

Нейронная сеть для вычисления прямого и обратного нелинейного преобразования Фурье

Е.В.Седов, И.С.Чеховской, Я.Е.Прилепский

Предложена архитектура нейронной сети, позволяющей прогнозировать непрерывный нелинейный спектр оптических сигналов и выполнять обратное нелинейное преобразование Фурье (NFT) для модуляции сигнала. Среднее значение относительной ошибки предсказания непрерывного спектра нейронной сетью при вычислении прямого NFT составило 2.68×10^{-3} , а среднее значение относительной ошибки предсказания сигнала для обратного преобразования – 1.62×10^{-4} .

Ключевые слова: нелинейное уравнение Шрёдингера, метод обратной задачи рассеяния, задача Захарова – Шабата, нелинейное преобразование Фурье, нейронные сети, машинное обучение.

1. Введение

Среди различных факторов, ограничивающих производительность современных систем оптической связи, нелинейность оптического канала считается одним из наиболее серьезно ухудшающих характеристики существующих оптических линий связи [1]. В связи с этим активно изучаются методы, направленные на увеличение пропускной способности линий связи [2, 3]. Из множества альтернативных методов в последнее время большое внимание привлекают обработка сигналов на основе нелинейного преобразования Фурье (NFT) и методы оптической передачи, работающие с так называемыми нелинейными модами Фурье (NF). Нелинейное преобразование Фурье обеспечивает эффективную линейризацию эволюции сигнала в рамках одномодовой модели волокна, где распространение света хорошо аппроксимируется нелинейным уравнением Шрёдингера (НУШ). В случае распределенного рамановского усиления или при аппроксимации оптического канала моделью с усреднением по пути распространения, НУШ хорошо описывает эволюцию сигнала вдоль оптического волокна. Проблемы при практической реализации методов передачи на основе NFT связаны с отклонениями истинного оптического канала от модели НУШ и с чувствительностью системы к таким отклонениям [4, 5], а также с наличием оптического шума [6–9]. Это объясняется тем, что любой электронный элемент имеет собственные характеристики, не совпадающие с идеальными, а свойства оптического волокна могут меняться в зависимости от внешних условий и отличаться от заводских характеристик. Отметим также, что NFT может использоваться для анализа оптических сигналов [10, 11] и недавно было применено для иденти-

фикации солитонных компонент в различных фотонных приложениях, включая лазеры и микрорезонаторы [12–16].

Прямое и обратное NFT в приложении к фокусирующему НУШ было впервые сформулировано в основополагающей работе Захарова и Шабата [17]. Прямое NFT ставит в соответствие оптическому сигналу его нелинейный спектр, который в общем случае может состоять из дискретной и непрерывной частей [18], хотя каждая часть может отсутствовать для некоторых конкретных ситуаций. Набор дискретных собственных значений соответствует солитонной (дискретной) части NFT-спектра сигнала, которая обычно существует при достаточно высоких мощностях сигнала [11]. Однако использование непрерывной части NFT-спектра, соответствующей дисперсионным компонентам, оказалось очень эффективным при оптической передаче данных [4, 9, 18, 19].

В настоящее время предложено большое число «традиционных» численных подходов для вычисления нелинейного спектра [20–23], и достигнут значительный прогресс в снижении вычислительной сложности алгоритмов [24], а также в повышении их точности [25–27]. Однако при их применении к сложным сигналам с большим числом нелинейных компонент часто могут возникать трудности, связанные с проблемой устойчивости [28]. Кроме того, обработка сложных сигналов на основе NFT в реальном времени является непростой задачей, что ограничивает возможность эффективно реализовать NFT на аппаратном уровне. В этом случае перспективной областью является использование машинного обучения (ML) и, в частности, реализация NFT на основе нейронных сетей (NN).

В последние годы был совершен прорыв в развитии методов ML для решения алгоритмически сложных задач, таких как, например, распознавание и классификация образов [29, 30]. Основными этапами здесь являются обучение модели на основе набора некоторых данных и применение модели для получения предсказания. Первый этап может занять больше времени, но применение обученной модели обычно происходит намного быстрее, что позволяет внедрять системы, основанные на методах машинного обучения, на различных непроизводительных

Е.В.Седов, И.С.Чеховской. Новосибирский государственный университет, Россия, 630090 Новосибирск, ул. Пирогова, 2; e-mail: e.sedov@ngsu.ru, i.s.chekhovskoy@nsu.ru

Я.Е.Прилепский. Aston Institute of Photonic Technologies, Aston University, Birmingham B4 7ET, UK; e-mail: y.prylepskiy1@aston.ac.uk

устройствах. Отметим, что методы, связанные с ML, успешно применялись для компенсации нелинейных эффектов [31–34].

В последние годы ML также предлагалось использовать в системах передачи данных на основе NFT, но преимущественно для вычисления солитонных компонент (дискретного спектра) [35–37]. Для систем, основанных на непрерывном спектре, NN применялись на этапе постобработки [38, 39]. В недавней работе [40] простая NN использовалась для обработки непрерывного нелинейного спектра. В этой работе процедура из пакета MATLAB для распознавания рукописных цифр была адаптирована для классификации точек сигнального созвездия, что накладывает существенные ограничения на использование такого подхода. В настоящей работе мы предлагаем реализовать более продвинутый регрессионный подход: вычислять непрерывный спектр, используя специальную NN, а также восстанавливать исходное оптическое поле (т. е. выполнять обратное NFT) с использованием специальной архитектуры NN.

2. Нелинейное преобразование Фурье

Распространение света в оптическом волокне в приближении медленно меняющейся огибающей описывается с помощью НУШ, которое в безразмерной форме записывается как

$$i \frac{\partial q}{\partial z} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 q}{\partial t^2} + |q|^2 q = 0. \quad (1)$$

Здесь $q(z, t)$ – медленно меняющееся оптическое поле в волокне; z – расстояние вдоль волокна; t – время в системе отсчета, движущейся с групповой скоростью волнового пакета. Для упрощения анализа мы не учитываем усиление и потери в волокне, а также наличие шумовых составляющих [4, 41].

Уравнение (1) в представленной форме принадлежит к классу интегрируемых уравнений, которые могут быть решены методом обратной задачи рассеяния. Прямое NFT позволяет определить данные рассеяния и состоит в решении спектральной задачи Захарова – Шабата с использованием локализованного «потенциала» $q(z, t)$, в роли которого выступает оптический сигнал:

$$\begin{aligned} -\partial_t \psi_1 + q(z, t) \psi_2 &= i \lambda \psi_1, \\ \partial_t \psi_2 + q^*(z, t) \psi_1 &= i \lambda \psi_2. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь ψ_i представляют собой вспомогательные функции, а комплексный параметр $\lambda = \xi + i\eta$ является нелинейным аналогом частоты. Для определения нелинейного спектра, связанного с профилем $q = q(z, t)$, необходимо найти специальное решение $\Phi(t, \lambda) = [\phi_1, \phi_2]$ системы (2), удовлетворяющее асимптотическому условию: $\Phi \rightarrow [e^{-i\xi t}, 0]$ при $t \rightarrow -\infty$. Основная часть прямого NFT состоит в вычислении коэффициентов рассеяния $a(\lambda)$ и $b(\lambda)$, определяемых с помощью специального решения $\Phi(t, \lambda)$ следующим образом:

$$a(\xi) = \lim_{t \rightarrow +\infty} \phi_1(t, \xi) e^{i\xi t}, \quad b(\xi) = \lim_{t \rightarrow +\infty} \phi_2(t, \xi) e^{-i\xi t}.$$

Непрерывный спектр $r(\xi) = b(\xi)/a(\xi)$ совпадает с вещественной осью ξ -плоскости и соответствует дисперсионной волновой составляющей сигнала, при этом является

прямым аналогом линейного преобразования Фурье и сходится к нему при малых мощностях сигнала. Дискретная часть нелинейного спектра в нашей работе не рассматривается, и далее мы имеем дело только с непрерывной частью спектра. Сигналы предварительно выбирались таким образом, чтобы связанный с ними нелинейный спектр не содержал дискретных уровней, то есть солитонов. Но мы также убедились, что нелинейные эффекты значительны и что непрерывный спектр заметно отличается от его линейного спектра Фурье.

3. Преимущества использования NN в нелинейной обработке сигналов

Поскольку при передаче данных по волоконно-оптическим системам связи проявляются одновременно линейные, нелинейные и шумовые эффекты, эти данные являются очень подходящими объектами для обработки с использованием последних достижений методов ML. Используя ML, мы можем решить задачу многомерной оптимизации (касающуюся, например, качества передачи и максимизации пропускной способности), не прибегая к манипуляциям со всеми возможными значениями параметров. Особенно актуальной задачей является идентификация некоторых внутренних особенностей и закономерностей данных. Здесь NN могут использоваться для моделирования эффектов распространения, когда сигнал проходит через зашумленную нелинейную волоконную среду. Другими словами, используя NN, мы можем моделировать нелинейное преобразование без необходимости прямого вычисления этого преобразования. Выигрыш заключается в скорости и универсальности преобразования, а также в гибкости и адаптируемости операций на основе NN: нейронная сеть не знает, какие данные она обрабатывает, она ищет в данных необходимые признаки, которые влияют на конечный результат, а затем привлекает их. Этот процесс называется выделением признаков. Так, если мы хотим вычислить определенное значение некоторой функции, то вместо (возможно) сложных вычислений мы можем использовать предварительно обученную NN.

Еще одно преимущество использования обработки сигналов на основе NN состоит в том, что NN могут снижать шум в данных. На практике у нас всегда есть дополнительный шум, который может быть критичным для идеализированных методов. Сеть может отфильтровать лишнюю информацию внутри себя, оставив только основные признаки, необходимые для конкретной задачи. Возможный недостаток использования NN – достижимая в настоящее время с их помощью точность. Однако на практике точность NN достаточна для большинства задач и даже при достаточном наборе данных для обучения превышает точность существующих численных методов. Как отмечалось ранее, NN уже продемонстрировали свой потенциал в задачах обработки оптических сигналов [42] и, в частности, в системах на основе NFT [35–39].

4. Результаты

В настоящей работе мы используем NN для прогнозирования нелинейного непрерывного спектра сложных оптических сигналов и преобразования спектра обратно в сигнал (обратное NFT). Для исследования здесь мы выбрали примеры сигналов в форме широко используемого

формата мультиплексирования с разделением по длине волны (WDM). Один WDM-сигнал представляется как сумма независимых оптических несущих:

$$s(t) = \frac{1}{Q} \sum_{k=1}^M C_k e^{i\omega_k t} f(t), \quad 0 \leq t < T, \quad (3)$$

где Q – коэффициент нормировки, который используется для управления величиной нелинейных эффектов; M – число WDM-каналов; ω_k – частота несущей k -го канала; C_k – данные из сигнального созвездия, передаваемые по k -му каналу; T – символьный интервал. Функция $f(t)$ – форма импульса, которая в настоящей работе без ограничения общности принимается (в нормированной форме) в виде

$$f(t) = 1 - \cos \frac{4\pi t}{T} \text{ при } 0 \leq t \leq T/4 \text{ или } 3T/4 \leq t \leq T, \\ f(t) = 1 \text{ при } T/4 < t < 3T/4.$$

Чтобы оценить качество предсказания NN, использовалась следующая формула, определяющая относительную ошибку для непрерывного спектра:

$$\eta_r(\xi) = \frac{|r_{\text{pred}}(\xi) - r_{\text{real}}(\xi)|}{\langle |r_{\text{real}}(\xi)| \rangle_{\xi}}, \quad (4)$$

где символ $\langle \dots \rangle_{\xi}$ обозначает усреднение по спектральному интервалу, индексы «pred» и «real» относятся соответственно к значениям коэффициента отражения $r(\xi)$, предсказанным NN, и к значениям, предварительно вычисленным стандартными численными методами. Аналогичная формула для вычисления относительной ошибки при предсказании самого сигнала:

$$\eta_q(t) = \frac{|q_{\text{pred}}(t) - q_{\text{real}}(t)|}{\langle |q_{\text{real}}(t)| \rangle_t}, \quad (5)$$

где $q(t)$ – сигнал, а символ $\langle \dots \rangle_t$ обозначает усреднение по временному интервалу. Относительные ошибки $\eta_r(\xi)$ и $\eta_q(t)$ определяются в точках ξ и t соответственно. Мы использовали величины $\langle \eta_r(\xi) \rangle_{\xi}$ и $\langle \eta_q(t) \rangle_t$ для оценки общего среднего значения ошибки. Подчеркнем, что метрика была выбрана таким образом, чтобы учесть даже те области, где значение спектра или сигнала намного меньше единицы.

На рис.1 показана архитектура сети NFT-Net, которая выполняет операции NFT (прямое и обратное преобразование) с указанными на рисунке параметрами. Сеть NFT-Net состоит из последовательных слоев свертки и полносвязных выходных слоев. На входе в сеть поступает сложный сигнал, состоящий из 1024 точек. Эта NN предсказывает только одну составляющую непрерывного спектра NF, так что две идентичные NFT-Net должны использоваться для предсказания действительной и мнимой частей $r(\xi)$. Аналогично, преобразование спектра обратно в сигнал требует двух отдельных NFT-Net для действительной и мнимой частей сигнала $q(t)$. Каждая из четырех нейронных сетей с одинаковой архитектурой обучалась независимо.

Набор данных состоял из 94035 сигналов, из которых 9403 использовались для валидации и не участвовали в процессе обучения. Для генерации сигналов использовались случайные последовательности данных, закодиро-

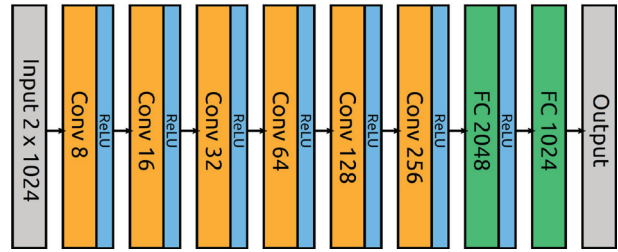


Рис.1. Архитектура нейронной сети для прогнозирования непрерывной нелинейной компоненты спектра сложного сигнала; та же архитектура использовалась для обратного NFT, преобразующего непрерывный спектр обратно в сложный сигнал. Для предсказания реальной и мнимой частей спектра (или сигнала) использованы две отдельные NN с одинаковыми структурами, но с разными весами.

ванные в формате квадратурной фазовой манипуляции (QPSK). Энергия всех сигналов была одинаковой и выбиралась на таком уровне, чтобы нелинейные эффекты были достаточно сильными. При выбранной энергии некоторые сигналы содержали дискретный спектр, но такие сигналы не попадали в набор данных для обучения. Непрерывный спектр для каждого сигнала был предварительно вычислен с использованием обычных прямых методов NFT. При обучении NFT-Net мы использовали среднеквадратичную ошибку (MSE) в качестве функции потерь, а также алгоритм оптимизации Adam (Adaptive Moment Estimation) с шагом обучения 10^{-4} . В среднем, с учетом объема используемых данных, процесс обучения занял 50000 эпох.

На рис.2 изображена ошибка $\eta_r(\xi)$ – разность между прогнозируемым и фактическим (предварительно вычисленным с использованием обычного численного метода NFT) непрерывным нелинейным спектром для конкретного сигнала, а на рис.3 показан пример ошибки $\eta_q(t)$ при нахождении обратного NFT. Видно, что NN с высокой точностью выполняет как прямое, так и обратное преобразование. Некоторое увеличение ошибки в центре для непрерывного спектра связано с его локализацией в середине, в то время как на краях спектрального интервала значения $r(\xi)$ стремятся к нулю. Для сигнала такой особенности нет, поскольку он расположен равномерно на всем временном интервале. Среднее значение относительной ошибки предсказания непрерывного спектра $\langle \eta_r(\xi) \rangle_{\xi}$ для NN при вычислении прямого NFT составляет 2.7×10^{-3} . Для обратного преобразования среднее значение относительной ошибки предсказания сигнала $\langle \eta_q(t) \rangle_t = 1.6 \times 10^{-4}$. Полученные результаты демонстрируют, что нейронные сети могут выполнять прямое и обратное нелинейное преобразование Фурье с высокой точностью. На данный момент практическое применение NFT-ме-

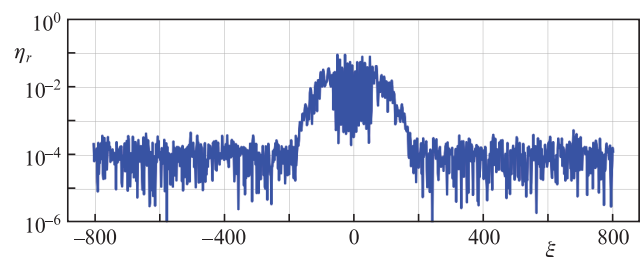


Рис.2. Пример распределения относительной ошибки $\eta_r(\xi)$ между предварительно вычисленным и прогнозируемым непрерывным спектром.

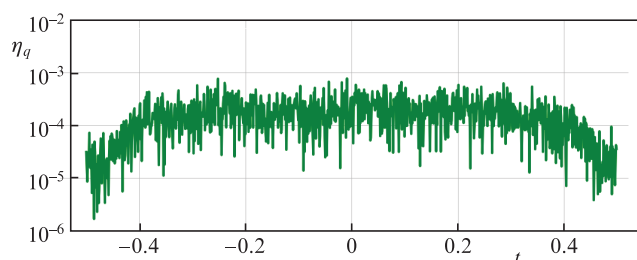


Рис.3. Пример распределения относительной ошибки $\eta_q(t)$ между исходным и предсказываемым сигналами.

тодов далеко от коммерческой реализации, однако уже сейчас в лабораторных условиях продемонстрирован их потенциал для передачи информации с рекордными скоростями [43].

5. Заключение

На данный момент ML и NN – это современные технологии, которые активно исследуются в приложении к нелинейной обработке сигналов и оптической связи. Предлагаемая архитектура NN демонстрирует фундаментальную возможность применения NN для анализа и (де)модуляции сложных оптических сигналов, используемых в связи. Это открывает перспективы улучшения существующих систем без необходимости глубокого понимания внутренних нелинейных процессов, влияющих на качество передачи сигнала. Подчеркнем, что предлагаемый в настоящей работе метод является лишь первым шагом в развитии методов машинной обработки оптических сигналов. Его можно использовать для создания интеллектуальных приемников с цифровыми алгоритмами обратного распространения сигналов на основе NFT и NN. Наши результаты показывают, что использование NN может позволить изучать не только внутреннюю структуру, но и генерировать новые сигналы с помощью автоэнкодеров. Фундаментальная возможность использования NN для NFT может создать новые области для исследований, связанных с анализом нелинейной структуры сигнала и характеристик его эволюции.

Исследование выполнено при поддержке фонда Президента РФ для государственной поддержки молодых российских ученых (грант № МК-677.2020.9). Работа И.С.Чеховского была поддержана государственным заданием на проведение фундаментальных исследований

FSUS-2020-0034. Работа Я.Е.Прилепского поддержана Leverhulme Trust (project RPG-2018-063).

1. Essiambre R.J. et al. *Phys. Rev. Lett.*, **101** (16), 163901 (2008).
2. Winzer P.J. et al. *Opt. Express*, **26** (18), 24190 (2018).
3. Cartledge J.C. et al. *Opt. Express*, **25** (3), 1916 (2017).
4. Le S.T. et al. *Opt. Express*, **23**, 8317 (2015).
5. Yangzhang X. et al. *J. Lightwave Technol.*, **36** (2), 485 (2018).
6. Derevyanko S.A. et al. *Nat. Commun.*, **7**, 307 (2016).
7. Civelli S. et al. *IEEE Photonics Technol. Lett.*, **29** (16), 1332 (2017).
8. Civelli S. et al. *Appl. Sci.*, **10** (24), 9099 (2020).
9. Derevyanko S. et al. *Opt. Express*, **29** (5), 6384 (2021).
10. Sedov E.V. et al. *Opt. Lett.*, **43** (24), 5985 (2018).
11. Turitsyn S.K. et al. *J. Lightwave Technol.*, **38** (2), 352 (2020).
12. Sugavanam S. et al. *Nat. Commun.*, **10** (1), 5663 (2019).
13. Ryczkowski P. et al. *Nat. Photonics*, **12** (4), 221 (2018).
14. Turitsyn S.K. et al. *Opt. Lett.*, **45** (11), 3059 (2020).
15. Wang J. et al. *Chin. Phys. B*, **29** (3), 034207 (2020).
16. Chekhovskoy I.S. et al. *Phys. Rev. Lett.*, **122** (15), 153901 (2019).
17. Захаров В.Е. и др. *ЖЭТФ*, **61** (1), 118 (1971) [*Sov. Phys. JETP*, **34** (1), 62 (1972)].
18. Turitsyn S.K. et al. *Optica*, **4** (3), 307 (2017).
19. Yousefi M. et al. *IEEE Trans. Inf. Theory*, **66** (1), 478 (2019).
20. Delves L.M., Lyness J.N. *Math. Comp.*, **21**, 543 (1967).
21. Boffetta G., Osborne A.R. *J. Comput. Phys.*, **102** (2), 252 (1992).
22. Burtsev S. et al. *J. Comput. Phys.*, **147** (1), 166 (1998).
23. Vasylychenkova A. et al. *Opt. Lett.*, **43** (15), 3690 (2018).
24. Wahls S., Poor H.V., in *Proc. Int. Conf. Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP 2013)* (IEEE, 2013, pp. 5780–5784).
25. Mullyadzhyanov R., Gelash A. *Opt. Lett.*, **44** (21), 5298 (2019).
26. Medvedev S.B. et al. *Opt. Lett.*, **45** (7), 2082 (2020).
27. Medvedev S.B. et al. *Opt. Express*, **28** (1), 20 (2020).
28. Gelash A., Mullyadzhyanov R. *Phys. Rev. E*, **101** (5), 052206 (2020).
29. Bishop C.M. *Pattern Recognition and Machine Learning* (Springer, 2006).
30. Duda R.O. et al. *Pattern Classification* (John Wiley & Sons, 2012).
31. Zibar D. et al. *Opt. Express*, **20** (26), B181 (2012).
32. Zibar D. et al. *J. Lightwave Technol.*, **34** (6), 1442 (2015).
33. Сидельников О.С., Редюк А.А., Сиглетос С., Федорук М.П. *Квантовая электроника*, **49** (12), 1154 (2019) [*Quantum Electronics*, **49** (12), 1154 (2019)].
34. Sidelnikov O.S. et al. *Opt. Express*, **26** (25), 32765 (2018).
35. Jones R.T., Gaiaarin S., Yankov M.P., Zibar D., in *Optical Fiber Communication Conference, OSA Technical Digest (online)* (Optical Society of America, 2018, paper W2A.59).
36. Jones R.T. et al. *IEEE Photonics Technol. Lett.*, **30** (12), 1079 (2018).
37. Yamamoto S. et al. *IEICE Communications Express*, **8** (12), 507 (2019).
38. Kotlyar O. et al. *Opt. Lett.*, **45** (13), 3462 (2020).
39. Kotlyar O. et al. *Opt. Express*, **29** (7), 11254 (2021).
40. Zhang W.Q. et al. *Opt. Express*, **29** (8), 11591 (2021).
41. Kamalian M. et al. *J. Lightwave Technol.*, **35** (24), 5464 (2017).
42. Freire P.J. et al. arXiv preprint arXiv:2103.08212, 2021.
43. Yangzhang X. et al. *J. Lightwave Technol.*, **37** (6), 1570 (2019).