### УПРАВЛЕНИЕ ПАРАМЕТРАМИ ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

# Электромагнитно-индуцированная прозрачность при фазовой модуляции взаимодействующих излучений

#### О.М.Паршков

Приведены результаты аналитического и численного анализа процесса эволюции импульсов пробного излучения наносекундной длительности при электромагнитно-индуцированной прозрачности в  $\Lambda$ -схеме вырожденных квантовых переходов. Предполагается, что пробное и управляющие поля на входе в активную среду эллиптически поляризованы и одно из них обладает фазовой модуляцией. Аналитически показано, что в среде пробное излучение является суммой двух нормальных мод, распространяющихся независимо друг от друга. Поскольку групповые скорости импульсов нормальных мод различны, входящий в среду одиночный импульс пробного излучения распадается внутри среды на отдельные импульсы, каждый из которых переносит энергию одной из нормальных мод. Численное моделирование показало, что при достаточно большой фазовой модуляции нормальные моды, интенсивность которых на входной поверхности описывается колоколообразной кривой, в среде превращаются в цуги субимпульсов. Фазовая модуляция входного поля практически не влияет на групповые скорости распространения нормальных мод, но снижает прозрачность среды для пробного излучения.

Ключевые слова: электромагнитно-индуцированная прозрачность, фазовая модуляция, нормальные моды.

#### 1. Введение

Резонансное воздействие двух когерентных лазерных полей на два квантовых перехода с общим энергетическим уровнем [1] приводит к ряду интересных с теоретической и практической точек зрения эффектов. Среди них особое место занимает явление электромагнитно-индуцированной прозрачности (ЭМИП) [2-4]. Использование ЭМИП открывает новые возможности для разработки систем оптической памяти [3] и квантовых коммуникаций [3, 5, 6], систем квантовой информации [2-4], приборов для точного измерения магнитных полей [7], устройств точного измерения времени [8]. Явление ЭМИП лежит в основе методов создания больших оптических нелинейностей [4,9] и усиления излучения без инверсии населённостей квантовых переходов [10]. Продолжается исследование особенностей протекания ЭМИП в новых ситуациях, например в сильно коррелированных квантовых газах [11], в случае волн радиодиапазона [12], на примесях в фотонных кристаллах [13], вблизи нановолокна [14], при наличии углового орбитального момента у пробного поля [15].

В случае вырождения энергетических уровней квантовых переходов явление ЭМИП приобретает новые особенности, связанные с состояниями поляризации взаимодействующих полей. Так, в работах [16,17] теоретически и экспериментально изучалось вращение плоскости поляризации пробного поля при изменении напряжённости управляющего излучения. Результаты теоретического и экспериментального исследования влияния постоянного магнитного поля на эволюцию круговых составляющих пробного излучения изложены в [18,19]. В работе [20] сопровождающее явление ЭМИП круговое двойное лучепреломление пробного поля изучалось эксперименталь-

Поступила в редакцию 21 сентября 2021 г.

но и теоретически. В [21] теоретически предсказана возможность распространения пробного поля в виде двух мод с различными состояниями поляризации в стационарном режиме ЭМИП.

В перечисленных выше работах теория опиралась на адиабатическое приближение [22, 23], применимое к описанию импульсов достаточно большой длительности [24]. В работе [25] теоретически без использования адиабатического приближения рассматривался импульсный режим явления ЭМИП в Л-схеме, образованной уровнями <sup>3</sup>P<sub>0</sub>, <sup>3</sup>P<sub>2</sub>, <sup>3</sup>P<sub>1</sub><sup>0</sup> изотопа <sup>208</sup>Pb, в которой экспериментально наблюдалась ЭМИП поляризованных по кругу лазерных полей [26, 27]. В [25] показано, что пробное поле внутри среды является суммой нормальных мод, импульсы которых распространяются с различными групповыми скоростями. Теория, развитая в [25], имела ограниченную область применения вследствие предположения, что на входе в резонансную среду импульсы взаимодействующих излучений не обладают фазовой модуляцией (ФМ). В настоящей работе представлены результаты аналитического и численного исследования особенностей явления ЭМИП при наличии ФМ одного из взаимодействующих полей на входной поверхности резонансной среды.

#### 2. Исходные уравнения

Рассматриваемая  $\Lambda$ -схема образована простым нижним (<sup>3</sup>P<sub>0</sub>), пятикратно вырожденным средним (<sup>3</sup>P<sub>2</sub>) и трёхкратно вырожденным верхним (<sup>3</sup>P<sub>1</sub>) уровнями атома <sup>208</sup>Pb. Введём ортонормированный базис  $\phi_k$  (k = 1, 2, ..., 9) из общих собственных функций операторов энергии, квадрата и проекции момента импульса на ось *z* изотопа <sup>208</sup>Pb, относящихся к нижнему (k = 1, M = 0), верхнему (k = 2, 3, 4; M = -1, 0, 1) и среднему (k = 5, 6, ..., 9; M = -2, -1, 0, 1, 2) уровням. Пусть  $D_1$  и  $D_2$  – приведённые электродипольные моменты переходов <sup>3</sup>P<sub>0</sub>  $\rightarrow$  <sup>3</sup>P<sub>1</sub><sup>0</sup> и <sup>3</sup>P<sub>2</sub>  $\rightarrow$  <sup>3</sup>P<sub>1</sub><sup>0</sup> соответственно, а  $\omega_1$  и  $\omega_2(\omega_1 > \omega_2)$  – частоты этих переходов для покоящегося атома. Неоднородное уширение спектральных линий опишем доплеровским контуром с параметром  $T_1$ . Определяемая по уровню e<sup>-1</sup> высоты ши-

**О.М.Паршков.** Саратовский государственный технический университет им. Гагарина Ю.А., Россия, 410054 Саратов, ул. Политехническая, 77; e-mail: Oparshkov@mail.ru

рина  $\Delta_1$  неоднородно уширенной линии перехода  ${}^{3}P_0 \rightarrow {}^{3}P_1^0$  задаётся соотношением  $\Delta_1 = 2/T_1$ .

Представим напряжённость *Е* полного электрического поля, воздействующего на среду, в виде

$$E = E_{1} + E_{2}, \quad E_{l} = \mu_{l} [e_{x} E_{xl} \cos(\omega_{l} t - k_{l} z + \delta_{xl}) + e_{y} E_{yl} \cos(\omega_{l} t - k_{l} z + \delta_{yl})], \quad l = 1, 2.$$
(1)

Здесь  $E_l$  и  $\omega_l$  – напряжённость электрического поля и несущая частота пробного (l = 1) и управляющего (l = 2) полей;  $\mu_l = \hbar \sqrt{2l+1}/(|D_l|T_1)$ ;  $e_x$  и  $e_y$  – единичные векторы вдоль осей x и y;  $E_{xl}$ ,  $E_{yl}$  – неотрицательные действительные амплитуды;  $\delta_{xl}$ ,  $\delta_{yl}(-\pi \le \delta_{xl}, \delta_{yl} \le \pi)$  – фазовые добавки x- и y-компонент пробного (l = 1) и управляющего (l = 2) полей;  $k_l = \omega_l$ /с. Следуя [28], введём  $f_l$  и  $g_l$  – амплитуды левой и правой круговых компонент пробного (l = 1) и управляющего (l = 2) полей. Определим нормированные независимые переменные

$$s = z/z_0, w = (t - z/c)/T_1,$$

где  $z_0 = 3\hbar c/(2\pi N |D_1|^2 T_1 \omega_1)$ , N – концентрация атомов. Введём  $\varepsilon_1 = T_1(\omega_1 - \omega_1')$ ,  $\varepsilon_2 = \omega_2 \varepsilon_1 / \omega_1$ , где  $\omega_1'$  – частота перехода  ${}^{3}P_0 \rightarrow {}^{3}P_1^0$  движущегося атома, и постоянную  $\xi = 0.6(\omega_2 / \omega_1) |D_2 / D_1|^2$ . Используя уравнения Максвелла и уравнение Шрёдингера, получим в первом приближении медленных огибающих следующую систему уравнений:

$$\frac{\partial f_{1}}{\partial s} = \frac{i}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} c_{1} c_{2}^{*} \exp(-\varepsilon_{1}^{2}) d\varepsilon_{1},$$

$$\frac{\partial f_{2}}{\partial s} = -\frac{i}{\sqrt{\pi}} \xi \int_{-\infty}^{+\infty} (c_{4}^{*}c_{9} + c_{2}^{*}c_{7}) \exp(-\varepsilon_{1}^{2}) d\varepsilon_{1},$$

$$\frac{\partial g_{1}}{\partial s} = -\frac{i}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} c_{1} c_{4}^{*} \exp(-\varepsilon_{1}^{2}) d\varepsilon_{1},$$

$$\frac{\partial g_{2}}{\partial s} = \frac{i}{\sqrt{\pi}} \xi \int_{-\infty}^{+\infty} (c_{2}^{*}c_{5} + c_{4}^{*}c_{7}) \exp(-\varepsilon_{1}^{2}) d\varepsilon_{1},$$

$$\frac{\partial c_{1}}{\partial w} = -i(f_{1}c_{2} - g_{1}c_{4}),$$

$$\frac{\partial c_{2}}{\partial w} + i\varepsilon_{1}c_{2} = -\frac{i}{4}(f_{1}^{*}c_{1} + g_{2}^{*}c_{5} - f_{2}^{*}c_{7}) - \gamma c_{2},$$

$$\frac{\partial c_{4}}{\partial w} + i\varepsilon_{1}c_{4} = \frac{i}{4}(g_{1}^{*}c_{1} - g_{2}^{*}c_{7} + f_{2}^{*}c_{9}) - \gamma c_{4},$$

$$\frac{\partial c_{5}}{\partial w} + i(\varepsilon_{1} - \varepsilon_{2})c_{5} = -ig_{2}c_{2},$$

$$\frac{\partial c_{9}}{\partial w} + i(\varepsilon_{1} - \varepsilon_{2})c_{7} = \frac{i}{6}(f_{2}c_{2} - g_{2}c_{4}),$$

$$\frac{\partial c_{9}}{\partial w} + i(\varepsilon_{1} - \varepsilon_{2})c_{9} = if_{2}c_{4}.$$
(2)

Здесь  $c_i = 1, 2, 4, 5, 7, 9$  – величины, пропорциональные амплитудам вероятности населённостей энергетических уровней  $\Lambda$ -схемы;  $\gamma = T_1/(2\tau), \tau$  – радиационное время жизни уровня  ${}^{3}P_1^{0}$ . (Подробный вывод уравнений (2) см. в работе [25].)

Для параметров эллипса поляризации (ЭП) пробного (l = 1) и управляющего (l = 2) излучений используем следующие обозначения:  $a_l$  – большая полуось ЭП, измеренная в единицах  $\mu_l$ ;  $\alpha_l$  – угол (в радианах) между ней и осью x;  $\gamma_l$  – параметр сжатия ( $0 \le \alpha_l \le \pi, -1 \le \gamma_l \le 1$ ). Отметим, что  $|\gamma_l|$  есть отношение малой оси ЭП к его большой оси, при этом  $\gamma_l < 0$  ( $\gamma_l > 0$ ), если поляризация правая (левая) эллиптическая. Параметры  $\alpha_l$  и  $\gamma_l$  далее именуются поляризационными характеристиками излучения. Отметим, что задание  $a_l, \alpha_l, \gamma_l$ , а также одной из фазовых добавок  $\delta_{xl}$ ,  $\delta_{yl}$  эквивалентно определению поля формулами (1). Ниже используются безразмерные интенсивности  $I_l$  пробного (l = 1) и управляющего (l = 2) полей, измеряемые в единицах  $c\mu_l^2/(8\pi)$ .

Начальные условия предполагают, что до момента времени w = 0 все атомы среды находятся на нижнем уровне  $\Lambda$ -схемы. Пусть  $a_{l0}$ ,  $\alpha_{l0}$ ,  $\gamma_{l0}$ ,  $\delta_{xl0}$  (l = 1, 2) – значения величин  $a_l$ ,  $\alpha_l$ ,  $\gamma_l$ ,  $\delta_{xl}$  на входной поверхности (s = 0) резонансной среды. Величины  $\delta_{x10}$  и  $\delta_{x20}$  являются функциями от w, описывающими ФМ излучений на этой поверхности. Запишем граничные условия для системы (3) следующим образом:

$$a_{10} = 0.2 \operatorname{sech}[(w - 300)/50], \quad \alpha_{10} = \pi/6,$$
  
 $\gamma_{10} = -0.5, \quad \delta_{x1} = \delta_{x10};$ 
(3)

 $a_{20} = 6.65, \ \alpha_{20} = 0, \ \gamma_{20} = -0.3, \ \delta_{x2} = \delta_{x20}.$  (4)

Обоснование выбора значений параметров резонансной среды и входных излучений подробно описано в [29]. Здесь мы отметим, что  $T_1 = 1.6 \times 10^{-10}$  с, а  $z_0 = 0.03$  см при температуре  $T_{Pb} = 950$  К насыщенных паров свинца. Условия (3) описывают эллиптически поляризованный входной импульс пробного излучения с колоколообразной огибающей длительностью 15 нс и пиковой интенсивностью 65 Вт/см<sup>2</sup>, условия (4) – входное управляющее излучение с постоянной интенсивностью 20 кВт/см<sup>2</sup>. Интенсивность управляющего излучения в упомянутых выше экспериментальных работах [26,27] была примерно такая же. Постоянство величины  $a_{20}$  для управляющего излучения соответствует схеме контринтуитивного наложения управляющего поля, обычно используемой в экспериментах по ЭМИП [2].

#### 3. Нормальные моды в среде

Далее будем считать интенсивность пробного поля настолько малой, что влиянием этого поля на управляющее излучение можно пренебречь. Условия (3) и (4) находятся в согласии с этим предположением. Повторяя выкладки работы [25], можно показать, что в этом случае управляющее излучение должно распространяться без поглощения со скоростью света в вакууме. Пусть  $\alpha_{20} = 0$ ,  $\gamma_{20}$  – постоянная величина, причём  $|\gamma_{20}| \neq 1$ , а постоянная величина  $\kappa$  задаётся соотношениями

$$\kappa = -p + \sqrt{p^2 + 1}, \ p = 10\gamma_{20}/(1 - \gamma_{20}^2).$$

Тогда справедливо представление  $f_1 = f_1^{(1)} + f_1^{(2)}$ ,  $g_1 = g_1^{(1)} + g_1^{(2)}$ , где  $f_1^{(1)} = \kappa g_1^{(1)}$ ,  $f_1^{(2)} = (1/\kappa) g_1^{(2)}$ , и упрощённая в предположении слабого пробного поля система уравне-

ний (2) распадается на две независимые системы, определяющие величины  $g_1^{(k)}$  (k = 1, 2):

$$\frac{\partial g_1^{(k)}}{\partial s} = \frac{2i}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} U_k^* \exp(-\varepsilon_1^2) d\varepsilon_1,$$

$$\frac{\partial U_k}{\partial w} + i\varepsilon_1 U_k = -\frac{i}{2} g_1^{(k)*} - \frac{i}{4} g_{20}^*(w) V_k - \gamma U_k,$$

$$\frac{\partial V_k}{\partial w} + i(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) V_k = -ig_{20} q_k U_k.$$
(5)

Здесь

$$g_{20} = (1/\sqrt{2})a_{20}(1-\gamma_{20})\exp(i\delta_{x20}), \quad q_1 = 1 + \kappa_2[\kappa_2 + (1/\kappa)]/6,$$
$$q_2 = 1 + \kappa_2(\kappa_2 - \kappa)/6, \quad \kappa_2 = (1+\gamma_{20})/(1-\gamma_{20}).$$

Функции  $U_k$ ,  $V_k$  (k = 1, 2) выражаются в виде линейных комбинаций величин  $c_i$  (i = 2, 4, 5, 7, 9) входящих в систему (2). Подробности сведения системы (2) к двум независимым системам (5) содержатся в работе [25]. Отметим, что в [25] величины  $a_{20}$ ,  $\alpha_{20}$ ,  $\gamma_{20}$ ,  $\delta_{x20}$  считались постоянными. Однако доказательство, приведшее к уравнениям (5), остаётся справедливым и в рассматриваемом случае, когда постоянными являются только величины  $\alpha_{20}$ ,  $\gamma_{20}$ , тогда как  $a_{20}$  и  $\delta_{x20}$  – функции w.

Система уравнений (5) при k = 1, как показано в [25], описывает пробный импульс с напряжённостью  $E_1^{(1)}$  со следующими характеристиками ЭП:

$$a_1 = a_1^{(1)}, \ \alpha_1 = \alpha_1^{(1)} = 0, \ \gamma_1 = \gamma_1^{(1)}, \ \delta_{x1} = \delta_{x1}^{(1)},$$

где  $\gamma_1^{(1)} = (\kappa - 1)/(\kappa + 1)$  – постоянная величина, а  $a_1^{(1)}$ и  $\delta_{x1}^{(1)}$  могут зависеть от *w* и *s*. Этот импульс будем называть параллельной модой, т. к. главная ось его ЭП параллельна главной оси ЭП управляющего поля.

Система (5) при k = 2 согласно [25] описывает пробный импульс с напряжённостью  $E_1^{(2)}$ , для которого

$$a_1 = a_1^{(2)}, \ \alpha_1 = \alpha_1^{(2)} = \pi/2, \ \gamma_1 = \gamma_1^{(2)} = -\gamma_1^{(1)}, \ \delta_{x1} = \delta_{x1}^{(2)},$$

причём  $a_1^{(2)}$ и  $\delta_{x1}^{(2)}$  могут зависеть от *w* и *s*. Этот импульс получил название перпендикулярной моды, поскольку главная ось его ЭП перпендикулярна главной оси ЭП управляющего излучения. В случае, если управляющее поле задаётся формулами (4),  $\gamma_1^{(1)} = 0.7417$ .

Напряжённость  $E_1$  пробного электрического поля внутри среды представляется формулой  $E_1 = E_1^{(1)} + E_1^{(2)}$ . Далее будем называть поле с напряжённостью  $E_1$  полным пробным полем. При этом в любых точках (s, w) выполняется соотношение  $I_1 = I_1^{(1)} + I_1^{(2)}$ , где  $I_1$  – интенсивность полного пробного поля,  $I_1^{(1)}$  и  $I_1^{(2)}$  – интенсивности параллельной и перпендикулярной нормальных мод соответственно.

## 4. Нормальные моды на входной поверхности среды

Для описания эволюции нормальных мод в среде с помощью краевой задачи для системы (2) или двух систем (5) требуются соотношения, связывающие граничные условия (3) для полного входного пробного поля с граничными условиями для нормальных мод, из которых это поле складывается. В работе [25] такие соотношения получены для случая, когда излучения на входной поверхности лишены ФМ. Ниже приводится методика нахождения граничных условий для мод при наличии такой ФМ.

На входной поверхности (s = 0) x- и y-компоненты вектора Джонса  $J_{10}$  полного пробного излучения определяются формулами

$$J_{x10} = \mu_1 a_{10} \Omega^{(+)} \exp(i\delta_{x10}), \ J_{y10} = \mu_1 a_{10} \Omega^{(-)} \exp[i(\delta_{x10} + \delta_1)],$$

где

$$\begin{aligned} \Omega^{(\pm)} &= \sqrt{[1 + \gamma_{10}^2 \pm (1 - \gamma_{10}^2) \cos 2\alpha_{10}]/2},\\ \exp(\mathrm{i}\delta_1) &= \frac{(1 - \gamma_{10}^2) \sin 2\alpha_{10} + 2\mathrm{i}\gamma_{10}}{\sqrt{(1 + \gamma_{10}^2)^2 - (1 - \gamma_{10}^2)^2 \cos^2 2\alpha_{10}}}. \end{aligned}$$

Компоненты вектора Джонса  $J_{10}^{(k)}$  параллельной (k = 1) и перпендикулярной (k = 2) нормальных мод на входной поверхности при  $\gamma_{20} \neq 0$ , что и предполагается далее, имеют вид

$$J_{x10}^{(1)} = \mu_1 a_{10}^{(1)} \exp(i\delta_{x10}^{(1)}),$$
  

$$J_{y10}^{(1)} = \mu_1 |\gamma_1^{(1)}| a_{10}^{(1)} \exp[i(\delta_{x10}^{(1)} - \operatorname{sign}(\gamma_{20})\pi/2)],$$
  

$$J_{x10}^{(2)} = \mu_1 |\gamma_1^{(1)}| a_{10}^{(2)} \exp(i\delta_{x10}^{(2)}),$$
  

$$J_{y10}^{(2)} = \mu_1 a_{10}^{(2)} \exp[i(\delta_{x10}^{(2)} + \operatorname{sign}(\gamma_{20})\pi/2)],$$

где  $a_{10}^{(k)}, \delta_{x10}^{(k)}$  – значения величин  $a_1^{(k)}, \delta_{x1}^{(k)}$  для параллельной (k = 1) и перпендикулярной (k = 2) нормальных мод при s = 0. Используя равенство  $J_{10} = J_{10}^{(1)} + J_{10}^{(2)}$ , получаем

$$\begin{cases} a_{10}^{(1)} \exp(i\varphi_{10}^{(1)}) + a_{10}^{(2)} \exp(i\varphi_{10}^{(2)}) = a_{10} \mathcal{Q}^{(+)}, \\ a_{10}^{(1)} |\gamma_1^{(1)}| \exp\left[i\left(\varphi_{10}^{(1)} - \frac{\pi}{2} \mathrm{sign}\gamma_{20}\right)\right] \\ + a_{10}^{(2)} \exp\left[i\left(\varphi_{10}^{(2)} + \frac{\pi}{2} \mathrm{sign}\gamma_{20}\right)\right] = a_{10} \mathcal{Q}^{(-)} \exp\delta_1, \end{cases}$$
(6)

где  $\varphi_{10}^{(1)} = \delta_{x10}^{(1)} - \delta_1, \varphi_{10}^{(2)} = \delta_{x10}^{(2)} - \delta_1$ . Система уравнений (6) равносильна системе четырёх действительных уравнений относительно переменных  $a_{10}^{(k)}, \varphi_{10}^{(k)}$  (k = 1, 2).

Введём обозначения

$$A = \Omega^{(+)}, B = \operatorname{sign}(\gamma_2)\Omega^{(-)}\cos\delta_1, C = -\operatorname{sign}(\gamma_2)\Omega^{(-)}\sin\delta_1,$$

$$X = \frac{A + |\gamma_1^{(1)}|C}{1 + (\gamma_1^{(1)})^2}, \quad Y = \frac{|\gamma_1^{(1)}|B}{1 + (\gamma_1^{(1)})^2},$$
$$|\gamma_1^{(1)}| = C$$

$$Z = \frac{(\gamma_1 + \gamma_2)^2}{1 + (\gamma_1^{(1)})^2}, \ T = -\frac{B}{1 + (\gamma_1^{(1)})^2}$$

Решая систему (6), имеем

$$a_{10}^{(1)} = a_{10}\sqrt{X^2 + Y^2}, \ a_{10}^{(2)} = a_{10}\sqrt{Z^2 + T^2},$$
  
$$\delta_{x10}^{(1)} = \delta_{x10} + \operatorname{Arg}(X + iY), \ \delta_{x10}^{(2)} = \delta_{x10} + \operatorname{Arg}(Z + iT).$$

Используя описанную методику и учитывая формулы (3), (4), получаем следующие граничные условия для нормальных мод:  $a^{(1)} = 0.0720 \operatorname{cooh}[(m - 200)/50] a^{(1)} = 0$ 

$$\begin{aligned} & u_{10} = 0.0720 \text{scell}[(w = 500)/50], \ u_{10} = 0, \\ & \gamma_{10}^{(1)} = 0.7417, \ \delta_{x10}^{(1)} = \delta_{x10} - 0.4993; \\ & a_{10}^{(2)} = 0.1645 \text{sceh}[(w - 300)/50], \ a_{10}^{(2)} = \pi/2, \\ & \gamma_{10}^{(2)} = -0.7417, \ \delta_{x10}^{(2)} = \delta_{x10} + 0.2884. \end{aligned}$$

$$(7)$$

Отметим, что на входной поверхности интенсивности нормальных мод имеют колоколообразную форму, подобную форме интенсивности полного входного пробного поля.

#### 5. Результаты численного анализа

#### 5.1. ФМ пробного излучения

Положим в граничных условиях (3) и (4)

$$\delta_{x10} = 200 \operatorname{sech}[(w - 300)/50], \ \delta_{x20} = 0.$$
 (9)

Эти условия описывают ситуацию, когда входной пробный импульс имеет  $\Phi M$  с девиацией мгновенной частоты, равной  $\Delta_1$ , а  $\Phi M$  управляющего поля отсутствует. (Ниже девиацией мгновенной частоты будем называть модуль максимального смещения мгновенной частоты относительно несущей частоты  $\omega_1$ .)

На рис.1 приведены зависимости величин  $a_1$ ,  $a_1$  и  $\gamma_1$  от переменной w при четырёх значениях переменной s. Видно, что входной импульс полного пробного излучения распадается в среде на два фрагмента l и 2 с постоянными значениями  $a_1$  и  $\gamma_1$  (см. рис.1,s, z). Значения этих величин для фрагмента l совпадают со значениями, присущими параллельной нормальной моде, а для фрагмента 2 – со значениями, присущими перпендикулярной нормальной моде. Интенсивности  $I_1^{(1)}$  и  $I_1^{(2)}$ , полученные в результате решения системы (2) с краевыми условиями (7) и (8) соответственно, и интенсивность  $I_1$  полного пробно-



го поля, полученная при решении системы (2) с краевыми условиями (3), (4), удовлетворяют при всех *s* и *w* условию  $I_1 = I_1^{(1)} + I_2^{(2)}$  с погрешностью менее 2%. Отсюда следует, что фрагменты *l* и *2* являются соответственно параллельной и перпендикулярной нормальными модами.

Фрагменты нормальных мод при s = 4000 приведены на рис.2. Каждая мода представляет собой цуг субимпульсов с длительностью в диапазоне от 4 до 10 единиц



Рис.2. Эволюция величин  $I_1$  (толстые линии) и  $\delta_{x1}$  (тонкие линии) при s = 4000 для параллельной (*a*) и перпендикулярной нормальной моды ( $\delta$ ).



Рис.1. Эволюция характеристик полного пробного поля в среде ( $a_1$  – толстые линии,  $\alpha_1$  – штриховые линии,  $\gamma_1$  – тонкие линии) при s = 0 (a), 1600 ( $\delta$ ), 3000 (s) и 4000 (z).

времени *w* (от 0.6 до 1.6 нс соответственно). Отметим, что девиация мгновенной частоты в области каждого субимпульса составляет примерно  $0.07\Delta_1$ . Это намного меньше, чем девиация мгновенной частоты полного пробного поля на входе в резонансную среду.

#### 5.2. Импульсная ФМ управляющего излучения

Ниже приведены результаты двух расчётов, в первом из которых принято

$$\delta_{x10} = 0, \ \delta_{x20} = 200 \operatorname{sech}[(w - 500)/50],$$
 (10)

а во втором предполагается, что

$$\delta_{x10} = 0, \ \delta_{x20} = 200 \operatorname{sech}[(w - 300)/50].$$
 (11)

Оба расчёта соответствуют случаю, когда полное входное пробное излучение не имеет ФМ, а ФМ входного управляющего излучения сосредоточена на ограниченном промежутке времени, т.е. имеет импульсный характер. Условия (10) относятся к случаю, когда импульс ФМ управляющего излучения приходит на входную поверхность после прохождения через эту поверхность входного пробного импульса, догоняя его внутри среды. Условия (11) описывают ситуацию, когда импульс ФМ управляющего поля пересекает входную поверхность одновременно с импульсом полного пробного излучения.

На рис.3 представлены расчётные зависимости характеристик  $a_1$ ,  $\alpha_1$  и  $\gamma_1$  от переменной w при s = 1600 и 4000 для граничных условий (10) и (11). (Зависимости величин  $a_1$ ,  $\alpha_1$  и  $\gamma_1$  от w при s = 0 изображены на рис.1,a.) Согласно рис.3,a,  $\delta$  колоколообразный входной импульс полного пробного поля в среде распадается на импульсы нормальных мод с колоколообразными огибающими  $a_1$  и значениями поляризационных характеристик  $\alpha_1$  и  $\gamma_1$ , присущими нормальным модам. Такой характер распространения пробного излучения в среде реализуется и в отсут-



ствие ФМ взаимодействующих полей [25]. Согласно рис.3,*в*, *г* огибающая имеет многопичковую структуру, подобную описанной в разд. 5.1. Условие  $I_1 = I_1^{(1)} + I_2^{(2)}$  реализуется с погрешностью менее 2% в обоих расчётах.

Зависимости величин  $I_1$  и  $\delta_{x1}$  для нормальных мод, полученные в результате расчёта с граничными условиями (10) на расстоянии s = 4000, приведены на рис.4. Девиация мгновенной частоты параллельной моды составляет при-



Рис.4. Эволюция величин  $I_1$  (толстые линии) и  $\delta_{x1}$  (тонкие линии) при s = 4000 для параллельной (*a*) и перпендикулярной нормальной моды ( $\delta$ ).



Рис.3. Эволюция характеристик пробного поля в среде ( $a_1$  – толстые линии,  $\alpha_1$  – штриховые линии,  $\gamma_1$  – тонкие линии) при граничных условиях (10) (a,  $\delta$ ) и граничных условиях (11) (s, c) при s = 1600 (a, s) и 4000 ( $\delta$ , c).

мерно  $0.13\Delta_1$ , а перпендикулярной моды –  $0.05\Delta_1$ , что значительно меньше девиации мгновенной частоты управляющего излучения, равной  $\Delta_1$ . При граничных условиях (11) ФМ нормальных мод пробного поля в среде близка к представленной на рис.2.

Отметим, что управляющее излучение распространяется в среде быстрее импульсов нормальных мод. Поэтому импульс ФМ управляющего излучения практически не влияет на процесс распространения пробного излучения, если он пересекает входную поверхность до прихода на неё импульса пробного излучения.

#### 5.3. Непрерывная ФМ управляющего излучения

Ниже приведены результаты расчётов, в которых положено

$$\delta_{x10} = 0, \ \delta_{x20} = 20\sin[(w - 300)/25].$$
 (12)

Согласно (12) ФМ входного пробного излучения отсутствует, а ФМ входного управляющего излучения имеет периодический характер с девиацией мгновенной частоты, равной  $0.4\Delta_1$ . На рис.5 представлены графики, описывающие зависимости  $a_1$ ,  $\alpha_1$  и  $\gamma_1$  от переменной *w* при четырёх значениях переменной *s*. Видно, что в среде входной пробный импульс распадается на два отдельных импульса. Значения поляризационных характеристик этих импульсов указывают, что один из них (импульс *l* на рис.5,*e*,*e*) является импульсом параллельной, а другой (соответственно импульс 2) – импульсом перпендикулярной нормальной моды. Это подтверждается выполнением (с погрешностью менее 2%) условия  $I_1 = I_1^{(1)} + I_2^{(2)}$ .

Фрагменты нормальных мод при s = 4000 приведены на рис.6. Каждая мода представляет собой цуг субимпульсов с длительностью в диапазоне от 5 до 20 единиц времени w (от 0.8 до 3 нс соответственно). В области наиболее интенсивных субимпульсов девиация мгновенной





Рис.6. Эволюция величин  $I_1$  (толстые линии) и  $\delta_{x1}$  (тонкие линии) при s = 4000 для параллельной (*a*) и перпендикулярной нормальной моды ( $\delta$ ).

частоты составляет около  $0.25\Delta_1$  для параллельной нормальной моды и  $0.7\Delta_1$  для перпендикулярной.

#### 5.4. Скорости нормальных мод

Величины групповых скоростей распространения нормальных мод незначительно различаются при переходе от одного расчёта к другому. С погрешностью менее 3%



можно положить, что  $V_1^{(1)} = 9.5$ , тогда как  $V_1^{(2)} = 3.7$ , где  $V_1^{(k)}$  – скорости параллельной (k = 1) и перпендикулярной (k = 2) мод в системе отсчёта w, s. При  $T_{\rm Pb} = 950$  К находим, что если  $v_1^{(1)}$  и  $v_1^{(2)}$  – скорости импульсов параллельной и перпендикулярных нормальных мод в неподвижной системе отсчёта z, t, а c – скорость света в вакууме, то  $c/v_1^{(1)} \approx 16$ , тогда как  $c/v_1^{(2)} \approx 40$ . Согласно расчётам, приведённым в работе [25], в отсутствие ФМ входных излучений скорости импульсов нормальных мод имеют практически те же значения.

#### 5.5. Прозрачность среды

Определим прозрачность среды для пробного поля как Tr = W(s)/W(0), где W(s) – количество энергии, переносимое пробным излучением через единицу площади поперечного сечения, расположенного на расстоянии *s* от входной поверхности, за всё время прохождения излучения через это сечение. Величина *Tr* является важной характеристикой эффективности явления ЭМИП.

Расчёты показали, что во всех случаях значение Tr для параллельной нормальной моды больше, чем для перпендикулярной нормальной моды. Самые большие значения Tr были получены в расчёте с граничными условиями (10), означающими, что импульс ФМ управляющего поля на входной поверхности отстаёт во времени от импульса пробного поля. В этом случае для s = 4000 значения Tr составляют 0.86 и 0.41 для параллельной и перпендикулярной нормальной моды соответственно и 0.48 для полного пробного поля, состоящего из излучений этих мод.

Наименьшее значение Tr было зафиксировано при расчёте с начальными условиями (9). Соответствующие этому случаю зависимости Tr от *s* для полного поля и полей нормальных мод представлены на рис.7 толстыми линиями. Для сравнения был проведён дополнительный расчёт, в котором вместо условия (9) полагалось  $\delta_{x10} = \delta_{x20} = 0$ , т.е. считалось, что оба входных излучения лишены ФМ (тонкие кривые на рис.7). Видно, что наличие фазовой модуляции входного пробного поля существенно снижает эффективность ЭМИП.

Другой дополнительный расчёт исходил из условий (9), но вместо значения  $a_{20} = 6.65$  в условиях (4) принято  $a_{20} = 0$ . Это соответствует отсутствию управляющего излучения, т.е. отсутствию явления ЭМИП. Данный расчёт



Рис.7. Зависимости прозрачности среды Tr от s при наличии  $\Phi M$  входного пробного излучения (толстые линии) и в её отсутствие (тонкие линии) для параллельной (1) и перпендикулярной (3) нормальных мод и полного излучения (2).

показал, что  $Tr < 10^{-3}$  при s = 100; на том же расстоянии прозрачность среды для параллельной и перпендикулярной нормальных мод составляет 0.56 и 0.22 соответственно. Отсюда можно заключить, что явление ЭМИП при наличии ФМ входного пробного излучения происходит достаточно эффективно. Этот вывод остаётся справедливым для всех представленных в настоящей работе расчётов.

#### 6. Заключение

Из полученных результатов следует, что даже при значительной ФМ входного пробного излучения (девиация мгновенной частоты равна неоднородной ширине  $\Delta_1$  линии перехода, резонансного этому излучению) пробное поле в среде представляет собой сумму нормальных мод, распространяющихся независимо друг от друга. Если полное пробное излучение на входе в среду представлено импульсом колоколообразной формы, то на входной поверхности такую же форму имеют и нормальные моды. Однако внутри среды каждая нормальная мода приобретает вид цуга субимпульсов малой длительности. При этом ФМ каждого субимпульса невелика: максимальное отклонение мгновенной частоты составляет менее  $0.1\Delta_1$ .

Модовая структура пробного поля в среде сохраняется и при наличии ФМ управляющего излучения. Если ФМ управляющего поля сосредоточена на ограниченном промежутке времени, не перекрывающемся со временем пересечения пробным импульсом входной поверхности среды, то она незначительно влияет на процесс ЭМИП: импульсы мод в среде имеют колоколообразную форму и незначительную ФМ. (Колоколообразная структура огибающих присуща модам в отсутствие ФМ взаимодействующих полей.) Однако если пересечения входной поверхности импульсом ФМ управляющего поля и входным пробным импульсом происходят одновременно, то нормальные моды внутри среды имеют многопичковую структуру, подобную описанной выше. Непрерывная ФМ управляющего поля также приводит к многопичковой структуре нормальных мод.

Наличие ФМ взаимодействующих полей значительно снижает прозрачность среды для пробного излучения за исключением случая, когда импульс фазовой модуляции управляющего поля на входной поверхности не перекрывается по времени с импульсом входного пробного излучения. Однако влияние ФМ входных полей на скорости распространения нормальных мод является во всех случаях незначительным.

Результаты настоящей работы могут быть использованы при разработке и совершенствовании устройств, в основе функционирования которых лежит явление ЭМИП импульсных пробных излучений, например систем оптической памяти [3], квантовых коммуникаций [3, 5, 6] и систем квантовой информации [2–4].

- Демтрёдер В. Современная лазерная спектроскопия (Долгопрудный: ИД «Интеллект», 2014).
- 2. Harris S.E. Phys. Today, 50, 36 (1997).
- 3. Lukin M.D. Rev. Mod. Phys., 75, 457 (2003).
- Fleischhauer M., Imamoğlu A., Marangos J.P. Rev. Mod. Phys., 77, 633 (2005).
- 5. Duan L.-M., Lukin M.D., Cirac J.I., Zoller P. *Nature (London)*, **414**, 413 (2001).

- 6. Sinatra A. Phys. Rev. Lett., 97, 253601 (2006).
- Martinalli M., Valente P., Failache H., Felinto D., Cruz L.S., Nussenzveig P., Lezama A. *Phys. Rev. A*, 69, 043809 (2004).
- 8. Godone A., Micallilizio S., Levi F. Phys. Rev. A, 66, 063807 (2002).
- 9. Lukin M.D., Imamoğlu A. Nature (London), 413, 273 (2001).
- 10. Kocharovskaya O., Mandel P. Phys. Rev. A, 42, 523 (1990).
- 11. Jen H.H., Daw-Wei Wang. Phys. Rev. A, 87, 061802(R) (2013).
- 12. Basler C., Grzesiak J., Helm H. Phys. Rev. A, 92, 013809 (2015).
- Liu R., Liu T., Wang Y., Li Y., Gai B. Phys. Rev. A, 96, 053823 (2017).
- 14. Le Kien F., Rauschenbeutel A. Phys. Rev. A, 91, 053847 (2015).
- Wang H.-H., Wang J., Kang Z.-H., Wang L., Gao J.-Y., Chen Y., Zhang X.-J. *Phys. Rev. A*, **100**, 013822 (2019).
- 16. Wielandy S., Gaeta A.L. Phys Rev. Lett., 81, 3359 (1998).
- Wang B., Li S., Ma J., Wang H., Peng K.C., Xiao M. *Phys. Rev. A*, 73, 051801(R) (2006).
- 18. Agarwal G.S., Dosgupta S. Phys. Rev. A, 67, 023814 (2003).

- Sautenkov V.A., Rostovtsev Y.V., Chen H., Hsu P., Agarwal G.S., Scully M.O. *Phys. Rev. Lett.*, **94**, 233601 (2005).
- 20. Yoon T.H., Park C.Y., Park S.J. Phys. Rev. A, 70, 061803(R) (2004).
- 21. Kis Z., Demeter G., Janszky J.J. Opt. Soc. Am. B, 30, 829 (2013).
- 22. Grobe R., Hioe F.T., Eberly J.H. Phys. Rev. Lett. 73, 3183 (1994).
- 23. Shakhmuratov R.N., Odeurs J. Phys. Rev. A, 74, 043807 (2006).
- 24. Kozlov V.V., Kozlova E.B. Opt. Commun., 282 (5), 892 (2009).
- 25. Паршков О.М. Квантовая электроника, **48** (11), 1027 (2018) [Quantum Electron., **48** (11), 1027 (2018)].
- Kasapi A., Jain M., Yin G.Y., Harris S.E. Phys. Rev. Lett., 74 (13), 2447 (1995).
- Jain M., Kasapi A., Yin G.Y., Harris S.E. Phys. Rev. Lett., 75 (24), 4385 (1995).
- Салех Б., Тейх М. Оптика и фотоника. Принципы и применения (Долгопрудный: ИД «Интеллект», 2012, Т.1).
- 29. Паршков О.М. Квантовая электроника, 47 (10), 892 (2017) [Quantum Electron., 47 (10), 892 (2017)].