

# Временное интегрирование и дифференцирование униполярных импульсов необычной формы

А.В.Пахомов, Р.М.Архипов, М.В.Архипов, Н.Н.Розанов

*На основе разработанной ранее авторами теории преобразования (временного интегрирования и дифференцирования) сверхкоротких импульсов в тонких металлических пленках изучена возможность временного дифференцирования и интегрирования униполярных импульсов. Рассмотрены униполярные импульсы необычной формы – прямоугольной и треугольной, и продемонстрировано их взаимное преобразование при распространении через тонкие пленки с определенными параметрами. Показано сохранение электрической площади в подобных задачах.*

**Ключевые слова:** униполярные импульсы, предельно короткие импульсы, площадь импульса.

## 1. Введение

В последнее время изучается возможность получения униполярных электромагнитных импульсов, имеющих мощный всплеск поля одной полярности и обладающих ненулевой электрической площадью (см. обзор [1], работы [2–9] и цитируемую там литературу). Электрическая площадь импульса определяется как [10–12]

$$S_E = \int_{-\infty}^{+\infty} E(t) dt, \quad (1)$$

где  $E(t)$  – напряженность электрического поля в заданной точке пространства.

Интерес к получению таких импульсов связан, прежде всего, с возможностью эффективного и сверхбыстрого управления волновыми пакетами в веществе [13–15], ускорения зарядов [16] и с рядом других приложений [1].

Электрическая площадь субцикловых импульсов является их важной характеристикой, т.к. именно она определяет степень воздействия на квантовые объекты [13–15]. С другой стороны, фундаментальное значение имеет правило сохранения электрической площади предельно коротких импульсов в электродинамике сплошных сред, впервые предложенное в [10] и детально изученное в дальнейшем [8, 11, 12]. Это правило выполняется в одномерных задачах распространения и имеет следующий вид:

$$\frac{d}{dz} S_E = 0. \quad (2)$$

**А.В.Пахомов, Р.М.Архипов, М.В.Архипов.** Санкт-Петербургский государственный университет, Россия, 199034 С.-Петербург, Университетская наб., 7–9; e-mail: pahomov\_91@mail.ru, arkhipovrostislav@gmail.com, m.arkhipov@spbu.ru

**Н.Н.Розанов.** Физико-технический институт им. А.Ф.Иоффе, Россия, 194021 С.-Петербург, Политехническая ул., 26; e-mail: nnrosanov@mail.ru

Данное правило является новым законом сохранения в физике и должно приниматься во внимание в задачах распространения предельно коротких и, в частности, униполярных импульсов в веществе. С практической же точки зрения важен вопрос получения униполярных импульсов с большой электрической площадью для воздействия на квантовые объекты [13–15]. Отметим, что униполярные импульсы могут не только существовать в природе, но и эффективно распространяться в волноводах [17] и формироваться в различных системах, например в дальней зоне источника [18].

В задачах, связанных с применением униполярных импульсов и их распространением в различных средах, большое значение имеет вопрос управления их формой. В работах [6, 7] была изучена возможность получения униполярных терагерцевых импульсов необычных форм – прямоугольной и треугольной – за счет сверхизлучения импульса остановленной поляризации. Прямоугольные импульсы в терагерцевом диапазоне могут быть также получены в виде предвестников в результате оптического выпрямления в нелинейных кристаллах [4, 5].

Операции интегрирования и дифференцирования электрических импульсов с помощью RC- и RL-цепочек достаточно хорошо известны и используются в радиоэлектронике. Казалось бы, применительно к гармоническим импульсам оптического излучения, которые много лет получают в оптике и содержат десятки и сотни циклов колебаний, данные операции не имеют смысла, т.к. дифференцирование и интегрирование гармонических функций также дает гармонические функции.

Однако в последние годы появились предельно короткие световые импульсы, содержащие один и даже полцикла колебаний [2, 3, 19–21], что позволило предложить способы получения униполярных импульсов негармонических форм [1, 6, 7]. Для таких импульсов можно поставить вопрос об их интегрировании и дифференцировании по времени. Как и в радиоэлектронных цепях, это позволит сильно трансформировать формы импульсов, что может быть важно для различных приложений. С целью осуществления таких задач в оптике надо искать системы, представляющие собой аналоги RC-цепочек.

В работе [22] была построена теория интегрирования и дифференцирования по времени предельно коротких световых импульсов в тонких металлических пленках. Важно отметить, что ранее такие операции осуществлялись только для медленно меняющихся огибающих ультракоротких импульсов нано- и пикосекундной длительности [23–30]. В работе же [22] впервые был описан способ временного интегрирования и дифференцирования непосредственно временной зависимости напряженности электрического поля в предельно коротких импульсах, а не медленной огибающей. При этом импульсы, рассматривавшиеся в [22], являлись в основном биполярными, преобразования же униполярных импульсов затрагивались лишь кратко.

В настоящей работе на основе теории, развитой в [22], изучается возможность интегрирования и дифференцирования униполярных импульсов. В частности нами рассмотрены преобразования униполярных импульсов необычных форм – прямоугольной и треугольной, возможность получения которых была показана ранее [6, 7] и для которых подобные операции временного интегрирования и дифференцирования являются наиболее наглядными. Помимо этого продемонстрировано сохранение электрической площади в подобных задачах.

## 2. Временные преобразования импульсов необычных форм

Рассмотрим задачу прохождения прямоугольных и треугольных униполярных импульсов, полученных в работах [6, 7], через тонкие металлические пленки. Как показано в работе [22], временное интегрирование предельно коротких импульсов при отражении от тонких металлических пленок возможно в случае выполнении следующего условия на спектр импульса:

$$\frac{\omega_p}{4} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{2\omega_p L}{c}\right) \right] \ll \omega \ll \omega_p, \quad (3)$$

где  $\omega$  – круговая частота импульса;  $\omega_p$  – плазменная частота металла в пленке;  $L$  – толщина металлической пленки. При этом толщина пленки для наиболее эффективно интегрирования импульса выбирается как

$$L \ll \frac{c}{\omega_p}. \quad (4)$$

Как можно видеть из выражения (1), ненулевая площадь униполярного импульса означает, что спектр такого импульса содержит постоянную компоненту поля. Однако неравенство (3) не включает в себя спектральные компоненты вблизи нулевой частоты, хотя выражение в левой части (3) и можно сделать достаточно малым при малой толщине пленки. Следовательно, спектральный диапазон интегрирования (3) не может полностью покрывать спектр униполярного импульса, но способен покрывать значительную его часть. Данное ограничение можно обойти, используя квазиуниполярные импульсы, т. е. импульсы, состоящие из униполярного всплеска и длинного хвоста противоположной полярности, так что суммарное значение электрической площади импульса равно нулю [1]. В этом случае в спектре импульса компоненты вблизи нулевой частоты отсутствуют и спектральный диапазон интегрирования (3) может покрывать весь спектр импульса.

В случае же временного дифференцирования в пропускании спектр импульсов должен удовлетворять неравенству [22]

$$\omega \ll \frac{\omega_p}{4} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{2\omega_p L}{c}\right) \right], \quad (5)$$

при этом оптимальная толщина пленки

$$L \sim \frac{c}{\omega_p}. \quad (6)$$

Условие (6) содержит лишь ограничение на максимальную частоту в спектре импульса. Таким образом, униполярные импульсы, содержащие близкие к нулю частоты в спектре, могут легко удовлетворять неравенству (5) при соответствующем подборе параметров металлической пленки.

Рассмотрим задачу временного дифференцирования для случая треугольного униполярного импульса. Для металлической пленки, следуя формуле (6), возьмем следующие параметры:  $\omega_p = 10^{16} \text{ с}^{-1}$ ,  $L = 30 \text{ нм}$ . Отметим, что выбранное значение плазменной частоты  $\omega_p$  соответствует ее характерным значениям для большинства распространенных металлов. Падающий на пленку импульс представляет собой униполярный линейно поляризованный треугольный импульс длительностью 100 фс с плоским волновым фронтом (см. рис.1). Прохождение импульса через металлическую пленку описывается стандартным волновым уравнением для электрического поля:

$$\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2 E}{\partial z^2} = -4\pi \frac{\partial^2 P}{\partial t^2}, \quad (7)$$

где  $P$  – макроскопическая поляризация среды;  $z$  – продольная координата. Дисперсионные свойства металла в пленке описывались с помощью стандартной модели Друде–Лоренца, которая для макроскопической поляризации среды имеет следующий вид:

$$\ddot{P} + \gamma \dot{P} = \omega_p^2 E, \quad (8)$$

где  $\gamma$  – коэффициент затухания. Уравнения (7), (8) решались численно с помощью метода FDTD (finite-difference time-domain method).

Униполярные импульсы могут распространяться в коаксиальных волноводах, т. к. в них отсутствуют модовая дисперсия и частота отсечки [17]. Это приводит к тому, что при соответствующем технологическом исполнении коаксиальный кабель может стать световодом, в котором поперечные компоненты униполярных импульсов излучения не меняют своей формы при распространении. Это распространение описывается одномерным волновым уравнением (7) для поперечных компонент поля с нулевой правой частью [17, 31]. Таким образом, применение одномерной модели можно считать оправданным.

На рис.1 показаны результаты численного моделирования прохождения униполярного импульса треугольной формы длительностью 100 фс через металлическую пленку с приведенными выше параметрами для двух значений коэффициента затухания:  $\gamma = 0$  и  $10^{13} \text{ с}^{-1}$ . Поскольку рассматриваемая задача является линейной относительно поля падающего импульса, амплитуды падающего и прошедшего импульсов будем выражать в произвольных

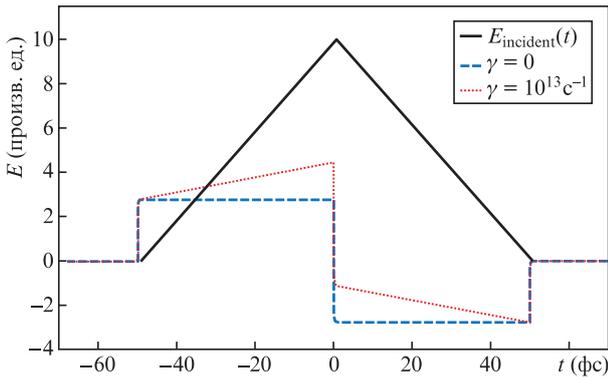


Рис.1. Униполярный импульс треугольной формы длительностью 100 фс, падающий на металлическую пленку толщиной  $L = 30$  нм с плазменной частотой  $\omega_p = 10^{16} \text{ c}^{-1}$  (сплошная линия), а также прошедший через пленку импульс для коэффициентов затухания  $\gamma = 0$  (штриховая линия) и  $10^{13} \text{ c}^{-1}$  (пунктир).

единицах. Как видно из рис.1, при малых значениях коэффициента затухания  $\gamma$ , когда  $\gamma \tau_p \ll 1$ , прошедший через пленку импульс имеет прямоугольную форму, т.е. происходит временное дифференцирование профиля напряженности электрического поля импульса. При больших значениях коэффициента затухания,  $\gamma \tau_p \sim 1$ , форма прошедшего импульса начинает отличаться от прямоугольной, т.е. точность выполнения операции дифференцирования снижается.

Представляет интерес проверка выполнения закона сохранения электрической площади (2) в рассматриваемой задаче. Для этого в последнем случае из показанных на рис.1, т.е. при  $\gamma = 10^{13} \text{ c}^{-1}$ , было выполнено временное интегрирование напряженности электрического поля в каждой точке области интегрирования в течение всего времени расчета. Результаты вычисления представлены на рис.2. Видно, что электрическая площадь действительно постоянна во всей области интегрирования, и это позволяет сделать ряд важных выводов. К примеру, возможно преобразование униполярного импульса в биполярный или, наоборот, при их линейном распространении через слой произвольной среды с диссипацией. В таком случае требуется лишь, чтобы сумма электрических площадей падающего и отраженного импульсов была равна электрической площади прошедшего через слой импульса.

Рассмотрим теперь возможность обратного преобразования прямоугольного униполярного импульса в треу-

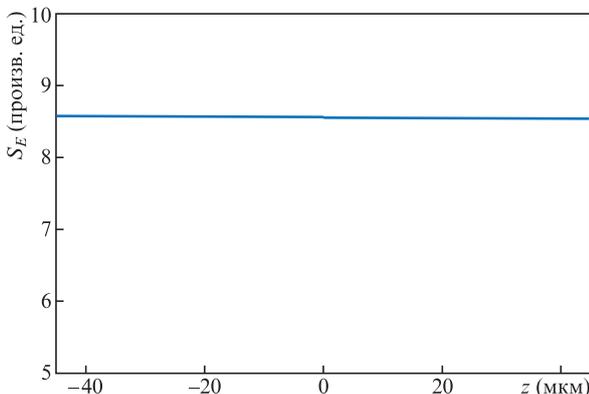


Рис.2. Зависимость электрической площади  $S_E$  от координаты для параметров из рис.1; коэффициент затухания  $\gamma = 10^{13} \text{ c}^{-1}$ .

гольного посредством временного интегрирования. Следуя оценке (3), для эффективного интегрирования униполярных импульсов длительностью в десятки или сотни фемтосекунд плазменная частота  $\omega_p$  должна быть уменьшена по сравнению с предыдущим примером; мы примем в дальнейшем  $\omega_p = 10^{15} \text{ c}^{-1}$ . Тогда, для того чтобы спектральный диапазон (3) включал частоты  $\omega \sim 10^{13} - 10^{14} \text{ c}^{-1}$ , необходимо, чтобы левая часть неравенства (4) была по меньшей мере на два-три порядка меньше, чем правая часть. Для дальнейших расчетов мы возьмем металлическую пленку толщиной 3 нм и будем рассматривать отраженное поле при распространении прямоугольного импульса через такую пленку в одномерной геометрии. На рис.3 показан как падающий прямоугольный импульс, так и отраженные импульсы для  $\gamma = 0$  и  $10^{13} \text{ c}^{-1}$ . Видно, что отраженный импульс получается треугольной формы с ненулевой электрической площадью (1), т.е. происходит временное интегрирование профиля поля падающего импульса. При этом даже в случае  $\gamma = 0$  из-за конечности толщины металлической пленки и наличия нижней границы спектрального диапазона интегрирования (3) точность интегрирования оказывается ограниченной и образуются заметные протяженные хвосты отраженных импульсов с противоположной полярностью поля.

Как и в рассмотренном ранее примере временного дифференцирования, мы также проверили выполнение закона сохранения электрической площади (2); она вновь оказалась постоянной в полном соответствии с законом сохранения (2).

Таким образом, полученные результаты показывают, что, комбинируя металлические пленки с определенными параметрами, удовлетворяющими условиям (3)–(6), можно осуществлять взаимные преобразования прямоугольных и треугольных униполярных импульсов длительностью в десятки и сотни фемтосекунд. При этом преобразование прямоугольных импульсов в треугольные происходит за счет интегрирования временной зависимости напряженности электрического поля падающего импульса в отражении, а обратное преобразование, треугольных импульсов в прямоугольные, – за счет дифференцирования временной зависимости напряженности электрического поля при прохождении через пленку. Точность выполнения обеих операций при этом сильно зависит от величины коэффициента затухания  $\gamma$ . В тех случаях, когда затухание оказывается существенным на временах порядка

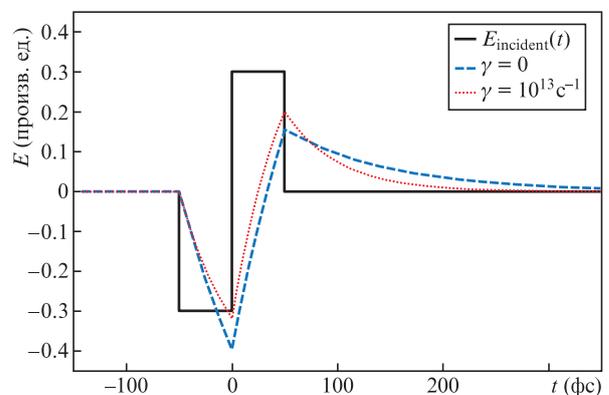


Рис.3. Прямоугольный биполярный импульс длительностью 100 фс, падающий на металлическую пленку толщиной  $L = 3$  нм с плазменной частотой  $\omega_p = 10^{15} \text{ c}^{-1}$  (сплошная линия), а также отраженный от пленки импульс для коэффициентов затухания  $\gamma = 0$  (штриховая линия) и  $10^{13} \text{ c}^{-1}$  (пунктир).

длительности падающего импульса, формы полученных импульсов могут заметно отличаться от результатов точного временного интегрирования/дифференцирования падающего импульса, что также сопровождается образованием протяженных хвостов на заднем фронте импульсов.

### 3. Заключение

Было рассмотрено прохождение прямоугольных и треугольных униполярных импульсов через тонкие металлические пленки. Показано, что при надлежащем выборе параметров падающего униполярного импульса и толщины пленки оказывается возможным осуществить такие временные преобразования формы данных импульсов, как временное интегрирование (при отражении) и дифференцирование (в пропускании). При этом в результате временного интегрирования прямоугольных импульсов образуются треугольные импульсы, а в результате временного дифференцирования треугольных импульсов – прямоугольные. Таким образом, в зависимости от выбора конфигурации рассматриваемой системы, импульсы подобной формы могут быть преобразованы друг в друга. Важно отметить, что описанные временные преобразования импульсов относятся не к медленно меняющейся огибающей импульса, как во многих других работах, а непосредственно к временной зависимости напряженности электрического поля в импульсе  $E(t)$ .

Полученные результаты демонстрируют новые подходы к управлению формой предельно коротких импульсов. В частности фемтосекундные униполярные импульсы могут представлять большой интерес для управления различными сверхбыстрыми процессами в веществе, включая динамику электронов, ионов и возбуждение атомов и молекул. Возможность контролируемых преобразований временной формы таких сверхкоротких униполярных импульсов становится при этом одной из ключевых сложностей. Описанные нами операции временного интегрирования и дифференцирования униполярных импульсов предоставляют один из возможных способов управления профилем импульсов в достаточно широких пределах.

Работа поддержана РНФ (грант №21-72-10028).

- Архипов Р.М., Архипов М.В., Розанов Н.Н. *Квантовая электроника*, **50**, 801 (2020) [*Quantum Electron.*, **50**, 801 (2020)].
- Wu H.-C., Meyer-ter-Vehn J. *Nature Photon.*, **6**, 304 (2012).
- Xu J., Shen B., Zhang X., Shi Y., Ji L., Zhang L., Xu T., Wang W., Zhao X., Xu Z. *Sci. Reports*, **8**, 2669 (2018).
- Bakunov M.I., Maslov A.V., Tsarev M.V. *Phys. Rev. A*, **95**, 063817 (2017).
- Tsarev M.V., Bakunov M.I. *Opt. Express*, **27**, 5154 (2019).
- Pakhomov A.V., Arkhipov R.M., Babushkin I.V., Arkhipov M.V., Tolmachev Y.A., Rosanov N.N. *Phys. Rev. A*, **95**, 013804 (2017).
- Pakhomov A.V., Arkhipov R.M., Arkhipov M.V., Demircan A., Morgner U., Rosanov N.N., Babushkin I.V. *Sci. Reports*, **9**, 1 (2019).
- Сазонов С.В. *Письма в ЖЭТФ*, **114**, 160 (2021) [*JETP Lett.*, **114**, 132 (2021)].
- Bogatskaya A.V., Volkova E.A., Popov A.M. *Phys. Rev. E*, **104**, 025202 (2021).
- Розанов Н.Н. *Оптика и спектроскопия*, **107**, 761 (2009) [*Opt. Spectrosc.*, **107**, 721 (2009)].
- Розанов Н.Н., Архипов Р.М., Архипов М.В. *УФН*, **188**, 1347 (2018) [*Phys. Usp.*, **61**, 1227 (2018)].
- Arkhipov R.M., Arkhipov M.V., Babushkin I.V., Pakhomov A.V., Rosanov N.N. *J. Opt. Soc. Am. B*, **38**, 2004 (2021).
- Arkhipov R.M., Arkhipov M.V., Babushkin I.V., Demircan A., Morgner U., Rosanov N.N. *Opt. Lett.*, **44**, 1202 (2019).
- Arkhipov R.M., Pakhomov A.V., Arkhipov M.V., Demircan A., Morgner U., Rosanov N.N., Babushkin I.V. *Opt. Express*, **28**, 17020 (2020).
- Aleksandrov I.A., Tumakov D.A., Kudlis A., Shabaev V.M., Rosanov N.N. *Phys. Rev. A*, **102**, 023102 (2020).
- Розанов Н.Н., Высотина Н.В. *ЖЭТФ*, **157**, 63 (2020) [*JETP*, **130**, 52 (2020)].
- Розанов Н.Н. *Оптика и спектроскопия*, **127**, 960 (2019) [*Opt. Spectrosc.*, **127**, 1050 (2019)].
- Архипов М.В., Архипов Р.М., Розанов Н.Н. *Оптика и спектроскопия*, **129**, 1173 (2021) [*Opt. Spectrosc.*, **129**, 1304 (2021)].
- Krausz F., Ivanov M. *Rev. Mod. Phys.*, **81**, 163 (2009).
- Manzoni C., Mücke O.D., Cirmi G., Fang S., Moses J., Huang S.-W., Hong K.-H., Cerullo G., Kärtner F.X. *Laser Photon. Rev.*, **9**, 129 (2015).
- Hassan M.T., Luu T.T., Mulet A., Raskazovskaya O., Zhokhov P., Garg M., Karpowicz N., Zheltikov A.M., Pervak V., Krausz F., Goulielmakis E. *Nature*, **530**, 66 (2016).
- Pakhomov A.V., Arkhipov R.M., Arkhipov M.V., Rosanov N.N. *Opt. Lett.*, **46**, 2868 (2021).
- Bykov D.A., Doskolovich L.L., Soifer V.A. *Opt. Lett.*, **36**, 3509 (2011).
- Bykov D.A., Doskolovich L.L., Soifer V.A. *J. Opt. Soc. Am. A*, **29**, 1734 (2012).
- Bykov D., Doskolovich L., Golovastikov N., Soifer V. *J. Opt.*, **15**, 105703 (2013).
- Ngo N.Q. *Opt. Lett.*, **32**, 3402 (2007).
- Berger N.K., Levit B., Fischer B., Kulishov M., Plant D.V., Azaña J. *Opt. Express*, **15**, 371 (2007).
- Slavik R., Park Y., Ayotte N., Doucet S., Ahn T.-J., LaRochelle S., Azaña J. *Opt. Express*, **16**, 18202 (2008).
- Kazanskiy N.L., Serafimovich P.G. *Opt. Express*, **22**, 14004 (2014).
- Liu W., Li M., Guzzon R., Norberg E., Parker J., Lu M., Coldren L., Yao J. *Nature Photon.*, **10**, 190 (2016).
- Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. *Электродинамика сплошных сред* (М.: Наука, 1982).