный импульс распространяется по восходящему профилю плазмы, причем изучаются ее решения, допускающие генерацию сгустков электронов и переходящие в предельных случаях в решения, полученные ранее в работах [8–12] для плазмы с резкой границей. На практике это выражается в том, что в нашем исследовании резкая граница плазмы заменяется на переходной слой большей или меньшей протяженности и исследуется поведение кильватерной волны для лазерного импульса релятивистской интенсивности, взаимодействующего с такой полуограниченной плазмой. Цель исследования – выяснить свойства кильватерной волны в подобных условиях, которая в данном случае оказывается существенно нерегулярной и нестационарной, и определить условия ее опрокидывания.

## 2. Постановка задачи

Рассмотрим в одномерной геометрии процесс проникновения циркулярно-поляризованного лазерного импульса релятивистской интенсивности в полуограниченную однородную разреженную плазму, имеющую на границе переходной слой, отделяющий ее от вакуума. Пусть лазерный импульс распространяется по нормали к границе плазмы, и будем считать ионную компоненту плазмы неподвижной. Электроны плазмы при взаимодействии с лазерным импульсом первоначально смещаются в направлении его распространения, а затем, возвращаясь обратно к точке своего равновесия, начинают совершать

около нее продольные осцилляции, тем самым образуя кильватерную волну.

Предположим, что лазерный импульс является достаточно коротким, так что приграничные электроны, изначально находившиеся на плато плотности плазмы, выходят из-под воздействия лазерного импульса раньше, чем в процессе своего движения могут перейти в переходной слой. Данное предположение выполняется, если длина лазерного импульса не превышает амплитуды осцилляций электронов. Будем также считать, что при распространении лазерного импульса по плато плотности плазмы его групповая скорость и форма не изменяются. В этих условиях все электроны, изначально находившиеся на плато плотности плазмы, сразу по завершении воздействия на них лазерного импульса будут совершать движение по траекториям, которые являются подобными, независимо от места начального расположения электронов на плато. Различие между траекториями выражается лишь в некотором сдвиге фаз, связанном с тем, что электроны, расположенные дальше от границы плазмы, будут позже взаимодействовать с лазерным импульсом.

Первоначальное подобие траекторий электронов открывает возможность для исследования отдаленных последствий их движения без полного знания всех характеристик лазерного импульса, возбудившего это движение. Так, движение осциллирующего электрона около своего центра осцилляции, которым является его исходное положение на плато, полностью определяется значением полной энергии такого плазменного осциллятора, полученной им от лазерного импульса, и начальной фазой этого движения, которая задается групповой скоростью лазерного импульса  $V_{gr}$  на плато.

## 3. Траектории электронов плазмы после взаимодействия с лазерным импульсом

Выберем ось  $z$  направлением, вдоль которого распространяется лазерный импульс, и пусть началом координат на этой оси является точка, совпадающая с началом плато плотности плазмы, т. е. точка  $z = 0$  находится на ребре переходного слоя, ограничивающего однородную плазму. Профиль плотности плазмы до воздействия на нее лазерного импульса (и, соответственно, профиль неподвижного ионного фона) задается зависимостью  $n(z)$ , которая на плато при  $z \geq 0$  имеет постоянное значение  $n(z) = n_0$ . Смещение электрона от точки своего первоначального расположения  $z_0$  в точку  $z$  приводит к возникновению поля  $E_z$  разделения зарядов, которое возвращает электрон обратно к своему центру осцилляции:

$$E_z = 4\pi |e| \int_{z_0}^z n(z') dz', \quad (1)$$

где  $e$  – заряд электрона. Отметим, что электрон с плато плотности плазмы может выходить в переходной слой у границы плазмы, поэтому в выражении (1) используется общее представление для профиля плотности ионного фона.

Движение плазменного осциллятора подчиняется закону сохранения энергии:

$$\sqrt{m^2 c^4 + p^2 c^2} + 4\pi e^2 \int_{z_0}^z dz' \int_{z_0}^{z'} n(z'') dz'' = W_{os}, \quad (2)$$

где  $m$  – масса электрона;  $c$  – скорость света;  $p = \gamma m u \times (\sqrt{1 - u^2/c^2})^{-1}$  – релятивистский импульс электрона;  $u = dz/dt$  – его скорость.

Соотношение (2) позволяет записать в интегральном виде траекторию любого электрона с плато плотности плазмы. Если принять, что в начале движения после взаимодействия с лазерным импульсом траектории всех электронов с плато подобны, то с учетом сдвига по фазе  $\Delta z_0/V_{gr}$  между траекториями электронов, центры осцилляций которых отстоят друг от друга на расстояние  $\Delta z_0$ , можно представить совокупность этих траекторий в зависимости от времени  $t$  общим выражением

$$ct = \frac{c z_0}{V_{gr}} + I(z, z_0, z_0) + Kc T_{fit}(z_0) + (K - 1)c T_{igt}, \quad (3)$$

где

$$I(z_1, z_2, z_0) = \int_{z_2}^{z_1} dz' / \sqrt{1 - 1/F^2(z', z_0, W_{os})}; \quad (4)$$

$$F(z', z_0, W_{os}) = \left( W_{os} - 4\pi e^2 \int_{z_0}^{z'} dz'' \int_{z_0}^{z''} n(z''') dz''' \right) / (mc^2); \quad (5)$$

$$T_{igt} = T_h = 2c^{-1}$$

$$\times \int_0^{A_m} dz' / \sqrt{1 - m^2 c^4 / [W_{os} - 2\pi e^2 n_0 z'^2]^2}$$

– интервал времени, необходимый, чтобы электрон совершил движение из своего центра осцилляции  $z_0$  вправо до своего крайнего правого положения  $z_0 + A_m$  и вернулся обратно;  $T_{fit}(z_0) = c^{-1} 2I(z_0, z_{bn}(z_0), z_0)$  – интервал времени, необходимый для движения электрона из центра осцилляции  $z_0$  влево до своего крайнего левого положения  $z_{bn}(z_0)$  и возвращения обратно. Координата  $z_{bn}(z_0)$  является точкой поворота на траектории электрона, и ее значение должно быть определено из уравнения (2), поскольку является его корнем.

Различие форм записи для колебаний электрона влево и вправо от своего центра осцилляции связано с тем, что электроны с плато плотности плазмы при движении влево могут заходить в переходной слой, а при движении вправо от центра осцилляции имеют одинаковую амплитуду отклонения  $A_m = \sqrt{(W_{os} - mc^2)/(2\pi e^2 n_0)}$ . При интегрировании уравнения (2) константа интегрирования определяется из условия, что электрон, изначально находившийся на ребре плотности плазмы  $z_0 = 0$  в момент времени  $t = 0$ , движется влево со скоростью  $u = c\sqrt{1 - m^2 c^4/W_{os}^2}$ . Целое число  $K = 1, 2, \dots$  означает число осцилляций, совершенных электроном с центром осцилляции в точке  $z_0$ , при этом выражение (3) описывает те части траекторий электронов, в которых они движутся из крайней левой точки своей траектории в правую. Важно отметить, что выражение (3) является абсолютно точным до тех пор, пока порядок электронов в процессе их осцилляций сохраняется.

Совокупное движение электронов плазмы после их взаимодействия с лазерным импульсом образует кильватерную волну. В случае, когда амплитуда лазерного импульса не слишком велика, а рассматриваемые электроны не выходят в переходной слой, позади лазерного импульса формируется регулярная нелинейная кильватерная волна, обладающая свойствами обычной одномерной ре-

лятивистской плазменной волны [13]. Такое волновое движение плазмы является стационарным в системе координат, движущейся со скоростью распространения волны  $V_{ph}$ , совпадающей со скоростью распространения в однородной плазме лазерного импульса,  $V_{ph} = V_{gr}$ .

Известно, что с увеличением амплитуды даже в однородной плазме плазменная волна опрокидывается [5, 13]. Условием опрокидывания является совпадение максимальной скорости осцилляции электронов с фазовой скоростью кильватерной волны,  $u_{max} = V_{ph}$ . Физически опрокидывание плазменной (кильватерной) волны выражается в пересечении траекторий электронов и развитии процесса генерации электронных сгустков [8 – 11].

Присутствие переходного слоя вблизи границы плазмы усложняет характер кильватерной волны, т. к. в области границы плазмы волна приобретает иррегулярный характер. Это связано с тем, что при пролете электрона через переходной слой подобие траекторий электронов нарушается, и, как следствие, изменяется разность фаз между осцилляциями электронов. Кроме того, известно, что именно вблизи границы плазмы происходит рождение электронных сгустков, которые в дальнейшем захватываются и ускоряются кильватерной волной.

#### 4. Пороговый характер процесса опрокидывания кильватерной волны

С целью выяснения условий опрокидывания кильватерной волны, приводящего к генерации электронных сгустков, необходимо определить условия, при которых происходит пересечение траекторий двух соседних электронов плазмы. При этом особое значение приобретает определение минимальной энергии продольных осцилляций электронов, при которой рассматриваемые процессы становятся возможными в принципе.

Условием пересечения траектории электрона с центром осцилляции в точке  $z_0$  с траекторией соседнего с ним электрона является соотношение  $dZ/dz_0 = 0$ , где  $Z = Z(z_0, W_{os}, t)$  – его траектория. Дифференцируя выражение (3), приходим к уравнению, определяющему координату  $z_{cr}$ , в которой при данном значении полной энергии продольных осцилляций электронов  $W_{os}$  произойдет пересечение траекторий:

$$\begin{aligned} \frac{c}{V_{gr}} - \frac{1}{\sqrt{1 - 1/F^2(z_{cr}, z_0, W_{os})}} \\ - k_p^2 \int_{z_0}^{z_{cr}} \frac{\int_{z_0}^{z'} [(n(z_0) - n(z''))/n_0] dz''}{[F^2(z', z_0, W_{os}) - 1]^{3/2}} dz' \\ + cK \frac{\partial T_{fit}(z_0, W_{os})}{\partial z_0} = 0, \end{aligned} \quad (6)$$

где  $k_p = \omega_p/c$ ;  $\omega_p = \sqrt{4\pi e^2 n_0/m}$  – плазменная частота.

Интерес представляет минимальная энергия осцилляций электронов, при которой возможно пересечение их траекторий. Для электрона с центром осцилляции в точке  $z_0$  соответствующее значение  $W_{os}$  находится из уравнения (6) согласно условию  $dW_{os}/dz_{cr} = 0$ . В результате приходим к соотношению  $z_{cr} = z_0$ , т. е. пересечение траектории электрона с «соседней» траекторией при минимальном значении его энергии осцилляций происходит в тот момент времени, когда электрон проходит через

своей центр осцилляции. Тогда из соотношения (6) определяется значение минимальной энергии для электрона с центром осцилляции в точке  $z_0$ :

$$W_{os} = mc^2 \sqrt{1 - \frac{\beta^2}{\left[1 + \beta c K \frac{\partial T_{\text{лфт}}(z_0, W_{os})}{\partial z_0}\right]^2}}, \quad (7)$$

где  $\beta = V_{\text{гр}}/c$ .

Анализ формулы (7) позволяет сделать ряд важных заключений. Поскольку для электрона, заходящего в переходной слой, полупериод колебаний  $T_{\text{лфт}}(z_0, W_{os})$  в крайнюю левую точку траектории при фиксированном значении  $W_{os}$  тем больше, чем ближе его центр осцилляции к ребру переходного слоя, то для таких электронов производная  $\partial T_{\text{лфт}}(z_0, W_{os})/\partial z_0 < 0$ . Это означает, что опрокидывание в первый период осцилляций произойдет при меньшей энергии, чем в последующие периоды, поэтому в дальнейшем принимаем  $K = 1$ .

Из формулы (7) также следует, что процесс опрокидывания кильватерной волны на ее первом периоде при взаимодействии лазерного импульса с полуограниченной плазмой, имеющей размытую границу, имеет пороговый характер. Это означает, что пересечение траектории электрона с соседней возможно лишь в том случае, если его полная энергия продольных осцилляций превышает некоторое значение, определяемое в данном случае формулой (7). Однако найденное таким образом значение  $W_{os}$  зависит от выбора электрона с соответствующим ему центром осцилляции  $z_0$ . Необходимо найти самое минимальное значение энергии, при котором где-то в пространстве возможно опрокидывание кильватерной волны, и определить положение того электрона, с которого этот процесс начнется.

Для этого рассмотрим зависимость интервала времени  $T_{\text{лфт}}(z_0, W_{os})$  от координаты  $z_0$ . Исследование показывает, что в диапазоне  $0 \leq z_0 \leq A_m$  функция  $\partial T_{\text{лфт}}(z_0, W_{os})/\partial z_0$  монотонно возрастает до значения, равного нулю в точке  $z_0 = A_m$ , и далее  $\partial T_{\text{лфт}}(z_0, W_{os})/\partial z_0 = 0$  при  $z_0 \geq A_m$ . Согласно формуле (7) это означает, что пороговым значением энергии для процесса опрокидывания кильватерной волны в плазме с размытой границей является

$$W_{os\text{th}} = mc^2 \sqrt{1 - \beta^2} = mc^2 \gamma_{\text{ph}}. \quad (8)$$

Отметим, что значение пороговой энергии не зависит от формы переходного слоя и, соответственно, совпадает со значением, полученным в работе [8] для случая резкой границы плазмы. С результатом работы [8] совпадает также и положение электрона, с которого начинается процесс опрокидывания кильватерной волны,  $z_0 = A_m$ , т. к. этот электрон опережает по фазе колебаний другие электроны с центрами осцилляций  $z_0 > A_m$ , для которых пороговое значение энергии такое же.

Для иллюстрации данных выводов были проведены расчеты проникновения в плазму циркулярно-поляризованного лазерного импульса релятивистской интенсивности, который в момент  $t_0$  при прохождении начала плато плазмы ( $z = 0$ ) имеет огибающую вида  $a = a_0 \cos^2[(t - t_0)/\tau_{\text{лас}}] \theta(\pi\tau_{\text{лас}}/2 - |t - t_0|)$ , где  $a_0 = |e|A_0/mc^2 = 5.652$  – безразмерная амплитуда векторного потенциала;  $\tau_{\text{лас}}$  – длительность лазерного импульса, соответствующая его длительности на половине высоты  $\tau_{\text{фвнм}} = 1.143\tau_{\text{лас}} = 12$  фс;  $\theta$  – функция Хэвисайда. Принято, что групповая скорость  $V_{\text{гр}}$  распространения лазерного им-

пульса на плато плазмы соответствует гамма-фактору  $\gamma_{\text{ph}} = 1/\sqrt{1 - V_{\text{гр}}^2/c^2} = 7$ , а плотность плазмы на плато соответствует соотношению  $k_0/k_p = \gamma_{\text{ph}}$ , где  $k_0 = 2\pi/\lambda_0$ ,  $\lambda_0 = 1$  мкм – длина волны лазерного излучения. Лазерный импульс с такими характеристиками при взаимодействии с плазмой данной плотности возбуждает на плато ее профили продольные осцилляции электронов с энергией  $W_{os} = 7mc^2$ , т. е. распространение кильватерной волны в плазме происходит на грани ее опрокидывания.

На рис. 1 для разной толщины переходного слоя показаны результаты расчетов взаимного расположения лазерного импульса  $|e|A/mc^2$ , кильватерного потенциала  $|e|\varphi/mc^2$ , силы  $F_z = -|e|E_z/mc\omega_p$ , действующей на электроны в кильватерном поле, и электронных макрочастиц в момент времени, когда электрон с центром осцилляции  $z_0 = A_m$  в процессе своего движения приходит в точку пересечения его траектории с траекторией соседнего электрона, что соответствует началу процесса опрокидывания кильватерной волны.

Поскольку при выбранных параметрах лазерного импульса полная энергия продольных осцилляций электрона равна пороговой энергии опрокидывания кильватерной волны, то в таких условиях собственно опрокидыва-

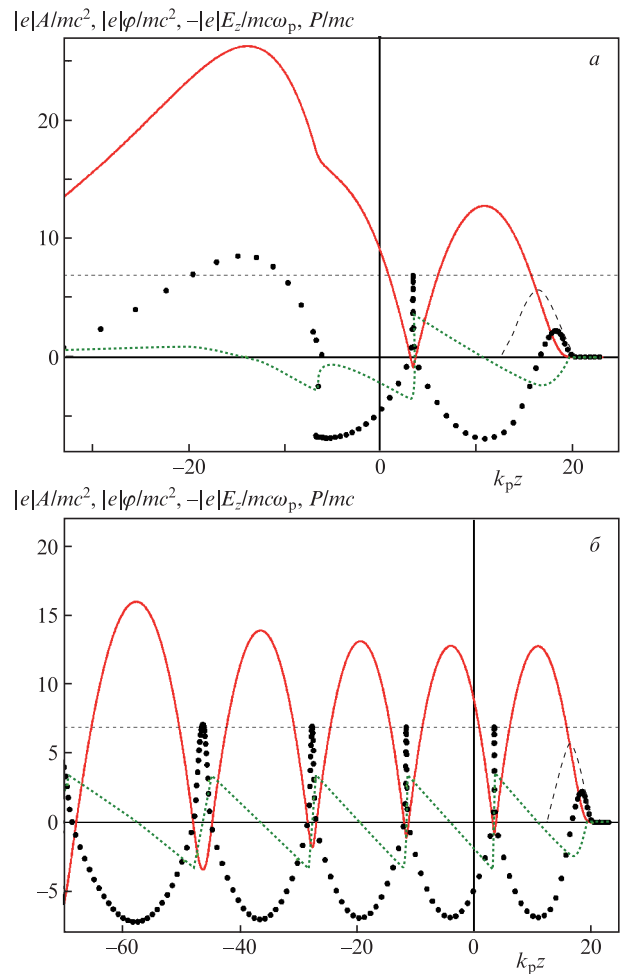


Рис. 1. Взаимное расположение лазерного импульса  $|e|A/mc^2$  (штриховая кривая), кильватерного потенциала  $|e|\varphi/mc^2$  (сплошная кривая), силы  $F_z = -|e|E_z/mc\omega_p$ , действующей на электроны в кильватерном поле (пунктирная кривая), и электронных макрочастиц (кружки) в момент начала опрокидывания кильватерной волны при толщине переходного слоя  $D = 8$  (а) и 80 мкм (б). Горизонтальной штриховой линией отмечено значение импульса электронной макрочастицы, соответствующее полной энергии осцилляции  $W_{os}$ .

ния не происходит и генерируется электронный сгусток бесконечно малого заряда. В расчетах предполагалось, что основной объем ( $z \geq 0$ ) плазмы, имеющей постоянную плотность  $n_0$ , отделен от вакуума переходным слоем, в котором плотность плазмы изменяется как  $n(z) = n_0 \exp[-z^2/(\pi D^2)]$ , где  $D$  – характерная толщина переходного слоя. Из рис.1 следует, что в области плато характер кильватерной волны и распределение электронов аналогичны, а в области переходного слоя – сильно различаются. Видно, что в «толстом» переходном слое при  $D \gg \lambda_p$  (см. рис.1,б) при проникновении лазерного импульса в прозрачную полуограниченную плазму на заднем фронте лазерного импульса формируется кильватерная волна, характеристики которой (амплитуда, период осцилляций) плавно изменяются вдоль переходного слоя. Вместе с тем в условиях, когда толщина переходного слоя сопоставима с размером кильватерной волны, наблюдается резкое изменение ее параметров. Это связано с тем, что под действием лазерного импульса движение электронов, находившихся изначально вблизи ребра плотности плазмы, как в переходном слое, так и на плато плотности существенно зависит от толщины переходного слоя. По этой причине следует ожидать, что в случае воздействия на плазму более мощного лазерного импульса, который передает электронам плазмы энергию, превышающую пороговое значение, характер опрокидывания кильватерной волны будет зависеть от толщины переходного слоя, поскольку с увеличением амплитуды осцилляций электронов будет происходить более интенсивное зондирование электронами с плато переходного слоя плазмы.

## 5. Опрокидывание кильватерной волны при надпороговой энергии осцилляции электронов

Рассмотрим ситуацию, когда проникающий в плазму лазерный импульс передает плазменным электронам энергию большую, чем ее пороговое значение (8), определяемое групповой скоростью импульса. В этом случае кильватерная волна, возбуждаемая лазерным импульсом, непременно опрокинется. Известно [8, 9], что в случае резкой границы плазмы электрон, с которого начинается опрокидывание кильватерной волны в надпороговом процессе, по-прежнему имеет свой центр осцилляции в той же точке  $z_0 = A_m$ , как и при пороговом значении энергии осцилляции электронов, а точка опрокидывания волны определяется соотношением

$$z_{br} = A_m - k_p^{-1} \sqrt{2(W_{os}/mc^2 - \gamma_{ph})}. \quad (9)$$

Понятно, что в случае малой надпороговости,  $W_{os}/mc^2 - \gamma_{ph} \ll \gamma_{ph}$ , точка опрокидывания  $z_{br}$  располагается в объеме плазмы, а не в вакуумной области, куда вылетают приграничные электроны в случае резкой границы.

В плазме с размытой границей при не слишком большом превышении полной энергии электронов над порогом центр осцилляции электрона, с которого начнется процесс опрокидывания, а также и сама точка опрокидывания кильватерной волны будут незначительно смещены от соответствующих точек для плазмы с резкой границей; т. е. в случае размытой границы плазмы при не слишком большой энергии осцилляции  $W_{os}$  электронов следует ожидать, что опрокидывание кильватерной волны

произойдет в области плато плотности плазмы. С учетом вышесказанного можно записать уравнение для траекторий электронов (3) в более простом виде:

$$ct = \frac{cz_0}{V_{gr}} + I_1(z, z_0, z_0) + cT_{lit}(z_0), \quad (10)$$

где

$$I_1(z_1, z_2, z_0) = \int_{z_2}^{z_1} dz' / \sqrt{1 - m^2 c^4 / [W_{os} - 2\pi e^2 n_0^2 (z' - z_0)]^2}. \quad (11)$$

Соотношения (10), (11) аналогично соотношениям (3), (4) описывают траектории электронов, формирующих кильватерную волну, в той ее части, когда электроны движутся из крайней левой точки своей траектории в крайнюю правую. При этом рассматривается только первый период осцилляций. Последнее слагаемое в (10) учитывает, что в процессе своего движения электрон может заходить в переходной слой. Следует отметить, что проход электрона через переходной слой изменяет величину сдвига по фазе между осцилляциями отдельных электронов, что является существенным фактором, влияющим на характер пересечения траекторий электронов. При этом подобие траекторий электронов в области плато плотности плазмы восстанавливается, хотя и с другим сдвигом по фазе между их колебаниями. Именно это обстоятельство позволяет упростить математическое описание рассматриваемого физического явления.

Применяя условие пересечения траекторий электронов  $dZ/dz_0 = 0$  к траекториям, описываемым соотношениями (10), (11), получаем для произвольного электрона с плато плотности плазмы соотношение

$$\frac{c}{u(z_{cr}, z_0)} = \frac{1}{\beta} + c \frac{\partial T_{lit}(z_0, W_{os})}{\partial z_0}, \quad (12)$$

где  $u(z_{cr}, z_0)$  – скорость электрона с центром осцилляции в точке  $z_0$  в момент пересечения его траектории с траекторией соседнего электрона в точке  $z_{cr}$ .

С другой стороны, выражение (10) можно использовать для вычисления фазовой скорости кильватерной волны. Однако поскольку траектории электронов, описываемые соотношениями (10) и (11), не являются не только гармоническими, но в общем случае и подобными вследствие захода электронов в переходной слой, то прежде необходимо обобщить обычное определение понятия фазы кильватерной волны на случай таких траекторий. В дальнейшем под фазой кильватерной волны в любой точке пространства  $z$  в любой фиксированный момент времени будем понимать отклонение  $\Delta$  от центра осцилляции  $z_0$  того электрона, который в данный момент времени находится в точке  $z$ . Чтобы узнать фазовую скорость кильватерной волны, имеющей сложный иррегулярный характер, необходимо проследить за скоростью перемещения ее фазы для наперед выбранного и фиксированного значения  $\Delta = z_0 - z$ . Заменяя в соотношениях (10), (11)  $z_0 = z_\Delta + \Delta$  и вычисляя производную  $dz_\Delta/dt$ , можно определить фазовую скорость распространения любой фазы иррегулярной кильватерной волны:

$$\frac{dz_\Delta}{dt} = c \left[ \frac{1}{\beta} + c \frac{\partial T_{lit}(z_\Delta + \Delta, W_{os})}{\partial z_0} \right]^{-1}. \quad (13)$$

Сопоставляя (12) и (13), видим, что в момент пересечения траекторий электронов их скорость равна скорости фазы кильватерной волны, определенной вышеуказанным способом. Из выражения (13) также следует, что иррегулярная кильватерная волна, которая формируется электронами, прошедшими через переходной слой, имеет фазовую скорость, зависящую от пространственной координаты, причем каждая фаза иррегулярной кильватерной волны распространяется со своей фазовой скоростью. Этим иррегулярная волна также отличается от обычной регулярной кильватерной волны для лазерного импульса, распространяющегося в однородной плазме, у которой фазовая скорость одинакова для всех ее фаз колебаний. Размер приграничной области на плато плотности плазмы, в которой кильватерная волна имеет иррегулярный характер, определяется зависимостью  $\partial T_{\text{лн}}(z_{\Delta} + \Delta, W_{\text{ос}})/\partial z_0$  и, следовательно, равен амплитуде осцилляций электронов  $A_m$ .

Сложное волновое движение плазмы, которое реализуется вблизи ее границы, переходит в режим опрокидывания и генерации электронного сгустка, когда в некоторой точке пространства в некоторый момент времени окажется так, что скорость электрона, находящегося в этой точке, совпадет с фазовой скоростью кильватерной волны. Точка пространства  $z_{\text{бр}}$ , с которой начинается процесс опрокидывания кильватерной волны, определяется тем, где условие (12) наступит раньше.

Каждой паре значений  $z_0$  и  $z_{\text{ср}}$  согласно соотношению (10) соответствует момент времени  $t_{\text{ср}}$  пересечения траекторий. Вычисляя производную  $dz_{\text{ср}}/dz_0$  с учетом (12), получаем

$$\frac{dt_{\text{ср}}}{dz_0} = \frac{dz_{\text{ср}}}{dz_0} \frac{1}{u(z_{\text{ср}}, z_0)}. \tag{14}$$

Из (14) следует, что условие  $dz_{\text{ср}}/dz_0 = 0$  определяет центр осцилляции  $z_{0\Gamma}$  того электрона, с которого начнется процесс опрокидывания кильватерной волны. Затем из соотношения

$$z_{\text{ср}} = z_0 - k_p^{-1} \times \sqrt{2 \left\{ \frac{W_{\text{ос}}}{mc^2} - 1 / \sqrt{1 - 1 / \left[ \frac{1}{\beta} + c \frac{\partial T_{\text{лн}}(z_0, W_{\text{ос}})}{\partial z_0} \right]^2} \right\}} \tag{15}$$

находим положение в пространстве точки опрокидывания  $z_{\text{бр}}$  и из соотношения (10) – момент времени опрокидывания  $t_{\text{бр}}$ .

Однако практическое решение задачи точного аналитического определения минимума функции (15) не представляется возможным. Поэтому воспользуемся приближенным представлением функции  $T_{\text{лн}}(z_0, W_{\text{ос}})$  для точек  $z_0 \leq A_m$  при условии  $A_m - z_0 \ll A_m$ :

$$T_{\text{лн}}(z_0) = T_{\text{н}} + \omega_p^{-1} \frac{32\sqrt{2}}{105\pi} \frac{(A_m - z_0)^{7/2}}{A_m^{3/2} D^2}. \tag{16}$$

Исследование формулы (16) показывает, что при выполнении соотношения  $W_{\text{ос}}/(mc^2) - \gamma_{\text{ph}} \gg 0.06 k_p^{14} A_m^6 D^8 / \gamma_{\text{ph}}^{12}$  минимум функции (16) определяется выражением

$$z_{0\Gamma} = A_m \left\{ 1 - \left( \frac{3\pi}{8} \right)^{2/3} \frac{[W_{\text{ос}}/(mc^2) - \gamma_{\text{ph}}]^{1/3} (k_p D)^{4/3}}{\gamma_{\text{ph}}^2} \right\}. \tag{17}$$

Из (17) следует, что в надпороговом процессе в случае размытой границы плазмы опрокидывание кильватерной волны происходит таким образом, что центр осцилляции электрона, с которого начинается процесс опрокидывания, смещается ближе к ребру плотности плазмы. Это смещение тем больше, чем более пологим является переходной слой. Смещение также увеличивается с усилением надпороговости процесса опрокидывания. При большой надпороговости и при очень пологом переходном слое электрон, с которого начинается процесс опрокидывания кильватерной волны, может сместиться в переходной слой. Это подтверждается моделированием, но в таких условиях приближенная формула (17) становится неприменимой.

Причина смещения точки опрокидывания в переходной слой для пологого профиля плазмы понятна из рис.1,б, который демонстрирует, что в очень пологом переходном слое кильватерная волна несущественно отличается по своим параметрам от волны, формируемой на плато плотности плазмы. И хотя формула (17) в этой области неприменима, аналитический метод, используемый в данном исследовании, можно применять и в переходном слое, если фазовая скорость кильватерной волны изменится слабо.

На рис.2 для различной толщины переходного слоя приведены графики изменения вдоль пространственной координаты фазовой скорости кильватерной волны для того значения фазы, в которой кильватерный потенциал имеет минимум. Из рисунка видно, что чем тоньше переходной слой, тем выше фазовая скорость кильватерной волны в нем. Значения фазовой скорости в переходном слое малой толщины намного превышают скорость света, поэтому опрокидывание кильватерной волны в таком переходном слое становятся невозможным. И наоборот, если степень размытости границы плазмы очень велика, то фазовая скорость кильватерной волны в слое может быть меньше световой, и при достаточном превышении порога опрокидывания разрушение кильватерной волны с генерацией электронного сгустка может начаться в переходном слое, а не в области плато плотности плазмы.

Приведенные результаты, полученные для одномерной геометрии, в реальной ситуации сфокусированного лазерного импульса с характерным поперечным размером  $\sigma_{\text{las}}$  всегда имеют отношение к начальной стадии за-

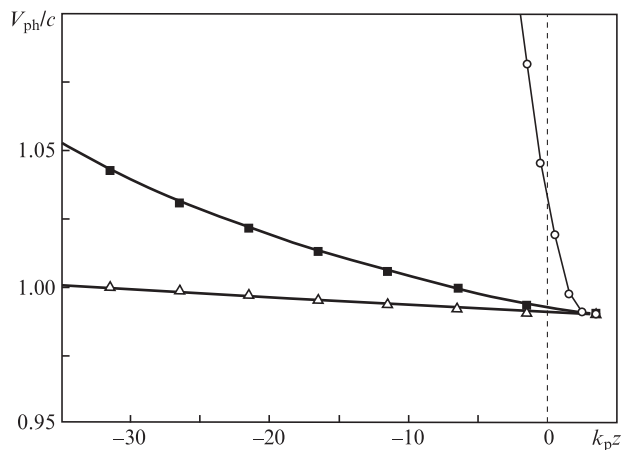


Рис.2. Зависимость фазовой скорости кильватерной волны от координаты по профилю плазмы для толщины переходного слоя 8 (о), 40 (■) и 80 мкм (Δ). Вертикальной штриховой линией показано положение ребра плотности переходного слоя плазмы.

хвата электронов в его кильватерную волну. В работе [6] показано, что на первом этапе посредством продольной самоинжекции в формируемый для ускорения сгусток захватываются приосевые электроны плазмы ( $r \ll \sigma_{\text{las}}$ ), которые проходят через лазерный импульс, практически не отклоняясь в поперечном направлении ввиду малости для них поперечной компоненты пондеромоторной силы. На втором этапе с некоторым запаздыванием во времени посредством поперечной самоинжекции в формируемый для ускорения сгусток захватываются электроны, которые изначально находятся от оси лазерного импульса на расстоянии  $r \sim \sigma_{\text{las}}$ . Это происходит в пузырьковом режиме [14 – 16], когда пондеромоторная сила вытесняет электроны с оси распространения лазерного импульса и образует в его следе свободную от электронов полость. Электроны циркулируют вокруг лазерного импульса и пузырька и достигают фазовой скорости следа вблизи задней части пузырька.

Обычно при достаточно сильной фокусировке лазерного импульса заряд захваченного сгустка формируется в основном за счет механизма поперечной самоинжекции. Однако, чтобы воспользоваться преимуществом в плане качества захваченного и ускоренного сгустка электронов, которое обеспечивает механизм продольной самоинжекции, можно сделать этот механизм преобладающим. Для этого необходимо, и это проверено численным моделированием, чтобы лазерный импульс был достаточно широк,  $k_p \sigma_{\text{las}} \gg \sqrt{a_0}$  [7], и каверна позади лазерного импульса не образовывалась. Для плотности плазмы, соответствующей  $k_0/k_p = 7$ , и лазерного импульса с амплитудой  $a_0 = 5.652$  и характерным поперечным размером  $\sigma_{\text{las}} = 20\lambda_0$  это условие выполняется. Тогда движение электронов плазмы будет примерно одномерным, и исследование процесса опрокидывания кильватерной волны можно проводить в одномерной геометрии.

## 6. Заключение

Проведенное в одномерной геометрии аналитическое исследование проникновения лазерного импульса релятивистской интенсивности в полуограниченную разреженную плазму с переходным слоем на границе позволило прояснить свойства кильватерной волны, генерируемой лазерным импульсом, и условия ее опрокидывания. Показано, что кильватерная волна, образующаяся вслед за лазерным импульсом, проходящим через размытую границу плазмы, не является регулярной не только в переходном слое, но и в некоторой области плато плотности плазмы вблизи границы. Толщина этой области на плато плазмы равна амплитуде осцилляций электронов, продольные колебания которых возбуждаются лазерным импульсом. Фазовая скорость кильватерной волны в данной области зависит от пространственной координаты, причем каждой фазе колебания соответствует своя фазовая скорость.

Установлено, что процесс опрокидывания кильватерной волны имеет пороговый характер и становится воз-

можным, если полная энергия продольных колебаний электронов превышает гамма-фактор, определяемый групповой скоростью лазерного импульса на плато плотности плазмы. Таким образом, величина порога опрокидывания не зависит от формы переходного слоя у границы плазмы. Показано, что при пороговом значении энергии колебаний электронов процесс опрокидывания кильватерной волны начинается с того электрона, который изначально располагается от ребра переходного слоя на расстоянии, равном амплитуде его осцилляций. Найдено, что с увеличением надпороговости процесса опрокидывания центр осцилляции электрона, с которого начинается процесс опрокидывания, смещается ближе к границе плазмы. Это смещение тем больше, чем более пологим является переходной слой у границы плазмы. Превышение энергии осцилляций электронов над пороговым значением также смещает точку опрокидывания ближе к границе плазмы.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ и Госкорпорации «Росатом» в рамках научного проекта № 20-21-00150.

- Gonsalves A.J., Nakamura K., Daniels J., Benedetti C., Pieronek C., de Raadt T.C.H., Steinke S., Bin J.H., Bulanov S.S., van Tilborg J., Geddes C.G.R., Schroeder C.B., Toth Cs., Esarey E., Swanson K., Fan-Chiang L., Bagdasarov, G., Bobrova N., Gasilov V., Korn G., Sasorov P., Leemans W.P. *Phys. Rev. Lett.*, **122**, 084801 (2019).
- Faure J., Rechatin C., Norlin A., Lifschitz A., Glinec Y., Malka V. *Nature*, **444**, 737 (2006).
- Pollock B.B., Clayton C.E., Ralph J.E., Albert F., Davidson A., Divol L., Filip C., Glenzer S.H., Herpoldt K., Lu W., Marsh K.A., Meinecke J., Mori W.B., Pak A., Rensink T.C., Ross J.S., Shaw J., Tynan G.R., Joshi C., Froula D.H. *Phys. Rev. Lett.*, **107**, 045001 (2011).
- Bulanov S., Naumova N., Pegoraro F., Sakai J. *Phys. Rev. E*, **58**, R5257 (1998).
- Буланов С.В., Калифано Ф., Дудникова Г.И., Вшивков В.А., Лисейкина Т.В., Наумова Н.М., Регораро Ф., Сакаи Дж.–И., Сахаров А.С. *Физика плазмы*, **25**, 517 (1999).
- Corde S., Thaury C., Lifschitz A., Lambert G., Ta Phuoc K., Davoine X., Lehe R., Douillet D., Rousse A., Malka V. *Nat. Commun.*, **4**, 1501 (2013).
- Li F.Y., Sheng Z.M., Liu Y., Meyer-ter-Vehn J., Mori W.B., Lu W., Zhang J. *Phys. Rev. Lett.*, **110**, 135002 (2013).
- Кузнецов С.В. *ЖЭТФ*, **150**, 195 (2016) [*JETP*, **123**, 169 (2016)].
- Кузнецов С.В. Письма в *ЖТФ*, **42**, 52 (2016) [*Tech. Phys. Lett.*, **42** (7), 740 (2016)].
- Кузнецов С.В. *Квантовая электроника*, **47**, 87 (2017) [*Quantum Electron.*, **47**, 87 (2017)].
- Кузнецов С.В. *Квантовая электроника*, **48** (10), 945 (2018) [*Quantum Electron.*, **48** (10), 945 (2018)].
- Кузнецов С.В. Письма в *ЖТФ*, **45**, 48 (2019) [*Tech. Phys. Lett.*, **45** (7), 683 (2019)].
- Ахиезер А.И., Половин Р.В. *ЖЭТФ*, **30**, 915 (1956) [*JETP*, **3** (5), 696 (1956)].
- Pukhov A., Meyer-ter-Vehn J. *Appl. Phys. B*, **74**, 355 (2002).
- Zhidkov A., Koga J., Hosokai T., Kinoshita K., Uesaka M. *Phys. Plasmas*, **11**, 5379 (2004).
- Lu W., Huang C., Zhou M., Mori W.B., Katsouleas T. *Phys. Rev. Lett.*, **96**, 165002 (2006).